

# A ESTATÍSTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DE ENSINO MÉDIO

## STATISTICS IN BRAZILIAN'S HIGH SCHOOL BOOKS

Cileda de Queiroz e Silva Coutinho<sup>1</sup>  
Gabriela Spina<sup>2</sup>

### Resumo:

*Este artigo discute os resultados de uma pesquisa de Iniciação Científica<sup>3</sup> sobre a abordagem feita pelos livros didáticos de matemática quanto às noções estatísticas. O objetivo foi identificar elementos para o desenvolvimento do letramento estatístico nos alunos do Ensino Médio, por meio do estudo da organização praxeológica presente em uma coleção. Ao aprofundarmos nossa análise sobre a seleção e abordagem dos conteúdos, percebemos algumas lacunas que não ajudam no desenvolvimento do letramento estatístico. Inferimos que a coleção analisada permite ao aluno atingir apenas o nível cultural de letramento estatístico.*

**Palavras-chave:** Educação estatística. Letramento estatístico

### Abstract:

*This article discusses the results of an undergraduate research on the approach adopted by mathematics textbooks about statistics notions. The objective was to recognize elements for the development of statistical literacy with high school students through the study of praxeological organization present in a collection. While deepen our analysis of the selection and content approach, we recognized some gaps that puzzles the development of statistical literacy. We concluded that the analyzed collection allows students only to fulfill a basic level of statistical literacy.*

**Key words:** Statistics Education; Statistics Literacy

---

<sup>1</sup> Professora do Departamento de Matemática da PUC/SP

<sup>2</sup> Licenciada em Matemática pela PUC/SP

<sup>3</sup> Pesquisa de Iniciação Científica intitulada **Um estudo da abordagem feita pelos livros didáticos de matemática quanto às noções estatísticas**, concluída no ano 2014, financiada pelo PIBIC-CEPE da PUC-SP, premiada como melhor trabalho de matemática no Congresso Anual 23º Encontro de Iniciação Científica da PUC-SP.

## **Introdução**

A pesquisa no campo da Educação Estatística tornou-se, nos últimos anos, mais representativa no conjunto dos trabalhos feitos na área de Educação Matemática devido à sua inserção no currículo de vários países (incluindo Brasil) e também à crescente conscientização de sua importância na construção de um conjunto de ferramentas para a análise crítica de mundo.

Neste contexto, os resultados observados nas pesquisas nessa área apontam para a necessidade de um profundo conhecimento do estado atual do ensino dos conteúdos relativos à Estatística Descritiva, à Probabilidade, à Combinatória e à Educação Financeira. O projeto desenvolvido pelo grupo de pesquisa PEA-MAT, do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP, intitulado *Educação estatística e educação financeira na escola básica*, é organizado em várias etapas, uma das quais abarca a pesquisa. *Um estudo da abordagem feita pelos livros didáticos de matemática quanto às noções estatísticas*, a qual trataremos neste artigo.

O objetivo da pesquisa foi analisar a abordagem feita pelos autores de livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Médio e aprovados pelo PNLD 2012. Tal análise foi feita tanto pelo estudo dos sumários e resenhas apresentadas no Guia do PNLD 2012 (BRASIL, 2012), como pela análise de uma das coleções ali indicadas. A limitação ao Ensino Médio justifica-se por serem terminais na escolaridade básica e que culminam na avaliação do Exame Nacional do Ensino Médio.

As seguintes questões orientaram este estudo: *Quais as principais características observadas na abordagem dos conteúdos referentes à Estatística Descritiva nos livros didáticos de Matemática destinados ao Ensino Médio? Tal abordagem permite o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos?*

A preocupação do professor deve ser a de identificar, no livro didático, a presença de elementos que permitam o desenvolvimento potencial do letramento estatístico nos alunos do Ensino Médio, usuários deste livro. Caso ele não seja responsável pela escolha do livro que utiliza, pode complementar o conteúdo quando perceber que o livro não é satisfatório do ponto de vista do letramento estatístico.

## Referencial Teórico

A análise da coleção escolhida para este estudo teve como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), particularmente a noção de organização praxeológica proposta por Chevallard (1995, 1999) e o letramento estatístico proposto por Gal (2002). A Figura 1 sintetiza o referencial teórico utilizado.

**Figura 1. Referencial teórico**



Fonte: as autoras

De acordo com Chevallard (1999), a TAD estuda o homem perante o saber matemático e, mais especificamente, perante situações matemáticas. Um motivo para utilização do termo “antropológica” é que essa teoria situa a atividade Matemática e, em consequência, o estudo da Matemática, dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Conforme seu postulado base, toda atividade humana regularmente realizada pode ser descrita com um modelo único que se resume aqui na palavra praxeologia.

Uma organização praxeológica, de acordo com este autor, se compõe de (tipos de) tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Assim, podemos entender a técnica (meios que nos levam a execução de uma ação) como a realização de uma tarefa (ação demandada) expressa por um verbo e justificada por uma tecnologia (propriedades e definições que explicam esses meios), que por sua vez, é justificada por uma teoria (campo no qual essas propriedades e definições estão inseridas).

Chevallard (1999) denomina como bloco “prático-técnico” quando se tem uma tarefa e uma ou mais técnicas a ela associadas; esse bloco se constitui como um SABER-FAZER. Ao bloco composto pela tecnologia e teoria, ele denomina “teórico-tecnológico”, habitualmente identificado como um SABER.

Buscamos assim identificar a organização praxeológica presente na coleção escolhida no que se refere à abordagem da Estatística.

Gal (2002) entende que o letramento estatístico é a habilidade para interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas e os argumentos baseados nos dados que aparecem nas diversas mídias, além de ser a habilidade de discutir opiniões referentes a esse tipo de informação estatística. Shamos (1995, apud GAL, 2002) propõe um modelo para letramento estatístico baseado em uma estrutura composta por três níveis hierárquicos, adotado por Gal (2002) e que assumimos em nossa pesquisa:

- **Nível cultural:** refere-se às pessoas cuja mobilização de conhecimentos estatísticos limita-se ao uso de termos básicos utilizados no cotidiano pela mídia para comunicação de temas científicos. A pessoa que se encontra nesse nível de letramento deve ser capaz de reconhecer informações contidas nos dados representados em tabelas e/ou gráficos disponíveis nos meios de comunicação.

- **Nível funcional:** além do uso de termos do cotidiano, o sujeito deve também ser capaz de conversar, ler e escrever informações utilizando termos científicos coerentes. Nesse nível, é necessário que a pessoa consiga fazer conexões entre as áreas do conhecimento para que possa desenvolver algumas habilidades específicas, como interpretar, criticar e avaliar a informação estatística para, então, discutir e comunicar suas reações perante tal informação.

- **Nível científico:** exige do sujeito a capacidade de lidar com conhecimentos científicos de forma integrada com a compreensão dos processos científicos e investigativos. Nesse nível, as pessoas possuem autonomia e segurança nas suas escolhas, sejam elas entre métodos escolhidos ou na capacidade de análise dos dados entre os vários modelos de representação, verificando a variabilidade existente.

Dessa forma, buscamos analisar se as organizações praxeológicas identificadas na coleção permitem/favorecem o desenvolvimento do letramento estatístico segundo o modelo proposto por Gal (2002).

Na sequência do texto, apresentaremos a sequência da análise realizada. Iniciamos pelo estudo do Guia de Livros Didáticos relativo ao PNLD2012, para em seguida apresentarmos dois exemplos de organização identificada.

### **Guia PNLD**

Conforme salienta Coutinho (2013), analisar livros escolares permite identificar condições didáticas para o desenvolvimento do letramento estatístico por alunos para os quais os livros se destinam. É um primeiro passo na direção do estudo aprofundado das condições necessárias para que o aluno atinja um nível de letramento pelo menos funcional ao final do ensino médio, de forma que possa aplicar o aprendizado na resolução de problemas. Logicamente, a presença da estatística nas mais diversas áreas profissionais exigirá um aprofundamento dos conhecimentos construídos e, por consequência, exigirá que se caminhe na direção do letramento pleno, científico.

Além disso, como lembra Silva (2007), a inserção de conteúdos estatísticos na disciplina Matemática no ensino médio no Brasil foi sugerida em 2002 e, portanto, é necessário letrar estatisticamente os professores de matemática, responsáveis pelo letramento estatístico de seus alunos.

Consideramos que o Guia de Livros Didáticos, publicado pelo Ministério da Educação (MEC), é uma ferramenta essencial para o trabalho pedagógico dos professores na escolha do texto didático que melhor os apoiarão na tarefa de formação de seus alunos do ensino médio. A avaliação das coleções é feita por docentes de diversas instituições educacionais do país, todos com experiência nas questões de ensino e aprendizagem da matemática escolar em diferentes níveis de ensino. Após a avaliação, o MEC publica o Guia com as resenhas das coleções aprovadas e o encaminha às escolas, para que elas escolham os títulos que melhor atendem ao seu projeto político-pedagógico. O Guia faz parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que distribui gratuitamente as coleções aprovadas e escolhidas pelas escolas para os alunos da educação básica.

O livro didático apresenta o resultado da transposição do saber sábio para o saber escolar (CHEVALLARD, 1991), ou seja, tem a função de traduzir a produção científica na área para uma linguagem adequada ao nível de compreensão do seu público-alvo, de forma clara e coerente. Segundo Lajolo (1996), muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, o livro didático pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades

escolares. Ainda segundo a autora, sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando de forma decisiva o que se ensina e como será esse processo. Deste fato decorre a relevância do Guia de Livros Didáticos como facilitador desta escolha.

Em 2012, na terceira edição do Guia do PNLD de Matemática para o Ensino Médio, foram aprovadas sete coleções dentre todas as inscritas no programa. O Guia apresenta, inicialmente, as características gerais das coleções aprovadas, no que se refere aos conteúdos: seleção, distribuição ao longo dos capítulos e dos volumes, articulação entre conteúdos matemáticos, sistematização, análise de cada campo da matemática que compõe a coleção, metodologia de ensino e aprendizagem, contextualização e manual do professor. Em seguida, apresenta os princípios e critérios de avaliação. Na sequência, traz as resenhas de cada uma das coleções aprovadas, iniciando com uma visão geral e descrição da coleção para, em seguida, realizar a análise: abordagem dos conteúdos, metodologia de ensino e aprendizagem, contextualização, linguagem e aspectos editoriais, e manual do professor. Por fim, na seção “Em Sala de Aula”, são passadas algumas recomendações para que o professor faça um melhor aproveitamento da obra.

As coleções aprovadas estão listadas abaixo:

Coleção 1 - Conexões com a Matemática, de Juliane Matsubara Barroso

Coleção 2 - Matemática Contexto & Aplicações, de Luiz Roberto Dante

Coleção 3 - Matemática Paiva, de Manoel Paiva

Coleção 4 - Matemática Ciência e Aplicações, de Gelson Iezzi...[et al]

Coleção 5 - Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia, de Jackson Ribeiro

Coleção 6 - Matemática Ensino Médio, de Maria Ignez Diniz e Kátia Stocco

Coleção 7 - Novo Olhar Matemática, de Joamir Souza

Para exemplificar, destacamos resumidamente alguns dos pontos considerados na análise qualitativa geral do conteúdo de estatística presente nas sete coleções aprovadas:

- 1) Diversos estudos na área educacional propõem abordagens para a formação estatística dos alunos com atividades que exigem um maior envolvimento deles no planejamento de pesquisas, construção de questões, definição adequada de população e amostra para cada tipo de pesquisa, coleta e organização de dados, distribuições de frequência, medidas de tendência central e de dispersão. No entanto, em apenas uma das coleções

aprovadas são discutidas de maneira satisfatória as etapas de planejamento de uma pesquisa estatística.

- 2) Gráficos e tabelas estão presentes em todas as coleções aprovadas, em menor ou maior grau, em textos distribuídos ao longo dos capítulos. Em contrapartida, são poucas as coleções que exploram aspectos importantes da estatística, associados à análise dos gráficos.
- 3) São, ainda, raras as atividades que incentivem a análise crítica de uma representação usada na mídia ou em uma divulgação científica de pesquisas. Não se propõe comparações com outras formas de representação nem tampouco se reflete se há indução a interpretações equivocadas. Ao contrário, incluem-se gráficos e tabelas com inadequações.
- 4) Os recursos computacionais, como planilhas eletrônicas, calculadoras simples ou científicas, também permanecem pouco explorados nas coleções aprovadas. Em apenas uma delas esse trabalho é efetivamente valorizado.
- 5) No que se refere às variáveis quantitativas, um dos conceitos considerados fundamentais na estatística é o de variabilidade, e a medida mais simples para introduzir o conceito é a amplitude, raramente mencionada nas obras. Mesmo no estudo da variância, do desvio padrão ou do desvio médio absoluto, a interpretação associada ao conceito de variabilidade não é valorizada. Assim, esse estudo costuma ser reduzido a técnicas operatórias, com pouca discussão de seus significados para a compreensão dos dados.

A coleção analisada em nossa pesquisa foi “Matemática, Ciência e Aplicações”, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida, da Editora Saraiva. Segundo dados do FNDE (Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação), esta coleção foi a mais comprada pelo governo federal e, portanto, a mais utilizada nas escolas, entre as coleções aprovadas na edição de 2012 do PNLD.

Segundo o Guia, nesta coleção, os campos da matemática não se distribuem de maneira equilibrada nos três volumes: há concentração de funções no primeiro livro, de geometria no segundo, e de geometria analítica no terceiro. Também se observa que alguns tópicos recebem excessiva atenção, como a trigonometria, que ocupa 72 páginas do volume 2.

Em relação ao bloco Tratamento da Informação, a resenha do Guia PNLD (2012) destaca a respeito desta:

Na estatística, os conteúdos são desenvolvidos de forma contextualizada, o que contribui para a aprendizagem. No entanto, sente-se falta de um trabalho mais investigativo e crítico em relação a resultados de pesquisa e de medidas estatísticas. As abordagens da probabilidade da interseção de eventos e do conceito de independência, nas quais é usado o conceito de probabilidade condicional, são apropriadas. Notam-se imprecisões, como na definição e representação de espaço amostral. (BRASIL, 2012, p.80)

A estatística é abordada em um único capítulo de um único volume (volume 3). Ao todo, são 37 páginas destinadas a esse tema de um total de 272 páginas deste volume.

### **Análise da Coleção**

A coleção “Matemática – Ciência e Aplicações” está organizada em três volumes, um para cada ano do Ensino Médio. O eixo Análise de Dados, proposto pelos PCN+ (2002), é trabalhado nos três volumes. No volume 1, é introduzida a Matemática Comercial e Financeira; no volume 2, a ênfase é em Análise Combinatória e Probabilidade; o estudo da Estatística Descritiva fica restrito ao volume 3, o qual apresenta um capítulo (o último) destinado exclusivamente a esse tema.

Os livros estão organizados em capítulos, onde são introduzidos os conteúdos por meio de exemplos ou atividades, seguidos de sistematização e de exercícios resolvidos. Na sequência, vêm os exercícios propostos e os complementares. No final do livro, constam os exercícios do ENEM, que contemplam todos os conteúdos. Segundo o Guia PNLD (2012), nesta coleção “a metodologia adotada oferece poucas oportunidades para um papel mais autônomo do aluno na aprendizagem” (BRASIL, 2012, p.76). O estudante não participa ativamente deste processo, o que não favorece a construção do seu conhecimento.

A opção didática dos autores é pelo ensino em um único capítulo de um único livro destinado à Estatística Descritiva no qual, assim como nos demais capítulos, o conteúdo é exposto por meio de exemplos, seguido pela formalização dos conceitos e por exercícios resolvidos. Os exercícios propostos e complementares, em sua maioria, focam na fixação do conteúdo e nas fórmulas de cálculo.

Os conteúdos abordados no livro são:

- População, Amostra e Variável
- Distribuição de Frequência – Representação Tabular

- Distribuição de Frequência – Representação Gráfica
- Medidas de Centralidade e de Variabilidade

O Quadro 1 traz a relação dos Tipos de Tarefa identificados na coleção a partir dos conteúdos abordados. Cada um destes está subdividido em tarefas as quais foram detalhadas na análise praxeológica.

**Quadro 1. Tipos de Tarefa identificados na coleção**

<b>Tipo de Tarefa</b>	<b>Descrição do Tipo de Tarefa</b>
Tarefa (T <sub>1</sub> )	Classificar as variáveis estatísticas
Tarefa (T <sub>2</sub> )	Construir uma tabela de distribuição de frequência
Tarefa (T <sub>3</sub> )	Interpretar informações contidas em gráficos
Tarefa (T <sub>4</sub> )	Construir um gráfico dada a tabela de distribuição de frequência
Tarefa (T <sub>5</sub> )	Construir um gráfico a partir dos dados brutos
Tarefa (T <sub>6</sub> )	Construir um gráfico dado outro gráfico
Tarefa (T <sub>7</sub> )	Determinar as medidas de centralidade dado o gráfico
Tarefa (T <sub>8</sub> )	Determinar as medidas de tendência central dada a tabela de distribuição de frequência
Tarefa (T <sub>9</sub> )	Determinar as medidas de tendência central a partir dos dados brutos
Tarefa (T <sub>10</sub> )	Dadas as medidas de tendência central, determinar valores assumidos pela variável
Tarefa (T <sub>11</sub> )	Determinar as medidas de dispersão dada a tabela de distribuição de frequência
Tarefa (T <sub>12</sub> )	Determinar as medidas de dispersão a partir dos dados brutos
Tarefa (T <sub>13</sub> )	Interpretar um texto para trabalhar com as medidas resumo
Tarefa (T <sub>14</sub> )	Recalcular as medidas resumo a partir da inclusão de novos dados
Tarefa (T <sub>15</sub> )	Determinar as medidas resumo dado o gráfico que representa a dist. de freq. com agrupamento por classes
Tarefa (T <sub>16</sub> )	Determinar as medidas resumo dada a tabela de distribuição de frequência com agrupamento por classes
Tarefa (T <sub>17</sub> )	Articular a probabilidade e a estatística
Tarefa (T <sub>18</sub> )	Demonstrar propriedades relativas às medidas resumo
Tarefa (T <sub>19</sub> )	Fazer inferências com base em tendências observadas em um gráfico

A coleção apresenta no total 84 exercícios de Estatística Descritiva, sendo que desses 17 são complementares e 13 são questões do ENEM<sup>4</sup>. Estas últimas encontram-se no final do livro e não estão separadas por assunto. Como cada exercício pode conter mais de uma atividade, contabilizamos um total de 153 atividades presentes nos 84 exercícios. Todas estas atividades estão entre os 19 Tipos de Tarefa propostos, totalizando 46 tarefas identificadas. O Quadro 2 mostra a distribuição das atividades trabalhadas na coleção, organizadas por tipo de Tarefa.

<sup>4</sup> Não consideramos em nossa análise as questões de análise bidimensional propostas pelo ENEM, que envolvem a correlação entre duas variáveis, cujo conteúdo não foi contemplado na coleção.

## Quadro 2. Quantidade de atividades por tipo de tarefa

Tipo de Tarefa	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>	T <sub>11</sub>	T <sub>12</sub>	T <sub>13</sub>	T <sub>14</sub>	T <sub>15</sub>	T <sub>16</sub>	T <sub>17</sub>	T <sub>18</sub>	T <sub>19</sub>	Total
Nºde Atividades	3	20	31	2	5	1	4	13	18	6	5	8	2	8	14	6	2	1	4	52

É fácil observar pela análise do Quadro 2 que os autores privilegiam alguns Tipos de Tarefa. Todos apresentam mais de 10 atividades cada uma, chegando a 31 no Tipo de Tarefa T<sub>3</sub>.

*T<sub>2</sub>– Construir uma tabela de distribuição de frequência*

*T<sub>3</sub>– Interpretar informações contidas em gráficos*

*T<sub>8</sub>– Determinar as medidas de tendência central dada a tabela de distribuição de frequência*

*T<sub>9</sub>– Determinar as medidas de tendência central a partir dos dados brutos*

*T<sub>15</sub>– Determinar as medidas resumo dado o gráfico que representa a distribuição de frequência com agrupamento por classe*

Por outro lado, algumas delas são pouco exploradas na coleção. Estes Tipos de Tarefa apresentam apenas uma ou duas atividades cada em todo o capítulo de Estatística.

*T<sub>4</sub> – Construir um gráfico dada a tabela de distribuição de frequência*

*T<sub>6</sub> – Construir um gráfico dado outro gráfico*

*T<sub>13</sub> – Interpretar um texto para trabalhar com as medidas resumo*

*T<sub>17</sub> – Articular a probabilidade e a estatística*

*T<sub>18</sub> – Demonstrar propriedades relativas às medidas resumo*

O Quadro 3 sintetiza o resumo dessa análise.

## Quadro 3. Tarefas por quantidade de atividades

Quantidade de Atividades	Tipos de Tarefa
Até 2	T <sub>4</sub> , T <sub>6</sub> , T <sub>13</sub> , T <sub>17</sub> e T <sub>18</sub>
3	T <sub>1</sub>
4	T <sub>7</sub> e T <sub>19</sub>
5	T <sub>5</sub> e T <sub>11</sub>
6	T <sub>10</sub> e T <sub>16</sub>
8	T <sub>12</sub> e T <sub>14</sub>
10 ou mais	T <sub>2</sub> , T <sub>3</sub> , T <sub>8</sub> , T <sub>9</sub> e T <sub>15</sub>

Vale ressaltar que só estão relacionados neste trabalho os Tipos de Tarefa e as tarefas presentes na coleção em análise. Outras pesquisas com livros didáticos mostram

que existem outras possibilidades de tarefas na área de Estatística que não foram exploradas pelo autor, tais como as identificadas por Simone Neto (2008):

- *Identificar o número de elementos ou a população*
- *Identificar o tamanho da amostra*
- *Calcular as frequências absolutas acumuladas de um conjunto de dados organizados em uma TDF<sup>5</sup>*
- *Analisar a relação entre uma TDF e um gráfico*
- *Organizar os dados coletados pelo aluno em uma TDF*
- *Construir uma tabela a partir dos dados de um gráfico*
- *Representar em um gráfico de barras múltiplas os dados dispostos em uma tabela de dupla entrada de distribuição de frequências*
- *Construir um pictograma a partir dos dados dispostos em um gráfico de colunas*
- *Associar dois ou mais gráficos*
- *Associar gráficos de segmentos justapostos*
- *A partir de um histograma, construir um polígono de frequência*

A seguir, apresentamos um recorte da análise realizada, referente ao conteúdo População, Amostra e Variável. Nosso objetivo é mostrar como essa análise pode ser feita pelo professor ao discutir um determinado conteúdo de uma coleção.

No que se refere a estes conteúdos, apesar de apresentar as noções de universo estatístico (ou população) e de amostra por meio de exemplo, o livro não propõe exercícios que possam estimular o aluno a identificar uma determinada população ou amostra no contexto de um questionamento estatístico. Por exemplo, ao propor a problematização de uma situação a ser analisada sob a ótica da estatística, não é solicitada ao aluno a identificação da população a ser considerada, nem discutidos os critérios a serem considerados para que se possa constituir uma amostra representativa desta população. O livro não menciona ainda possíveis tipos de pesquisa, de instrumentos de coleta de dados, que são conhecimentos acessíveis para esse nível de escolaridade.

Em relação às variáveis estatísticas, o livro expõe essas noções por meio de exemplos, mas não traz exercícios que estimulem o aluno a identificar as variáveis dentro de um contexto de análise de banco de dados ou de construção de banco de dados

---

<sup>5</sup> TDF: Tabela de Distribuição de Frequências

(organização dos dados coletados). Quanto à sua classificação, o autor se restringe à abordagem das variáveis quantitativas e qualitativas, não apresentando as subclassificações em nominal ou ordinal (para as qualitativas), nem discreta ou contínua (para as quantitativas). Esta opção prejudica o desenvolvimento do letramento estatístico, pois a identificação do tipo de variável é fundamental para a decisão dos tratamentos e análises a serem realizadas. Novaes (2011) observou, em seus resultados, que o reconhecimento e categorização de variáveis estatísticas é uma dificuldade identificada inclusive em professores do Ensino Fundamental II e Ensino Médio.

Na sequência apresentamos a análise praxeológica das atividades referentes a esse conteúdo, presentes na coleção em questão.

### **Tipo de Tarefa (T<sub>1</sub>) – Classificar as variáveis estatísticas**

Esse tipo de tarefa é constituído por duas outras (T<sub>1.1</sub> e T<sub>1.2</sub>). O exercício da Figura 2 as exemplifica. Apesar de sua pouca presença na coleção, escolhemos esta tarefa pelo fato de que o conceito envolvido (reconhecimento e categorização de variáveis estatísticas) é um dos primeiros para a construção do letramento estatístico.

#### **Figura 2. Exemplo de exercício que contempla o Tipo de Tarefa T<sub>1</sub>**

**Exercício 1.** *Ao se inscreverem em certo cursinho pré-vestibular, os estudantes responderam a um questionário do qual constavam, entre outras, as seguintes perguntas:*

1. *Qual é a área de carreira universitária pretendida?*
2. *Você cursou o ensino médio em escola particular, municipal ou estadual?*
3. *Qual é a renda mensal familiar?*
4. *Quantos irmãos você tem?*
5. *Qual a sua disciplina favorita?*
6. *Quantas vezes você já fez cursinho?*
7. *Você é usuário da Internet?*
8. *Qual é, aproximadamente, a distância de sua casa ao cursinho?*

*Cada uma das questões anteriores define uma variável.*

- a) *Quantas questões definem variáveis qualitativas?*
- b) *Em relação aos itens 1, 5 e 6, dê exemplos de possíveis valores assumidos pela variável.*

**Fonte: Iezzi, 2010, v.3, p. 204 e 205**

As tarefas que constituem o tipo de tarefa T<sub>1</sub> são apresentadas e discutidas na sequência.

#### **Tarefa (T<sub>1.1</sub>) – Classificar as variáveis estatísticas em qualitativas ou quantitativas**

Item do Exercício 1(Figura 2) que contempla essa tarefa:

a) Quantas questões definem variáveis qualitativas?

**Resolução:**

Quatro questões definem variáveis qualitativas, quais sejam: questão 1 – carreira universitária, questão 2 – tipo de escola que cursou, questão 5 – disciplina favorita e questão 7 – se é ou não usuário da Internet.

**Técnica:**

Identificar as variáveis e classificá-las de acordo com as características básicas do que se quer observar– qualitativas para aquelas que representam um atributo do elemento pesquisado; e quantitativas para as que representam contagem ou mensuração.

**Tarefa (T<sub>1.2</sub>) – Determinar valores assumidos pela variável estatística**

Item do Exercício 1 (Figura 2):

b) Em relação aos itens 1, 5 e 6, dê exemplos de possíveis valores assumidos pela variável.

**Resolução:**

- b) item 1 (área de carreira universitária): Exatas, Biológicas e Humanas;
- item 5 (disciplina favorita): Física, Português, História, Matemática etc;
- item 6 (quantas vezes já fez cursinho): 0, 1, 2, 3, ...

**Técnica:**

Listar os possíveis valores para as variáveis, a partir do reconhecimento do universo pesquisado e do tipo de variável em questão para cada item.

**Discurso Teórico-Tecnológico do Tipo de Tarefa T<sub>1</sub>:** os conhecimentos matemáticos e estatísticos mobilizados foram: classificação de variável (noção de variável quantitativa e qualitativa); noção de elemento da população ou amostra do que se quer observar a característica em jogo (essa característica define a variável estatística); conhecimento do contexto no qual os dados foram coletados; enumeração do conjunto de valores que podem ser assumidos pela variável. Os conceitos mobilizados estão todos no domínio da Estatística Descritiva.

Discutimos, em seguida, um dos Tipos de Tarefa mais presente na coleção: Interpretar informações contidas em gráficos (T3).

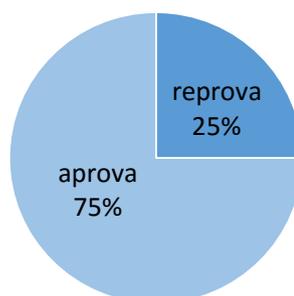
### **Tipo de Tarefa (T3) – Interpretar informações contidas em gráficos**

Esse tipo de tarefa apresenta cinco tarefas diferentes. Os exercícios das Figuras 4 a 8 exemplificam essas tarefas (T<sub>3.1</sub>, T<sub>3.2</sub>, T<sub>3.3</sub>, T<sub>3.4</sub>, T<sub>3.5</sub>).

#### **Figura 3. Exemplo de exercício que contempla a Tarefa T<sub>3.1</sub>**

**Exercício 2.** O gráfico abaixo ilustra o resultado de uma pesquisa sobre a aprovação da administração do prefeito de uma cidade um ano após sua posse. Sabe-se que foram ouvidas 480 pessoas.

**Gráfico 1. Aprovação da administração do prefeito de uma cidade**



- Quantas pessoas aprovam o prefeito?
- Quais as medidas dos ângulos dos setores desse gráfico?
- Supondo que as mulheres representam 60% entre os que aprovam e 45% entre os que reprovam, determine a diferença entre o número de homens que aprovam e o número de homens que reprovam a administração daquele prefeito.

Fonte: Iezzi, 2010, v.3, p.210

#### **Tarefa (T<sub>3.1</sub>) – Interpretar um gráfico de setores**

##### **Resolução:**

- Se 75% das 480 pessoas ouvidas aprovam o prefeito, temos que:  
 $480 \times 0,75 = 360$ , ou seja, 360 pessoas aprovam o prefeito.
- Se 100% corresponde a  $360^\circ$ , 75% corresponde a:  $360 \times 0,75 = 270^\circ$  e 25% corresponde a:  $360 \times 0,25 = 90^\circ$  (ou  $360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$ ), ou seja, as medidas dos ângulos dos setores desse gráfico são  $90^\circ$  (para 25%) e  $270^\circ$  (para 75%).
- Se 60% dos que aprovam são mulheres, 40% são homens. Se 360 pessoas aprovam, o número de homens que aprovam será:  $360 \times 0,4 = 144$ . Se 45% dos que reprovam são mulheres, 55% são homens. O total dos que reprovam é  $480 - 360 = 120$ , então o

número de homens que reprovam será  $120 \times 0,55 = 66$ . A diferença entre o número de homens que aprovam e o número de homens que reprovam será:  $144 - 66 = 78$ .

### Técnica:

1º passo: ler e interpretar os dados do gráfico, associando cada porcentagem à aprovação ou à reprovação do prefeito.

2º passo: conhecendo as porcentagens e o total de pessoas ouvidas, determinar o número de pessoas que aprovam o prefeito utilizando regra de três.

3º passo: obter as medidas dos ângulos por meio da proporção em relação às frequências correspondentes. Se 100% corresponde à  $360^\circ$ , então 75% corresponde a  $270^\circ$  e 25% corresponde a  $90^\circ$ .

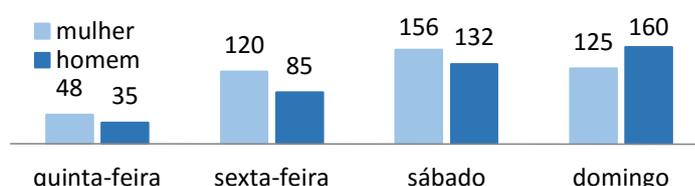
4º passo: por regra de três determinar o número de homens que aprovam e o número de homens que reprovam o prefeito e obter a diferença desses valores.

A Tarefa T<sub>3.2</sub> está exemplificada no exercício 5 da Figura 5.

### Figura 4. Exemplo de exercício que contempla a Tarefa T<sub>3.2</sub>

**Exercício 3.** Um barzinho funciona de quinta-feira a domingo. A casa cobra pela entrada R\$20,00 de homens e R\$15,00 de mulheres. Aos domingos, há descontos de 5% para os homens e 10% para as mulheres. No gráfico seguinte está representado o público que o barzinho recebeu em certa semana:

**Gráfico 2. Público recebido em um bar durante uma semana**



- Quantos ingressos a casa vendeu na semana?
- Considerando apenas os valores das entradas, qual foi a receita obtida pela casa na semana?
- Quantas mulheres a mais, no mínimo, deveriam ter ido ao barzinho no domingo a fim de que a receita gerada por mulheres superasse a receita gerada pelos homens, naquela semana?

Fonte: Iezzi, 2010, v.3, p. 213

**Tarefa (T<sub>3.2</sub>) – Interpretar um gráfico de barras verticais (colunas) ou horizontais**

### Resolução:

- $48 + 35 + 120 + 85 + 156 + 132 + 125 + 160 = 861$ . A casa vendeu 861 ingressos

- b) De quinta a sábado a receita com homens foi  $(35 + 85 + 132) \times 20 = \text{R}\$5.040,00$  e a receita com mulheres foi  $(48 + 120 + 156) \times 15 = \text{R}\$4.860,00$ . No domingo a receita com homens foi  $160 \times 20 \times 0,95 = \text{R}\$3.040,00$  e a receita com mulheres foi  $125 \times 15 \times 0,9 = \text{R}\$1.687,50$ . Portanto, o total da receita na semana foi  $5040 + 4860 + 3040 + 1687,5 = \text{R}\$14.627,50$ .
- c) A receita gerada pelos homens na semana foi  $\text{R}\$8.080,00$  e a receita gerada pelas mulheres foi  $\text{R}\$6.547,50$ , sendo  $\text{R}\$4.860$  de quinta a sábado. Para superar a receita gerada pelos homens na semana, a receita com mulheres no domingo deveria ter sido  $8080 - 4860 = \text{R}\$3.220,00$ . Como o ingresso para mulheres custa no domingo  $15 \times 0,9 = \text{R}\$13,50$ , para atingir tal receita a casa deveria vender  $\frac{3220}{13,50} = 239$  ingressos para mulheres no domingo, ou seja,  $239 - 125 = 114$  mulheres a mais no mínimo deveriam ter ido ao barzinho nesse dia.

#### **Técnica:**

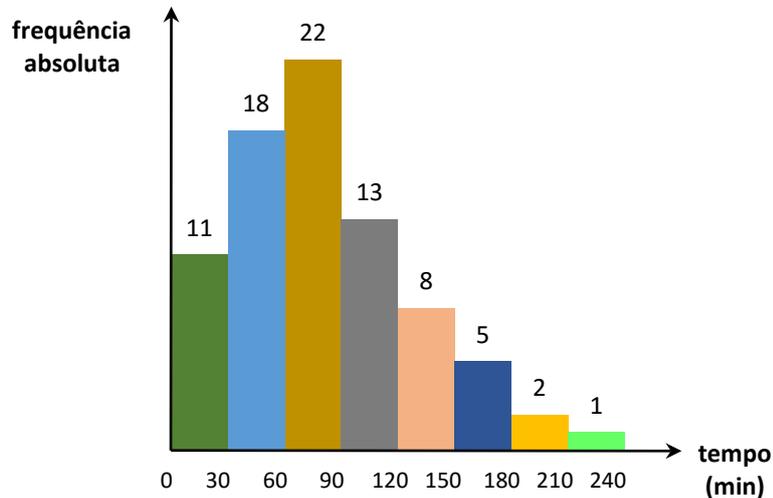
- 1º passo: localizar os pares ordenados (homens, número de ingressos) e (mulheres, número de ingressos) para cada dia da semana.
- 2º passo: somar os valores de todas as colunas referentes às mulheres e aos homens, obtendo o total de ingressos vendidos na semana.
- 3º passo: multiplicar o valor do ingresso de cada dia da semana pelo valor de cada coluna e somar os valores obtidos, resultando na receita da semana.
- 4º passo: calcular o valor da receita com mulheres no domingo
- 5º passo: calcular a diferença entre a receita atual com mulheres e a receita que deveria ser gerada com mulheres de modo a superar a receita com homens.
- 6º passo: dividir o valor da diferença obtida pelo valor do ingresso para mulheres no domingo, obtendo o número de mulheres que deveriam ter ido domingo no barzinho.
- 7º passo: calcular a diferença entre o número de mulheres que deveriam ter ido e o número de mulheres que realmente foram ao barzinho, obtendo assim o número mínimo de mulheres a mais que deveriam ter ido para que a receita com mulheres superasse a receita com homens.

A Tarefa T<sub>3.3</sub> está exemplificada no exercício 6 da Figura 6.

**Figura 5. Exemplo de exercício que contempla a Tarefa T<sub>3.3</sub>**

**Exercício 4.** Um provedor de internet mediu o tempo (em minutos) de uso diário da rede por seus assinantes, por meio de uma amostragem. Com os dados obtidos na pesquisa construiu-se o seguinte histograma:

**Gráfico 3. Tempo (em minutos) de uso diário da rede pelos assinantes de um provedor de internet**



- Que porcentagem do total de assinantes fica entre meia hora e uma hora e meia na rede?
- Qual é a média e a mediana do tempo de uso da internet?<sup>6</sup>
- A partir do histograma anterior, faça outro histograma agrupando os tempos de hora em hora.<sup>7</sup>

Fonte: lezzi, 2010, v.3, p.235

### Tarefa (T<sub>3.3</sub>) – Interpretar um histograma

Item do exercício 6 (Figura 6) que contempla essa tarefa:

- Que porcentagem do total de assinantes fica entre meia hora e uma hora e meia na rede?

#### Resolução Apresentada na Coleção:

a) Total da amostra:  $11 + 18 + 22 + 13 + 8 + 5 + 2 + 1 = 80$

Entre meia hora e uma hora e meia:  $18 + 22 = 40$

O percentual pedido é  $\frac{40}{80} = 0,5 = 50\%$

<sup>6</sup> O item b do exercício 6 é um exemplo das tarefas T<sub>15.1</sub> e T<sub>15.2</sub>.

<sup>7</sup> O item c do exercício 6 é um exemplo das tarefas T<sub>6.1</sub>, T<sub>15.1</sub>, T<sub>15.2</sub> e T<sub>15.3</sub>.

### Técnica:

1º passo: ler a frequência referente ao tempo representado pelas colunas, localizando o par ordenado (intervalo de tempo, frequência absoluta)

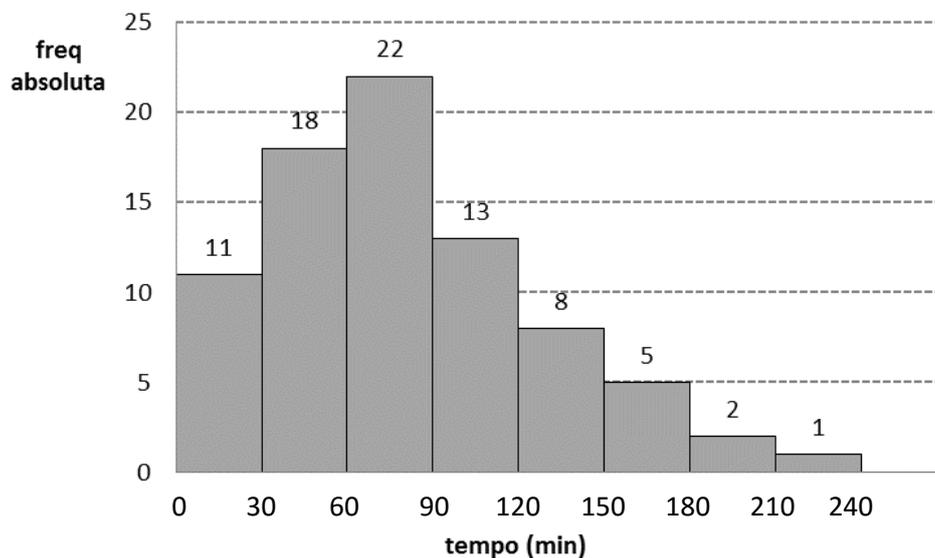
2º passo: determinar a soma dos valores referentes ao tempo total da amostra

3º passo: determinar a soma dos valores referentes ao tempo entre 30 min e 90 min.

4º passo: Dividir o valor obtido no passo 3 pelo valor do total da amostra obtido no passo 2, determinando a porcentagem.

**Observação:** o gráfico 3 (do tipo histograma) não apresenta escala no eixo vertical (das ordenadas) e as colunas que representam as classes têm cores diferentes. O gráfico 4 apresenta os mesmos dados do gráfico 3 seguindo as recomendações citadas anteriormente.

**Gráfico 4. Tempo (em minutos) de uso diário da rede pelos assinantes de um provedor de internet**



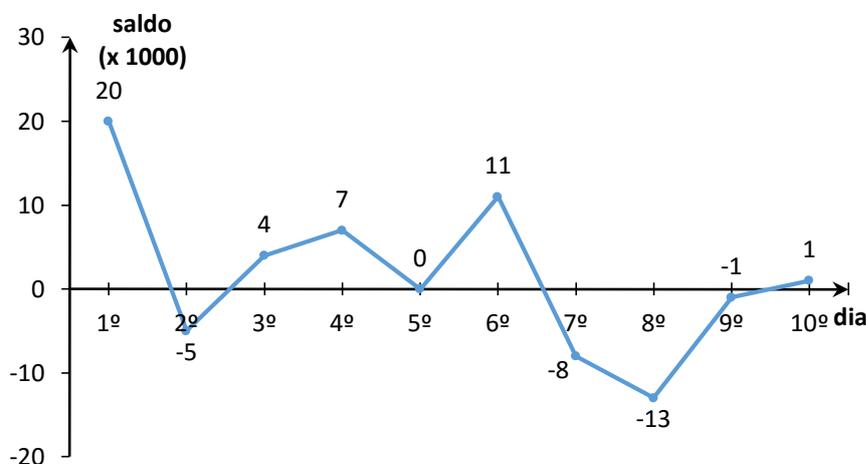
Fonte: Adaptado de Iezzi, 2010, v.3, p.235

A Tarefa T<sub>3,4</sub> está exemplificada no exercício 7 da Figura 7.

**Figura 6. Exemplo de exercício que contempla a Tarefa T<sub>3.4</sub>**

**Exercício5.** No gráfico a seguir está representada a variação do saldo diário (em milhares de reais) das contas de uma empresa nos dez primeiros dias de um mês. Esse saldo expressa a diferença entre os valores recebidos e os valores pagos pela empresa.

**Gráfico 5. Variação do saldo diário (em milhares de reais) das contas de uma empresa nos dez primeiros dias de um mês**



- Em que dia do mês a empresa operou “no vermelho”, isto é, com saldo bancário diário negativo?
- Identifique os períodos de crescimento e decréscimo do saldo.
- Se no dia 2 a empresa pagou R\$17.000,00 de contas, qual foi o valor recebido nesse dia?
- Se no dia 9 a empresa recebeu R\$31.000,00, que valor a empresa gastou nesse dia?
- Se no dia 10 a empresa gastou R\$6.000,00 que valor ela recebeu nesse dia?

Fonte: Iezzi, 2010, v.3, p. 216

### **Tarefa (T<sub>3.4</sub>) – Interpretar um gráfico de linhas (poligonal)**

#### **Resolução Apresentada na Coleção:**

- Nos dias 2, 7, 8 e 9.
- Crescimento: dias 2 a 4; 5 a 6; 8 a 10  
Decréscimo: dias 1 a 2; 4 a 5; 6 a 8
- $-5.000 = x - 17.000 \Rightarrow x = \text{R}\$12.000,00$
- $-1.000 = 31.000 - x \Rightarrow x = \text{R}\$32.000,00$
- $1.000 = x - 6.000 \Rightarrow x = \text{R}\$7.000,00$

#### **Técnica:**

1º passo: ler o saldo para cada dia do mês, localizando o par ordenado (dia, saldo).

2º passo: Identificar os dias do mês em que o saldo é negativo.

3º passo: localizar no gráfico os pontos de inversão da curva, determinando os intervalos de tempo em que ela é crescente e aqueles em que é decrescente.

4º passo: verificar o saldo no dia solicitado e calcular a diferença entre o valor recebido e o valor pago.

A Tarefa T<sub>3.5</sub> está exemplificada no exercício 8 da Figura 8.

### Figura 7. Exemplo de exercício que contempla a Tarefa T<sub>3.5</sub>

**Exercício6.** O gráfico seguinte compara os preços do bilhete unitário de metrô em algumas cidades do mundo e o salário mínimo vigente nessas cidades, convertidos em reais, em meados de 2008:

**Gráfico 6. Salário mínimo x Preço do bilhete unitário de metrô**



Com base nas informações do gráfico, classifique como V ou F as afirmações seguintes:

- Em São Paulo, com um salário mínimo comprava-se praticamente o mesmo número de bilhetes de metrô que se comprava no Rio de Janeiro, com o salário mínimo local.
- Com um salário mínimo, compravam-se, em Buenos Aires, mais de mil bilhetes de metrô.
- O custo do transporte de metrô em Belo Horizonte era inferior ao de São Paulo.
- Com um salário mínimo em Santiago, era possível comprar mais bilhetes de metrô do que o número de bilhetes comprados com um salário mínimo na Cidade do México.
- Considere um trabalhador que ganhava 2 salários mínimos no Rio de Janeiro e usava, em média, 40 bilhetes de metrô por mês. Seus gastos com metrô consumiam menos de 10% do seu salário.

Fonte: Iezzi, 2010, v.3, p. 213

### Tarefa (T<sub>3.5</sub>) – Interpretar um pictograma

#### Resolução Apresentada na Coleção:

a) SP: nº de bilhetes =  $\frac{415}{2,40} = 172,9$ ; era possível comprar 172 bilhetes.

RJ: nº de bilhetes =  $\frac{447}{2,60} = 171,9$ ; era possível comprar 171 bilhetes. (V)

b)  $\frac{539,59}{0,50} > 1.000$  (V)

c) Salários iguais e preço do metrô inferior ao do metrô de SP. (V)

d) Santiago:  $\frac{551,02}{1,61} \cong 342$

Cidade do México:  $\frac{188,15}{0,33} \cong 570$  (F)

e) Salário:  $2 \times 447 = 894$  reais

Gastos com metrô por mês:  $40 \times 2,60 = 104$  reais

$\frac{104}{894} \cong 0,116 = 11,6\%$  ( $>10\%$ ) (F)

### **Técnica:**

1º passo: identificar para cada cidade o salário mínimo e o preço unitário do bilhete

2º passo: Calcular o número de bilhetes comprados em cada cidade com um salário mínimo

3º passo: Comparar o número de bilhetes comprados com um salário mínimo em cada cidade conforme solicitado

4º passo: Calcular os gastos com metrô por mês no Rio de Janeiro conforme solicitado e determinar a proporção desse gasto com dois salários mínimos

**Discurso Teórico-Tecnológico do Tipo de Tarefa T<sub>3</sub>:** os conhecimentos matemáticos e estatísticos mobilizados foram: interpretação de gráfico; operações com números racionais (adição, subtração, divisão e multiplicação); operações com números decimais e porcentagens; proporção; regra de três; variável estatística; frequência absoluta; intervalos de classes; valor monetário; receita; desconto; salário mínimo; custo; saldo; coordenadas cartesianas; pares ordenados; função crescente e decrescente; ângulo central, setor circular; gráfico de setores; gráfico de barras; histograma; pictograma. Os conceitos mobilizados estão no domínio da Estatística Descritiva, articulando-se com conceitos matemáticos relativos ao campo Números e Operações, Geometria, Álgebra e Matemática Financeira.

### **Considerações Finais**

Neste artigo buscamos tratar algumas das características da abordagem feita por uma coleção de livros didáticos em relação aos conteúdos de estatística. Tais

características foram identificadas em uma pesquisa desenvolvida no âmbito de uma Iniciação Científica.

Pudemos constatar inadequações que limitam o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos, nos termos propostos por Gal (2002). Nesse sentido, ressaltamos a necessidade de que os professores estejam atentos para que se façam as complementações visando inserir os alunos em um processo de raciocínio específico para situações que envolvem a estatística.

Algumas das perspectivas que podem ser identificadas a partir dos resultados observados: o planejamento de formações para os professores de tal forma que eles possam conceber tais complementações; a construção de materiais didáticos e paradidáticos para a abordagem de conteúdos estatísticos na escola básica; desenvolvimento de pesquisas que permitam compreender melhor o processo de construção dos conhecimentos estatísticos por alunos da escola básica.

## **Referências**

BRASIL/MEC/SEB/FNDED. **Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio**. Brasília: PNLD/ 2012. Matemática.

BRASIL. FNDE. (S/D). **Programa Nacional do Livro Didático**. Disponível em <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico>. Acesso em 20 nov 2013.

BRASIL, M. E. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

CHEVALLARD, Y. **Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1992. v. 12.1, p.73-112.

\_\_\_\_\_. **L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1999.v. 19.2, p.221-265

COUTINHO C. Q. S. **Educação Estatística e os livros didáticos para Ensino Médio**. São Paulo, 2013.

GAL, I. **Adults' Statistical literacy: Meanings, Components, Responsibilities. International Statistical Review**, Oxford, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

LAJOLO, M. Livro **Didático: um (quase) manual de usuário**. Em Aberto, Brasília, v.69, n.26, p.3-7, 1996. Disponível em: <http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/issue/view/76> Acesso em: 08 jan 2014.

NOVAES, D. V. **Concepções de professores da Educação Básica sobre variabilidade estatística**. São Paulo, 2011. 205p. Doutorado em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SILVA, C. B. **Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática**. São Paulo, 2007. 354p. Doutorado em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SIMONE N, F. **Análise do letramento estatístico nos livros didáticos do ensino médio**. São Paulo, 2008. 162 p. Mestrado Profissional em Ensino da Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.