

RESIGNIFICANDO AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS COM ALUNOS “EM DIFICULDADE” DO ENSINO FUNDAMENTAL

Reframing operations with natural numbers with high school’ students in trouble

NATÁLIA COELHO SOARES¹

SILVIA DIAS ALCÂNTARA MACHADO²

Resumo

Este artigo apresenta a parte de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo investigar se e como, um aluno do 8º ano do ensino fundamental, apresentando dificuldades na resolução de atividades matemáticas envolvendo operações com os números naturais, aprofunda seus conhecimentos, quando lhe é dada a oportunidade do uso de tecnologias não usuais em sala de aula. Para a coleta de dados, foram realizados cinco encontros com o aluno. Concluiu-se que a introdução das tecnologias não usuais, como o ábaco e a calculadora com impressora possibilitaram o aprofundamento e a consequente ressignificação das concepções desse aluno sobre as operações dos números naturais.

Palavras-chave: operações com números naturais; aluno em dificuldade; 8º ano do Ensino Fundamental; ábaco; calculadora com impressora.

Abstract

This article presents part of a master's research, that aims to investigate whether and how a student of the 8th grade of elementary school, which presents difficulties in solving mathematical activities involving operations with natural numbers, deepens their knowledge, when you given the opportunity of using unusual technologies in the classroom. For data collection, we were held five meetings with the student. It was concluded that the introduction of unusual technologies, such as the abacus and calculator with printer enabled the deepening and the consequent redefinition of the conceptions that student on the operations of natural numbers.

Keywords: operations with natural numbers; students in trouble; 8th of junior high school; abacus; calculator with printer.

Introdução

¹ Doutoranda do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da PUC/SP.

E-mail:nataliacelhoares@hotmail.com

² Professora Doutora do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da PUC/SP.

O estudo das operações com os números naturais é tema central nos currículos do Ensino Fundamental- EF-, no entanto estudos realizados pelo Grupo de Pesquisas em Educação Algébrica da PUC/SP, como os de Chaparin (2010) e Pizysieznig (2011), concluem que muitos alunos chegam ao final do EF sem ter desenvolvido o domínio e/ou a compreensão dos procedimentos algorítmicos relativos a essas operações.

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa que visou responder às seguintes questões: é possível promover a compreensão de alunos do final do EF sobre as operações com números naturais? Qual o papel do ábaco e da calculadora nesse processo?

A pesquisa foi realizada com três alunos do 8º ano do EF de escolas públicas. Esses alunos frequentam uma ONG que tem como finalidade apoiar a escolarização de alunos encaminhados por escolas públicas, por apresentarem dificuldades de aprendizagem não superadas pelos meios propostos pela escola. No caso desses três alunos a principal queixa recaía sobre o desempenho matemático.

Elaboramos algumas atividades para obter, no primeiro atendimento individual com cada aluno, elementos de sua concepção sobre as operações com os números naturais. A análise dos protocolos das atividades de cada um dos alunos revelou que um deles tinha dificuldade, não com a matemática envolvida, mas com a compreensão do registro escrito, pois quando liamos em voz alta o enunciado da atividade ele a solucionava adequadamente. Os outros dois alunos apresentaram incompreensão sobre como operar os algoritmos.

A seguir descrevemos e analisamos a retomada das operações com números naturais, de Renato, o único aluno que assumiu: *eu só não sei fazer divisão* (sic).

Relato e análise de alguns encontros com o aluno

O fato de Renato afirmar: *só não sei fazer divisão* nos leva a conjecturar que ele não percebe a relação entre as operações, sobretudo entre a multiplicação e a divisão.

Durante o primeiro encontro, Renato recorre aos lápis, disponíveis na mesa de trabalho, para realizar as operações propostas, o que mostra sua dependência na utilização do material concreto, tal dependência, certamente, constitui um empecilho para a resolução de cálculos. Isto é, a passagem necessária da situação vivida com o auxílio do material concreto para a abstração e sistematização não se deu, pelo contrário, para ele divisão é repartição, o que corresponde a uma visão limitada que o

impede de compreender o significado. Isso vem reforçar o que destacam Magina e Spinillo (2004):

[...] o material concreto não é o único e nem o mais importante recurso na compreensão matemática, como usualmente se supõe. Não se deseja dizer com isso que tal recurso deva ser abolido da sala de aula, mas que seu uso seja analisado de forma crítica, avaliando-se sua efetiva contribuição para a compreensão em matemática (MAGINA; SPINILLO, 2004, p.11).

Dada a declaração de Renato de que desejava aprender a “fazer divisão”, decidimos integrar alguns instrumentos favoráveis à reflexão e desenvolvimento da relação entre as diferentes operações. Assim resolvemos familiarizá-lo primeiramente com uma calculadora simples (CS), de mão, e a calculadora com impressora (CI). Para tanto elaboramos o roteiro e as atividades criadas por Machado (2010). Conforme segue.

1º momento - dedicado às atividades exploratórias das funções da calculadora com a intenção de perceber o nível de familiarização do aluno com as calculadoras simples.

Solicitar ao aluno que observe as calculadoras deixando que ele explore livremente as mesmas. As duas calculadoras mostram as mesmas funções: quatro teclas cada uma, com um dos sinais das quatro operações dos números inteiros, uma tecla com o sinal de igual, outra com o sinal da vírgula representado por um ponto, dez teclas cada uma com os dígitos entre 0 a 9, além da tecla OFF para desligar a calculadora. Na calculadora simples, há ainda a tecla AC para ligar e a tecla CE para apagar o último dígito teclado.

A calculadora com impressora possui mais teclas do que a simples e, por isso, recobrimos com fita isolante todas as teclas que não iríamos utilizar. O recobrimento das teclas deveu-se à tentativa de evitar que o sujeito da pesquisa se distraísse com elas nas atividades propostas. Além das teclas comuns às duas calculadoras, a calculadora com impressora possui a tecla C/CE que tem a função de ligar e de limpar o visor.

Observar como o aluno manipula as calculadoras (sabe ligar? Qual tecla clica? Faz cálculos? Quais as operações espontaneamente utilizadas? Quais suas perguntas?).

Após um tempo, fazer perguntas que revelem o uso daqueles instrumentos manipulados anteriormente, para qual finalidade, onde era utilizado. Essas observações deveriam dar condições de conhecer o nível de familiaridade do aluno com a calculadora.

2º momento - Iniciar atividade dirigida visando a uma exploração das possibilidades da calculadora, para tanto solicitar ao aluno:

- Marque os números 1, 2, assim por diante até o 9. Perguntar: o que voce observou?
- Conte quantos Algarismos “couberam” no visor.
- Marque os números 0, 1, 2 assim por diante até o 9 e perguntar o que acontece?
- Responda se o zero aparece, em seguida porque o zero não aparece?
- Marque os números 5,4,3,2,1 e zero. Perguntar se o zero aparece e por que?
- Observe a diferença entre registrar na calculadora o zero antecedendo os outros dígitos e no papel.

Institucionalizar o que já foi percebido pelo aluno (como se liga, como se desliga, o tipo de teclas que aparece, a quantidade de Algarismos que cabe no visor...)

Institucionalizadas as questões, pedir ao aluno que:

- Marque o 1 na calculadora.
- Não aperte qualquer tecla e responda o que aparecerá se marcar o 3 (o sujeito poderá responder 31).
- Marque o 3. Diga o que aconteceu.
- Responda o que se deve clicar primeiro se quiser escrever o número 31.
- Mostre a tecla que indica a operação de adição.
- Mostre a tecla que indica a operação de subtração.
- Use a calculadora para somar $5+4$. O que aparece no visor?

Conforme o ocorrido institucionalizamos, as questões abordadas (a questão da precedência da digitação de números com mais de um dígito, e com a função da tecla (=) na realização das operações.

3º momento – exploração da calculadora simples por meio de atividades que envolvem “operações” de adição e subtração com os números naturais. Cada módulo de questões será intercalado por pausas que indicam a necessidade de retornar ao mesmo tipo de questão ou prosseguir com o previsto.

- Digite na calculadora o número 45.
- Sem apagar o número do visor, quais teclas deverá apertar para que apareça o número 40?
- Registre no papel o que pensou e depois veja se deu certo!
- Registre no papel o que aconteceu (insistir para que registre no papel o resultado dado, independentemente do fato de ser o esperado).

Pausa

- Digite na calculadora o número 452.
- Sem apagá-lo, transforme-o em 450.

Pausa

- Digite o número 450.
- Sem apagá-lo, transforme-o em 400.

Pausa

As pausas possibilitam orientar o aluno a pensar quais comandos deve dar a calculadora antes de realizar as operações requeridas.

Provavelmente nas primeiras situações propostas, o aluno irá operar por ensaio e erro. Por exemplo, para transformar 450 em 400, primeiro tirará 5. Ao conferir no visor o resultado, constata que o procedimento está errado, dessa forma, poderá rever seu procedimento e tentar com outros números, provavelmente, tentar o 50.

Manter a proposta anterior, variando os números, alternando a grandeza numérica (números de dois, três e quatro algarismos) e o lugar onde deverá aparecer o zero (na unidade, dezena, centena).

Como Renato se “encantou” pela CI e declarou que já utilizara a CS em outras situações, além do fato de que na CI as tentativas realizadas ficam registradas no papel impresso, facilitando o acompanhamento do raciocínio realizado pelo aluno, decidimos continuar as atividades com a CI. Isso naturalmente provocou a desistência em insistir que Renato registrasse no papel como estava pensando.

Figura 1: Calculadora utilizada na atividade



Fonte: Soares, 2012, p. 53

Pudemos perceber também que Renato tinha desenvoltura com o uso nomenclatura e respectivos símbolos matemáticos como, por exemplo, soma (+), subtração (-), multiplicação (x), símbolo de igualdade entre as expressões numéricas, etc.

Renato evidenciou fazer cálculo mental com facilidade somente quando o número a ser subtraído era menor que 10, pois digitava corretamente a subtração requerida para chegar ao número indicado. Caso o cálculo requerido exigisse uma subtração que envolvesse dois números maiores que 9, Renato usava a estratégia de ensaio e erro. No entanto, essas tentativas não eram totalmente aleatórias, tinham uma lógica: por exemplo, de 450 para obter 400, Renato foi subtraindo 5 de 450, depois de 10, depois de 20 até chegar a subtração de 50 de 450. Isso permite inferir que Renato não mostra destreza em cálculo mental e nem segurança com a decomposição dos números inteiros em suas respectivas ordens.

A constatação de que Renato tem dificuldade para identificar o valor posicional dos números naturais, conhecimento essencial para dar significado à construção do conceito de cada uma das operações, nos levou a tratar desse assunto especificamente no encontro seguinte.

Assim, o objetivo do 3º encontro foi provocar a reflexão de Renato sobre o valor posicional dos números inteiros pela decomposição dos números naturais utilizando atividades com a calculadora.

O primeiro momento foi dedicado às atividades que envolvem “operações” de adição e subtração com os números naturais que tornam evidente a necessidade de levar em conta o valor posicional dos algarismos dos números envolvidos nas operações. Segue a descrição da atividade proposta a Renato.

Digite na calculadora o número **345**.

- Sem apagar o número do visor, quais teclas deve apertar, para que apareça o número **305**?

Renato pega a CI imediatamente e usa a estratégia de ensaio e erro para obter o número requerido: subtrai números menores que 20, aleatoriamente, observa o resultado no papel impresso e continua subtraindo até chegar no número requerido. Nos próximos itens ele utilizou a mesma estratégia. Ao se deparar com a questão: Digite o número **9354**. Sem apagá-lo, transforme-o em 9054., entabulamos o seguinte diálogo:

R: - Posso ver como escreve esse o número?

P: - Digite como você acha que se escreve.

R: - Repete o número!

P: - 9354.

Renato digita 9000300504. Nesse momento decidimos lhe entregar uma folha em branco e um lápis, solicitando que ele escreva números da ordem de milhares. Dentre esses números, por exemplo, sugerimos 1025, e ele escreve 100025, 5005, ele escreve 50005. Passamos, então, a inverter a situação, escrevendo números na ordem dos milhares em outro papel em branco e solicitando que ele leia o número. Abaixo apresento um exemplo:

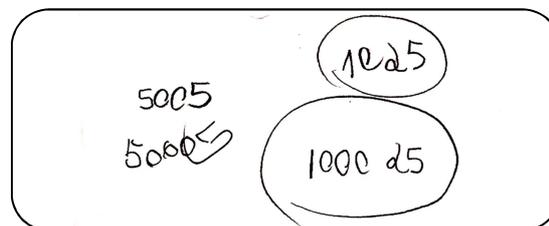
P: Aponto o número 1025 e pergunto: Que número é esse?

R: Mil e vinte e cinco 1025.

R: Observa seu registro e diz: Os dois não podem estar certos, então, o meu está errado!

Renato, retomando a folha do protocolo registra de forma correta os números solicitados anteriormente, conforme cópia do protocolo abaixo:

Figura 2: protocolo de atividade



Fonte: Soares, 2012, p. 62

A partir disso, Renato sempre que registra um número na ordem do milhar, observa e se o número registrado não corresponde ao solicitado, ele espontaneamente faz a correção.

A escolha do milhar 9354 foi útil para provocar uma reflexão do sujeito, pois a forma que Renato representou-o provocou-lhe uma perplexidade. O fato também contribuiu para nossa decisão de solicitar a Renato que registrasse no papel alguns números, em que não há limitação para os dígitos!

Já tendo “fugido” do roteiro previsto, pudemos inverter e situação solicitando que ele lesse os números que escrevia. Isso fez com que ele pudesse refletir sobre a “diferença” entre a forma de falar e a de registrar um número.

Resolvemos, então, nos certificar de que Renato compreendesse a decomposição de um número maior que 99.

P - Decomponha o número 127.

R - Não sei fazer isso.

P - Veja: $127 = 100 + 20 + 7$.

R - Repete: $127 = 100 + 20 + 7$.

P - Bom. Então agora decomponha 246.

R - Sem tentar ele repete que não sabe fazer.

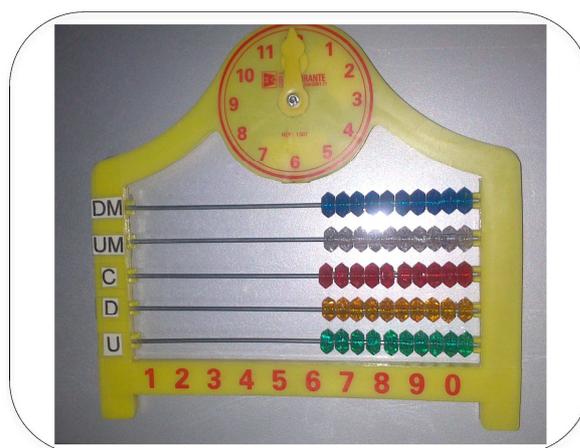
P - Insistimos: Tente decompor.

R - $246 = 200 + 40 + 6$.

A frase “decompor um número” não fez sentido para Renato, embora ele tenha mostrado implicitamente conhecer a decomposição de um número composto de, no máximo, dois algarismos. Ficou claro também que Renato não conhecia a decomposição dos números naturais com mais de dois algarismos, conforme já sugerido nos encontros anteriores.

No 4º encontro apresentamos o ábaco a Renato explicando que se tratava de um tipo de calculadora, inventada e usada na China há muitos séculos para fazer cálculos com números naturais, avisando que aquele ábaco era resultado de uma adaptação moderna. Explicamos, também, que cada fileira do ábaco representa uma ordem decimal e que observando o ábaco, a fileira mais baixa representa as unidades, e acima dela a fileira das dezenas, e assim por diante.

Figura 3: Foto do Ábaco utilizado na atividade



Fonte: Soares, 2012, p. 64

O fato da troca de um instrumento com tecnologia informática, como a CI, por um instrumento “antigo”, de aparência infantil, como o ábaco, nos deixou temerosas

sobre a impressão que isso causaria no interesse e participação de Renato nas atividades propostas. Tal temor, não teve razão de ser, pois Renato demonstrou uma atitude interessada e participativa durante todo o tempo do encontro. Isso nos permite afirmar que, nesse encontro, o ábaco constituiu um elemento motivador para o trabalho com as operações de adição e subtração.

Como Renato disse desconhecer o significado das palavras unidade, dezena e centena, após nossa explicação sobre o sentido das mesmas, ele lembrou de já ter ouvido essas palavras. Assim passamos a lhe mostrar como representar alguns números naturais no ábaco. Sugerimos então, que representasse alguns números naturais no ábaco e Renato os representou sem maiores dificuldades. Percebendo que ele já dominava a representação dos naturais no ábaco, propuzemos que realizasse algumas operações, primeiramente no ábaco e depois registrando no papel. Ele realizou as primeiras adições e subtrações sem reagrupamento, e dizendo, sem titubear, o resultado das mesmas, baseado na “leitura” do ábaco.

Ao representar no ábaco os números solicitados, Renato mostrou uma desenvoltura que revela que, implicitamente, ele percebeu como decompor um número natural relativamente à unidade, dezena, centena e unidade de milhar.

No entanto, ao se deparar com o cálculo de $27 + 16$, Renato questionou:

R: Como faço para somar o 6 mais o sete se só sobrou 3 bolinhas (na fileira das unidades)?

P: O que você acha que deve fazer?

R: Posso pegar de outra fileira?

P: Presta atenção na ordem que cada número ocupa. Troca as dez unidades por uma dezena.

O que evidenciou sua dificuldade com a adição com reagrupamento, no entanto, após nossa intervenção, ele passou a realizar esse tipo de operação mais lentamente, porém, sem maiores dificuldades.

Ao passarmos à operação de subtração com reagrupamento, Renato imediatamente declarou não saber fazer. Novamente sugerimos a troca de uma dezena por dez unidades, e Renato, realizou os cálculos propostos mostrando crescente facilidade com essas operações e leitura dos resultados.

No final do 4º encontro, ao registrar os cálculos no papel, Renato perguntou se as trocas que estava fazendo era o “vai um” e o “empresta um” utilizados nas operações

de adição e subtração. O que nos permite considerar que os algoritmos das operações de adição e subtração passaram a ter significado para Renato.

As atividades com o ábaco se revelaram propícias, para que Renato revisse, ampliasse e compreendesse o valor posicional dos algarismos dos números naturais, bem como para que expressasse sua reflexão sobre as operações e evidenciasse sua capacidade de refletir sobre um assunto matemático.

Dessa forma, com o intuito de retirar de Renato o recurso ao ábaco para o cálculo das operações de adição e subtração dos números naturais, evitando sua dependência de mais esse material concreto, julgamos importante no próximo encontro tratar novamente do valor posicional dos algarismos no sistema de numeração dos números naturais, porém, com atividades para a CI, mantendo o ábaco somente como um apoio.

Preparamos um roteiro de atividades semelhantes as do encontro anterior, com a diferença de que nesse encontro a CI e do ábaco não teriam mais o papel “principal”, estariam presentes somente como “coadjuvante”, seriam utilizados mais para validação dos resultados obtidos primeiramente por meio de registros das operações nos papeis.

Renato realizou as operações no papel sem apresentar dificuldades e validou os resultados obtidos na CI. Vale ressaltar que em nenhum momento ele recorreu ao ábaco para realizar ou validar os cálculos.

No final do encontro, Renato pediu para levar à escola a “prova” de seus acertos: o papel impresso com seus cálculos! O que atesta sua percepção do bom desempenho nesse encontro, o que, certamente, contribuirá para uma melhora em sua relação com o saber matemático.

Consideramos que a decisão de usar no início os recursos ao ábaco e à CI alternadamente, no 3º encontro a CI, no 4º o ábaco, e os dois juntos somente no 5º encontro, facilitaram o uso de registros escritos e compreensão de Renato sobre a decomposição dos números naturais e suas operações de adição e subtração.

É importante notar que o aluno pode desfrutar do tempo necessário para amadurecer sua compreensão sobre as operações citadas. Magina (2010) considera que a construção do conhecimento é fruto da maturação das estruturas cognitivas dos estudantes e de suas experiências com esse conhecimento. Aqui, ousamos ir um pouco mais longe, parodiando os termos próprios da Matemática formal, e sugerimos que,

talvez o tempo de maturação não tenha sido somente uma **condição necessária** no caso de Renato, pois neste caso parece ter sido também uma **condição suficiente** para essa maturação.

Considerações Finais

Foi possível observar que Renato tinha alguma familiaridade com a calculadora, embora tenha afirmado que nunca a havia utilizado em sala de aula. O fato não o impediu de se interessar pela CI e sua utilização, o que além de constituir uma motivação permitiu também que ele refletisse sobre as operações nos números naturais. É importante enfatizar que, embora Renato tenha dado mostras claras de que não dominava os algoritmos das operações com números naturais, o uso da CI foi fundamental para não só permitir que ele a empregasse como recurso para resolver problemas, envolvendo as operações com os naturais como no final ela foi usada pelo sujeito, como um instrumento de validação de seus resultados. Fatos esses que deram a Renato mais autonomia e autoconfiança constatadas pelas atitudes e falas do aluno.

Considero que os papéis impressos pela CI, resultado das ações de Renato para resolver as atividades, foram “preciosos”, pois como protocolos nos possibilitaram perceber que as estratégias de ensaio e erro utilizadas pelo aluno não eram aleatórias, expressavam uma reflexão e tinham sentido.

Assim, os protocolos relativos à CI auxiliaram e permitiram levantar a concepção de Renato com mais segurança sobre as operações nos números naturais.

É importante ressaltar que após compreender as operações de adição e subtração pelo uso do ábaco introduzido no 4º encontro; já no 5º encontro, aos poucos Renato deixou de utilizá-lo. Isso nos permite concluir que ele abstraiu o significado da decomposição dos números naturais, e sua importância para as operações de adição e subtração, tornando-se independente do uso desse “material concreto”. Isto é, ele ressignificou suas concepções sobre a adição e subtração dos números naturais.

Além disso, a percepção de Renato sobre seu bom desempenho nas atividades que exigiam as operações de adição e subtração dos números naturais, certamente, contribuiu para melhorar sua relação com o saber matemático, adquirindo mais confiança em seu saber matemático. Fato que reverberou em sua atuação na oficina de Matemática da ONG e na escola, conforme observou a coordenadora dessas oficinas ao afirmar que ele se tornou mais participativo e seguro.

Referências

BIANCHINI, B. L., MACHADO, S. D. A. A sensibilização do professor do ensino fundamental para o uso da calculadora em sala de aula. In: GROENWALD, C. L. O. ; ROSA, M (org.) Educação Matemática e Calculadoras: Teoria e Prática. 1ª Ed. Canoas /RS: ULBRA, 2010, p. 179-192.

CHAPARIN, R. O. *Concepções de divisibilidade de alunos do 1º ano do Ensino Médio sob o ponto de vista da teoria APOS*. Dissertação de mestrado. PUC de São Paulo. São Paulo, 2010.

GPEA. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/>. Acesso em: 20 out. de 2010.

MACHADO, S. D. A. *Familiarização de crianças com a calculadora*. 2010. (uso restrito)

MAGINA, S. M. P. ; SPINILLO, A. G. *Alguns 'mitos' sobre a Educação Matemática e suas consequências para o Ensino Fundamental*. In: Regina Maria Pavanello. (Org.). Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: A pesquisa e a sala de aula. 1 ed. São Paulo: Ed. SBEM, 2004, v. 2, p. 7-36.

MAGINA, S. M. P.; SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M.; CAMPOS, T. M. M. *As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental*. Zetetike (UNICAMP), v. 18, p. 15-50, 2010.

PIZYSIEZNIG, A. H. *Qual a concepção de divisibilidade explicitada por alunos do 6º ano ao poderem utilizar calculadora?* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011.

SILVA, A.; LOUREIRO, C.; VELOSO, M.G. *Calculadoras na Educação Matemática – Atividades*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1989.

SOARES, N. C. *As operações com números naturais e alunos em dificuldades do 8º ano do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2012.

Para maior aprofundamento sobre o assunto sugerimos as seguintes obras:

BORBA, M. C.; Pentead, M. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CURY, H. N. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Calculadoras na Aula de Matemática*. Nonius, n. 7, out/nov/dez 1987. Disponível em <<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/nonius>>. Acesso em: 10 fev. 2009.

OLIVEIRA, S. A. C. K.; MOREIRA, P. C. *Relação com o saber matemático de alunos em risco de fracasso escolar*. Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewarticle.php?id=496>. Acesso em: 30 out. 2011

PONTE, J. P. *A calculadora e o processo de ensino- aprendizagem*. Educação Matemática, Lisboa, n.11, p.1-2, 3º trimestre 1989.