

## TEORIA E PRÁTICA NA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON

*THEORY AND PRACTICE IN NEWTON'S LAW OF COOLING*Ivaneide Magali do Nascimento Pereira<sup>1</sup>Claudemir Miranda Barboza<sup>2</sup>**RESUMO**

*Este trabalho apresenta uma abordagem teórica de Equações Diferenciais em particular na Lei de Resfriamento de Newton através da relação entre teoria e prática, essa união é de fundamental importância no ensino da matemática, pois modifica atitudes, posturas, geram críticas e reflexões na construção do conhecimento dos educandos. O objetivo deste estudo é estimular o entendimento da Lei de Resfriamento de Newton com a intenção de ser simples e compreensível, a fim de demonstrar como o aprendizado pode se tornar prazeroso quando conseguimos unir aplicações teóricas com situações relacionadas ao nosso cotidiano. O trabalho foi desenvolvido no Campus Cacoal do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia/IFRO e tem por finalidade promover a aprendizagem, atribuir significado ao entendimento dos alunos de maneira intuitiva.*

**Palavras-chave:** *Aprendizagem; Equações Diferenciais Ordinárias; Lei de Resfriamento de Newton.*

**ABSTRACT**

*This work presents a theoretical approach of Differential Equations in particular in Newton's Law of Cooling through the relation between theory and practice, this union is of fundamental importance in the teaching of mathematics, because it modifies attitudes, postures, generate criticism and reflections in the construction of knowledge of the students. The purpose of this study is to stimulate the understanding of Newton's Law of Cooling with the intention of being simple and understandable, in order to demonstrate how learning can become pleasurable when we are able to unite theoretical applications with situations related to our daily life. The work was developed at the Cacoal Campus of the Federal Institute of Education, Science and Technology/IFRO and aims to promote learning, to attribute meaning to the students' understanding in an intuitive way.*

**Keywords:** *Learning; Ordinary Differential Equations; Newton's Cooling Law.*

---

<sup>1</sup> . Estudante de Licenciatura em Matemática do IFRO – Instituto Federal de Rondônia. E-mail: ivaneidemagali@gmail.com

<sup>2</sup> . Mestre em Matemática/UNIR e Professor do IFRO – Instituto Federal de Rondônia/ Orientador. E-mail: claudemir.barboza@ifro.edu

## Introdução

A *teoria* na Matemática é de suma importância, pois leva ao conhecimento do aluno o que o homem foi capaz de criar e desenvolver para buscar na ciência resposta para o que acontece ao seu redor. O bom direcionamento nas aulas de matemática induz no aluno curiosidades em que ele pode indagar as técnicas utilizadas e observar através da *prática* a importância dos fundamentos matemáticos no cotidiano das pessoas e no desenvolvimento da sociedade.

Este trabalho vem confirmar que o ensino da matemática pode ser demonstrado através da união entre fundamentos teóricos e aplicações práticas. Dessa forma, aprender matemática se torna mais prazerosa e quebra paradigma como a “matemática é chata”. Isso contextualiza o estudo determinando uma nova visão, mudando a forma de o aluno interpretar os diversos acontecimentos, formando cidadãos críticos e construtores do conhecimento (NOÉ, s.d.).

O presente trabalho tem como objetivo geral o estudo das Equações Diferenciais, em particular a Lei de Resfriamento de Newton através da união entre teoria e prática. O estudo apresenta conceito que estimula o entendimento e identifica as contribuições das Equações Diferenciais, em especial da Lei de Resfriamento de Newton com a intenção de ser simples e compreensível, a fim de demonstrar como o aprendizado pode se tornar prazeroso quando conseguimos unir aplicações teóricas com situações relacionadas ao nosso cotidiano.

## Metodologia

O presente trabalho foi desenvolvido no sexto semestre do curso de Licenciatura em Matemática, com encontros extraclasse, sob a orientação do segundo autor, no Campus Cacoal do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia/IFRO.

Este trabalho se estrutura em duas etapas: a primeira visa uma pesquisa bibliográfica sobre Equações Diferenciais, em particular a Lei de Resfriamento de Newton através de livros, artigos científicos, documentos, revistas acadêmicas e sites educacionais. A segunda como forma de pesquisa, fez-se experimento com a utilização de alguns instrumentos (termômetros de temperaturas, xícara de café, caixa de isopor para isolamento térmico, etc.) e a partir dos dados coletados foi desenvolvida uma situação-problema por meio da Lei de Resfriamento de Newton, com isso, os resultados obtidos por meio do método teórico foram comparados com o método prático e tenta-se analisar os resultados obtidos.

O estudo foi realizado por meio da leitura prévia e individual de obras na disciplina de matemática, durante o período dos meses de agosto a novembro de 2017 das aulas de Equações Diferenciais, tempo esse dedicado às discussões sobre a Lei de Resfriamento de Newton e suas aplicações, foi utilizado nesse trabalho computadores com acesso à Internet, livros e artigos científicos que discutem o assunto.

## Resultados e Discussão

### 1. Equações Diferenciais e suas aplicações

As Equações Diferenciais estão presentes em diversas áreas das ciências como Biologia, Economia, Engenharia, Física, Gastronomia, Psicologia, entre outras, mesmo sendo pouco vista em nosso dia a dia, ainda assim, estão presentes no cotidiano das pessoas, como por exemplo, a taxa de resfriamento em relação à temperatura do corpo e a do meio ambiente, ou no cálculo de juros compostos (ALITOLIF, 2011).

Para Zill e Cullen (2001): “A palavra *diferencial* e *equações* obviamente sugerem a resolução de algum tipo de equação envolvendo derivadas” (p. 1, grifo do autor). Por isso, equações diferenciais podem ser entendidas como uma “equação que contém as derivadas ou diferenciais de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma ou mais variáveis independentes” (SOUZA, 2006, p.7).

Na história das Equações Diferenciais, Boyce (2015) afirma que,

As equações diferenciais começaram com o estudo do cálculo por Isaac Newton (1642–1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) durante o século XVII. Apesar de Newton ter atuado relativamente pouco na área de equações diferenciais propriamente ditas, seu desenvolvimento do cálculo e a elucidação dos princípios básicos da mecânica forneceram a base para a aplicação das equações diferenciais [...], especialmente por Euler. Leibniz era basicamente autodidata em matemática, já que seu interesse no assunto se desenvolveu quando ele tinha vinte e poucos anos. Leibniz chegou aos resultados sobre cálculo independentemente, embora um pouco depois de Newton, mas foi o primeiro a publicá-los, em 1684. Leibniz compreendia o poder de uma boa notação matemática, e a nossa notação para derivada  $\frac{dy}{dx}$ , assim como o sinal de integral, são devidos a ele. (BOYCE, 2015, p.22).

### 2. Lei de Resfriamento de Newton

Isaac Newton nasceu em 1643 na cidade de Londres e faleceu em 1727, era cientista, químico, físico, mecânico e matemático, “durante sua trajetória, ele descobriu várias leis da física, entre elas, a lei da gravidade”, o binômio de Newton, a lei de resfriamento. “Newton sempre esteve envolvido em questões filosóficas, religiosas, teológicas e também com a alquimia, suas obras mostraram claramente seu conhecimento a respeito destes assuntos”, como o Método das Fluxões, Princípios Matemáticos da Filosofia Natural, Óptica, Aritmética Universal. (SUAPESQUISA.COM, s.d.).

A Lei de Resfriamento de Newton é uma aplicação em equações diferenciais utilizada para resolver problemas relacionados à variação de temperatura, assim como afirma Alitolif (2011),

Esta forma de aplicação é ligada diretamente a física, mas cálculos voltados para as leis de temperatura são de grande utilidade em várias outras ciências, alguns exemplos são os utilizados nas engenharias, na variação de temperatura de uma simples xícara de café durante o seu resfriamento ou no derretimento de uma bola de sorvete, ou ainda no processo de resfriamento de um bolo, entre outras aplicabilidades deste modelo. (ALITOLIF, 2011, p.18).

Para Zill e Cullen (2001) “a taxa de variação de temperatura  $T(t)$  de um corpo em resfriamento é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo ( $T$ ) e a temperatura constante  $T_m$  do meio ambiente, isto é,  $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_m)$  (1), em que  $k$  é uma constante de proporcionalidade” (p. 107).

As condições para que o modelo seja aceito é tomar as hipóteses (i), (ii), (iii), como verdadeiras, sendo que (i) toma que a temperatura  $T = T(t)$  dependa do tempo e seja a mesma em todos os pontos do líquido observado, (ii) a temperatura do meio permaneça constante no decorrer da prática e (iii) que a taxa de variação da temperatura no decorrer do tempo obedeça a condição da lei de resfriamento de Newton. Observa-se facilmente que (1) é uma equação linear e separável e que sua solução é dada por  $T(t) = T_m + c \cdot e^{kt}$ , onde  $c$  é um número real. Vale ressaltar nessa solução que a constante de proporcionalidade terá  $k < 0$ , indicando que a temperatura do líquido observado diminua com o decorrer do tempo.

### 3. Teoria e Prática na Lei de Resfriamento de Newton

Lisboa e Lucino (2015) afirmam que um dos grandes motivos para o abandono escolar e possivelmente na dificuldade de aprendizagem é a falta de relação entre os conteúdos aplicados com as situações enfrentadas no cotidiano dos estudantes, ou seja, eles veem que o que é ensinado em sala de aula não possui aplicação alguma na vida real. Por este motivo, é fundamental que os professores busquem novas alternativas educacionais capazes de criar elos entre a matemática escolar aplicada com o meio em que os alunos vivem. Assim, D’Ambósio (1986) complementa que,

O valor da teoria se revela no momento em que ela é transformada em prática. No caso da educação, as teorias se justificam na medida em que seu efeito se faça sentir na condução do dia-a-dia na sala de aula. De outra maneira, a teoria não passará de tal, pois não poderá ser legitimada na prática educativa. (D’AMBROSIO, 1986, p. 43).

De acordo com Javaroni (2007), para entender teoria e prática podemos utilizar a metáfora da fotografia e da janela, assim: “Ao se olhar o mundo através de fotografia, essa visão é estática, estou vendo aquilo que se mostra na foto naquele instante. No entanto, se observo o mundo através da janela, a visão é dinâmica e o que vejo na verdade são as mudanças que estão ocorrendo” (p. 28).

Portanto, para tentar contextualizar a união entre teoria e prática através da Lei de Resfriamento de Newton foi feito um experimento que consiste em através do termômetro de temperatura medir a temperatura do ambiente (quarto fechado), em seguida, o café é retirado do fogo e colocado numa xícara e levado até o quarto, logo após, com intervalos de 1, 5 e 10 minutos são feitas as medições da temperatura deste café. Assim, foram obtidos os seguintes valores:

**Tabela 1 – Resultados do experimento com intervalo de 1 minuto.**

<b>Tempo (minutos)</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Temperatura do café (°C)</b>	81,7	78,9	76,5	74,1	71,4	69,6

Fonte: Dados da pesquisa.

**Tabela 2 – Resultados do experimento com intervalo de 5 minutos.**

<b>Tempo (minutos)</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>
<b>Temperatura do café (°C)</b>	81,7	69,6	62,2	56,6	52,5	49,3

Fonte: Dados da pesquisa.

**Tabela 3 – Resultados do experimento com intervalo de 10 minutos.**

<b>Tempo (minutos)</b>	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>50</b>
<b>Temperatura do café (°C)</b>	81,7	62,2	52,5	46,6	42,6	39,7

Fonte: Dados da Pesquisa.

Depois foram feitos os cálculos por meio da aplicação teórica na Lei de Resfriamento de Newton resolvendo a seguinte situação: Num quarto fechado, cuja temperatura ambiente permanece a 29,7°C coloca-se certa quantidade de café numa xícara a uma temperatura constante de 81,7°C.

- No intervalo de 1 minuto: Se após 1 minuto a temperatura do café for de 78,9°C determine a temperatura do café após atingir 2, 3, 4 e 5 min.
- No intervalo de 5 minutos: Se após 5 minutos a temperatura do café for de 69,6°C determine a temperatura do café após atingir 10, 15, 20 e 25 min.
- No intervalo de 10 minutos: Se após 10 minutos a temperatura do café for de 62,2°C determine a temperatura do café após atingir 20, 30, 40 e 50 min.

Assim, foi possível obter os seguintes resultados:

**Tabela 4 – Relação aplicação prática/aplicação teórica no intervalo de 1 minuto.**

<b>TEMPO (MINUTOS)</b>	<b>APLICAÇÃO PRÁTICA</b>	<b>APLICAÇÃO TEÓRICA</b>
<b>1</b>	78,9°C	78,9°C
<b>2</b>	76,5°C	76,5°C
<b>3</b>	74,1°C	73,9°C
<b>4</b>	71,4°C	71,3°C
<b>5</b>	69,6°C	69,2°C

Fonte: Dados da pesquisa.

**Tabela 5 – Relação aplicação prática/aplicação teórica no intervalo de 5 minutos.**

<b>TEMPO (MINUTOS)</b>	<b>APLICAÇÃO PRÁTICA</b>	<b>APLICAÇÃO TEÓRICA</b>
<b>5</b>	69,6°C	69,6°C
<b>10</b>	62,2°C	60,4°C
<b>15</b>	56,6°C	53,1°C
<b>20</b>	52,5°C	47,9°C
<b>25</b>	49,3°C	43,2°C

Fonte: Dados da pesquisa.

**Tabela 6 – Relação aplicação prática/aplicação teórica no intervalo de 10 minutos.**

TEMPO (MINUTOS)	APLICAÇÃO PRÁTICA	APLICAÇÃO TEÓRICA
10	62,2°C	62,2°C
20	52,5°C	50°C
30	46,6°C	42,2°C
40	42,6°C	37,5°C
50	39,7°C	34,9°C

Fonte: Dados da Pesquisa.

Na Tabela 4, verifica-se que os resultados obtidos com os dois métodos (teoria e prática) são próximos, ou seja, são acurados, porém, ao observar as Tabelas 5 e 6 os valores vão se distanciando gradativamente, isso ocorre por diversas razões: em alguns momentos a porta do quarto foi aberta; a janela e a porta do quarto contêm algumas aberturas possibilitando a entrada de ventilação, assim a temperatura do quarto pode ter sido alterada; ao cair um papel no chão ou fazer algum tipo de movimento também pode ter ocorrido a variação da temperatura, entre outros. Portanto, verifica-se que houve no ambiente do experimento (quarto) a transferência de calor transiente, ou seja, “implica variação ao longo do tempo ou dependência do tempo” (GHAJAR; ÇENGEL, 2012, p.65).

Para Gonçalves (s.d), a temperatura não muda apenas com a posição no interior do corpo, mas também com o tempo em uma mesma posição; tanto a taxa de transferência de calor através do corpo, como a energia interna do corpo mudando com o tempo. O corpo acumula ou desacumula energia interna.

Neste trabalho houve o esforço de amenizar o máximo de erros possíveis, no entanto, esse esforço nunca será plenamente alcançado, pois normalmente não se conhece o valor verdadeiro de uma grandeza, o que torna esta definição difícil de ser explicada. Para Lima (2017) ao se verificar os Erros Absolutos como a diferença entre o valor medido e o valor verdadeiro e Erros Relativos como a razão entre o erro absoluto e o valor verdadeiro de uma medida, temos na Figura 1 os erros encontrados através desta pesquisa.

**Figura 1 – Erros Analisados.**

Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota-se que os resultados obtidos nos tempos 1, 2, 3, 4, 5 e 10 minutos são considerados de boa precisão (a diferença entre os valores da aplicação teórica e da aplicação prática são praticamente iguais), enquanto que nos tempos 15, 20, 25, 30, 40 e 50 minutos os resultados são de baixa precisão (a diferença entre os valores da aplicação teórica e da aplicação prática são divergentes), ou seja, existe a variação dos dados medidos (experimento) com os esperados (aplicação teórica), porém observasse nos princípios físicos que não se pode ter um valor exato, pois,

[...] nenhuma medida de qualquer grandeza física é exata. A **acurácia** (ou exatidão) e a **precisão** (número de algarismos significativos do valor medido) de um certo dado medido estarão sempre limitadas tanto pela sofisticação do equipamento utilizado, pela habilidade do sujeito que realiza a medida, pelos princípios físicos básicos tanto do instrumento de medida, quanto do fenômeno que gerou o experimento e o conhecimento que se tem sobre o valor "verdadeiro" da grandeza física. (MEDIÇÃO ..., 2018).

Os erros analisados podem ser gerados pelo sistema de medidas, interação sensorial-meio, perturbação do meio ou erros conceituais, percebe-se que esses aumentaram com o passar do tempo, levando a crer que a interação com o meio, ou seja, a troca de calor com o meio influenciou nos resultados obtidos.

## Conclusões

O presente trabalho teve como propósito mostrar a importância da união entre teoria e prática no ensino/aprendizagem em Matemática, além de estudar a história das equações diferenciais ordinárias e a Lei de Resfriamento de Newton. Foi contextualizada a união das aplicações teóricas e práticas através de uma situação-problema resolvida por meio da lei de resfriamento de Newton e de um experimento.

O experimento trouxe a possibilidade de usar o modelo da lei de Resfriamento de Newton em uma prática e comparar os resultados práticos com os teóricos, analisando os erros absolutos e relativos para cada intervalo de tempo analisado.

Na comparação dos valores obtidos foram observadas poucas mudanças nas temperaturas com intervalos de 1 e 5 minutos para o resfriamento do café, enquanto que no intervalo de 10 minutos os resultados foram divergentes. Com isso, a aprendizagem tornou-se significativa quando foi possível compreender os fenômenos físicos capazes de explicar porque um corpo perde calor com o passar do tempo e que a escolha dos instrumentos da pesquisa também influenciou nos resultados.

É importante ressaltar que este trabalho possibilitou uma compreensão acerca da realidade do ensino, principalmente na maneira como os conceitos matemáticos são dispostos, tanto na teoria, como na possibilidade de vinculá-los com a prática. Na prática, foi possível conhecer a importância

da lei de Resfriamento de Newton, sanar algumas dúvidas em relação ao que estava sendo estudado. A atividade experimental ofereceu condições para levantar e testar ideias, foram várias tentativas, muitos erros e acertos, exigiu paciência, concentração, persistência, ao final, o experimento trouxe satisfação e conhecimento, como também mostrou que o estudo se tornou melhor ao unir aplicação prática/teórica.

Por isso, torna importante ressaltar que o professor deve tentar desenvolver estratégias pedagógicas desafiadoras para auxiliar no desenvolvimento cognitivo do aluno, pois quando nos encontramos totalmente envolvidos com os fenômenos em estudo surge então à aquisição dos conceitos como também nos sentimos responsáveis pela nossa própria aprendizagem.

Recebido em: 29/ 03/ 2018

Aprovado em: 31/ 05/ 2018

## Referências

ALITOLEF, S. S. **Algumas Aplicações das Equações Diferenciais**. Ji Paraná: UNIR, 2011.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Richard C. DiPrima; tradução e revisão técnica Valéria de Magalhães Iorio. 10<sup>a</sup> ed. Rio Janeiro: LTC, 2015.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 1<sup>a</sup> ed. São Paulo: Summus, 1986.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231 f. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociência e Ciências Exatas, 2007. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102149>>. Acesso em: 19 Out. 2017.

GHAJAR, A. J.; ÇENGEL, Y. A. **Transferência de Calor e Massa: Uma abordagem prática**. Tradução de Fátima A. M. Lino. 4<sup>a</sup> ed. São Paulo: Bookman, 2012.

GONÇALVES, C. B. **Transferência de calor em regime transiente**. Disponível em: <<http://stoa.usp.br/cai0/files/1321/7491/TC+Transiente.pdf>>. Acesso em: 04 Nov. 2017.

LIMA, S. F. **Erros e Medições Físicas**. Disponível em: <<http://aprendendofisica.pro.br/pmwiki.php/Main/ErrosMedidasFisicaEEtc>>. Acesso em: 05 Nov. 2017.

LISBOA, J.; LUCINO, M. A. **A importância da teoria e prática nas aulas de matemática**. Ivaiporã: FIVI, 2015.

**MEDIÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS, INCERTEZA E PROPAGAÇÃO DE ERRO**. Página elaborada pela Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas. Disponível em: <<http://www.fem.unicamp.br/~instmed/Incerteza.htm>>. Acesso em: 22 jun. 2018.

NOÉ. **Estudo teórico e prático na matemática.** *Brasil Escola*. Disponível em: <<http://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/estudo-teorico-pratico-na-matematica.htm>>. Acesso em: 15 Out. 2017.

SOUZA, M.. **Equações Diferenciais.** Florianópolis: UFSC, 2006.

SUAPESQUISA.COM. **Biografia de Isaac Newton.** Disponível em: <<https://www.suapesquisa.com/biografias/isaacnewton/>>. Acesso em: 22 Out. 2017.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações Diferenciais**, volume 1. tradução Antonio Zumpano, revisão técnica: Antônio Pertence Jr. São Paulo: Pearson Makron /books, 2001.