

LOS SIGNIFICADOS DE LOS NÚMEROS FRACCIONÁRIOS

Prof. Maria José Ferreira da Silva

zeze@pucsp.br

- Porque as dificuldades no ensino?
- Porque as dificuldades na aprendizagem?

GRANDEZAS


- **Quantificar significa associar um número por meio de contagem ou medição de uma determinada grandeza.**
 - Grandezas discretas: contagem (naturais)
 - Grandezas contínuas: medição (números reais)

Significados/Concepções

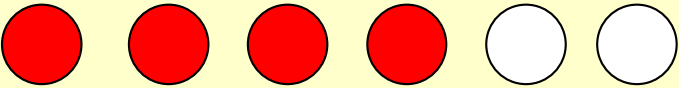
- **Para que a criança construa significados para números fracionários é importante o trabalho com as concepções:**
 - Parte/todo
 - Medida
 - Quociente
 - Razão
 - Operador

Representações

Além da linguagem natural necessitamos de duas representações visuais: $\frac{a}{b}$ e regiões ou conjuntos divididos em partes de mesma quantidade.

-Dois terços do retângulo é verde.  $\frac{2}{3}$

-Quatro sextos das bolinhas são vermelhas

 $\frac{4}{6}$

COMO ENSINAMOS?

- PARTE/TODO

Um inteiro dividido em b partes das quais se considera a partes e representamos por a/b.



$$\frac{2}{3}$$

COMO COMPREENDER ?

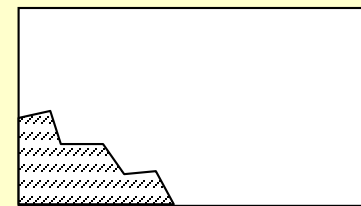
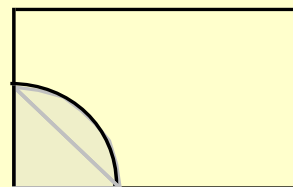
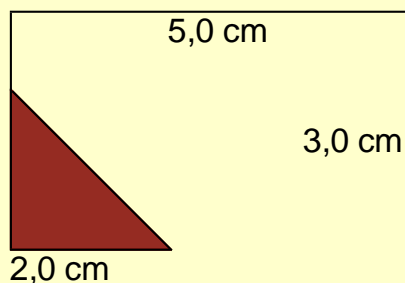
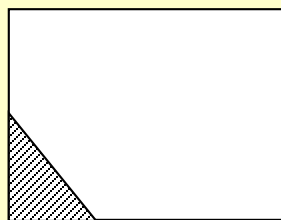
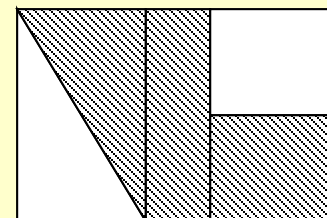
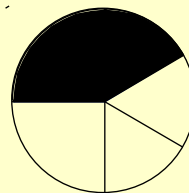
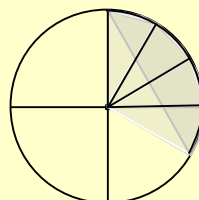
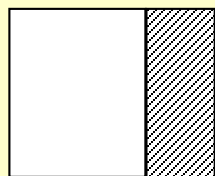
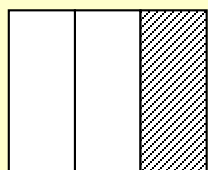
- Parte/todo: dois terços do retângulo é verde.
- Medida: a medida é de $\frac{2}{3}$ da unidade.
- Quociente: dividir dois chocolates para três crianças.
- Razão: a receita pede dois copos de açúcar para três de farinha.
 - Ampliar as medidas dos lados da figura na razão de 2 para 3.
 - Na classe existem 2 meninas para cada 3 meninos.
- Operador: Se $\frac{2}{3}$ de um número é 57 qual é esse número?

• 1. Conceção Parte-todo

Caso contínuo

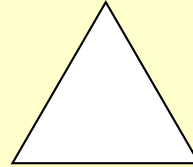
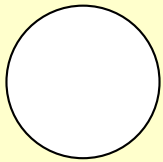
Um inteiro dividido em partes de mesma medida de área.

1º tipo: *Que parte da figura está pintada?*

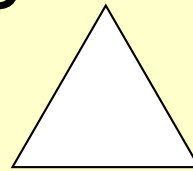
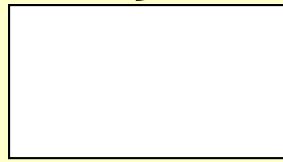
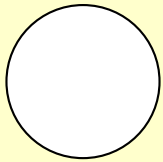


• 2º tipo

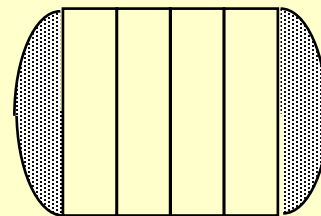
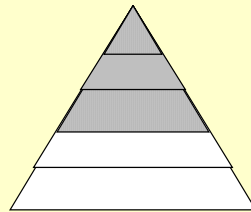
- Pinte metade da figura.



- Pinte um terço da figura.

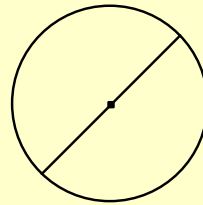
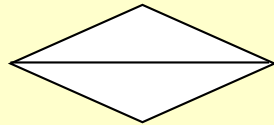
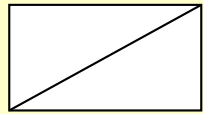


• Dificuldades

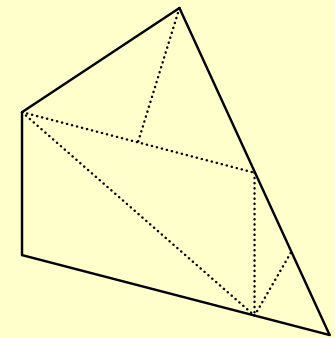
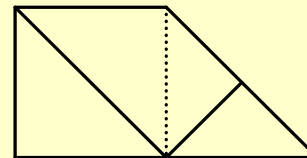
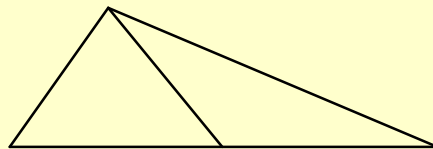
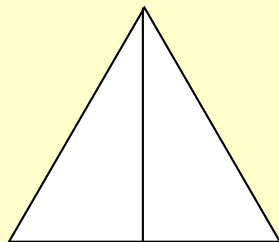
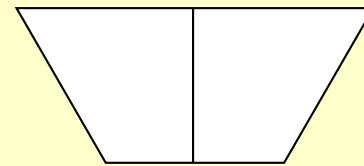
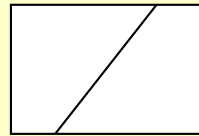
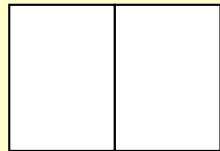
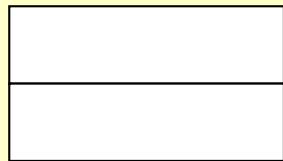


• Divisão de inteiros

- sem medição

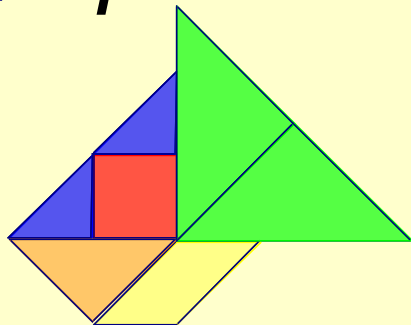


- com medição



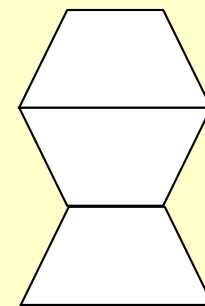
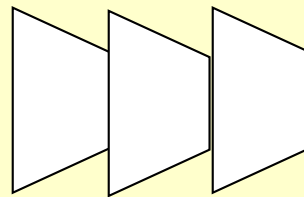
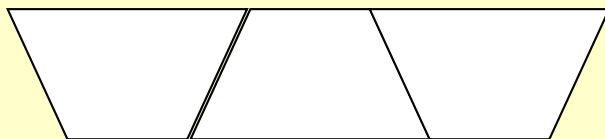
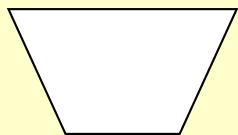
3º tipo: composição de figuras

Que parte da figura é vermelha?



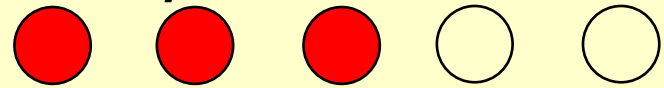
4º tipo: reconstituição do inteiro

Se a figura abaixo é um terço da figura original, desenhe essa figura.

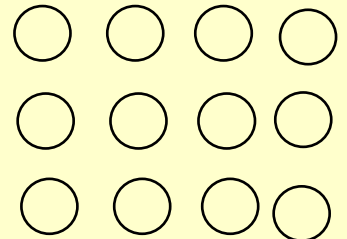


- **Caso discreto**

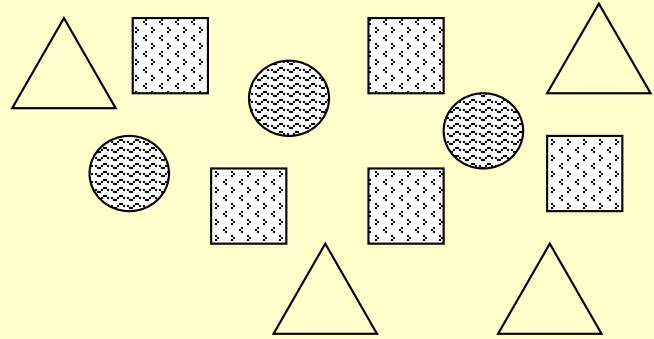
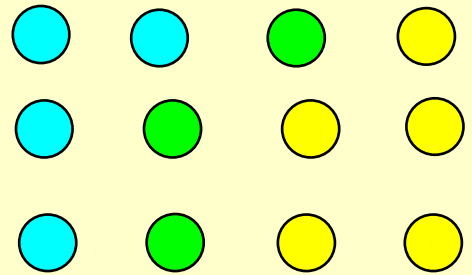
1º tipo: *Que parte das bolinhas são vermelhas?*



2º tipo: *Pintar três quartos das bolinhas da figura.*



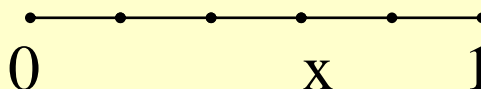
3º tipo: *Pedro tem 3 bolinhas de gude, João tem 4 e Marcos tem 5 bolinhas. Que parte das bolinhas cada um tem?*



- **2. CONCEPÇÃO DE MEDIDA**

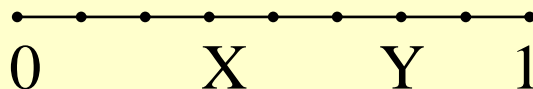
1º tipo: determinar as medidas de um objeto

2º tipo: determinar a medida de um segmento da origem até um ponto determinado, em um esquema de medida que representa uma unidade.



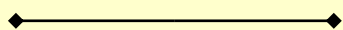
- **3º tipo:** determinar a medida entre dois pontos quaisquer de um segmento, em um esquema de medida que representa uma unidade, por exemplo:

Qual a distância entre X e Y?

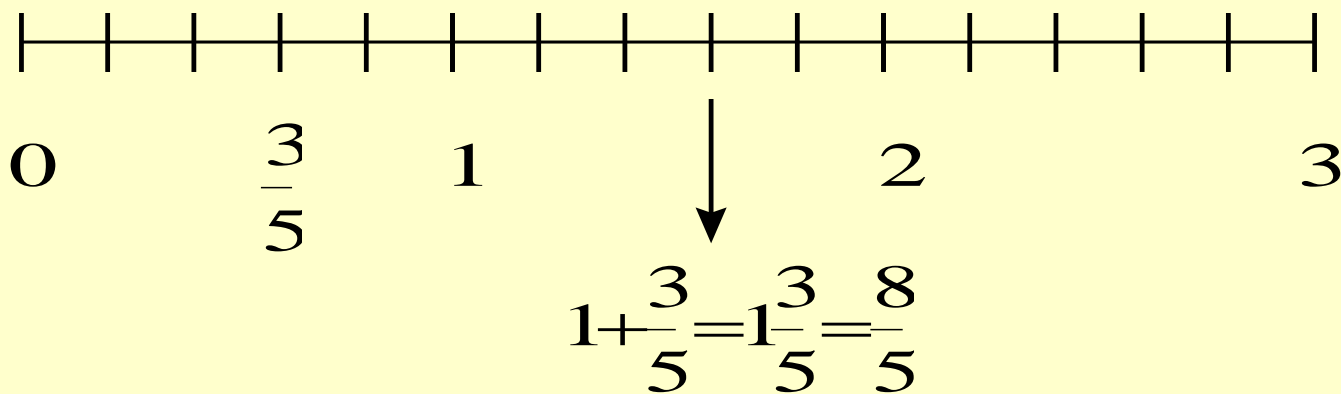


4º tipo: reconstituição da unidade

Se o desenho abaixo representa $\frac{2}{3}$ da unidade, qual é a unidade?



Variação

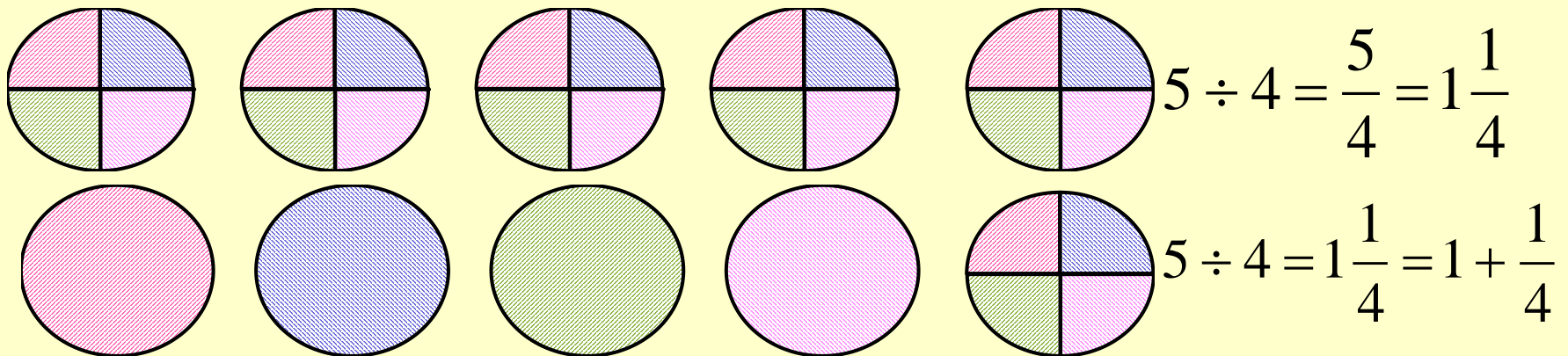


3. A CONCEPÇÃO DE QUOCIENTE

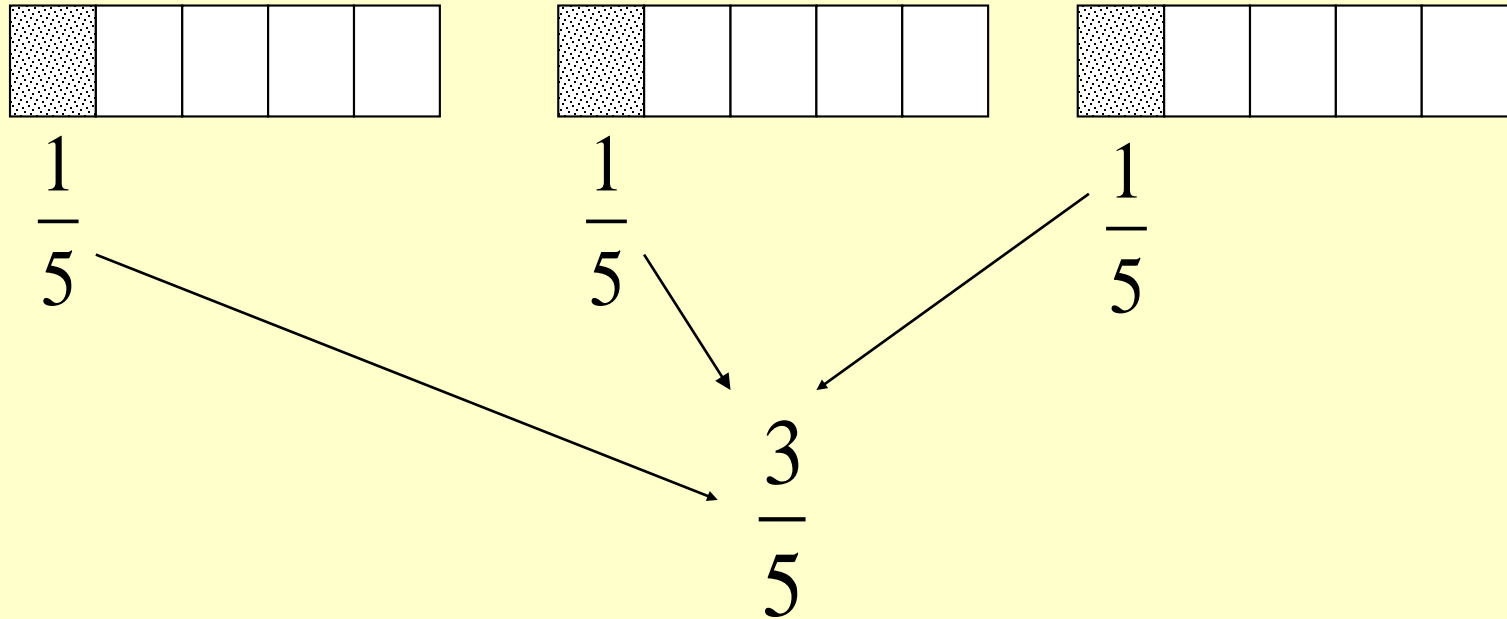
- **Caso contínuo**

1º tipo: solicita a distribuição de m objetos em um número n de partes manipulando a divisão em seu aspecto partitivo.

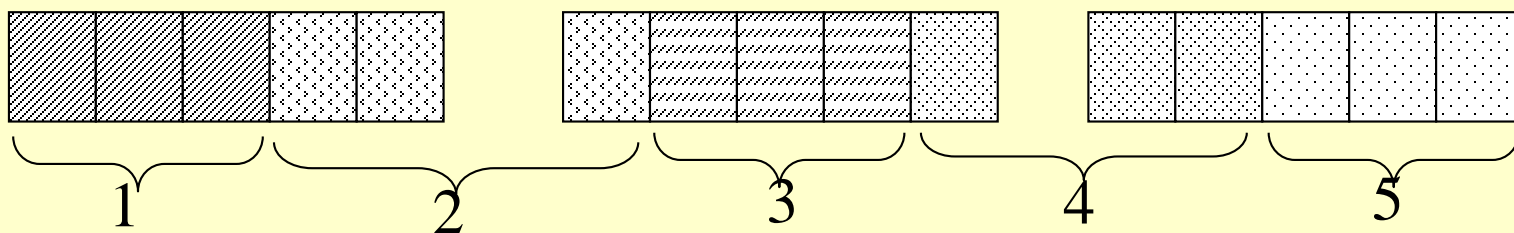
1º caso: *Distribuir igualmente cinco pizzas entre quatro pessoas.*



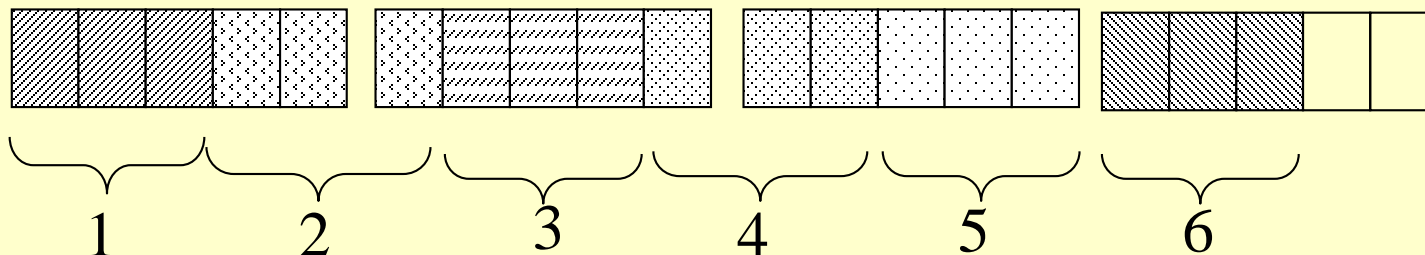
- **2º caso**
- *Distribuir igualmente três barras de chocolate entre cinco crianças.*



- **2º tipo**
- *Distribuir igualmente três chocolates para crianças de tal forma que cada uma receba $\frac{3}{5}$ de um chocolate, solicitando a quantidade de crianças que poderiam receber chocolate.*



- se alterarmos a quantidade de chocolates para quatro



- **Caso discreto**

- 1º tipo**

A distribuição de doze bolinhas entre três meninos.

$$12 \div 3 = 4 \quad 3 = 12 \div 4 = \frac{12}{4} = \frac{1}{4} \times 12$$

- 2º tipo**

Distribuição de 105 bolinhas de tal forma que cada criança receba 15.

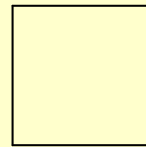
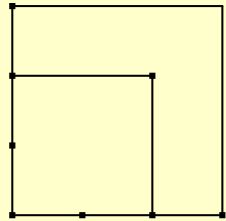
$$105 \div 15 = 7 \quad \frac{1}{7} \times 105 = 15 = 105 \div 7$$

• A CONCEPÇÃO DE OPERADOR

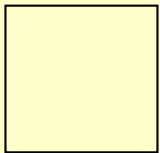
Caso contínuo

1º tipo

- *Construir um quadrado cujo lado tenha $\frac{2}{3}$ da medida do lado do quadrado dado.*



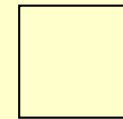
Estado inicial



Operador

$$\frac{2}{3}$$

Estado Final



- **2º tipo**
- *Tenho 1 copo de leite, mas minha receita pede 3. Por quanto devo reduzir os outros ingredientes da receita para poder usar 1 copo em vez de 3 de leite?*
- **Caso discreto**
- **Tipo:** *Quantos alunos correspondem a $\frac{2}{3}$ de uma classe com 36 alunos?*

<p><u>Estado Inicial</u> 36 crianças</p>	<p><u>Operador:</u> $\frac{2}{3}$ (dividir 36 por 3 e multiplicar o resultado por 2)</p>	<p><u>Estado final</u> 24 crianças</p>
---	--	---

Essas tarefas permitem a percepção de dois tipos de equivalência:

a) equivalência de operadores

Estado Inicial	Operador	Estado Final
12	$\frac{2}{3}$	8
12	$\frac{4}{6}$	8
12	$\frac{8}{12}$	8

b) equivalência de estados

Estado Inicial	Operador	Estado Final
12	$\frac{2}{3}$	8
15	$\frac{2}{3}$	10
24	$\frac{2}{3}$	16

Razão: $\frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{24}{16}$

Variações nos tipos de tarefas auxiliam na identificação de operadores especiais:

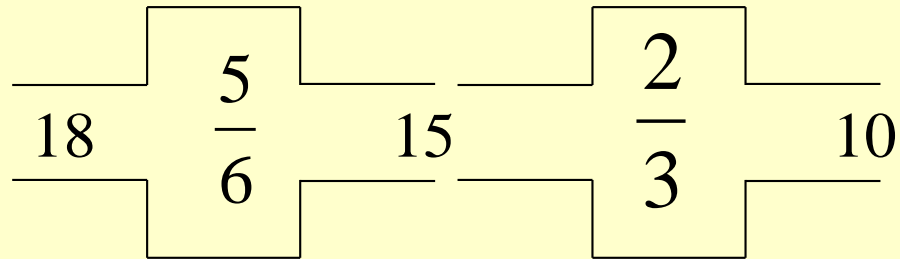
3º tipo: determinar o operador que desfaz uma ação

Estado Inicial	Operador	Estado Final	Operador	Estado Final
12	2/3	8	3/2	12

4º tipo: determinar o operador que não modifica o estado inicial

2/2, 3/3, 5/5,

- **5º tipo:** determinar o operador que substitui a ação de vários operadores



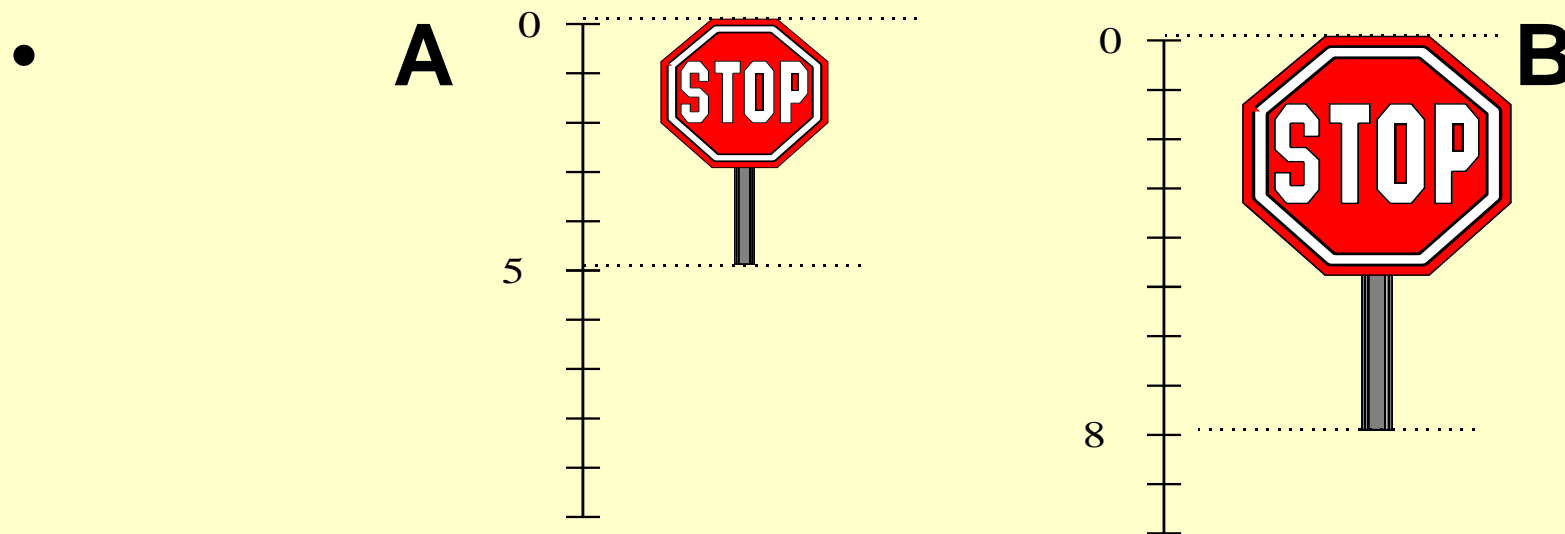
4. A CONCEPÇÃO DE RAZÃO

Caso contínuo

1º tipo: determinar uma razão

a) grandezas de mesma natureza

Tarefa 1: solicita a comparação entre medidas de comprimento de dois inteiros.

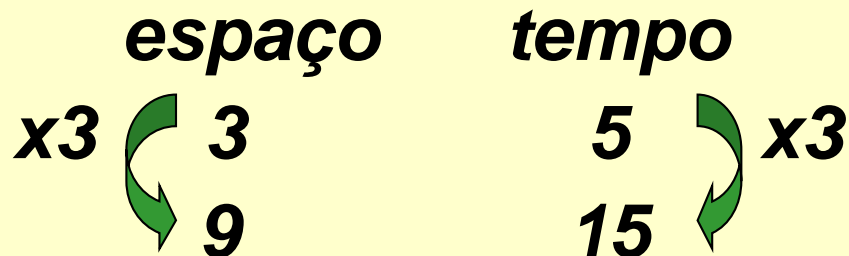


Tarefa 2: receita de bolo em que se utiliza duas xícaras de açúcar e três de farinha ou refrescos em que se relaciona a quantidade de água e de concentrado de frutas.

- **b) grandezas de naturezas diferentes.**

Tarefa 1: solicita a comparação entre medidas de comprimento e tempo.

Tarefa 1(a): *Se um carro percorre um trajeto de 3 km em 5 minutos, quanto demorará para percorrer um trajeto de 9 km?*

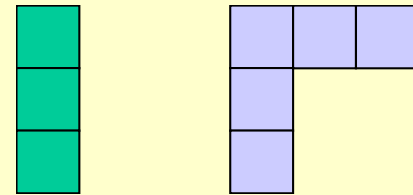
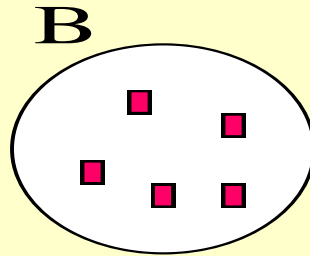
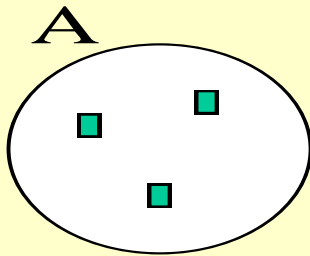


Caso discreto

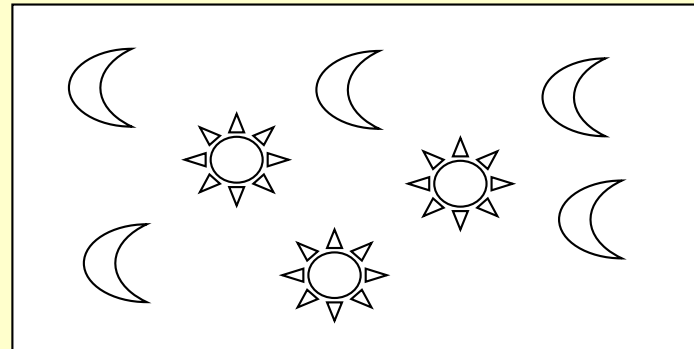
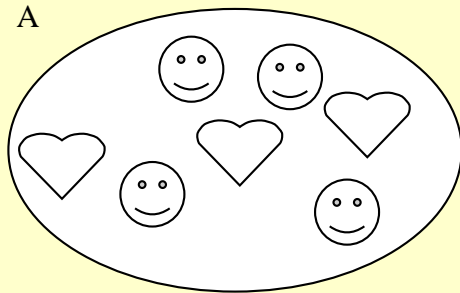
a) grandezas de mesma natureza

1º tipo: determinar uma razão

Tarefa 1: determinar a razão entre a quantidade de elementos.

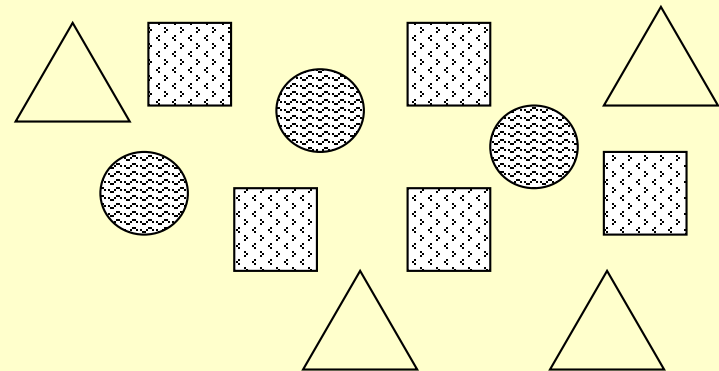
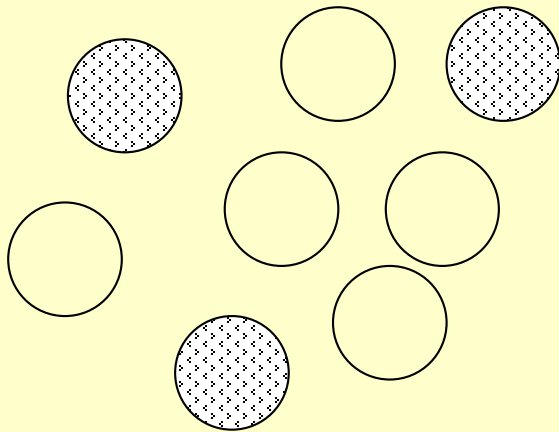


B



- **Tarefa 2:** determinar a razão entre a quantidade de duas partes de um conjunto de elementos do mesmo tipo.

Determine *a razão entre a quantidade de bolinhas pintadas e a quantidade de bolinhas brancas da figura abaixo:*



- **Tarefa 3**

Qual a razão entre a quantidade de meninos e meninas de uma classe se esta possui 15 meninos e 25 meninas?

- **Tarefa 4**

- Em uma bolsa existem três bolas pretas e duas brancas. Tirando aleatoriamente uma bola da bolsa, qual é a probabilidade de que seja preta?

- Ao lançar um dado qual é a probabilidade de se obter um seis?

- razão especial: probabilidade.

- **Caso discreto e contínuo**
- **Tipo:** determinar a razão
- **Tarefa 1:** determinar a razão entre a quantidade de ovos e a quantidade de farinha em uma receita de bolo.
- **Caso discreto ou contínuo**
- **Tipo:** determinar a razão entre a quantidade de uma grandeza discreta ou contínua e 100.
- *Quantos alunos, de uma classe com 50 alunos, jogam vôlei se sabemos que 10% dos alunos dessa classe jogam vôlei?*

- **DIFICULDADES**

Duplicação de uma mistura na razão ou que pode ser representada por:

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = \frac{a+a}{b+b} = \frac{2a}{2b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$2 \times \frac{a}{b} = \frac{2a}{b}$$

$$p \times \frac{a}{b} = \frac{pa}{b}$$

60% não é igual a $\frac{60}{100}$

O que é número fracionário?

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}$$

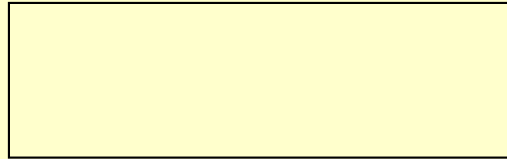
$$\frac{-2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{x+3}{x-1}$$

$$\frac{2+3i}{5}$$

• ADIÇÃO

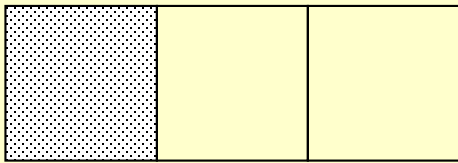
- 1) Primeiro pinte $\frac{1}{2}$ do retângulo desenhado abaixo, depois pinte $\frac{1}{6}$ do mesmo retângulo de outra cor. Qual a fração do retângulo que você pintou? Represente a sentença matemática que representa a solução do problema.



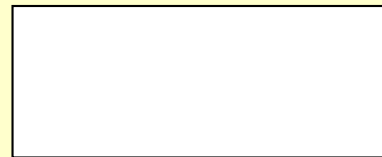
- 2) Pinte $\frac{1}{2}$ do segmento desenhado abaixo. A seguir pinte, de outra cor, $\frac{1}{6}$ do mesmo segmento. Que fração do segmento você pintou?

- 3) Calcule $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

4) Se apagássemos $\frac{1}{2}$ da parte pintada do retângulo abaixo, que parte desse retângulo permaneceria pintada? Dê a sentença matemática que representa o que você fez.



7) Qual seria a fração pintada do retângulo desenhado abaixo se pintássemos $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ desse retângulo?



• MULTIPLICAÇÃO

1) Dê a expressão matemática e calcule:

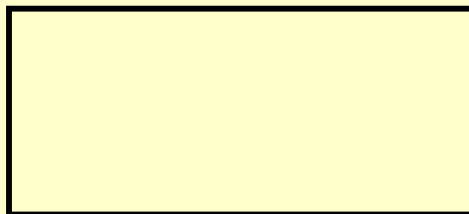
a) o dobro de $\frac{2}{3}$

b) o triplo de $\frac{2}{5}$

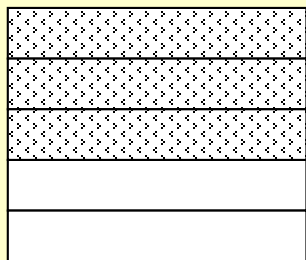
c) o quádruplo de $\frac{1}{5}$

d) o quádruplo de $\frac{3}{7}$

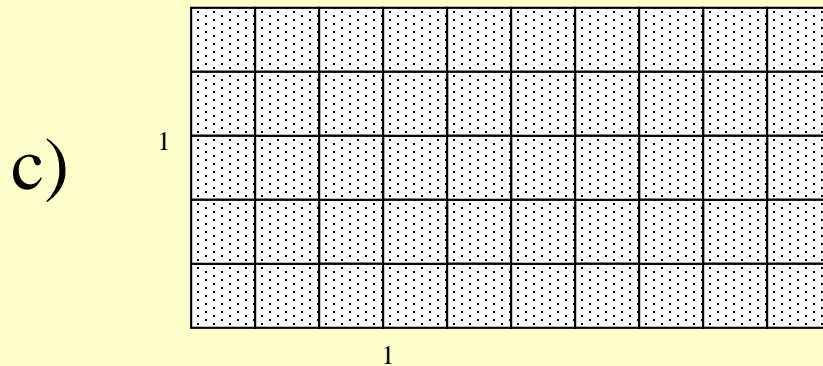
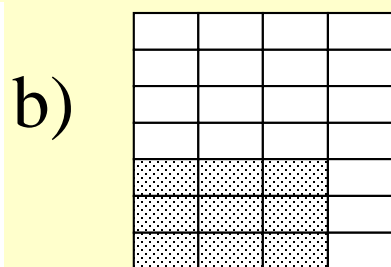
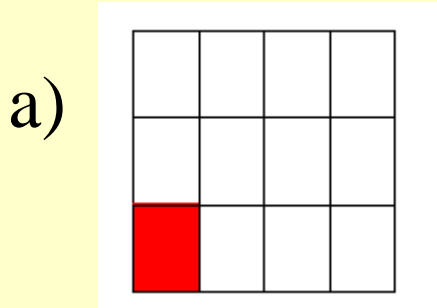
2) Pinte a metade de dois terços do retângulo desenhado abaixo. Que fração do retângulo você pintou? Dê a sentença matemática que representa o que você fez.



3) Pinte um quinto da parte que está hachurada na figura abaixo. Que parte da figura você pintou? Qual a sentença matemática que representa essa situação?



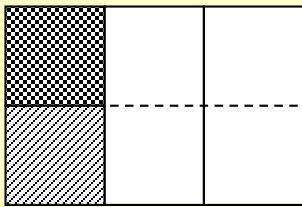
4) Sabendo que a área de um retângulo é dada pela multiplicação das medidas da altura e da largura do retângulo, calcule a área dos retângulos assinalados abaixo.



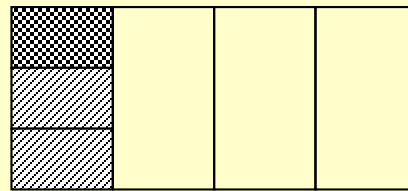
•DIVISÃO

1) Quantos terços cabem em um inteiro? Como você pode representar essa situação?

2) Observe o desenho abaixo e complete:



$$\frac{1}{3} \div 2 =$$

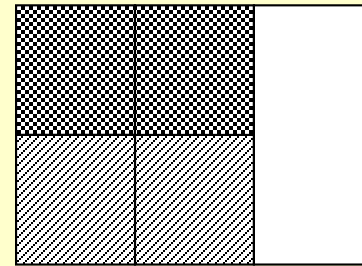


$$\frac{1}{4} \div 3 =$$

3) Observe o desenho abaixo:

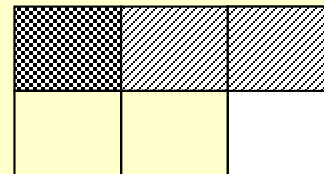
a) Se a metade de dois terços é $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} =$

Então podemos escrever que $\frac{2}{3} \div 2 =$



b) Se um terço da metade é $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} =$

Então podemos escrever que $\frac{1}{2} \div 3 =$



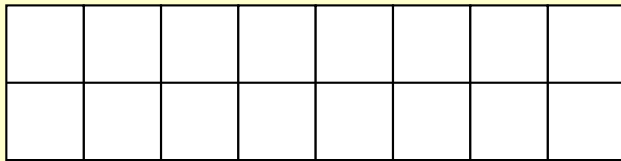
3) Calcule: (se precisar faça a figura)

a) $\frac{3}{5} \div 2 =$

b) $\frac{5}{7} \div 4 =$

c) $\frac{5}{8} \div 7 =$

4) Utilize a figura abaixo para ajudar a responder as questões abaixo:



I) Quantos oitavos cabem em $\frac{1}{16}$? Dê a expressão matemática que representa a situação.

II) Calcule:

$$\frac{1}{8} \div 2 =$$

$$\frac{2}{16} \div \frac{1}{8} =$$

$$\frac{6}{16} \div \frac{3}{8} =$$

$$\frac{10}{16} \div \frac{5}{8} =$$

Referências

- **SILVA, M. J. F. Sobre a introdução de número fracionário. PUC-SP, 1997.** Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática).
- **SILVA, M. J. F. Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. PUC-SP, 2005.** Tese (doutorado em Educação Matemática)
- **SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S.A. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo.** Boletim de Educação Matemática, vol. 21, num. 31, 2008, p. 55-78.