

ENSINO MATEMÁTICA POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Felipe de Almeida Costa
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
felipeacosta@prof.educacao.sp.gov.br

Resumo:

Neste artigo apresentamos alguns elementos sobre a Modelagem Matemática como estratégia de ensino de Matemática. O texto é recorte de nossa pesquisa de mestrado, a qual tem por objetivo desenvolver um trabalho com Modelagem Matemática no Ensino Médio. Apresentamos no artigo considerações históricas e discussões sobre os meios de utilizar a modelagem na sala de aula, trazendo as indicações de alguns pesquisadores da Educação Matemática. As pesquisas sobre essa temática revelam que a modelagem pode ser utilizada como importante recurso nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática por possibilitar o tratamento de conteúdos matemáticos por meio da problematização e modelação de fenômenos reais e sociais pelos estudantes. E também evidenciam como a modelagem pode enriquecer as aulas de Matemática e favorecer a aprendizagem. Em nosso estudo estamos interessados em introduzir a noção de funções periódicas utilizando a modelagem, mais especificamente a função cosseno como meio de tratar a variação dos índices pluviométricos de uma região de São Paulo.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Ensino de Matemática; Ensino Médio.

1. Introdução

Neste artigo apresentamos algumas pesquisas que utilizaram a Modelagem Matemática como metodologia de ensino de conteúdos matemáticos. Optamos em discutir a Modelagem Matemática a partir de nossa prática, como professor que ensina Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, quando podemos perceber que os estudantes ficam motivados para aprender quando os conteúdos ensinados são abordados/problematizados a partir de situações reais possivelmente vivenciadas por eles. A Modelagem Matemática é uma das formas de trabalho na sala de aula diferenciado daquele tradicionalmente realizado, em que os temas/conteúdos estão centrados no professor ou nos livros didáticos.

Sobre essa perspectiva, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), consideram que na escola as atividades propostas têm, em geral, pouca relação com a realidade. Esses autores nos levam a refletir sobre o fato de estarmos acostumados a trabalhar as atividades na categoria de exercícios de reconhecimento, de repetição, de algoritmo e, eventualmente, problemas de aplicação. Por meio do trabalho com a Modelagem

Matemática, os estudantes poderão, valendo-se dos resultados matemáticos relacionados a uma dada situação real, ter melhores condições para decidir o que fazer, uma vez que terão condições que poderão contribuir para a avaliação de aspectos qualitativos e quantitativos da situação inicial.

Nesse sentido, a modelagem se torna um recurso potente para o ensino e para a aprendizagem da Matemática, pois os estudantes têm a possibilidade de entrar em contato com os conteúdos a partir de fenômenos naturais, muitas vezes a partir de discussões ou temas de seu interesse, levantados por eles mesmos.

Para Bassanezi (2015) a Modelagem Matemática é uma metodologia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais.

Ao contrário de uma proposta comum de ensino, a modelagem provoca o estudante a ser o ator principal no processo de construção de sua aprendizagem, levando-o a buscar as respostas do “problema”. Nessa dinâmica, o professor pode atuar como orientador/coordenador do processo de ensino, ajudando os estudantes a selecionar e organizar informações; a elaborar hipóteses e problemas; a criar meios de resolução; a mobilizarem conhecimentos já adquiridos; a construir argumentos para expor suas “descobertas”.

2. O que é Modelagem?

A Modelagem Matemática pode ser compreendida como uma estratégia de ensino que possibilita ao estudante abordar conteúdos matemáticos a partir de fenômenos de sua realidade. Assim, a modelagem tem como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano, das mais diferentes áreas da Ciência, com o propósito de educar matematicamente. Ela permite uma inversão do “modelo comum” de ensino, visto que por meio da modelagem selecionam-se primeiramente os problemas e deles emergem os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los (BURAK, 1987, 1992).

No entender de Bassanezi (2015), a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Em nossa prática docente, tenho percebido que a modelagem tem como principais características levar o estudante a assimilar conhecimentos matemáticos a partir de

situações reais. No entanto, há diferentes concepções sobre os recursos à modelagem no ensino. Para Bassanezi (2015) e Burak (1992), os estudantes devem escolher os temas geradores e o professor, a partir dessas escolhas, deve ajudar os estudantes a buscar as soluções matemáticas para o problema escolhido. Para Beltrão (2009) e Sadovsky (2010), a escolha do tema pelos alunos pode dificultar na medida em que na escola há um programa para seguir.

De acordo com Burak (1992) e Bassanezi (2015), a escolha do tema que vai gerar a construção de um modelo matemático deve ser atribuição dos alunos. Para isso, o conjunto de conhecimentos prévios deve orientar o caminho a seguir nesse processo de construção. Em contraposição, Beltrão (2009), assumindo aspectos de sua prática, indica que os conhecimentos prévios, o prazo fixado previamente para construir o programa do curso e as exigências da instituição se constituem em obstáculos para frutificarem as orientações de deixar ao encargo do aluno a escolha do tema no processo de modelagem.

Embora haja essa diferença entre a atribuição da escolha do fenômeno, há convergência para o entendimento que a modelagem matemática tem como característica fazer com que o estudante busque as soluções dos problemas a partir de seus conhecimentos prévios, mobilizando diferentes conhecimentos para criar estratégias de resolução, avaliação e reflexão sobre o problema estudado.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), explicitam que em modelagem o sujeito do processo cognitivo é o aluno. Cada pessoa constrói o seu conhecimento, o sujeito atribui significados pelos próprios meios. Bassanezi (2015) considera que a utilização da modelagem na Educação Matemática valoriza o “saber fazer” do estudante e desenvolve sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos em seus diferentes contextos de aplicações, a partir da realidade de seu ambiente.

Assim, a modelagem contempla um dos principais objetivos do ensino que é o aprender a aprender, ou seja, fazer com que o estudante aprenda a buscar soluções para as mais diferentes situações.

Nessa perspectiva, o documento “Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias” (SÃO PAULO, 2011) enfatiza que a autonomia para gerenciar a própria aprendizagem (aprender a aprender) e para a transposição dessa aprendizagem em intervenções solidárias (aprender a fazer e a conviver) deve ser a base da educação das

crianças, dos jovens e dos adultos, que têm em suas mãos a continuidade da produção cultural e das práticas sociais.

3. Alguns elementos da História da Modelagem Matemática

A Modelagem pode ser compreendida como um fenômeno de perceber a Matemática em situações reais das mais variadas áreas da Ciência e da atividade humana. Em diferentes momentos na história da humanidade foi utilizada situação de modelagem, por exemplo, a narrativa que explicita Tales de Mileto e sua observação para uma pirâmide e as sombras projetadas por ela e pelo seu corpo, o que o fez calcular a altura dessa pirâmide e a distância dela ao local onde ele estava. Tal modelação foi a base da enunciação do Teorema de Tales.

Stocco e Diniz (2010) expõem que a partir de observações sucessivas aos fenômenos naturais, o homem percebeu que alguns deles seguiam princípios constantes, e então havia a possibilidade de descrever esses fenômenos por meio de expressões matemáticas. Esse fato levou a utilização da Matemática como uma ferramenta para sistematizar as observações possibilitando o desenvolvimento de modelos que representassem as leis naturais, ou mesmo situações problemáticas do cotidiano que necessitavam de soluções.

Para Santos (2011) os conceitos matemáticos foram sendo elaborados ao longo da história, tanto pela necessidade da evolução da sociedade, quanto do desenvolvimento da própria Matemática. Grande parte das descobertas de conceitos matemáticos não teve de pronto, uma aplicação fora dela, porém em momentos posteriores esses conceitos se fizeram presentes no desenvolvimento das diversas ciências e da tecnologia.

A ideia de usar modelos matemáticos teve um grande impulso na revolução industrial, pois havia a necessidade de criar meios de otimizar a produção. Santos (2011) pondera que nesse contexto, foi necessária a criação de modelos teóricos para a implementação de máquinas que substituiriam operários, centros de produção, armazenamento, logística, entre outros.

O termo “modelagem matemática” como forma para escrever, formular, modelar e resolver problemas de diversas áreas do conhecimento (Biembengut, 2009) aparece no início do século XX na literatura sobre Engenharia e Ciências Econômicas.

As aplicações da modelagem no ensino da Matemática tiveram início no século XX, quando matemáticos puros e aplicados discutiram métodos para ensinar Matemática. Seu surgimento no Brasil ocorreu tomando-se por base as ideias e os trabalhos de Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio, no final da década de 1970 e começo da década de 1980, os quais valorizam aspectos sociais em sala de aula, conforme destacam Borba e Villareal, (2005).

De acordo com Beltrão (2009), no final da década de 1960 surgiu a Modelagem Matemática no Brasil, por meio de matemáticos brasileiros que participaram de congressos internacionais da área, dentre eles o professor Aristides Camargo Barreto, da PUC do Rio de Janeiro. O objetivo era fazer uso da modelagem em sala de aula como um meio de motivar o aluno para a aprendizagem da Matemática.

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), na década de 1980 a modelagem ganhou força por meio da influência de trabalhos como os de Aristides Barreto, Ubiratan D'Ambrosio, Rodney Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazetta e Eduardo Sebastiani, que disseminaram a modelagem valendo-se de cursos para professores e ações em sala de aula.

4. Porque usar Modelagem

Sadovsky (2010, p. 103) considera que frequentemente os professores afirmam que “a matemática está em toda parte” para convencer seus alunos da importância de seu estudo. Embora seu estudo seja, sim, relevante, a Matemática não é visível em toda parte. A frase “soa” tão distante da experiência dos estudantes, que dificilmente será capaz de motivá-los de alguma maneira interessante para o ensino.

Ao aplicar a modelagem com os estudantes em sala de aula, temos percebido que ao desenvolver essa estratégia de ensino é possível mostrar os conceitos matemáticos em nosso dia a dia e assim os estudantes sentem-se mais motivados para construir seu conhecimento.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) afirmam que o que se quer com a modelagem é ensinar Matemática de uma maneira que os estudantes, a partir das ações para esse ensino, também criem mecanismos de reflexão e de ação. Portanto, nessa perspectiva não existe mais um currículo neutro, descontextualizado e sem significado nem para o

professor e nem para o estudante. Ao contrário, o currículo é dinâmico, flexível, e constantemente reconstruído pelos professores e estudantes.

De acordo com Bassanezi (2015) tanto no caso em que há apenas um assunto escolhido como quando os temas são diversificados, os estudantes devem trabalhar em pequenos grupos com problemas específicos do tema comum ao grupo.

Em nossa experiência, vemos que os alunos ao trabalharem em grupos conseguem grandes resultados, pois dividem suas experiências e juntos buscam soluções para o modelo proposto. Para Sanches (2005) com o trabalho cooperativo, da competição passa-se à cooperação, privilegiando o incentivo do grupo em vez de incentivo individual, aumenta-se o desempenho escolar, a interação dos estudantes e as competências sociais.

Sanches (2005) destaca também que a aprendizagem em pares, bem conduzida, revela-se uma estratégia quase indispensável numa escola que se quer de todos e para todos.

Além disso, os trabalhos em grupo estão de acordo com o currículo do estado de São Paulo (2009) que, em sua concepção, parte do princípio de que ninguém é detentor absoluto do conhecimento e de que o conhecimento coletivo é maior que a soma dos conhecimentos individuais, além de ser qualitativamente diferente.

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), na modelagem não se deve mais assistir aos objetos matemáticos, mas manipulá-los, rompendo com a concepção de que o professor ensina e passando a acreditar na ideia de que o conhecimento não está somente nem no sujeito nem no objeto, mas na sua interação, ou seja, passamos de objetos que o professor ensina para objetos que o estudante explora.

Do que apresentam as Diretrizes Curriculares e os Parâmetros Curriculares Nacionais, referente à formação do estudante crítico, reflexivo, capaz de resolver problemas, reforçando que o ensino da Matemática deve estar a favor do exercício da cidadania, temos nos questionados: Como alcançar tais objetivos? Pensamos que a modelagem é uma opção de caminho interessante, mas, para isso, são necessárias experiências com a modelagem nas ações formativas, inicial ou continuada.

Assim, o uso da modelagem contempla outra competência exposta em diferentes documentos curriculares de Matemática: a indicação da formação de cidadãos plenos, devendo adquirir discernimento e conhecimentos pertinentes para tomar decisões em diversos momentos, como em relação à escolha de alimentos, ao uso da eletricidade, ao

consumo de água, à seleção dos programas de TV ou à escolha do candidato a um cargo político.

5. As dificuldades do uso da modelagem matemática em sala de aula

As pesquisas revelam que os pesquisadores utilizam formas diferentes para introduzir a modelagem na sala de aula, as quais podem eventualmente serem compostas, conforme o conteúdo ou momento de planejamento pedagógico. Beltrão (2009), aceita que modelagem a escola possa ter seu tema ou fenômeno sendo indicado pelo professor. Assim, esse tem condições de escolher fenômenos que contemplem os conteúdos do currículo. Já para Bassanezi (2015) o tema deve ser escolhido pelos estudantes e a partir daí o professor e eles trabalham os conceitos matemáticos que podem expressar quantitativamente os elementos desses fenômenos.

Na prática podemos perceber que essas duas formas podem apresentar entraves e/ou facilidades para o uso da modelagem na sala de aula. No caso de Beltrão (2009), entendemos que o professor ao apresentar o fenômeno para o estudante se sente melhor preparado para responder às eventuais dúvidas e ainda conseguir explorar os fenômenos que contemplem os tempos de ensino delimitados pelo currículo escolar. Entretanto, com a escolha partindo do professor pode fazer com que os estudantes não tenham tanto envolvimento no trabalho de modelagem.

Na proposta de Bassanezi (2015), os estudantes trazem o tema e junto com o professor buscam modelar o fenômeno, neste caso terão maior envolvimento, pois o tema parte deles. No entanto, o problema pode ser a ausência de controle do professor em relação aos conteúdos que esses fenômenos podem trazer e se esse rumo vai ser compreensível para os estudantes.

No entender de Bassanezi (2015), a maior dificuldade encontrada pelos professores que decidem adotar a modelagem matemática em seus cursos é a de transpor a barreira do “ensino comum” em favor de uma opção mais criativa.

No ensino tradicional, o objetivo de estudo se apresenta quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência predeterminada, com um objetivo final muito claro que, muitas vezes, nada mais é que “cumprir o programa da disciplina”! Ora, ensinar a pensar matematicamente é muito mais que isso. Portanto, é imprescindível mudar métodos e buscar processos alternativos para transmissão e aquisição de conhecimentos. (BASSANEZI, 2015, p. 11)

Nesse trecho, percebemos que não há preocupação com o currículo, mas sim com o conceito matemático. Porém, deve-se lembrar que as escolas têm que tentar cumprir seus planos de ensino e esses devem ser elaborados também com a participação ativa dos estudantes e de toda a comunidade escolar.

6. Dados iniciais de nossa pesquisa de mestrado

Nossa pesquisa tem por alvo investigar estratégias de qualificação da prática docente, isto é investigar estratégias de ensino que favoreçam a aprendizagem dos estudantes na construção de conceitos matemáticos. Nessa proposta destaca-se o uso da modelagem na sala de aula. Isso porque, as pesquisas sobre essa temática indicam que essa metodologia de ensino motiva a participação dos estudantes possibilitando que os estudantes atribuam significado aos conceitos. E como consequência o uso da modelagem em sala de aula deve também levar os alunos a se interessarem em estudar Matemática, um dos quesitos essenciais para a aprendizagem.

Os sujeitos da pesquisa são alunos do Ensino Médio da Rede Estadual Paulista de Ensino. A aplicação da modelagem teve início com a definição do fenômeno real a ser modelado. Esse fenômeno foi definido a partir de decisões pragmáticas. Tínhamos à nossa disposição, informações passadas por um colega de trabalho, dados sobre os índices pluviométricos do município em que se situa a escola que lecionamos.

Utilizamos o índice de chuvas do município em que se situa a escola que lecionamos para introduzir o uso de modelagem na sala de aula para o estudo de funções periódicas, em especial da função cosseno.

Com esses dados elaboramos o Quadro 1 que apresenta o índice médio de chuvas nos anos de 2014 e de 2015. O Quadro foi construído, pelos estudantes, a partir dos dados diários do índice de chuva. Para sua organização, os alunos tiraram a média aritmética de cada mês.

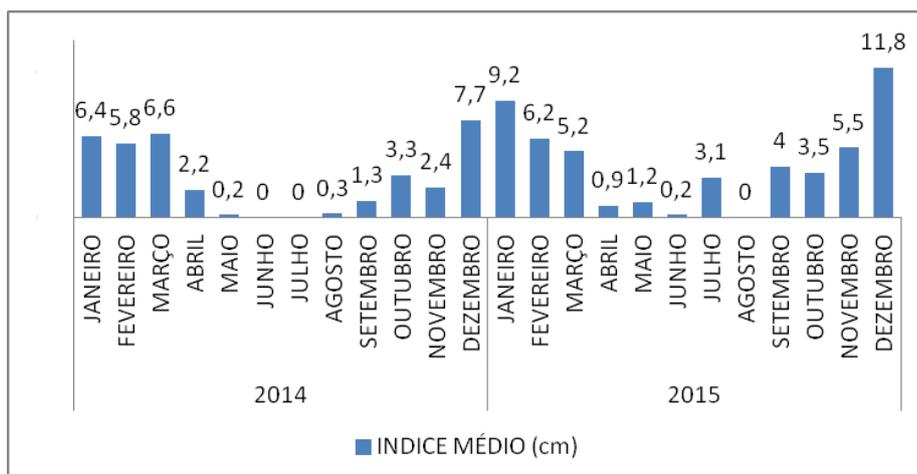
Quadro 1: Índice de chuvas da Cidade

2014		2015	
Mês	Índice médio (cm)	Mês	Índice médio (cm)
Janeiro	6,4	Janeiro	9,2
Fevereiro	5,8	Fevereiro	6,2
Março	6,6	Março	5,2
Abril	2,2	Abril	0,9
Maio	0,2	Maio	1,2
Junho	0	Junho	0,2
Julho	0	Julho	3,1
Agosto	0,3	Agosto	0
Setembro	1,3	Setembro	4
Outubro	3,3	Outubro	3,5
Novembro	2,4	Novembro	5,5
Dezembro	7,7	Dezembro	11,8

Fonte: Defesa Civil do Município

Na sequência foi proposto que os estudantes construíssem o gráfico em barras a partir desses índices. O resultante é o Gráfico 1.

Gráfico 1: Índices de chuva da Cidade



Os dados desse Gráfico permitiu explorar com os alunos o comportamento periódico das chuvas e leva-los a identificar o período e levantar a discussão sobre funções periódicas.

A pesquisa está em andamento, assim antecipamos os próximos passos que serão, a partir da análise do Gráfico 1, o estabelecimento do modelo matemático (função periódica cosseno) para esse fenômeno da variabilidade das chuvas, e em seguida o desencadeamento das discussões e análises resultantes da modelação, o que implica em avaliar comparativamente o fenômeno e seu proposto modelo, além de realizar previsões.

A pesquisa tem ainda um componente de análise que é relativa aos efeitos na aprendizagem dos alunos envolvidos e para isso tomaremos por referência a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

7. Considerações Finais

Nossa intenção, ao apresentar esses dados, é indicar que a modelagem pode ser uma estratégia de ensino que favoreça a aprendizagem de um conceito matemático. Isso porque possibilita ao aluno partir de situações reais para entender a matemática, e também porque em suas estratégias o estudante na figura como principal construtor de sua aprendizagem, cabendo ao professor o papel de coordenador dos processos de ensino e de aprendizagem.

A modelagem é um recurso de ensino moderno, flexível, e pode se constituir um meio para ampliar o interesse dos estudantes pelo estudo e favorecer suas aprendizagens. No

entanto, para isso é preciso que o professor esteja aberto para vencer possíveis entraves que podem emergir no processo de ensino quando se recorre à modelagem matemática.

Para finalizar queremos explicitar que é também nosso propósito, com este artigo, motivar outros docentes a experimentar, em suas aulas, o trabalho com a modelagem matemática.

8. Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Modelagem Matemática: teoria e prática*. São Paulo: Contexto, 2015.

BELTRÃO, Maria Eli Puga. *Ensino de cálculo pela Modelagem Matemática e aplicações: teoria e prática*. 2009. 323f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de modelagem na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria*, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Monica. E. *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. v. 39, New York: Springer, 2005.

BURAK, Dionísio. *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

BURAK, Dionísio. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série*. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

MEYER, João Frederico da Costa; CALDEIRA, Ademir Donizete; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio. *Mapas conceituais e aprendizagem significativa*. São Paulo: Centauro Editora, 2010.

SADOVSKY, Patricia. *O ensino da Matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios*. São Paulo: Ática, 2010.

SANCHES, Isabel. Compreender, agir, mudar, incluir: da investigação-ação à educação inclusiva. *Revista Lusófona de Educação*, v. 5, n. 5, p. 127-147, 2005.

SANTOS, Ricardo Ferreira dos. *O uso da modelagem para o ensino da Função seno no ensino médio*. 2014. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade

de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias*. São Paulo: SEE, 2011.

STOCCO, Katia Cristina Smole; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. *Matemática: Ensino Médio*, volume 2, 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.