

# LOS SIGNIFICADOS DE LOS NÚMEROS FRACCIONÁRIOS

Prof. Maria José Ferreira da Silva

[zeze@pucsp.br](mailto:zeze@pucsp.br)

- Porque as dificuldades no ensino?
- Porque as dificuldades na aprendizagem?

# GRANDEZAS

- **Quantificar significa associar um número por meio de contagem ou medição de uma determinada grandeza.**
  - Grandezas discretas: contagem (naturais)
  - Grandezas contínuas: medição (números reais)

# Significados/Concepções

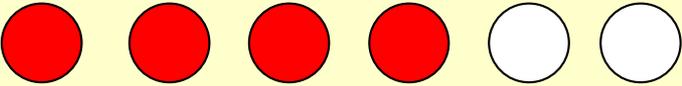
- **Para que a criança construa significados para números fracionários é importante o trabalho com as concepções:**
  - Parte/todo
  - Medida
  - Quociente
  - Razão
  - Operador

# Representações

Além da linguagem natural necessitamos de duas representações visuais:  $\frac{a}{b}$  e regiões ou conjuntos divididos em partes de mesma quantidade.

-Dois terços do retângulo é verde.   $\frac{2}{3}$

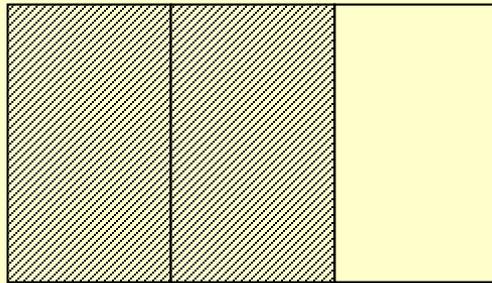
-Quatro sextos das bolinhas são vermelhas

  $\frac{4}{6}$

# COMO ENSINAMOS?

- PARTE/TODO

Um inteiro dividido em b partes das quais se considera a partes e representamos por a/b.



$$\frac{2}{3}$$

# COMO COMPREENDER ?

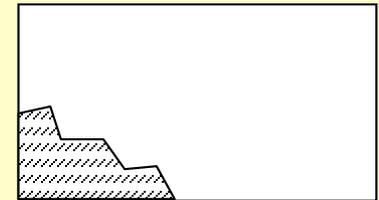
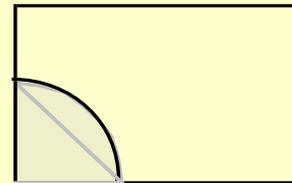
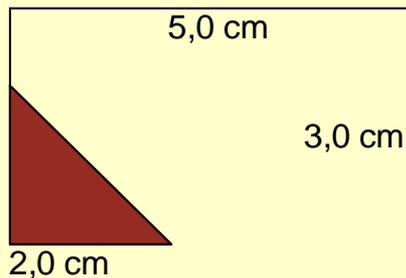
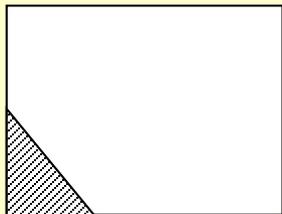
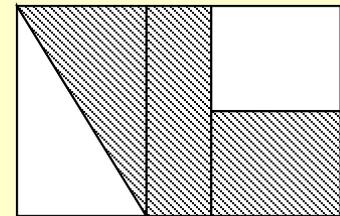
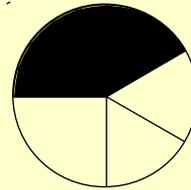
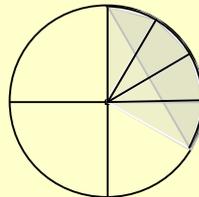
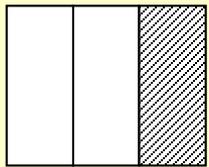
- Parte/todo: dois terços do retângulo é verde.
- Medida: a medida é de  $\frac{2}{3}$  da unidade.
- Quociente: dividir dois chocolates para três crianças.
- Razão: a receita pede dois copos de açúcar para três de farinha.
  - Ampliar as medidas dos lados da figura na razão de 2 para 3.
  - Na classe existem 2 meninas para cada 3 meninos.
- Operador: Se  $\frac{2}{3}$  de um número é 57 qual é esse número?

# • 1. Conceção Parte-todo

## Caso contínuo

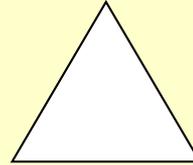
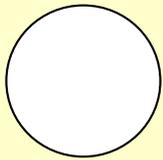
Um inteiro dividido em partes de mesma medida de área.

1º tipo: *Que parte da figura está pintada?*

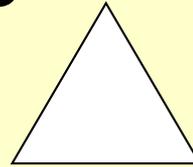
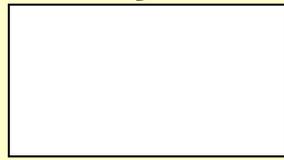
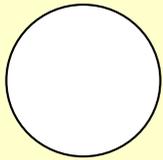


## • 2º tipo

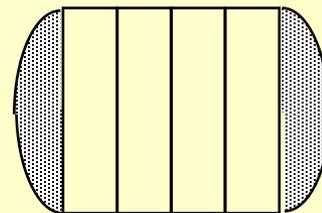
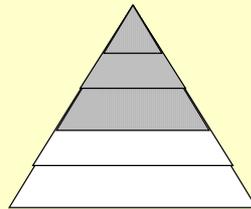
- Pinte metade da figura.



- Pinte um terço da figura.

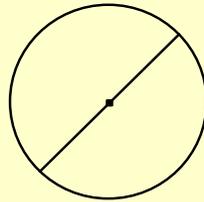
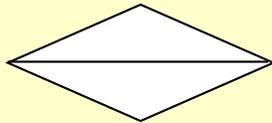
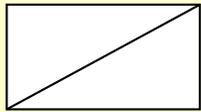


## • Dificuldades

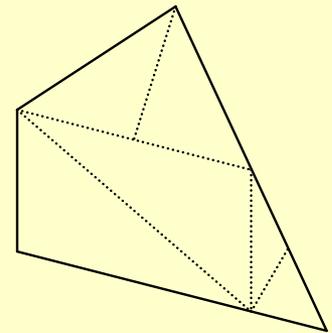
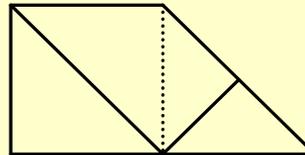
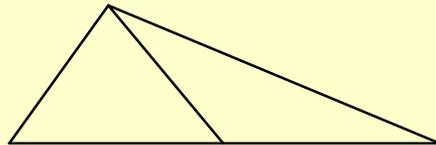
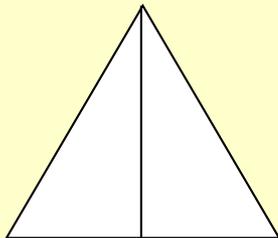
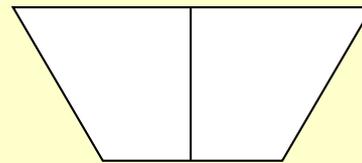
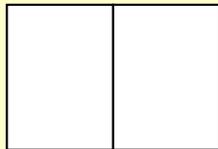
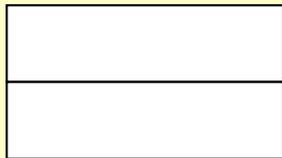


# • Divisão de inteiros

- sem medição

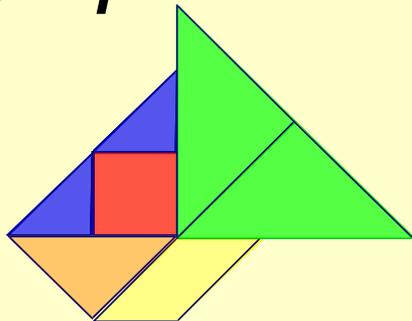


- com medição



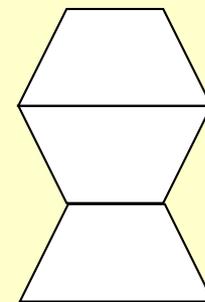
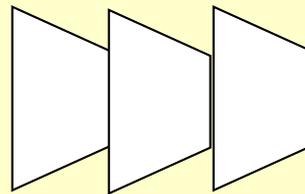
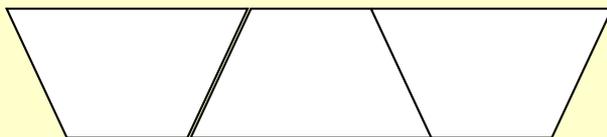
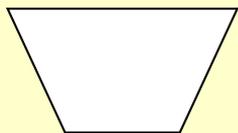
**3º tipo:** composição de figuras

*Que parte da figura é vermelha?*



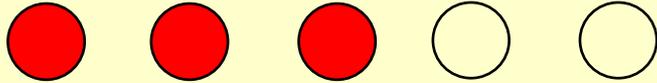
**4º tipo:** reconstituição do inteiro

*Se a figura abaixo é um terço da figura original, desenhe essa figura.*

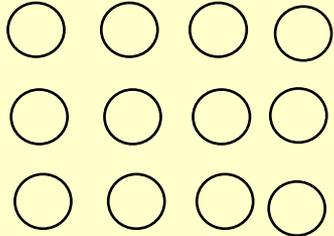


- **Caso discreto**

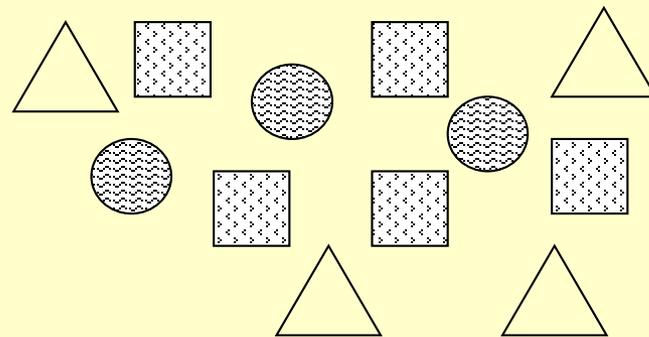
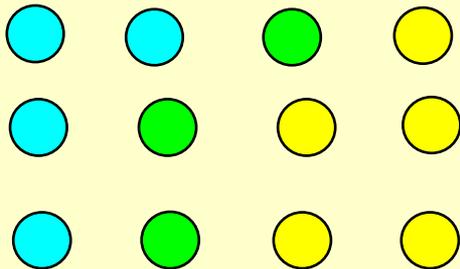
**1º tipo:** *Que parte das bolinhas são vermelhas?*



**2º tipo:** *Pintar três quartos das bolinhas da figura.*



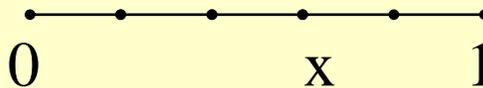
**3º tipo:** *Pedro tem 3 bolinhas de gude, João tem 4 e Marcos tem 5 bolinhas. Que parte das bolinhas cada um tem?*



- **2. CONCEPÇÃO DE MEDIDA**

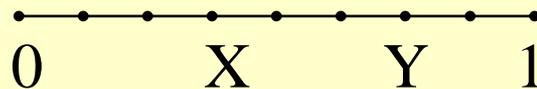
**1º tipo:** determinar as medidas de um objeto

**2º tipo:** determinar a medida de um segmento da origem até um ponto determinado, em um esquema de medida que representa uma unidade.



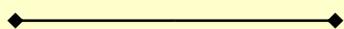
- **3º tipo:** determinar a medida entre dois pontos quaisquer de um segmento, em um esquema de medida que representa uma unidade, por exemplo:

Qual a distância entre X e Y?

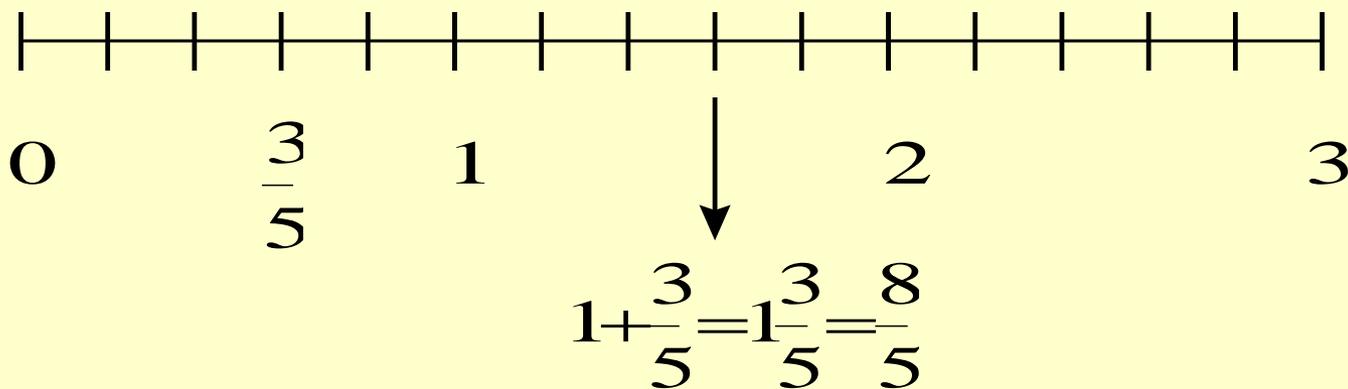


**4º tipo:** reconstituição da unidade

Se o desenho abaixo representa  $\frac{2}{3}$  da unidade, qual é a unidade?



*Variação*

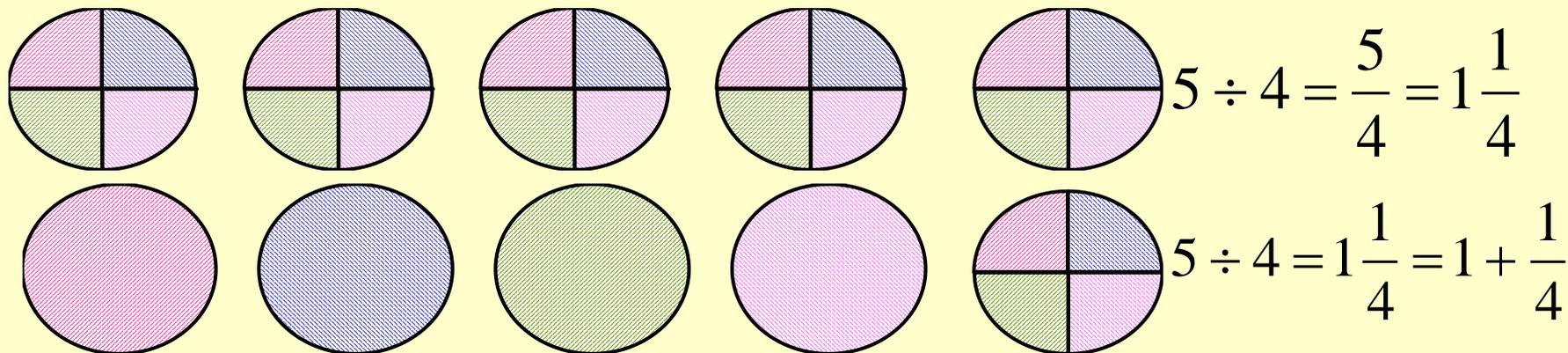


### 3. A CONCEPÇÃO DE QUOCIENTE

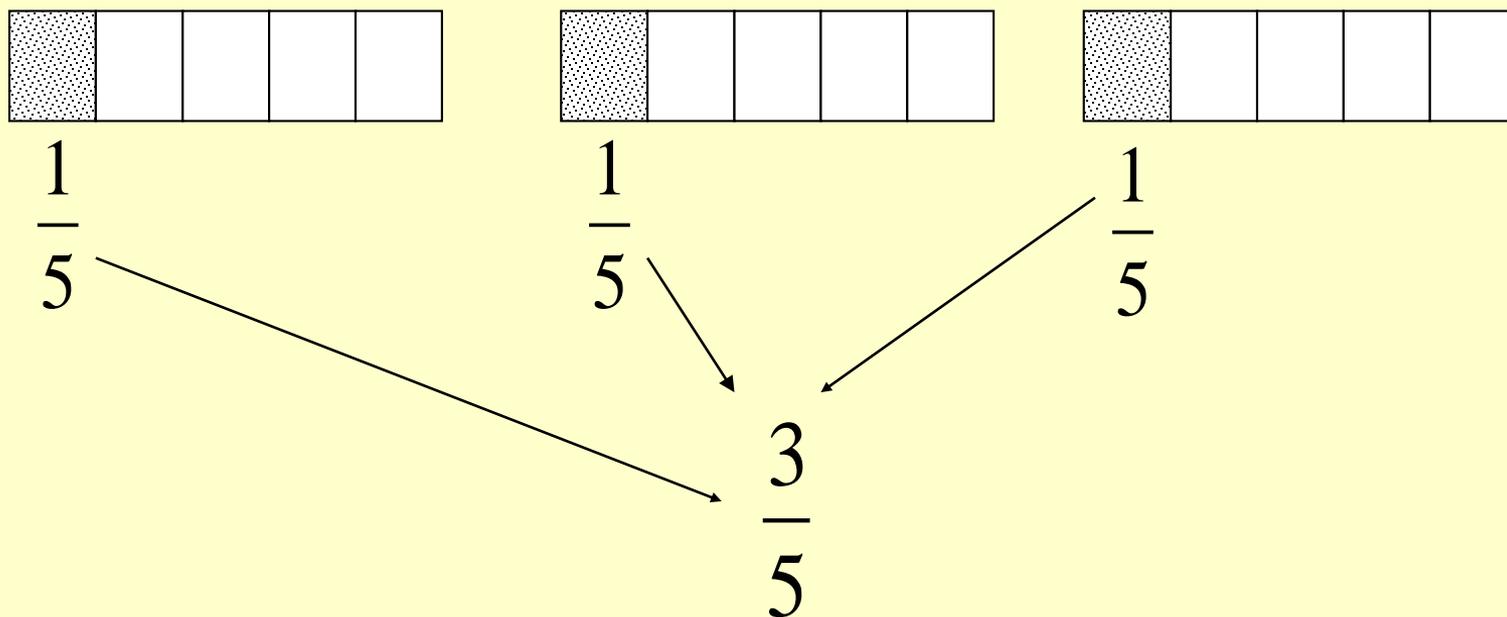
- **Caso contínuo**

**1º tipo:** solicita a distribuição de  $m$  objetos em um número  $n$  de partes manipulando a divisão em seu aspecto partitivo.

**1º caso:** *Distribuir igualmente cinco pizzas entre quatro pessoas.*

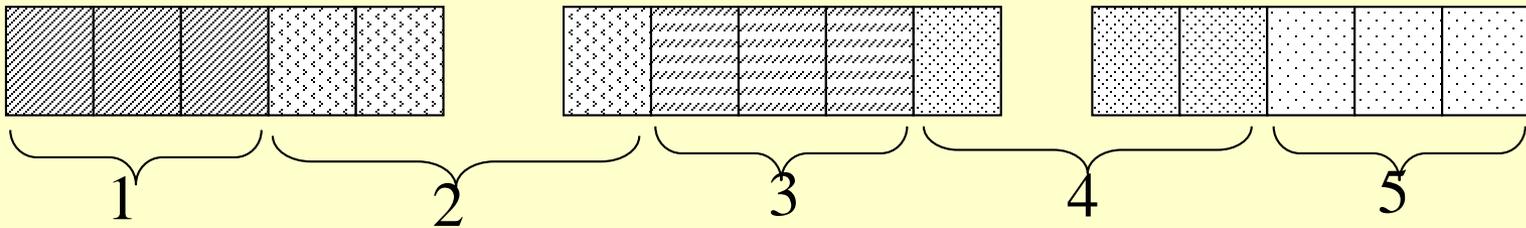


- **2º caso**
- *Distribuir igualmente três barras de chocolate entre cinco crianças.*

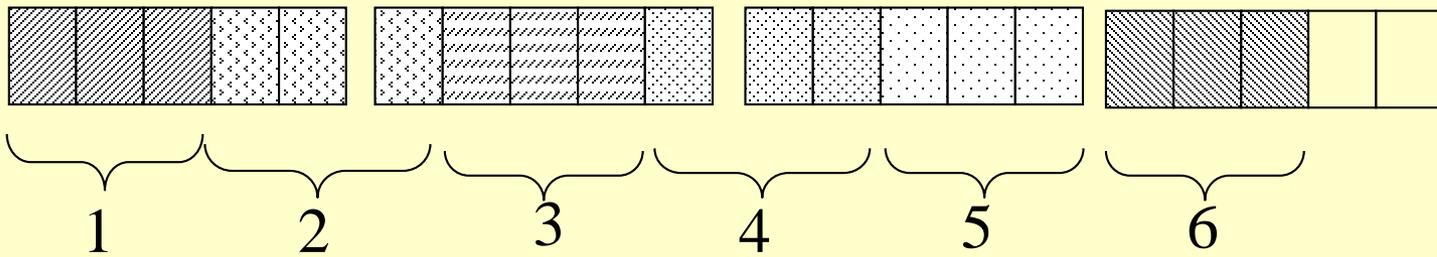


- **2º tipo**

- *Distribuir igualmente três chocolates para crianças de tal forma que cada uma receba  $\frac{3}{5}$  de um chocolate, solicitando a quantidade de crianças que poderiam receber chocolate.*



- se alterarmos a quantidade de chocolates para quatro



- **Caso discreto**

- 1º tipo**

*A distribuição de doze bolinhas entre três meninos.*

$$12 \div 3 = 4 \quad 3 = 12 \div 4 = \frac{12}{4} = \frac{1}{4} \times 12$$

- 2º tipo**

*Distribuição de 105 bolinhas de tal forma que cada criança receba 15.*

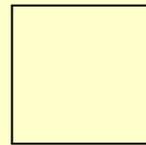
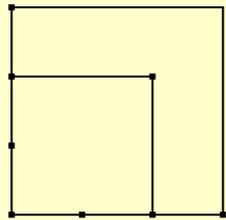
$$105 \div 15 = 7 \quad \frac{1}{7} \times 105 = 15 = 105 \div 7$$

# • A CONCEPÇÃO DE OPERADOR

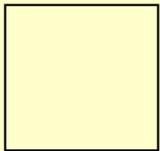
## Caso contínuo

### 1º tipo

- *Construir um quadrado cujo lado tenha  $\frac{2}{3}$  da medida do lado do quadrado dado.*



Estado inicial



Operador

$$\frac{2}{3}$$

Estado Final



- **2º tipo**
- *Tenho 1 copo de leite, mas minha receita pede 3. Por quanto devo reduzir os outros ingredientes da receita para poder usar 1 copo em vez de 3 de leite?*
- **Caso discreto**
- **Tipo:** *Quantos alunos correspondem a  $\frac{2}{3}$  de uma classe com 36 alunos?*

<p><b><u>Estado Inicial</u></b> 36 crianças</p>	<p><b><u>Operador:</u></b> <math>\frac{2}{3}</math> (dividir 36 por 3 e multiplicar o resultado por 2)</p>	<p><b><u>Estado final</u></b> 24 crianças</p>
---	--	---

Essas tarefas permitem a percepção de dois tipos de equivalência:

a) equivalência de operadores

Estado Inicial	Operador	Estado Final
12	$\frac{2}{3}$	8
12	$\frac{4}{6}$	8
12	$\frac{8}{12}$	8

## b) equivalência de estados

Estado Inicial	Operador	Estado Final
12	$\frac{2}{3}$	8
15	$\frac{2}{3}$	10
24	$\frac{2}{3}$	16

Razão:  $\frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{24}{16}$

Variações nos tipos de tarefas auxiliam na identificação de operadores especiais:

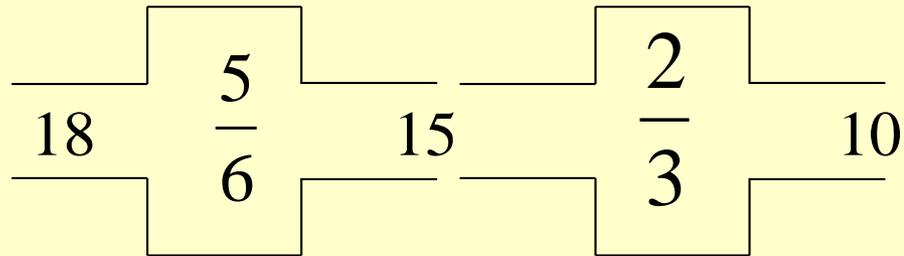
**3º tipo:** determinar o operador que desfaz uma ação

Estado Inicial	Operador	Estado Final	Operador	Estado Final
12	2/3	8	3/2	12

**4º tipo:** determinar o operador que não modifica o estado inicial

2/2, 3/3, 5/5, .....

- **5º tipo:** determinar o operador que substitui a ação de vários operadores



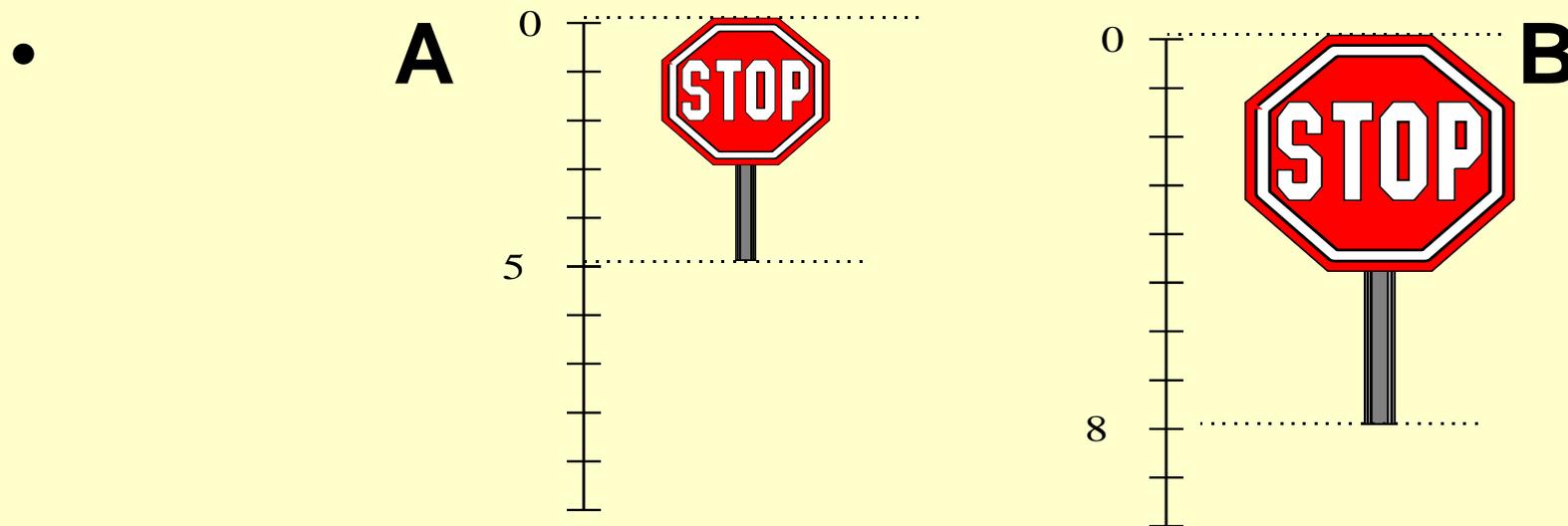
# 4. A CONCEPÇÃO DE RAZÃO

## Caso contínuo

1º tipo: determinar uma razão

a) grandezas de mesma natureza

Tarefa 1: solicita a comparação entre medidas de comprimento de dois inteiros.

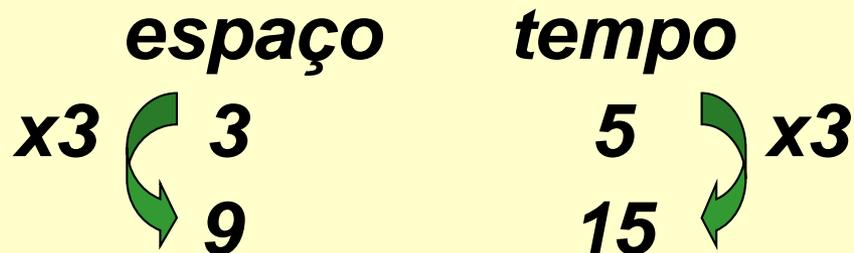


**Tarefa 2:** receita de bolo em que se utiliza duas xícaras de açúcar e três de farinha ou refrescos em que se relaciona a quantidade de água e de concentrado de frutas.

- **b) grandezas de naturezas diferentes.**

**Tarefa 1:** solicita a comparação entre medidas de comprimento e tempo.

**Tarefa 1(a):** *Se um carro percorre um trajeto de 3 km em 5 minutos, quanto demorará para percorrer um trajeto de 9 km?*

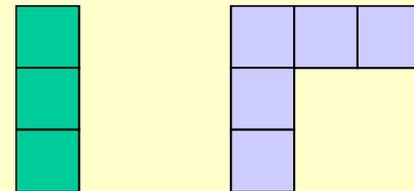
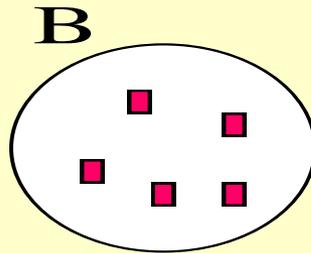
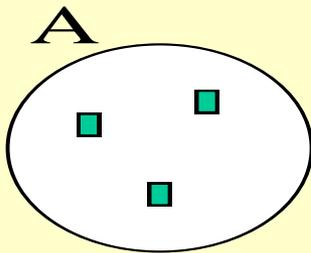


# Caso discreto

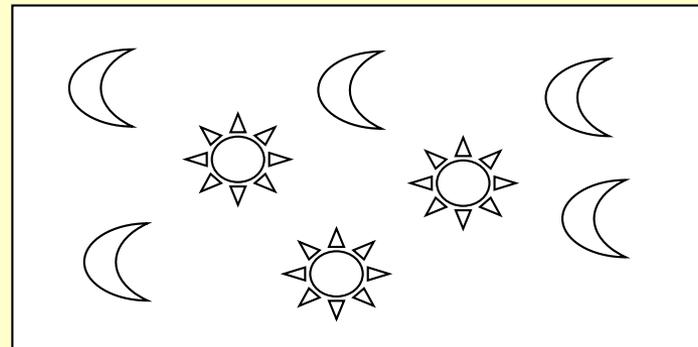
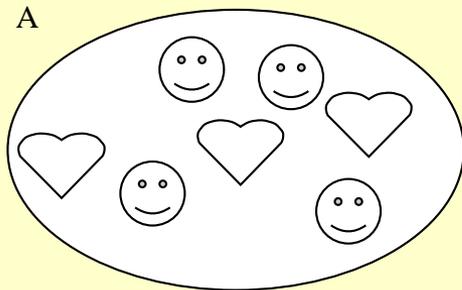
## a) grandezas de mesma natureza

1º tipo: determinar uma razão

**Tarefa 1:** determinar a razão entre a quantidade de elementos.

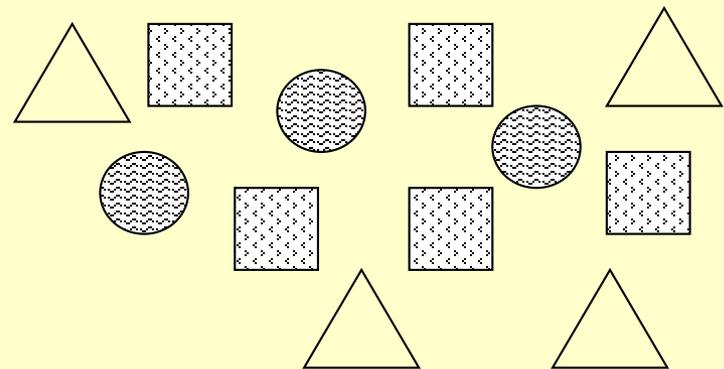
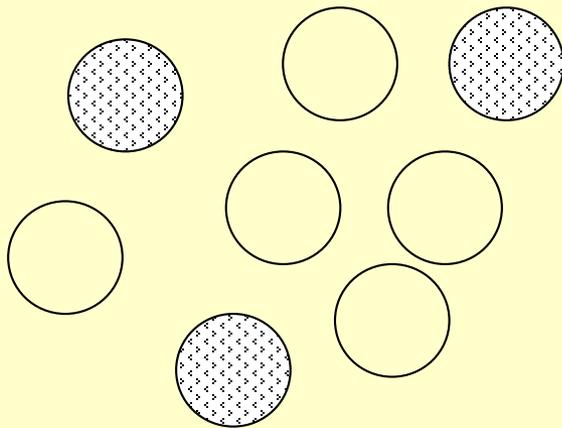


B



- **Tarefa 2:** determinar a razão entre a quantidade de duas partes de um conjunto de elementos do mesmo tipo.

Determine *a razão entre a quantidade de bolinhas pintadas e a quantidade de bolinhas brancas da figura abaixo:*



### • Tarefa 3

*Qual a razão entre a quantidade de meninos e meninas de uma classe se esta possui 15 meninos e 25 meninas?*

### • Tarefa 4

*- Em uma bolsa existem três bolas pretas e duas brancas. Tirando aleatoriamente uma bola da bolsa, qual é a probabilidade de que seja preta?*

*- Ao lançar um dado qual é a probabilidade de se obter um seis?*

• razão especial: probabilidade.

- **Caso discreto e contínuo**
- **Tipo:** determinar a razão
- **Tarefa 1:** determinar a razão entre a quantidade de ovos e a quantidade de farinha em uma receita de bolo.
- **Caso discreto ou contínuo**
- **Tipo:** determinar a razão entre a quantidade de uma grandeza discreta ou contínua e 100.
- *Quantos alunos, de uma classe com 50 alunos, jogam vôlei se sabemos que 10% dos alunos dessa classe jogam vôlei?*

- **DIFICULDADES**

**Duplicação de uma mistura na razão ou que pode ser representada por:**

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = \frac{a+a}{b+b} = \frac{2a}{2b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$2 \times \frac{a}{b} = \frac{2a}{b}$$

$$p \times \frac{a}{b} = \frac{pa}{b}$$

**60% não é igual a  $\frac{60}{100}$**

# O que é número fracionário?

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{x+3}{x-1}$$

$$\frac{2+3i}{5}$$

## • ADIÇÃO

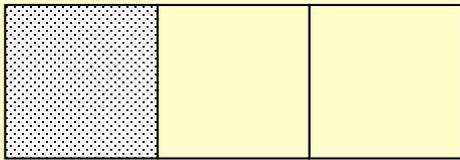
- 1) Primeiro pinte  $\frac{1}{2}$  do retângulo desenhado abaixo, depois pinte  $\frac{1}{6}$  do mesmo retângulo de outra cor. Qual a fração do retângulo que você pintou? Represente a sentença matemática que representa a solução do problema.



- 2) Pinte  $\frac{1}{2}$  do segmento desenhado abaixo. A seguir pinte, de outra cor,  $\frac{1}{6}$  do mesmo segmento. Que fração do segmento você pintou?

- 3) Calcule  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

4) Se apagássemos  $\frac{1}{2}$  da parte pintada do retângulo abaixo, que parte desse retângulo permaneceria pintada? Dê a sentença matemática que representa o que você fez.



7) Qual seria a fração pintada do retângulo desenhado abaixo se pintássemos  $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$  desse retângulo?



## • MULTIPLICAÇÃO

1) Dê a expressão matemática e calcule:

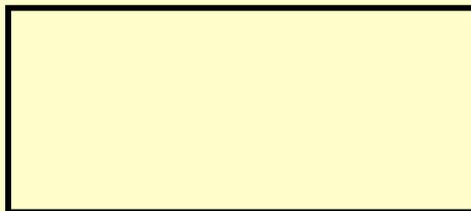
a) o dobro de  $\frac{2}{3}$

b) o triplo de  $\frac{2}{5}$

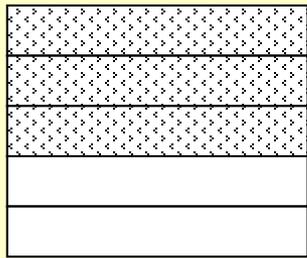
c) o quádruplo de  $\frac{1}{5}$

d) o quádruplo de  $\frac{3}{7}$

2) Pinte a metade de dois terços do retângulo desenhado abaixo. Que fração do retângulo você pintou? Dê a sentença matemática que representa o que você fez.

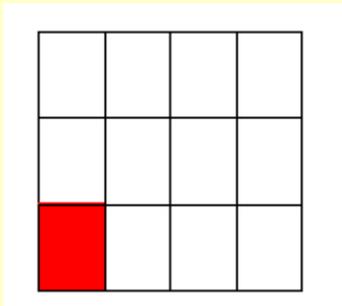


3) Pinte um quinto da parte que está hachurada na figura abaixo. Que parte da figura você pintou? Qual a sentença matemática que representa essa situação?

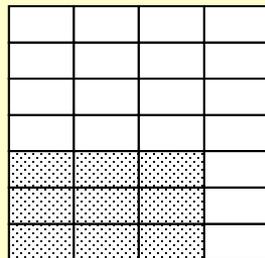


4) Sabendo que a área de um retângulo é dada pela multiplicação das medidas da altura e da largura do retângulo, calcule a área dos retângulos assinalados abaixo.

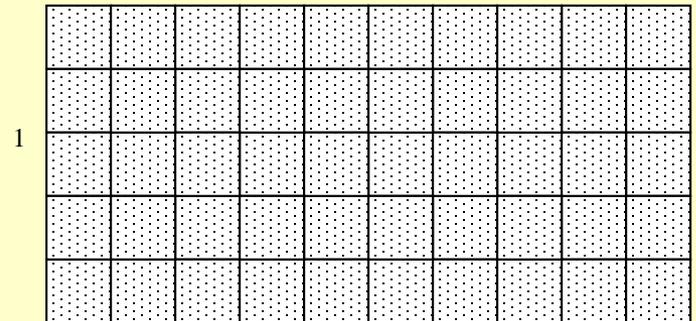
a)



b)



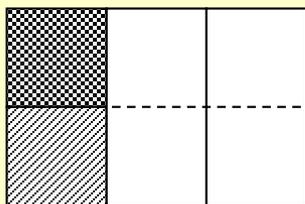
c)



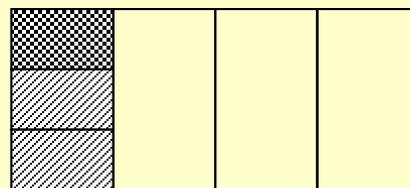
# •DIVISÃO

1) Quantos terços cabem em um inteiro? Como você pode representar essa situação?

2) Observe o desenho abaixo e complete:



$$\frac{1}{3} \div 2 =$$



$$\frac{1}{4} \div 3 =$$

3) Observe o desenho abaixo:

a) Se a metade de dois terços é

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} =$$

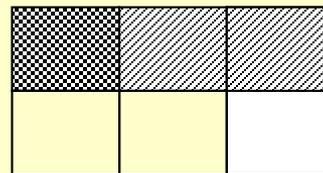
Então podemos escrever que  $\frac{2}{3} \div 2 =$



b) Se um terço da metade é

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} =$$

Então podemos escrever que  $\frac{1}{2} \div 3 =$



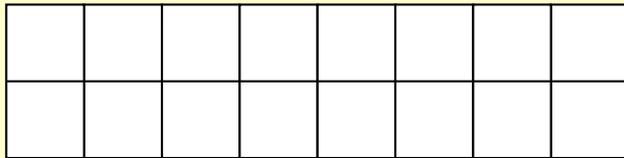
3) Calcule: (se precisar faça a figura)

a)  $\frac{3}{5} \div 2 =$

b)  $\frac{5}{7} \div 4 =$

c)  $\frac{5}{8} \div 7 =$

4) Utilize a figura abaixo para ajudar a responder as questões abaixo:



I) Quantos oitavos cabem em  $\frac{1}{16}$ ? Dê a expressão matemática que representa a situação.

II) Calcule:

$$\frac{1}{8} \div 2 =$$

$$\frac{2}{16} \div \frac{1}{8} =$$

$$\frac{6}{16} \div \frac{3}{8} =$$

$$\frac{10}{16} \div \frac{5}{8} =$$

# Referências

- **SILVA, M. J. F. Sobre a introdução de número fracionário. PUC-SP, 1997.** Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática).
- **SILVA, M. J. F. Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. PUC-SP, 2005.** Tese (doutorado em Educação Matemática)
- **SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S.A. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo.** Boletim de Educação Matemática, vol. 21, num. 31, 2008, p. 55-78.