NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES: UMA PROPOSTA PARA ALUNOS DO 6º ANO COM O AUXÍLIO DE TECNOLOGIA

INTEGERS NUMBERS AND THEIR OPERATIONS: A PROPOSAL FOR STUDENTS FROM 6TH GRADE WITH THE AID OF TECHNOLOGY

Celina A. A. P. Abar[1]

Flávio Cabral de Souza[2]

Resumo

Este trabalho é resultado de pesquisa de mestrado e teve como objetivo verificar como os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que não tiveram contato formal com os números inteiros e suas operações, mobilizam seus conhecimentos prévios para resolver situações que envolvam esse objeto matemático. Na sequência de atividades proposta foram explorados recursos visuais com o auxílio de tecnologia, situações-problema e questões objetivas, procurando enfatizar o objeto matemático a partir de situações concretas que permitissem a abstração do aluno e generalização do conhecimento matemático. Os resultados obtidos revelaram informações que permitem refletir sobre como os números inteiros e suas operações podem ser abordados na prática docente.

Palavras chave: *Números inteiros; Conhecimentos prévios e obstáculos; Tecnologia*

Abstract

This paper is a result of master research and aimed to see how the students of the sixth grade of elementary school, who have not had formal contact with the integers numbers and their operations, mobilize your previous knowledge to resolve situations involving this mathematical object. In the proposed activities were explored visual features with the aid of technology, problem situations and objective issues looking emphasize the mathematical object from concrete situations to allow the abstraction and generalization of mathematical knowledge. The results obtained revealed information that allow to rethink about the integers numbers and how their operations can be addressed in teaching practice.

Keywords*: Integers Numbers; Prior Knowledge and obstacles; Technology*

Introdução

Aspectos históricos relacionados às dificuldades para lidar com os números inteiros possibilitam inferir quais obstáculos predominam, ainda hoje, para a construção do conhecimento sobre esse objeto matemático, inspirando sugestões de abordagens que possam contribuir para melhor compreensão desse assunto.

[1] Professora do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática - PUC-SP, e-mail: abarcaap@pucsp.br

[2] Mestre em Educação Matemática - PUC-SP, e-mail: flavio_pamela@hotmail.com

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, p. 97), "*o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades e a aprendizagem desse objeto matemático tem sido insatisfatória*".

Uma das dificuldades encontrada, para a compreensão dos números inteiros e suas operações, reside na concretização dos números em que as operações aparecem relacionadas a um modelo concreto. Para o aluno, a princípio, é inconcebível realizar a operação 3-10, pois associado ao conhecimento que já foi construído, em que os números representam uma quantidade de algo definido de forma concreta, ele passa a entender tal situação como absurda, uma vez que "tirar" dez unidades de três unidades é impossível de ser "concretizado".

Alunos, em séries posteriores apresentam muitas dúvidas em relação às operações com números inteiros. Inferimos que esse fato se deve à aplicação de uma regra, inquestionavelmente válida, porém apenas apresentada pronta e acabada, para que o aluno a decore e aplique-a nas situações de aprendizagem propostas, sem se atentar à essência do seu significado e validade.

Desta forma, Neto (2010) observa que é preciso que o professor utilize uma metodologia com o objetivo de passar de um nível a outro por meio de uma didática que apresente os obstáculos e planeje formas de superá-los.

Ainda segundo o autor:

> Na aprendizagem de números inteiros imagina-se a construção de vários esquemas de significados diferentes, de tal forma que surgem vários obstáculos e muitas dificuldades, que para serem superados é necessário se abstrair e generalizar de tal maneira que se passe dos aspectos periféricos para os aspectos centrais da ação. (NETO, 2010, p.26).

Salientamos ainda que a utilização de artifícios que relacionam as operações com números inteiros a modelos "comerciais", em que os números positivos são identificados como créditos e os números negativos como débitos, procurando impor um "caráter concreto" ao objeto matemático, pode se tornar um entrave para a abordagem da multiplicação e da divisão, uma vez que tal modelo não justifica o fato da multiplicação de dois números inteiros negativos apresentarem como resultado um número positivo.

Considerando a explícita influência que a tecnologia exerce atualmente no cotidiano dos jovens e principalmente sua importância para o desenvolvimento de novas abordagens para o ensino e aprendizagem, foi utilizado um recurso tecnológico em algumas etapas desta pesquisa com o objetivo de conduzir o aluno a se envolver em uma investigação, a partir de resultados observados, e fizesse suas conjecturas procurando validá-las.

Com base nas observações acima e com o fato de que mesmo aqueles que já estudaram esse objeto matemático apresentarem dificuldades para a mobilização e aplicação em situações diversas, a pesquisa realizada procurou responder as seguintes questões:

- **É possível que alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II construam, de forma autônoma, alguma compreensão dos números inteiros e suas operações por meio de atividades propostas?**
- **Em que medida a utilização da tecnologia pode auxiliar para o entendimento dos números inteiros e suas operações por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II?**

Para responder tais questões foi elaborada uma sequência de atividades para alguns alunos. A tecnologia foi utilizada para que o aluno verificasse os resultados de algumas operações, com o intuito de levá-lo a fazer novas conjecturas.

Estratégias que contemplem a mobilização dos conhecimentos prévios dos alunos mostram-se eficientes na abordagem de objetos matemáticos, pois dessa forma inicia-se uma investigação sobre o problema proposto, protagonizando a ação.

Sobre os conhecimentos prévios dos alunos, relacionado aos números inteiros, Borba e Nunes (2004) observam que:

> Os alunos, quando iniciam a aprendizagem formal dos números inteiros relativos, já possuem conhecimentos em algumas dimensões desse conceito. Crianças bem antes da introdução formal ao conceito de números relativos já entendem o significado de inteiro como medida e já são capazes de resolver problemas diretos utilizando-se representações explícitas para números positivos e negativos e de corretamente operar nessas representações bem antes de aprenderem a fazer uso das representações formalizadas. (BORBA; NUNES, p.97-98).

Uma proposta em que o aluno possa fazer conjecturas sobre o que é desenvolvido e observado faz dele um sujeito responsável por tal conhecimento e que busca meios e argumentos para validá-los.

A utilização de estratégias que privilegiam a memorização de regras costuma ser ineficiente para desenvolver a compreensão dos números inteiros e suas operações. Esse tipo de abordagem não trata o objeto matemático de modo que o aluno tenha a oportunidade de fazer uma reflexão de sua importância, aplicações e consequências.

É importante que a abordagem deste objeto matemático seja bem planejada, levando o aluno a sentir-se responsável pela construção de seu conhecimento. Ao professor cabe a tarefa de transitar pelas diversas tendências com o intuito de elaborar intervenções que possam colaborar para o ensino e para a aprendizagem dos objetos matemáticos.

Destacamos a necessidade de analisar qual a compreensão dos alunos em relação às situações que envolvem os números negativos e suas operações antes da formalização desse objeto matemático.

Com o intuito de fazer emergir os conhecimentos prévios dos alunos, propomos uma sequência de atividades procurando enfatizar a visualização do objeto matemático. Também, apresentamos problemas que deveriam ser investigados, possibilitando ao aluno abstrair e generalizar o conhecimento construído.

Nesta pesquisa serão apresentadas as propostas e análise das atividades que envolvem os aspectos inicias e a adição de números inteiros. As demais atividades podem ser consultadas na dissertação defendida[3].

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática, (Brasil, 1998) é importante escolher adequadamente abordagens para introduzir os números inteiros de modo que possibilitem ao aluno:

> - Conferir significado às quantidades negativas;
> - Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir do zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;
> - Reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero-origem);
> - Perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais – por exemplo, é possível "adicionar 6 (seis) a um número e obter 1 (um) como resultado", como também é possível "subtrair um número de 2 (dois) e obter 9 (nove)";
> - Interpretar sentenças do tipo x = -y, (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e y é negativo). (BRASIL, 1998, p.98).

Salientamos que em nossas atividades escolhemos propor situações que contemplem os três primeiros itens dos cinco relacionados.

Diversos são os recursos utilizados para o ensino e para a aprendizagem dos números inteiros e, entre eles, verificamos que a utilização da tecnologia é considerada

[3] http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=18635

como uma importante estratégia, proporcionando a interação e a motivação dos alunos por se tratar de uma linguagem que atualmente é indissociável de seu cotidiano.

Percebemos que a tecnologia é incorporada à educação, com o objetivo de possibilitar que novas estratégias sejam concebidas a partir de aspectos que os recursos tradicionais não permitem explorar de maneira abrangente. No entanto, não devemos esquecer a importância desses recursos que também possibilitam a adoção de estratégias eficientes.

Machado salienta que:

> As tecnologias devem ser utilizadas com responsabilidade nos ambientes educacionais. Além disso, o professor não deve se esquecer do livro didático, pois a interação entre ambos possibilitará uma nova organização escolar. A articulação entre o livro – tecnologia mais conhecida e consolidada – o computador, a calculadora, entre outras interfaces tecnológicas, sob a organização e planejamento do professor, pode permitir uma estratégia ampla, voltada para especificidades de um grupo de pessoas que aprendem. Ou, em última análise, para uma pessoa que aprende. (MACHADO, 2010, p.38).

Portanto é necessário que o professor utilize diversos recursos, procurando instigar o espírito investigativo do aluno de forma dinâmica e desafiadora, permitindo que ele protagonize a construção de seu conhecimento.

O professor deve estar ciente de que o uso da tecnologia deve ser norteado por um objetivo didático definido, pois seu uso indiscriminado pode trazer como resultado interpretações errôneas dos objetos matemáticos e até mesmo gerar uma “dependência tecnológica”.

Segundo Brasil (1998):

> Ao mesmo tempo em que é fundamental que a instituição integre a cultura tecnológica extraclasse dos alunos e professores ao seu cotidiano, é necessário desenvolver nos alunos habilidades para utilizarem os instrumentos de sua cultura. Hoje os meios de comunicação apresentam informação abundante e variada, de modo muito atrativo: os alunos entram em contato com diferentes assuntos – sobre religião, política, economia, cultura, esportes, sexo, drogas acontecimentos nacionais e internacionais – abordados com graus de complexidade variados, expressando pontos de vista, valores e concepções diversos. Tanto é importante considerar esses conhecimentos adquiridos fora da escola, nas situações escolares, como é fundamental dar condições para que eles se relacionem com essa diversidade de informações. (BRASIL, 1998, p. 138-139).

A utilização da tecnologia nesta pesquisa propõe a visualização imediata do resultado de algumas atividades. Dessa forma, acreditamos que ao verificar os registros com os respectivos sinais, os alunos possam se engajar em uma investigação conjecturando sobre o que é observado, tirando suas conclusões e procurando validá-las para generalizar sua aplicação.

Machado e Bianchini (2013) afirmam que:

> A visualização é o processo pelo qual as representações mentais podem ser construídas, e o ato de gerá-las está relacionado com o sistema de representação, isto é, com artefatos externos concretos. Para que o indivíduo tenha sucesso na matemática, é desejável que ele possua uma rica representação mental dos conceitos. Uma representação é rica se ela tem vários aspectos articulados do conceito. Por outro lado, ela é pobre, se possui poucos elementos que permitem a flexibilidade na resolução de problemas. (MACHADO; BIANCHINI, 2013, p.92-93).

Portanto, nossa proposta é possibilitar ao aluno o contato como o objeto matemático, números inteiros, de forma dinâmica, valorizando seus conhecimentos prévios e oferecendo condições para que ele seja o protagonista na construção de um conhecimento.

Aportes teóricos

Alguns aspectos históricos sobre os números negativos dão ênfase às dificuldades enfrentadas por matemáticos, a fim de compreender os possíveis motivos inerentes a tais obstáculos para inferir relações com os entraves encontrados por professores e alunos nos dias atuais.

A concepção de negativo adentra no campo da ciência Matemática, sobretudo na resolução de equações algébricas, passando por inúmeras gerações e contradições até que sua eficácia fosse provada e aceita no meio científico.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais Brasil (1998),

> A análise da evolução histórica dos números negativos mostra que por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos e por isso a concepção desses números representou para o homem um grande desafio. O uso pioneiro dos números negativos é atribuído aos chineses e aos hindus, que conceberam símbolos para as faltas e diferenças. A adoção do zero teve um papel-chave na construção dos inteiros, possibilitando operar com grandezas negativas, mudando o caráter de zero nada para zero origem, favorecendo, assim, a ideia de grandezas opostas ou simétricas. (BRASIL, 1998, p.97).

A história da utilização dos números inteiros pelos matemáticos sempre foi repleta de lacunas a ser preenchidas, isso porque a falta de compreensão ou a compreensão parcial desse objeto matemático, levava-os à rejeição dos mesmos, considerando-os como números absurdos.

Observamos ao longo da história quebra de paradigmas que as primeiras civilizações tiveram que enfrentar para aceitar a concepção de número negativo, mesmo utilizando-a no cotidiano sócio-histórico e cultural. Acreditamos que algumas dessas dificuldades de compreensão ou aceitação estendem-se até hoje, visto a relutância que os alunos apresentam em relação à utilização dos números inteiros, sua representação e aplicabilidade.

Apesar do educando já conviver com os números negativos, para o imaginário infantil, do adolescente ou mesmo do adulto, o trabalho com as operações negativas ainda é um tanto abstrato. Segundo Glaeser (1985, p. 32): *Muitos professores não percebem que a aprendizagem das regras de sinais possa comportar dificuldades*.

Para evidenciarmos de forma contundente os empecilhos pertinentes à compreensão desse objeto matemático, em sua pesquisa, Glaeser (1985) indica seis obstáculos que os matemáticos enfrentaram, são eles:

> 1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas.
> 2. Dificuldades em dar um sentido a quantidades negativas isoladas.
> 3. Dificuldade em unificar a reta numérica.
>
> Isto se manifesta, por exemplo, quando se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos; ou quando se descreve a reta como justaposição de duas semi-retas opostas com sinais heterogêneos; ou quando não se consideram simultaneamente as características dinâmicas e estáticas dos números.
>
> 4. Ambiguidade dos dois zeros.
> 5. Estagnação no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais). É a dificuldade de afastar-se de um sentido "concreto" atribuído aos seres numéricos.
> 6. Desejo de um modelo unificador. É a intenção de fazer funcionar um "bom" modelo aditivo, igualmente válido para ilustrar o campo multiplicativo, em que esse modelo é inoperante. [...] (GLAESER, 1985, p. 39-40).

Vale destacar que a ambiguidade dos dois zeros se apresentou como um obstáculo de difícil superação, pois durante séculos, os matemáticos acreditaram no zero como absoluto e essa resistência resultou em dificuldades ainda maiores para aceitar e compreender o zero origem.

Apesar da desenvoltura de muitos matemáticos para manipular números negativos empregados no Cálculo e de, frequentemente, se depararem com respostas representadas pelos mesmos, suas compreensões e conclusões a respeito desse objeto matemático foram confusas durante longos anos. Segundo Costa (1981):

> O número negativo é definitivamente aceito quando os geômetras compreendem que, em certas classes de grandezas como as distâncias sobre uma reta ilimitada ou as durações do tempo, há a considerar dois sentidos opostos. (COSTA, 1981, p. 222).

Costa (1981) salienta que:

> Os sinais **+** e **–** qualificam assim os números positivos e negativos, e fazem parte integrante de sua notação. A rigor, esses sinais se deveriam distinguir dos sinais operatórios, escrevendo-se, por exemplo, ${}^{+}3 + {}^{+}2 = {}^{+}5$; ${}^{-}3 - {}^{+}2 = {}^{-}5$. (COSTA, 1981, p. 234).

Para os matemáticos era inadmissível aceitar que um tema, relativamente simples, apresentasse tantos entraves quando lhes era solicitado uma demonstração de suas propriedades. Sendo assim, houve um momento na história em que evitar os números negativos era uma forma de resolver as questões relacionadas a eles.

Em relação aos obstáculos que tiveram que ser transpostos pelos matemáticos, destacamos o caráter epistemológico dos mesmos. Essa denominação é dada quando são verificadas dificuldades históricas relacionadas ao desenvolvimento do próprio conhecimento. Segundo Almouloud (2007):

> Os obstáculos de origem epistemológica são inerentes ao saber e podem ser identificados nas dificuldades que os matemáticos encontraram, na história, para a compreensão e utilização desses conceitos. (ALMOULOUD, 2007, p.139).

De acordo com Almouloud (2007):

> As pesquisas em didática, história e epistemologia da matemática identificam um conjunto de fatores e de concepções que deram origem a obstáculos epistemológicos, sendo a maioria desses fatores e concepções, ainda hoje, observados em nossos alunos. (ALMOULOUD, 2007, p.139).

Ainda segundo Almouloud (2007, p.140): *A associação de zero com "nada" desloca esse obstáculo epistemológico para um aspecto psicológico e é a causa de numerosos erros*.

Chamamos a atenção para o fato de que a mera representação dos números inteiros oferece uma dificuldade considerável ao aluno, uma vez que todo o conhecimento que ele desenvolveu utiliza-se do sinal de menos apenas para denominar uma operação. É evidente que, para a maioria dos alunos, um contato informal com os números inteiros já foi efetivado, no entanto, devemos considerar que entre escutar uma informação que mencione um número negativo e interagir com o mesmo, compreendendo seu significado e aplicação, existe uma distância que não pode ser ignorada.

Sendo assim, acreditamos que para abordar os números inteiros e suas operações é de suma importância levar em consideração a história sobre a construção desse conhecimento, com o objetivo de compreender os aspectos relacionados ao seu desenvolvimento para elaborar intervenções que minimizem as dificuldades que o educador e o educando venham a apresentar no seu ensino e aprendizagem.

Procedimentos Metodológicos

A pesquisa, de caráter qualitativo, foi realizada em uma escola do Ensino Fundamental Estadual com alunos do 6º ano.

Esse público foi escolhido com o objetivo de investigar quais conhecimentos prévios eles possuem em relação aos números inteiros que poderiam proporcionar uma compreensão desse objeto matemático e suas operações.

Para a escolha da escola foi considerada a infraestrutura da mesma, que conta com computadores que estão em plenas condições de serem utilizados pelos sujeitos da pesquisa, bem como o interesse dos gestores em oferecer aos alunos a oportunidade de participarem de atividades diferenciadas que contribuam para a formação dos mesmos.

O recurso tecnológico utilizado foi construído e adaptado, utilizando o *software* GeoGebra, pelo grupo de pesquisa TecMEM[4]. Seu acesso foi por meio de um navegador de internet, disponível nos computadores da escola, nos quais os arquivos foram salvos para serem utilizados pelos alunos em algumas atividades.

A escolha dos alunos foi auxiliada pelo professor de matemática do sexto ano que indicou oito alunos, de uma mesma turma, convidados a participar em duplas das atividades aplicadas durante o horário em que estudam.

Para a aplicação da sequência de atividades foram realizados cinco encontros, com duração de cem minutos cada, equivalente a duas aulas. No primeiro encontro, os alunos foram conduzidos até a sala de informática e foi comunicado que eles realizariam atividades que, em alguns momentos, seriam desenvolvidas com o auxílio de recursos (*applets*[5]) disponíveis nos computadores.

Esclarecemos que as duplas receberiam atividades impressas e a partir do segundo encontro foi utilizado o computador. Ao iniciar a atividade em que a utilização do *applet* era necessária, os alunos foram orientados em como proceder no movimento de seletores presentes no *applet* para obter os números envolvidos nas operações.

---

[4] http://www.pucsp.br/tecmem/

[5] *Applet*: pequenos programas interativos feitos com recurso da linguagem Java e possíveis de serem abertos em um navegador para ~~serem~~ execução.

Após completar a atividade os alunos receberam novamente as atividades das etapas anteriores para repensarem as questões e responderem novamente. O objetivo dessa retomada foi verificar se, após a utilização dos *applets*, os alunos fariam novas conjecturas, chegando a outros resultados.

Observamos que em algumas etapas, mesmo com o *applet* à disposição, os alunos interpretaram as questões e responderam sem utilizar o mesmo. Em outros momentos os alunos perguntaram se poderiam abrir o *applet*, sendo autorizado para auxiliar na resolução das questões.

Foram propostas cinco atividades, subdivididas em etapas que tinham os seguintes objetivos:

Atividade 1: Etapas de I a IX. Reconhecer situações que envolviam números inteiros.

Atividade 2: Etapas de I a VI. Efetuar adição de números inteiros.

Atividade 3: Etapas de I a IV. Efetuar a subtração de números inteiros.

Salientamos que após o desenvolvimento das **atividades 2** e **3**, os alunos retomariam as respectivas etapas de **I** a **III** de cada atividade para que fosse possível analisar se a utilização do *applet* foi significativa e se favoreceu a compreensão dos números inteiros.

Atividade 4: Etapas de I a VI. Efetuar a multiplicação de números inteiros.

Atividade 5: Etapas de I a V. Efetuar a divisão de números inteiros.

Ressaltamos que, novamente, para o desenvolvimento das **atividades 4** e **5**, os alunos responderiam as questões propostas nas primeiras etapas e, após utilizarem os *applets*, retomariam o que haviam realizado, efetuando as alterações que julgassem necessárias.

Para este trabalho, apresentaremos a seguir apenas o desenvolvimento das **Atividades 1** e **2** com as respectivas análises da **dupla A**.

Desenvolvimento das atividades

Atividade 1. Etapa I. Reconhecendo situações que envolvem números inteiros.

Nesta atividade, apresentada a seguir no Quadro 1, optamos por uma abordagem dos números inteiros utilizando medidas de temperatura. Em nossa revisão de literatura verificamos que os livros didáticos, assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais e as pesquisas analisadas, recorrem à medida de temperatura para introduzir esse objeto matemático, pois julgam que esse contexto é acessível aos alunos.

Quadro 1- Atividade 1 e etapa I – Dupla A

I) Marque os seguintes valores de temperaturas nos termômetros que se encontram, na posição vertical e na posição horizontal.

a) 4 graus acima de zero.

b) -1 grau abaixo de zero.

c) 5 graus acima de zero.

d) -5 graus abaixo de zero.

e) 3 graus acima de zero.

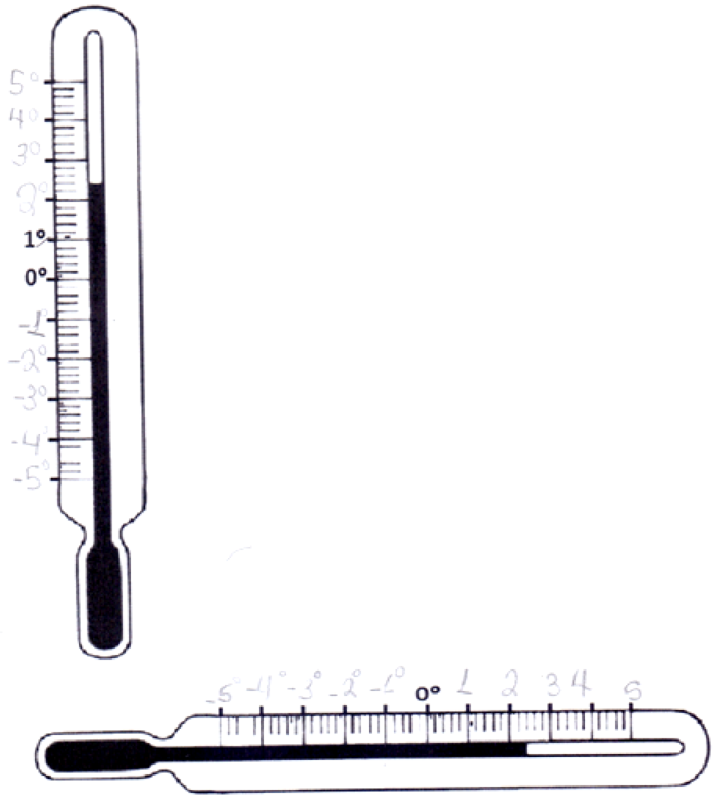
f) 2 graus acima de zero.

g) -3 graus abaixo de zero.

h) -2 graus acima de zero.

i) -5 graus abaixo de zero.

j) -4 graus abaixo de zero.



Esperamos que a visualização da disposição dos valores das temperaturas anotadas, bem como as situações propostas na sequência, possa contribuir para que os alunos comparem os números inteiros e compreendam tal disposição para abstrair e aplicar, mesmo sem a necessidade de visualizar.

O objetivo dessa atividade foi possibilitar ao aluno o reconhecimento e a aplicação dos números inteiros, visualizando sua disposição acima e abaixo de zero, bem como à direita e à esquerda do zero.

Considerando o fato de que os alunos não possuem um conhecimento formal sobre os números inteiros, essa atividade propõe o resgate dos possíveis conhecimentos prévios como ponto de partida para identificar se os mesmos conseguem reconhecer, atribuir significado e representar esse objeto matemático.

Para evitar a possibilidade de que o aluno interprete as expressões “abaixo de zero” e “acima de zero”, de forma a concluir que a utilização dos números negativos se limita apenas a “subir” ou “descer” em relação ao zero, apresentamos um termômetro na posição vertical e outro na posição horizontal. Vale lembrar que para enfatizar a importância da presença do sinal na representação dos números negativos, utilizamos redundantemente a expressão “–n graus abaixo de zero ou n graus acima de zero”.

Análise da Atividade 1 – Etapa I

Verificamos, nos registros, que os alunos anotaram os valores das temperaturas corretamente. Durante a aplicação, em alguns momentos, os alunos discutiam se os números aumentavam ou diminuíam, quando anotados abaixo de zero ou acima de zero. Um dos alunos afirmava que abaixo de zero os números estavam diminuindo e o outro aluno argumentou “mas está ficando mais frio, o frio está aumentando”. Nesse momento, o colega respondeu “mas se fica mais frio a temperatura fica menor”.

Acreditamos que uma atenção especial deve ser dada a esse episódio, já que os alunos possuem apenas um conhecimento informal sobre os números inteiros. Sendo assim, o argumento utilizado não deixa de ser pertinente, considerando que a dupla faz suas conjecturas mobilizando seus conhecimentos prévios. Afirmar que está aumentando o frio está correto do ponto de vista do contexto, porém, para o objetivo a que se destina tal afirmação não vai ao encontro do que era esperado.

Percebemos claramente o quanto devemos ser criteriosos e atentos quando nos propomos a “concretizar” um objeto matemático com o intuito de favorecer a compreensão dos educandos, pois suas interpretações podem variar de forma imprevisível, comprometendo seu entendimento.

No entanto, notamos que o contexto “medida de temperatura” mostrou-se eficiente, e verificamos que o mesmo faz parte dos conhecimentos informais dos alunos, possibilitando que eles se engajem em uma investigação, discutindo e compreendendo o objeto matemático.

Durante a realização desta atividade havia diálogos entre os alunos, ao se referirem às temperaturas abaixo de zero: “abaixo de zero é frio, então é zero, um, dois até chegar o frio de cinco, a temperatura vai diminuindo”. Apesar de não terem registrado as temperaturas abaixo de zero com o respectivo sinal, percebemos que houve uma aceitação e compreensão do número negativo.

Consideramos que as informações prévias que os alunos possuem em relação à medida de temperatura, saldos de gols, saldos bancários, entre outros, possam ter contribuído para a superação parcial do obstáculo referente à “estagnação no estágio das operações concretas”, conforme Glaeser (1985) afirma. Por isso, os alunos não apresentaram rejeição aos números inteiros, pois, para eles, conceber algo menor do que zero é normal.

Ressaltamos ainda que conforme mencionado em nosso aporte teórico, segundo Glaeser (1985, p. 51-52), Simon Stevin (1540–1620) chega a proclamar que não existem números absurdos, irracionais, irregulares, inexplicáveis ou surdos. Esse fato nos leva a refletir sobre a importância da aceitação dos números inteiros por nossos alunos.

Atividade 1 - Etapas de II a IV

Nestas etapas, no Quadro 2 a seguir, as duplas deveriam utilizar seus conhecimentos prévios para operar com os números inteiros a fim de introduzir as operações de adição e de subtração de forma implícita. Continuamos a utilizar o contexto relativo à medida de temperatura, uma vez que os mesmos demonstraram uma considerável compreensão dos números inteiros quando abordados dessa forma.

Pretendemos verificar qual o comportamento do aluno diante de situações em que, apesar da questão se referir a um aumento, fato que, a princípio, induz a uma adição, na qual o resultado apresentado seria maior do que as parcelas envolvidas, o resultado correto é um valor inferior a uma das parcelas ou inferior a ambas as parcelas.

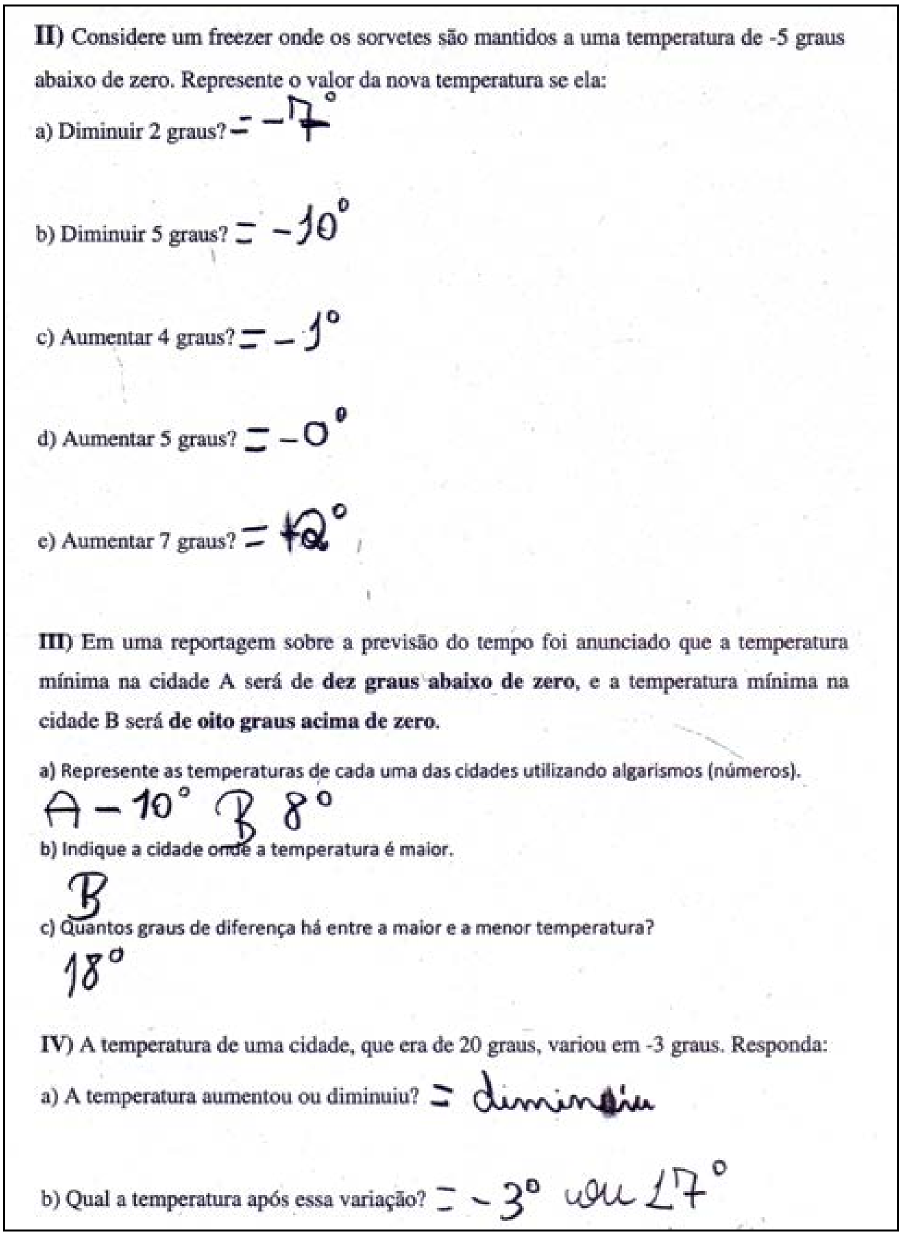
Análise da Atividade 1 - Etapas de II a IV

Na etapa **II** dessa atividade, verificamos que a **dupla A** resolveu e registrou os resultados corretamente. No entanto, percebemos que para o **item d** o registro apresentado é menos zero (-0) e, para o **item e** é mais dois (+2). Fica explícito que essa dupla está demonstrando uma preocupação especial e essencial em relação ao sinal que deve acompanhar o resultado em que chegaram e essa atenção é fundamental para que a compreensão desse objeto matemático possa ser desenvolvida. Vale ressaltar que, durante a realização dessa etapa, ao verificar o registro “-0”, o aluno foi questionado do porquê e sua resposta foi “porque um número menos zero é ele mesmo”. Percebemos que o aluno novamente mobiliza seu conhecimento prévio para justificar sua resposta.

Na etapa **III** a dupla respondeu o item **a** registrando os valores com seus respectivos sinais. No item **b**, comparou as duas temperaturas respondendo corretamente qual a maior e, por fim, calculou a diferença entre as duas temperaturas sem apresentar dificuldades.

A etapa **IV** dessa atividade também foi realizada com sucesso pela dupla, porém, no item **d** notamos que houve uma dificuldade em relação à interpretação do termo variação. Ao ler que a temperatura de uma cidade variou em -3 graus, os alunos ficaram na dúvida e registraram que tal variação também poderia representar o valor da nova temperatura na cidade, sendo assim, apresentaram dois registros.

Quadro 2 - Atividade 1 e etapas II, III e IV – Dupla A



II) Considere um freezer onde os sorvetes são mantidos a uma temperatura de -5 graus abaixo de zero. Represente o valor da nova temperatura se ela:

a) Diminuir 2 graus? = -7°

b) Diminuir 5 graus? = -10°

c) Aumentar 4 graus? = -1°

d) Aumentar 5 graus? = -0°

e) Aumentar 7 graus? = +2°

III) Em uma reportagem sobre a previsão do tempo foi anunciado que a temperatura mínima na cidade A será de **dez graus abaixo de zero**, e a temperatura mínima na cidade B será **de oito graus acima de zero**.

a) Represente as temperaturas de cada uma das cidades utilizando algarismos (números).

A -10° B 8°

b) Indique a cidade onde a temperatura é maior.

B

c) Quantos graus de diferença há entre a maior e a menor temperatura?

18°

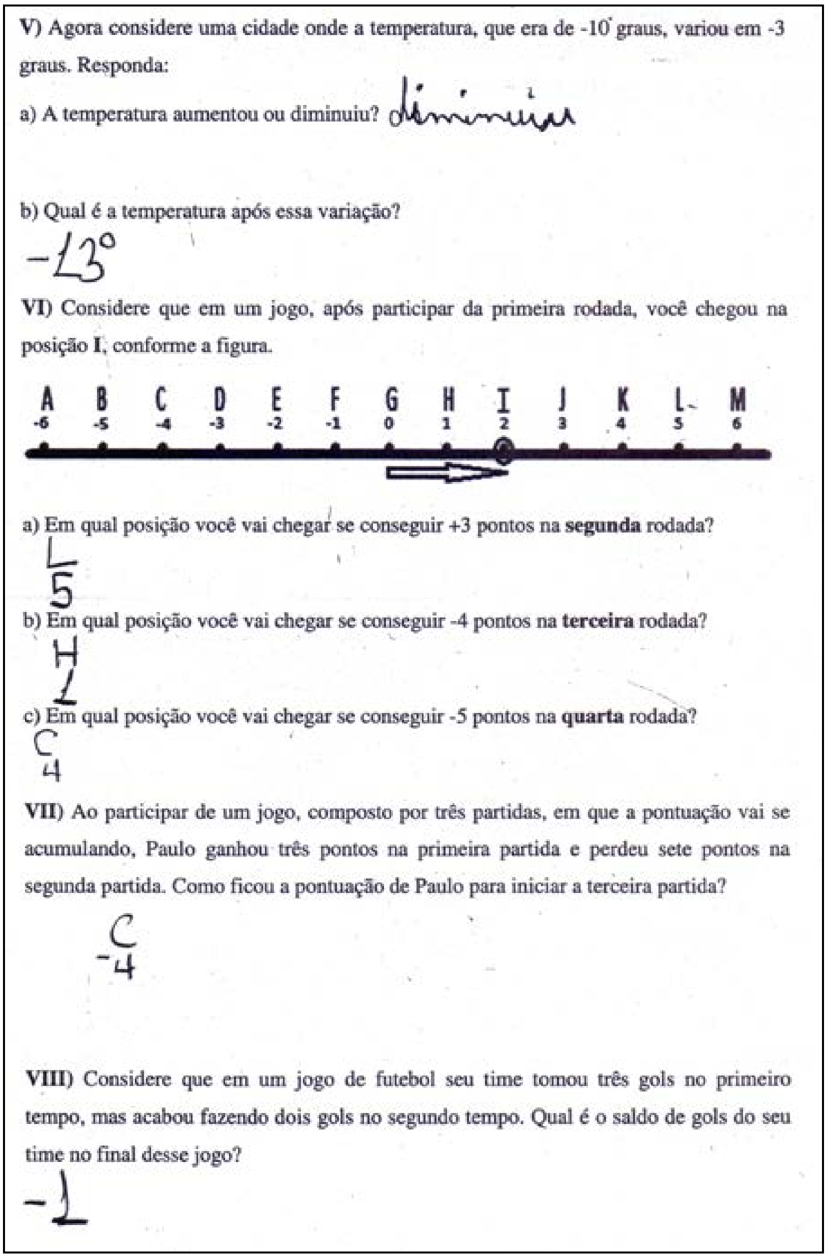
IV) A temperatura de uma cidade, que era de 20 graus, variou em -3 graus. Responda:

a) A temperatura aumentou ou diminuiu? = diminuiu

b) Qual a temperatura após essa variação? = -3° ou 17°

Percebemos que um contexto que possibilite aos alunos mobilizarem seus conhecimentos prévios, conforme Borba e Nunes (2004) constataram, é eficiente para que se façam conjecturas levando a uma compreensão de um novo objeto matemático.

Quadro 3 - Atividade 1 e etapas V, VI, VII e VIII – Dupla A



V) Agora considere uma cidade onde a temperatura, que era de -10 graus, variou em -3 graus. Responda:

a) A temperatura aumentou ou diminuiu? diminuiu

b) Qual é a temperatura após essa variação?

-13°

VI) Considere que em um jogo, após participar da primeira rodada, você chegou na posição **I**, conforme a figura.

a) Em qual posição você vai chegar se conseguir +3 pontos na **segunda** rodada?

L
5

b) Em qual posição você vai chegar se conseguir -4 pontos na **terceira** rodada?

H
1

c) Em qual posição você vai chegar se conseguir -5 pontos na **quarta** rodada?

C
4

VII) Ao participar de um jogo, composto por três partidas, em que a pontuação vai se acumulando, Paulo ganhou três pontos na primeira partida e perdeu sete pontos na segunda partida. Como ficou a pontuação de Paulo para iniciar a terceira partida?

C
-4

VIII) Considere que em um jogo de futebol seu time tomou três gols no primeiro tempo, mas acabou fazendo dois gols no segundo tempo. Qual é o saldo de gols do seu time no final desse jogo?

-1

Análise Atividade 1 - Etapas de V a VIII

Como pode ser observado no Quadro 3 acima, no desenvolvimento da etapa **V** dessa atividade, a **dupla A** demonstrou compreensão em relação à questão proposta. No diálogo dessa dupla prevaleceu a interpretação da situação para decidir qual operação seria realizada. Após concluir os itens **a** e **b**, um dizia ao outro: “você tem que ver que se a temperatura é de menos treze graus e vai variar em menos três, então vai ficar mais frio, então tem que somar”. Percebemos que nesse momento o aluno espontaneamente citou a regra de sinais utilizada para a soma de dois números negativos.

Para realizar a etapa **VI**, já demonstrando uma significativa compreensão dos números inteiros, a dupla utilizou-se da figura, deslizando o dedo sobre a reta e fazendo a contagem da direita para a esquerda quando os pontos obtidos eram negativos e da esquerda para a direita quando os pontos obtidos eram positivos.

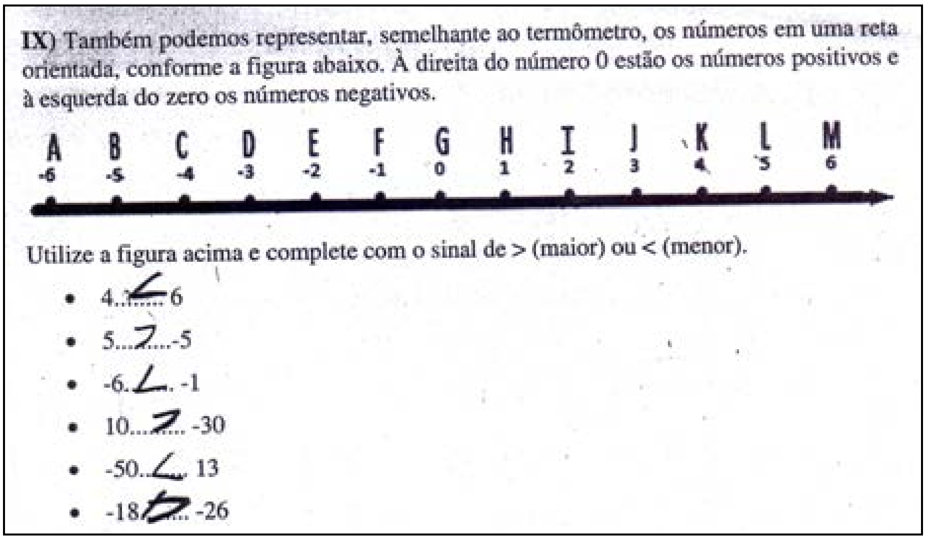
Ao realizar a etapa **VII** e **VIII**, a **dupla A** demonstrou que realmente compreendeu as situações em que está implícita a adição entre números inteiros, respondendo corretamente ambas as questões.

Notamos que a utilização de um contexto em que o aluno possa interagir com o objeto matemático favorece a compreensão do mesmo.

Análise Atividade 1 – Etapa IX

Como pode ser observado no Quadro 4 a seguir, a **dupla A** realizou essa atividade de forma precisa, não demonstrando dificuldades para abstrair e generalizar o conhecimento para aplicá-lo quando a visualização dos valores não era possível na figura. Percebemos que o desenvolvimento das etapas anteriores possibilitou uma compreensão satisfatória do objeto matemático, favorecendo a construção de um conhecimento: a comparação entre os números inteiros.

Quadro 4 - Atividade 1 e etapa IX – Dupla A



IX) Também podemos representar, semelhante ao termômetro, os números em uma reta orientada, conforme a figura abaixo. À direita do número 0 estão os números positivos e à esquerda do zero os números negativos.

Utilize a figura acima e complete com o sinal de > (maior) ou < (menor).

- 4..<....6
- 5...>....-5
- -6..<.. -1
- 10...>... -30
- -50..<.. 13
- -18..>... -26

Atividade 2 - Etapas de I a V - Adição de números inteiros.

O objetivo dessa atividade foi conduzir o aluno a fazer uma reflexão sobre a adição de números inteiros, verificando a necessidade de sua aplicação em situações diversas e percebendo que somar pode não significar, necessariamente, aumentar um valor.

Iniciamos essa atividade propondo nas etapas **I, II e III,** Quadro 5 e Quadro 6 a seguir, questões com o objetivo de resgatar os conhecimentos prévios dos alunos para interpretar situações e refletir sobre as possibilidades de registros sobre números inteiros. Também temos o objetivo de verificar se os alunos utilizam o termo “dívida” para se referir a um valor negativo.

Quadro 5 - Atividade 2 - Etapas I e II – Dupla A

Atividade 2. Adição de números inteiros.

I) Num determinado dia o saldo bancário de Marcos era de -2000 reais e o de Luiz era de -500 reais.

a) Qual deles estava com uma situação melhor junto ao banco? Por quê?

O Luiz, porque ele devia menos

b) Qual o saldo no banco dos dois juntos?

- 2500

c) Como vai ficar o saldo de Marcos se ele fizer um deposito de 2000 reais no banco?

Vai ficar 0 e sem dever nada

d) Como vai ficar o saldo de Marcos se ele fizer um deposito de 5000 reais no banco?

Vai ficar com R$ 3000

e) Como vai ficar o saldo de Luiz se ele fizer uma retirada de 600 reais do banco?

- 1100

II) Considere que em um jogo composto por **duas etapas**, cada jogador recebe uma pontuação inicial de 10 pontos e, a cada etapa, são acrescidos os pontos obtidos aos pontos iniciais para calcular a nova pontuação.

a) Qual a nova pontuação de um jogador que **tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa 7 pontos? 17 pontos

b) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -7 pontos?

3 pontos

c) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -10 pontos? 0 pontos

d) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -12 pontos?

-2 pontos

e) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -12 pontos e em seguida obtém na segunda etapa -4 pontos?

- 6 pontos

Na etapa **II** procuramos desenvolver uma sequência semelhante à anterior com o intuito de verificar se realmente os alunos demonstram uma compreensão em relação à adição de números inteiros, identificando assim qual o alcance de seus conhecimentos prévios para lidar com esse objeto matemático.

Os problemas propostos procuraram dar ênfase ao termo adicionar, utilizando-se de situações em que os resultados decrescem, tendendo a zero e, por fim, resultando em um valor negativo. Esperamos que os alunos reflitam sobre o problema e registrem as operações, percebendo a importância e a necessidade dos números inteiros para responder as questões propostas.

Acreditamos que as duplas refletiram sobre a possibilidade de somar dois ou mais números negativos ou somar números positivos com números negativos, discutindo e apresentando os resultados.

Análise Atividade 2 - Etapas de I a II

Na etapa **I** dessa atividade, a **dupla A** compreendeu bem ao definir quem estava com uma situação melhor junto ao banco no item **a**. Percebemos que a resposta dada remete à análise da atividade anterior, em que a mesma demonstrou ter compreendido a disposição dos números em ordem crescente. Ressaltamos também que a dupla~~,~~ utilizou o termo “deve” para justificar sua resposta.

No item **b** a dupla respondeu corretamente a questão e o registro apresentado é acompanhado pelo sinal de menos, indicando que o saldo permaneceu negativo. Com o mesmo sucesso, a dupla respondeu corretamente os itens **c, d** e **e,** demonstrando ótima compreensão do enunciado e operando de forma adequada com os números inteiros. Verificamos que no item **c** a dupla voltou a utilizar o termo “deve” para justificar a sua resposta, porém, no item **b**, apenas anotou o resultado com seu respectivo sinal.

No desenvolvimento da etapa **II** dessa atividade, a **dupla A** demonstrou que realmente compreendeu a adição de números inteiros, respondendo todas as questões e registrando corretamente o resultado. Observamos que em nossa revisão de literatura a adição com os números inteiros é identificada como a operação em que os alunos apresentam menos dificuldade. O comportamento dessa dupla nos revela que adicionar números inteiros é um desafio ao alcance daqueles que ainda não tiveram um contato formal com esse objeto matemático. Salientamos que a dupla começou a perceber, de acordo com os PCN’s (1998, p. 98), a lógica dos números negativos, na qual é possível adicionar dois números e obter como resultado um valor menor do que as parcelas adicionadas.

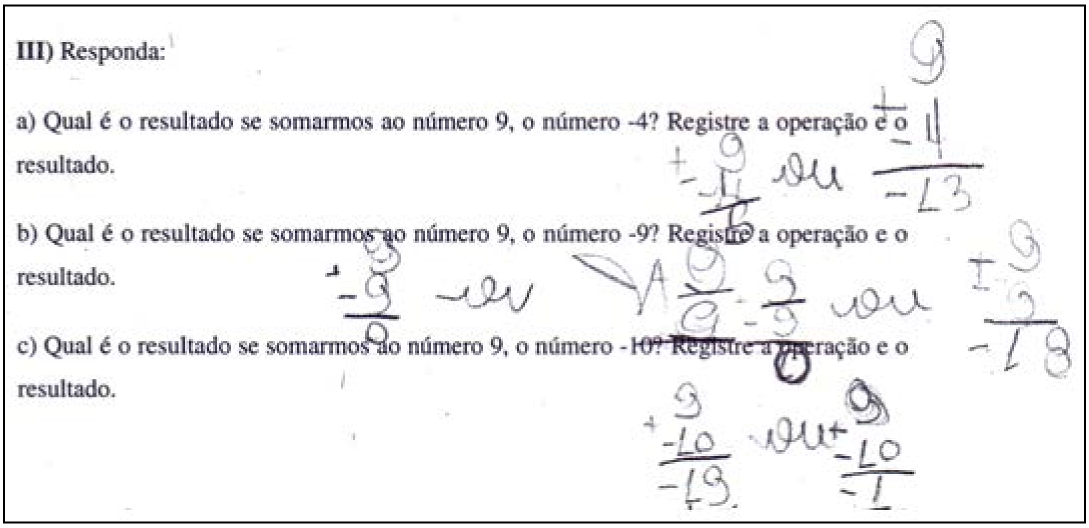
Em seguida, perguntamos se já haviam feito operações parecidas e, de imediato, os alunos responderam “não, mas é fácil”.

Apesar de estarmos analisando as primeiras atividades e elas tratarem da operação com números inteiros, a fala dos alunos volta a nos indicar que obstáculos relacionados à rejeição desse objeto matemático podem estar superados.

Análise Atividade 2 - Etapa III

Na etapa **III**, Quadro 6 a seguir, mais uma vez a **dupla A** demonstrou compreensão satisfatória em relação à adição de números inteiros. Verificamos que nessa etapa encontramos nos registros não só os resultados como também a forma como os alunos estruturaram as operações efetuadas para responder as questões.

Quadro 6- Atividade 2 - Etapa III – Dupla A



III) Responda:

a) Qual é o resultado se somarmos ao número 9, o número -4? Registre a operação e o resultado.

b) Qual é o resultado se somarmos ao número 9, o número -9? Registre a operação e o resultado.

c) Qual é o resultado se somarmos ao número 9, o número -10? Registre a operação e o resultado.

Para todos os itens dessa etapa, a dupla apresentou os dois resultados que julgou possível, organizando as operações que precisou efetuar com os números inteiros, dando o mesmo tratamento utilizado para os números naturais. No entanto, no registro da organização das operações em que aparecem os sinais de negativo e de positivo, o que poderia gerar uma confusão fez com que houvesse duas interpretações bem definidas.

A dupla, no item **a**, adicionou ao número nove, indicado por +9, o número menos quatro, indicado por -4, e concluiu corretamente que o resultado seria 5. Em seguida, a dupla organizou a operação da mesma forma e, preocupada com a presença do número negativo, efetuou outra operação em que a soma dos dois valores apresenta como resultado o número -13.

Percebemos que ao apresentar -13 como resposta, os alunos explicitam a importância do contexto para a compreensão do objeto matemático. Quando foi solicitada a mesma compreensão utilizando os saldos bancários, não houve dúvidas para responder as questões.

A resposta apresentada para o item **c** indica que a dupla apresenta uma compreensão satisfatória para realizar a adição de números inteiros, porém, a mesma dúvida, que inferimos estar relacionada ao contexto persiste, levando os alunos a somar os números e registrar uma resposta equivocada.

Atividade 2 – Etapas IV

Passamos agora para a etapa **IV** dessa atividade, Quadro 7 a seguir, em que acreditamos que a visualização dos registros e dos resultados, obtidos a partir da utilização do *applet*, permitirá que os alunos façam conjecturas sobre o que é observado, tirando suas conclusões e fazendo novas anotações para as etapas anteriores, se julgarem necessário.

Salientamos que, ao serem comunicados que as atividades seriam desenvolvidas com o auxílio do computador, os alunos demonstraram-se entusiasmados e ansiosos. Segundo PCN (1998, p.138-139), é importante que a escola integre a tecnologia ao seu cotidiano, usufruindo da atratividade da mesma e desenvolvendo nos alunos habilidades para utilizá-las.

Quadro 7 - Atividade 2 - Etapa IV – Dupla A

IV) Utilize o objeto de aprendizagem para realizar as adições de números inteiros e responda as questões.

Instrução: Abrir o arquivo "Adição_inteiros" e movimentar os seletores para explorar as possibilidades, visualizando os resultados e refletindo sobre os mesmos.

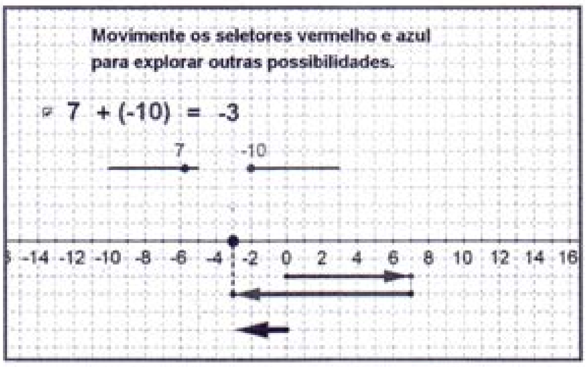
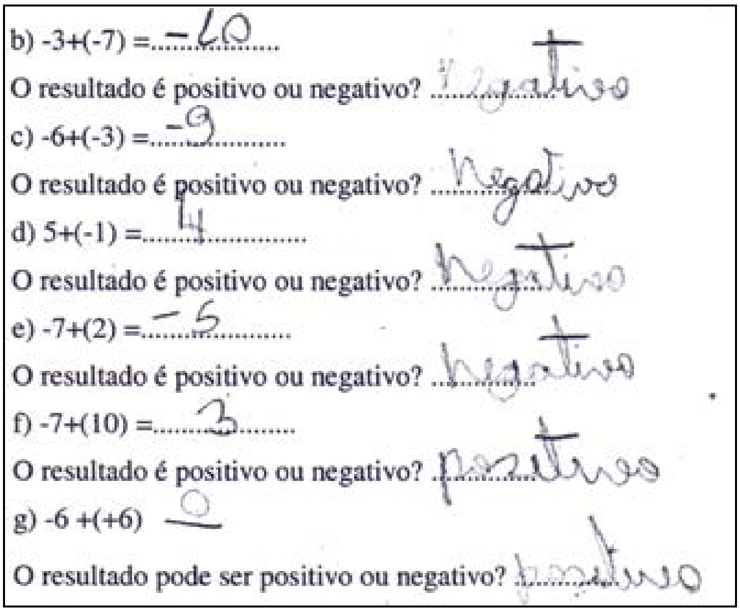


Figura 1- Adição de Números Inteiros

a) 5+(2) = 7

O resultado é positivo ou negativo? Positivo


b) -3+(-7) = -10
O resultado é positivo ou negativo? negativo
c) -6+(-3) = -9
O resultado é positivo ou negativo? negativo
d) 5+(-1) = 4
O resultado é positivo ou negativo? negativo
e) -7+(2) = -5
O resultado é positivo ou negativo? negativo
f) -7+(10) = 3
O resultado é positivo ou negativo? positivo
g) -6 +(+6) 0
O resultado pode ser positivo ou negativo? positivo

Análise Atividade 2 – Etapa IV

Após uma breve explicação sobre a possibilidade de movimentar os seletores para obter os valores referentes às operações em questão, os alunos passaram a manipular os *applets* sem apresentar dificuldades e perceberam que a partir do movimento dos seletores eles obteriam os valores, positivos ou negativos, a serem utilizados na operação e, assim, responderam todas as perguntas.

Salientamos que, conforme Machado e Banchini (2013, p. 92-93) escreveram, a visualização permite construir representações mentais e esse ato está relacionado com artefatos externos.

No desenvolvimento dessa etapa, a **dupla A** denominou o *applet* como uma "calculadora para número negativo" e o utilizou para responder as questões. Durante a realização dessa atividade, após utilizar o *applet* para responder os itens **a** e **b**, a dupla argumentou: "vamos primeiro fazer e depois conferir", sendo assim, responderam os demais itens e logo passaram a verificar se as respostas estavam certas.

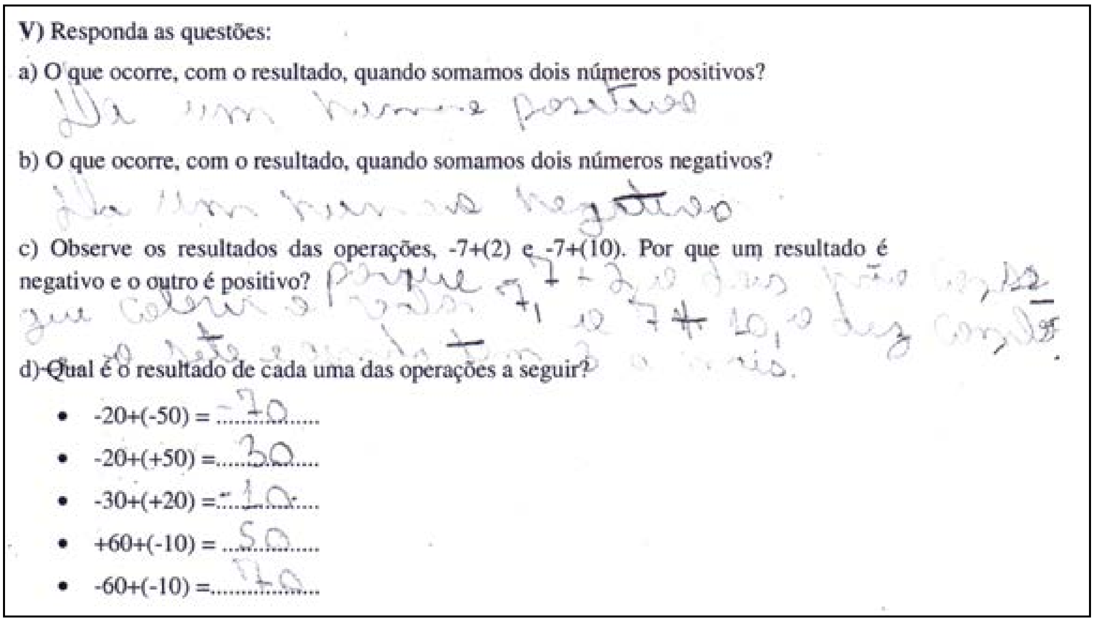
Ressaltamos que os alunos responderam que o zero é um número positivo e, ao visualizar o resultado no *applet*, um colega afirmou para o outro: "se não tem sinal de menos é positivo".

Análise Atividade 2 – Etapa V

Para a realização dessa atividade, Quadro 8 a seguir, percebemos que os alunos, já familiarizados com o *applet*, optaram por manipular os seletores utilizando, aleatoriamente, números positivos e negativos para visualizar as respostas.

A **dupla A** respondeu os itens **a** e **b** corretamente e percebemos, no desenvolvimento dos itens posteriores, que houve uma compreensão em relação à adição de números inteiros ao verificarmos o item **c**.

Quadro 8- Atividade 2 - Etapa V – Dupla A


V) Responda as questões:

a) O que ocorre, com o resultado, quando somamos dois números positivos?
Da um numero positivo

b) O que ocorre, com o resultado, quando somamos dois números negativos?
Da um numero negativo

c) Observe os resultados das operações, -7+(2) e -7+(10). Por que um resultado é negativo e o outro é positivo? Porque -7+2 o dois não consegue cobrir o valor 7, e -7+10, o dez cobre o sete e ainda tem 3 a mais.

d) Qual é o resultado de cada uma das operações a seguir?

- -20+(-50) = -70
- -20+(+50) = 30
- -30+(+20) = -10
- +60+(-10) = 50
- -60+(-10) = 70

Ao analisarmos o registro da reposta no item **c**, fica evidente que os alunos utilizaram seus conhecimentos prévios para argumentar e validar suas conclusões. No registro realizado nesse item, podemos verificar que os alunos responderam: “porque em -7+2 o dois não consegue cobrir o valor 7, e -7+10, o dez cobre o sete e ainda tem 3 a mais”. Assim, a dupla demonstrou uma compreensão dos números inteiros e suas operações, redigindo um argumento para validar sua conclusão. Percebemos que os alunos foram capazes de estabelecer uma “regra” a partir dos conhecimentos prévios e interpretaram a situação utilizando uma analogia em que é verificado se o número positivo é capaz ou não de “cobrir” o número negativo.

No item **d** desse protocolo, percebemos que os alunos foram capazes de abstrair o conhecimento referente à adição de números inteiros para responder as questões corretamente, com exceção da última em que faltou o sinal. Vale ressaltar que o *applet* foi configurado de modo que os valores máximos que poderiam ser selecionados eram 10 ou -10, sendo assim, a dupla precisou apresentar uma compreensão em relação à adição de números inteiros para registrar corretamente suas respostas. No entanto, verificamos que para a operação -60+(-10) a resposta dada não está correta, mas a julgar pelos registros anteriores, acreditamos que deve ter ocorrido uma falta de atenção.

Atividade 2 – Etapa VI - Retomando as atividades após a utilização do *applet*

O objetivo dessa atividade, Quadro 9 e Quadro 10 a seguir, foi verificar se a utilização do *applet* influenciou nas respostas registradas pelos alunos.

Quadro 9 - Atividade 2 - Etapa VI – Dupla A

Atividade 2. Adição de números inteiros.

I) Num determinado dia o saldo bancário de Marcos era de -2000 reais e o de Luiz era de -500 reais.

a) Qual deles estava com uma situação melhor junto ao banco? Por quê?

Luiz

b) Qual o saldo no banco dos dois juntos?

- 2500

c) Como vai ficar o saldo de Marcos se ele fizer um deposito de 2000 reais no banco?

$0

d) Como vai ficar o saldo de Marcos se ele fizer um deposito de 5000 reais no banco?

R$ 3000

e) Como vai ficar o saldo de Luiz se ele fizer uma retirada de 600 reais do banco?

R$ 1100

II) Considere que em um jogo composto por **duas etapas**, cada jogador recebe uma pontuação inicial de 10 pontos e, a cada etapa, são acrescidos os pontos obtidos aos pontos iniciais para calcular a nova pontuação.

a) Qual a nova pontuação de um jogador que **tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa 7 pontos? 17

b) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -7 pontos? 3 pontos

c) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -10 pontos? 0 pontos

d) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -12 pontos? – 2 pontos

e) Qual a nova pontuação de um jogador que **não tem** uma boa atuação e obtém na primeira etapa -12 pontos e em seguida obtém na segunda etapa -4 pontos?

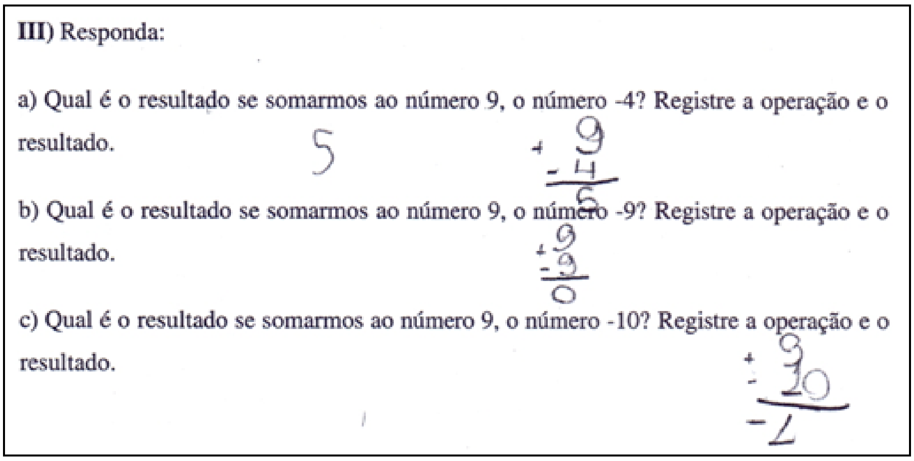
–6 pontos

Após a utilização do *applet*, os alunos poderiam ter compreendido a importância do registro correto, fazendo novas conjecturas para as questões que já haviam respondido e, assim, nos fornecer elementos para inferirmos em que medida a utilização desse recurso pode favorecer a compreensão dos números inteiros e suas operações.

Análise Atividade 2 – Etapa VI

Ao serem comunicados que iriam receber novamente algumas etapas de atividades que já haviam sido realizadas, a **dupla A** mostrou-se incomodada. Acreditamos que o fato de estarem convictos de que haviam respondido tudo corretamente causou essa indignação. Observamos que, ao finalizar esta atividade, houve um equívoco em **e** do item **I**, em que a dupla deixou de anotar o sinal do resultado encontrado.

Quadro 10 - Atividade 2 - Etapa VI – Dupla A


III) Responda:

a) Qual é o resultado se somarmos ao número 9, o número -4? Registre a operação e o resultado. 5 + 9 - 4 5

b) Qual é o resultado se somarmos ao número 9, o número -9? Registre a operação e o resultado. + 9 - 9 0

c) Qual é o resultado se somarmos ao número 9, o número -10? Registre a operação e o resultado. + 9 - 10 -1

Percebemos que a **dupla A**, ao retomar o item **III**, compreendeu a questão em que anteriormente havia registrado duas possíveis respostas. Verificamos que após a utilização do *applet* para auxiliar na resolução dos problemas propostos, os alunos puderam fazer novas conjecturas e definir uma única resposta para cada um dos três itens.

Acreditamos que a visualização dos registros, apresentados com a utilização do *applet*, foi de suma importância para que os alunos respondessem corretamente as questões, porém, percebemos que os registros elaborados para resolver cada situação não são apresentados com a utilização de parênteses e dispostos na posição horizontal, conforme aparecem no *applet*.

Esse fato evidencia a importância que devemos dar para os conhecimentos prévios dos alunos, pois o registro das operações na posição horizontal, comumente utilizado, não foi assimilado, nem reproduzido pelos alunos. Acreditamos que uma intervenção em que seja solicitado, explicitamente, que eles organizem as operações, conforme visualizem, pode favorecer a compreensão desses registros.

Considerações Finais

O desenvolvimento dessa pesquisa foi motivado pelas dificuldades verificadas no ensino e aprendizagem dos números inteiros e suas operações. Em nossa revisão de literatura, percebemos que a inquietação sobre a compreensão desse objeto matemático mobilizou estudiosos que desenvolveram diversas pesquisas, entre as quais, destacamos aquelas em que são propostas estratégias para abordar esse tema.

Ciente disso, elaboramos uma sequência de atividades com o intuito de identificar a compreensão que os alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental II, que não tiveram contato formal com esse objeto matemático, são capazes de uma compreensão sobre o mesmo, por meio de atividades propostas e com o auxílio de tecnologia.

Na sequência de atividades foram explorados recursos visuais, situações-problema e questões objetivas. Com o intuito de fazer emergir os conhecimentos prévios dos alunos, a sequência de atividades procurou enfatizar o objeto matemático a partir de situações concretas, levando o aluno a abstrair e generalizar o conhecimento construído.

Durante a realização das atividades, identificamos nos registros e nos diálogos dos alunos situações que nos permitiram inferir sobre as singularidades referentes à compreensão que os mesmos podem desenvolver sobre os números inteiros e suas operações.

Em relação à primeira atividade, observamos que os alunos se mostraram receptivos com a presença dos números inteiros no contexto utilizado. As dificuldades que matemáticos de antigamente enfrentaram, em relação à rejeição desse objeto matemático, não se manifestaram. Nessa atividade também identificamos que, apesar da aceitação dos números inteiros, alguns alunos não se atentaram para a importância do registro do sinal de menos para se referir a valores inferiores a zero.

Verificamos que essa atitude resultou em momentos alternados de compreensão das questões. Acreditamos que trabalhar a importância do registro formal seja fundamental para não comprometer a compreensão das operações com números inteiros.

Costa (1981) argumenta sobre os sinais **+** e **–**, que qualificam os números positivos e negativos, e observa que, a rigor, esses sinais deveriam se distinguir dos sinais operatórios.

No entanto, no desdobramento das atividades propostas concluímos que, paulatinamente e de forma autônoma, os alunos passaram a considerar a necessidade de um registro diferenciado para os números inteiros, passando a desenvolver uma compreensão satisfatória.

Ressaltamos que uma das duplas desenvolveu as cinco atividades demonstrando ótima compreensão dos números inteiros em contextos diversos. A partir da interpretação dos contextos, a dupla mobilizava seus conhecimentos prévios fazendo prevalecer suas conjecturas sem apegar-se às operações que poderiam estar sugeridas pelos termos "diminuir" ou "aumentar".

Percebemos que os alunos, ao iniciarem as atividades em que deveriam utilizar os *applets*, ficaram entusiasmados. Após a realização das atividades, as duplas fizeram novas conjecturas e registraram, para algumas questões, respostas diferentes e corretas. Esse fato nos permitiu inferir que a familiaridade que os alunos possuem com esse aparato tecnológico favorece a aproximação e a interação com o objeto matemático.

Sendo assim, em reposta às nossas questões de pesquisa, constatamos que a partir da mobilização dos conhecimentos prévios, os alunos são capazes de desenvolver uma compreensão relevante dos números inteiros e suas operações. Verificamos também que, com o auxílio da tecnologia, foi possível proporcionar ao aluno uma interação com o objeto matemático, possibilitando uma reflexão para que fossem feitas novas conjecturas sobre as questões propostas.

Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Curitiba, Ed. UFPR, p.167-185, 2007.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; NUNES, Terezinha. Como significados, propriedades invariantes e representações simbólicas influenciam a compreensão do conceito de número inteiro relativo. **Educ. Mat. Pesquisa,** São Paulo, v. 6, n. 1, p.73-100, abr. 2004.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, p. 148, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, p. 142, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias /Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, p. 135, 2006.

COSTA, Manoel Amoroso. **As Ideias Fundamentais da Matemática e outros Ensaios.** São Paulo: Editora Convívio, Editora da universidade de São Paulo, EDUSP, (1981)

GLAESER, Georges. **Epistemologia dos números relativos**, Boletim, GEPEM, 1985, 17:29 – 124 (tradução: Lauro Tinoco da publicação original, 1981).

MACHADO, Maurício de Souza. **Estratégias pedagógicas com o uso de Tecnologias de informação e comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas "regras de sinais".** 2010. 137 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara; BIANCHINI, Barbara Lutaif. Aportes dos processos do Pensamento Matemático Avançado para a reflexão do professor sobre sua “forma” de pensar a Matemática. **Educ. Mat. Pesquisa,** São Paulo, v. 15, n. 3, p.590-605, dez. 2013. Quadrimestral.

NETO, Francisco Tavares da Rocha. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental**. 81 f. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, 2010.