

## **A INTEGRAÇÃO DOS RECURSOS LIVRO DIDÁTICO E GEOGEBRA: uma análise da tarefa classificação de triângulos na formação inicial do professor de matemática**

### **THE INTEGRATION OF TEXTBOOK AND GEOGEBRA: an analysis of the classification of triangles task in the early formation of a mathematics teacher**

Edileide dos Santos Alves<sup>1</sup>

Cibelle de Fátima Castro de Assis<sup>2</sup>

#### **RESUMO**

*Este artigo tem o objetivo discutir a integração dos recursos Geogebra e livro didático considerando uma proposta de ensino sobre classificação de triângulos quanto aos lados e ângulos. Trata-se de uma análise realizada resultado do Trabalho de Conclusão de Curso – TCC desenvolvido pela primeira autora, licencianda em Matemática, sob a orientação da segunda autora. Como perspectiva teórica e metodológica, foi utilizada a Abordagem Documental do Didático como referencial. Os dados analisados foram o livro didático adotado, a tarefa elaborada, as construções realizadas com o Geogebra, além da reflexão da própria licencianda sobre esse processo. Nossos resultados revelaram que na análise da tarefa existiram potencialidades e limitações associadas ao livro, ao Geogebra e às partes desses recursos. Ainda, observamos como este estudo revelou aspectos que iluminam uma formação de professores de matemática centrada no desenvolvimento de competências profissionais que estão associadas ao trabalho com recursos, mas, principalmente, à sua integração.*

**Palavras-chave:** Recursos; Geogebra; Livro didático; Classificação de triângulos.

1. Licencianda em Matemática na Universidade Federal da Paraíba. E-mail: edileidematematica@gmail.com.

2. Universidade Federal da Paraíba. E-mail: cibelle@dce.ufpb.br.

## ABSTRACT

*This article aims to discuss the integration of Geogebra and textbook resources considering a teaching proposal about triangles classification in the sides and angles. This is an analysis made from the final report developed by the first author, preservice math teacher, under the guidance of the second author. As a theoretical and methodological perspective, we considered the Documentational Approach to Didactics as reference. The data analyzed were the adopted textbook, the elaborated task, the constructions realized with the Geogebra, besides the self-reflection of the preservice teacher about her process. Our results revealed that in the analysis of the task there were potentialities and limitations associated with the textbook, Geogebra and the parts of these resources. Also, we observe how this study revealed aspects that illuminate a formation of mathematics teachers focused on the development of professional competences that are associated to the work with resources, but, mainly, to their integration.*

**Keywords:** Resources; Geogebra; Textbook; Classification of triangles.

## Introdução

A formação inicial é um momento importante da trajetória profissional do professor de Matemática. É durante essa experiência, por exemplo, que são desenvolvidos conhecimentos formais necessários à profissão e que estão diretamente associados ao uso de recursos específicos. Com efeito, durante a formação, os licenciandos descobrem novos recursos para melhor compreender e trabalhar a Matemática. Para Gueudet e Trouche (2008 e 2009), os recursos estão no centro da atividade profissional dos professores.

Nesse contexto, há um problema geral que consiste em entender como os professores (ou futuros professores) constituem seus sistemas de recursos/documentais. Neste artigo focaremos discutir a integração de dois recursos do sistema de recursos de um futuro professor de Matemática, sendo eles : o livro didático e o Geogebra.

No Brasil, o livro didático é considerado o principal recurso do professor de Matemática. Como atua fortemente no planejamento das atividades, ele tem grande influência nas decisões do professor sobre o que ensinar, que perspectiva de ensino adotar e sobre como apresentar o conteúdo aos seus alunos em sala de aula (REZAT, 2012). Por outro lado, programas de geometria dinâmica como o Geogebra são recursos

tecnológicos que têm atraído usuários em nosso país nas últimas décadas. Suas potencialidades sinalizam para aprendizagens mais investigativas, mas o uso e a formação adequada dos professores ainda são questões atuais (ABAR & ALENCAR, 2013 e LABORDE, 2008).

Portanto, a problemática é investigar, por meio de uma proposta sobre classificação de triângulos quanto aos lados e ângulos, a integração dos recursos do livro didático e Geogebra. Para isso buscaremos responder a questões do tipo: quais são as potencialidades e limitações da tarefa e dos recursos? Que elementos do processo de formação inicial desse futuro professor de matemática são revelados por meio da tarefa e do uso dos recursos?

Essa perspectiva da formação é particularmente importante, uma vez que trabalhamos e estudamos no contexto da formação de professores de matemática. De fato, a compreensão dessa experiência nos permite projetar e desenvolver cursos de formação do ponto de vista do envolvimento do futuro do professor com os recursos, refletindo sobre seus processos e como eles se desenvolvem profissionalmente ao longo dessas experiências

Nesse artigo, apresentaremos inicialmente os termos “recurso” e “documento” segundo a Abordagem Documental do Didático. Em seguida, apresentaremos como os dados foram coletados segundo a metodologia da Investigação Reflexiva (GUEUDET e TROUCHE, 2012) realizada com uma licencianda do curso de Matemática. Apresentaremos ainda a tarefa elaborada tomando, como referência, exercícios do livro didático e construções no Geogebra. Além disso, será apresentada a experiência e a análise da licencianda em sala como elemento de nossa análise. Por fim, nas considerações finais, serão apresentadas questões abertas para futuras pesquisas em Educação Matemática que tratem da integração do recurso livro didático e Geogebra, e possíveis contribuições desse estudo para a formação inicial ou continuada do professor de matemática.

### **Recurso e documento: uma relação dialética**

Há dez anos, a Abordagem Documental do Didático (ADD), introduzida por Gueudet e Trouche (2008), considerou o trabalho do professor em sua especificidade e continuidade, como um trabalho com e sobre

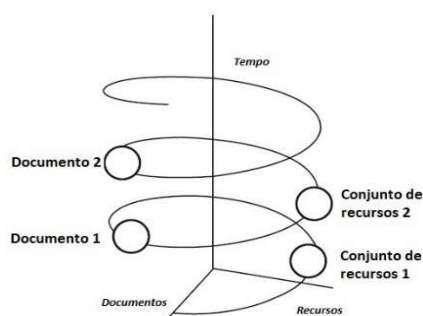
recursos. A ADD traz uma perspectiva reflexiva centrada nos recursos dos professores, sua apropriação e sua transformação.

Questões semelhantes já foram investigadas por Adler (2000), cuja noção de recurso é ampla: tudo o que nutre atividade docente. Em sua atividade, um professor interage com os recursos, seleciona-os e trabalha para adaptá-los, revisá-los e reorganizá-los. Adler (2000, p. 207) sugere pensar recurso (*resource* em inglês) também como o verbo “re-source” que significaria, em português, nutrir de novo ou diferentemente.

A diferenciação entre recurso e documento evidencia a dinâmica da construção do documento como elemento da atividade profissional do professor. Essencialmente, a perspectiva documental distingue o que está disponível para a atividade dos professores (os recursos) e o que eles desenvolvem para apoiar a sua atividade de ensino (os documentos). Esse processo de transformação do recurso em documento é chamado de gênese documental.

Para Gueudet e Trouche (2009), existe uma relação dialética entre recursos e documento. Segundo os autores, esse processo pode ser representado por uma espiral (Figura 1) em torno de um eixo vertical que representa o tempo, em que a elaboração de um documento (documento 1) provém da utilização de um conjunto de recursos (conjunto de recursos 1). Esse documento, por sua vez, pode constituir um novo conjunto de recursos (conjunto de recursos 2) para a geração de um novo documento (documento 2).

**Figura 1.** Relação dialética entre recurso e documento



Fonte: Adaptado e traduzido de Gueudet e Trouche (2009, p. 8).

Além disso, um recurso não é isolado (GUEUDET & TROUCHE, 2009, p. 205) nem neutro (KIERAN et al., 2012). Isso significa que os recursos se complementam e que os professores (ou futuros professores) envolvem suas próprias crenças e conhecimentos para interagir com eles e os utilizar. Assim, no processo de constituição do documento, atuam vários elementos: os conhecimentos do professor, suas concepções de ensino e de aprendizagem, seus modos de trabalho nos contextos coletivos e institucionais onde atua, sempre considerando sua experiência ao longo do tempo. Esses elementos podem ser estudados de forma mais profunda analisando as fases de instrumentação e instrumentalização ou ainda, os esquemas de utilização e suas componentes.<sup>3</sup>

### **Considerações metodológicas: a produção do TCC e a investigação reflexiva**

Para estudar o trabalho de documentação de professores, Gueudet e Trouche (2012) propuseram a metodologia de Investigação Reflexiva. Os princípios subjacentes a essa metodologia são: acompanhamento de longo prazo do trabalho do professor, acompanhamento em sala e fora da sala de aula, ampla coleta de recursos materiais e acompanhamento reflexivo.

O último princípio indica um elemento reflexivo à metodologia, uma vez que o professor participa da coleta de dados, contribuindo para a análise de seu próprio trabalho documental. Trata-se de recuperar, com a colaboração do professor, “elementos de continuidade de seu trabalho documental em uma diversidade de lugares e momentos” (BELLEMAIN e TROUCHE, 2016, p. 12).

Nessa pesquisa, aplicamos a Metodologia da Investigação Reflexiva com a aluna licencianda em Matemática e também autora desse artigo durante o período de produção do seu Trabalho de Conclusão de Curso – TCC intitulado “A Geometria Dinâmica no estudo e classificação dos

---

3. A noção de esquema na ADD deve-se à noção de Vergnaud (1993). Gueudet e Trouche (2009) representam o processo de produção de um documento pela estrutura: documento = recurso + esquemas de utilização. O termo “utilização” no “esquema de utilização”, segundo Bellemain e Trouche (2016), deve ser entendido em sentido amplo como toda a ação didática do professor, desde a seleção dos recursos até sua adaptação, sua estruturação, sua implementação na sala de aula, sua revisão a *posteriori*, entre outras atividades.

Triângulos: adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o GeoGebra” (ALVES, 2016). A aluna discutiu possibilidades da geometria dinâmica para o estudo da classificação de triângulos (lados e ângulos) em uma turma do 8º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Guarabira no Estado da Paraíba.

O acompanhamento do trabalho documental realizado pela licencianda ocorreu entre os meses de março e junho de 2016. Nesse período, ela elaborou uma tarefa que foi implementada em sala. A intervenção na sala foi registrada por áudio e vídeo. Além disso, a autora apresentou e justificou em seu TCC as adaptações realizadas nos exercícios do livro e discutiu os principais efeitos do desenvolvimento da proposta do ponto de vista da aprendizagem dos alunos e de suas próprias percepções. Consideramos a análise da licencianda como elemento reflexivo do seu trabalho documental e, portanto, coerente com a metodologia adotada.

Nesse artigo, consideramos a tarefa (roteiro de atividades e as construções feitas no Geogebra) como documento produzido pela licencianda e o TCC como uma fonte de informações sobre esse documento, focando-se no estudo da gênese documental, como fizemos em Assis (2016) ou Assis e Gitirana (2017), quando investigamos as fases de instrumentação e instrumentalização ou ainda os esquemas de utilização da licencianda. Investigamos o que revela o documento produzido, as suas próprias reflexões sobre ele e a integração dos recursos como fonte de análise para práticas em sala de aula voltados ao estudo da classificação de triângulos, além de um olhar para a relação desses aspectos com o desenvolvimento profissional do futuro professor.

### **O livro didático, o Geogebra e a tarefa classificação dos triângulos**

Nessa seção focaremos em apresentar como o livro didático e Geogebra foram utilizados na tarefa, dando destaque ao livro didático e aos exercícios adaptados e, na sequência, como essa adaptação ajudou a construir a tarefa com o Geogebra. Em seguida, apresentaremos as escolhas e as justificativas dadas pela licencianda.







*Apresentando os exercícios escolhidos do livro didático*

Para a elaboração da tarefa, foram escolhidos dois exercícios do livro *Projeto Araribá Matemática*, da Editora Moderna, publicado em 2010. Essa obra foi escolhida por ter sido adotada na escola de referência da pesquisa. Além disso, os exercícios tratavam da temática escolhida pela aluna para desenvolver seu TCC. O livro utilizado era o Guia do professor que continha, além das respostas aos itens, em geral em vermelho, algumas orientações didáticas de uso exclusivo do professor.

A figura 2 apresenta o exercício 2 (p. 71), cujo objetivo é introduzir a classificação dos triângulos por meio da observação do registro simbólico associado ao modelo geométrico de triângulo.

**Figura 2.** Exercício 2 do livro didático

A professora de Jair classificou os triângulos conforme este esquema. Observe como ela fez e, depois, responda às questões em seu caderno.

Triângulos					
Lados			Ângulos		
<b>Equilátero</b>  $a = b = c$	<b>Isósceles</b>  $a = b$	<b>Escaleno</b>  $a \neq b, b \neq c, c \neq a$	<b>Acutângulo</b>  $\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma < 90^\circ$	<b>Obtusângulo</b>  $\beta > 90^\circ$	<b>Retângulo</b>  $\alpha = 90^\circ$

**a)** De acordo com o esquema, como os triângulos podem ser classificados considerando-se:

- a medida dos lados? equilátero, isósceles e escaleno
- a medida dos ângulos? acutângulo, obtusângulo e retângulo

**b)** Como podemos explicar o que é um triângulo equilátero?

**c)** Como você define o triângulo isósceles? E o triângulo escaleno?

**d)** Quando um triângulo é acutângulo?

**e)** O que é preciso para que um triângulo seja obtusângulo? E retângulo?

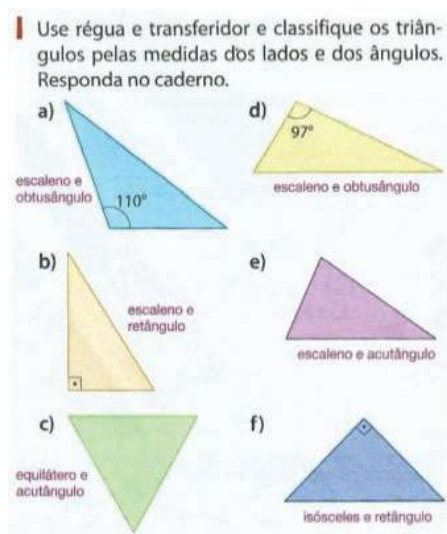
**2. b)** Triângulo equilátero é aquele que tem as medidas de seus lados iguais.  
 c) Um triângulo é isósceles quando as medidas de dois lados são iguais; um triângulo é escaleno quando não tem lados de mesma medida.  
 d) Um triângulo é acutângulo quando os

Fonte: Projeto Araribá Matemática (LEONARDO et al., 2010, p. 71)

De fato, a classificação apresenta-se na forma de um quadro que contém, para cada tipo de triângulo indicado, uma representação simbólica das condições para sua classificação quanto aos lados e ângulos associada a imagens de triângulos como modelos gerais. Por meio das informações do quadro, propõe-se aos alunos a identificação das propriedades que caracterizam os triângulos, e que, ao responderem às perguntas (itens de a-e), sejam capazes de descrever, explicar e definir os triângulos em questão.

O outro exercício utilizado do livro foi o exercício 1 (p. 72), cujo objetivo é a classificação de seis triângulos (itens de a-f) utilizando instrumentos de medidas de acordo com os lados (usando régua) e ângulos (usando transferidor) (Figura 3).

**Figura 3.** Exercício 1 do livro didático



Fonte: Projeto Araribá Matemática Projeto Araribá Matemática (LEONARDO et al., 2010, p. 72).

Observamos que os triângulos do exercício tinham a seguinte classificação: 4 triângulos escaleno, 1 isósceles e 1 equilátero. Entre estes, 2 triângulos do tipo obtusângulo, 2 retângulos e 2 acutângulos. Entre os triângulos, 4 exibiam ou indicavam as medidas de um de seus ângulos, não havendo a necessidade de mensurá-los para seguir com a classificação. Para classificá-los de acordo com as medidas dos lados, as figuras prototípicas poderiam inicialmente indicar a classificação, deixando a validação para ser feita com a régua.



### *Uma análise dos exercícios do livro didático*

A respeito do exercício 2 (Figura 2), fica evidente a intenção de promover uma situação em que os alunos cheguem a classificar os triângulos por meio da observação e interpretação de informações e que saibam explicar e definir os triângulos apresentados. No entanto, observa-se que os alunos podem chegar às conclusões desejadas sem ter tido a oportunidade de experimentar formas de validação de suas respostas de acordo com suas próprias descobertas ou ainda de criar seus próprios triângulos.

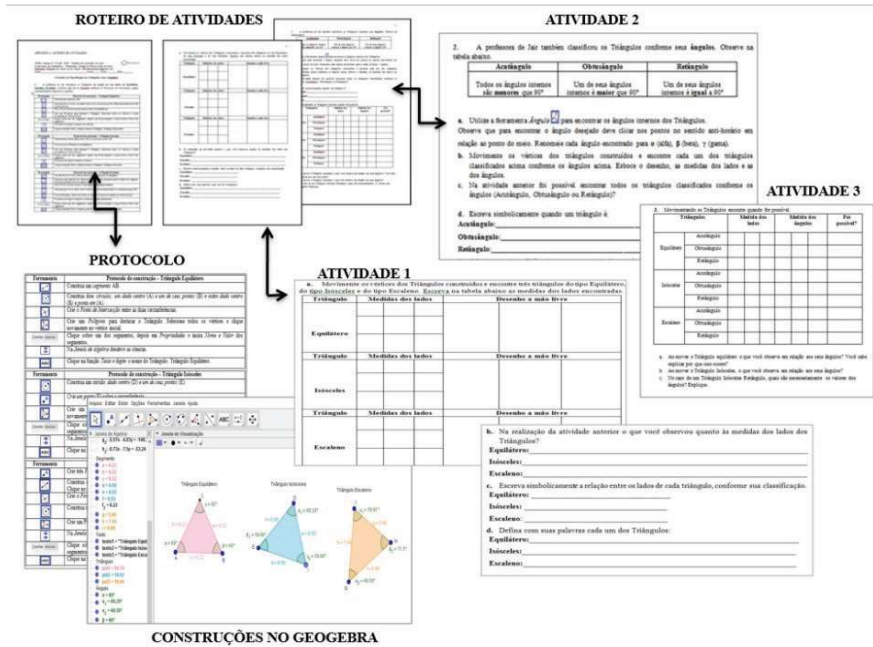
Quanto ao uso da representação prototípica dos triângulos, analisamos que ela pode reduzir a percepção dos alunos sobre estas formas e, consequentemente, sobre sua classificação. Associada a esta representação, os registros simbólicos introduzidos têm a função de conduzir os alunos a abstração de ler as letras como variáveis que expressam uma variedade de valores possíveis de serem assumidos.

Quanto ao exercício 1 (Figura 3), observamos que os alunos podem validar suas respostas com ou sem o uso de instrumentos de medidas, mas sem construir seus exemplos de triângulos. Além disso, os exemplos não contemplam as demais possibilidades de combinação das duas classificações, a saber, triângulo isósceles acutângulo ou obtusângulo, além dos triângulos equilátero obtusângulo ou retângulo (não possíveis).

### *Apresentando a tarefa classificação dos triângulos*

A tarefa elaborada pela licencianda (Figura 4) foi composta por um roteiro de atividades (Atividades 1, 2, adaptadas do exercício 2 e a Atividade 3, adaptada do exercício 1) e pelas construções feitas no Geogebra que foram reproduzidas pelos alunos em sala de aula, seguindo as orientações dos protocolos.

**Figura 4.** Estrutura da Tarefa: roteiro, protocolos e atividades



Fonte: Construção própria dos autores. Adaptado de Alves (2016).

A proposta parte da construção de triângulos servindo de base para a realização das atividades seguintes. Para as construções, foram elaborados três protocolos diferentes, de modo que fosse possível obter, famílias de triângulos do tipo equilátero, isósceles e escaleno (Figura 5).

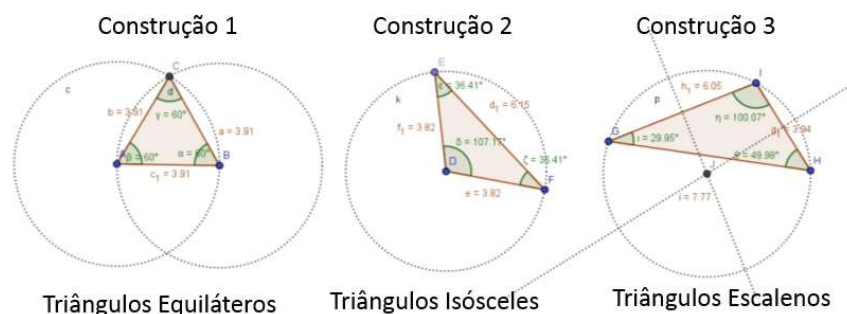
**Figura 5.** Protocolo de Construções dos triângulos no Geogebra e apresentação final

Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Equilátero
	Construa um segmento AB.
	Construa dois círculos, um dado centro (A) e um de seus pontos (B) e outro dado centro (B) e ponto em (A).
	Crie o Ponto de Intersecção entre as duas circunferências.
	Crie um Poligono para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative as cônicas.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Equilátero.
Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Isósceles
	Construa um círculo dado centro (D) e um de seus pontos (E).
	Crie um ponto (F) sobre a circunferência.
	Crie um Poligono para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative a cônica.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Isósceles.
Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Escaleno
	Crie três Pontos: G, H, I sobre a <i>Janela de visualização</i> do geogebra.
	Construa duas <i>Mediatrixes</i> . Para isso, clique sobre o primeiro ponto e depois no segundo. Clique no primeiro ponto e depois no terceiro.
	Crie o Ponto de Intersecção (J) das retas criadas anteriormente.
	Construa um círculo dado centro sobre o ponto de intersecção (J) e o primeiro ponto (G).
	Crie um Poligono. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative a cônica e as retas mediatrixes.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Escaleno.

Fonte: Construção própria dos autores. Adaptado de Alves (2016).

O protocolo sugeria, para cada um dos três roteiros, três procedimentos diferentes de construção. A figura 6 é o resultado dos procedimentos apresentados no protocolo da figura 5. Na construção para triângulos equiláteros (construção 1 – Figura 6) usou-se uma ideia equivalente àquela que se faz no papel com régua e compasso. Ela permite obter uma variedade de triângulos equiláteros com medidas de lados e ângulos variáveis. No protocolo para triângulos isósceles (construção 2 – Figura 6), todos os triângulos obtidos têm em comum um de seus vértices como o centro de uma circunferência suporte e os outros dois são pontos quaisquer da mesma. Por fim, para a obtenção de triângulos escalenos (construção 3 – Figura 6), eles são todos inscritos a uma circunferência. As circunferências e retas suporte para as construções foram ocultadas ao final do procedimento, restando apenas as figuras dos triângulos como resultado (Figura 5).

**Figura 6.** Circunferências e retas suporte para construção dos triângulos no Geogebra.



Fonte: Própria das autoras.

Assim que verificada a possibilidade de mover os vértices dos triângulos, a proposta era que os alunos observassem simultaneamente o que ocorre com as medidas dos lados e dos ângulos, e uma vez organizados por tipo de triângulo, que identificassem regularidades nos exemplos encontrados.

Sobre as atividades propostas no roteiro, algumas adaptações foram feitas nos exercícios do livro que serviram como recurso para a tarefa. De fato, as adaptações feitas no exercício 2 do livro foram duas: a classificação para lados e ângulos não foi trabalhada ao mesmo tempo: a Atividade 1 abordou a classificação dos lados e a Atividade 2, a classificação dos ângulos; 2) os enunciados das Atividades 1 e 2 foram semelhantes ao da proposta do livro, mas com adaptações para a utilização do Geogebra.

O enunciado da Atividade 1 ficou assim: “A professora de Jair classificou os Triângulos em relação aos seus lados em Equilátero, Isósceles e Escaleno. Construa cada um no Geogebra conforme os protocolos de construções a seguir e posteriormente responda às questões”.

Na Atividade 1, era esperado que os alunos registrassem suas respostas nos espaços em branco e desenhassem figuras de triângulos correspondentes àquelas encontradas por eles (itens a e b), escrevessem simbolicamente a relação entre os lados (item c) e obtivessem uma definição própria para os triângulos equilátero, isósceles e escaleno (item d), sendo possível a comparação entre elas.

Na continuidade, a Atividade 2 foi proposta com o seguinte enunciado: “A professora de Jair também classificou os Triângulos conforme seus ângulos. Observe no quadro abaixo”.

<u>Acutângulo</u>	<u>Obtusângulo</u>	<u>Retângulo</u>
Todos os ângulos internos são <b>menores</b> que $90^\circ$	Um de seus ângulos internos é <b>maior</b> que $90^\circ$	Um de seus ângulos internos é <b>igual</b> a $90^\circ$

Nesse enunciado, foi apresentada a definição dos triângulos acutângulo, obtusângulo e retângulo, seguindo a ideia do exercício 1 do livro, porém sem utilizar representações simbólicas. As questões que se seguiram orientavam os alunos para calcular e renomear os ângulos internos (item a); movimentar os vértices dos triângulos para encontrar, se possível, exemplos de triângulos acutângulo, obtusângulo e retângulo, além de esboçar desenhos desses triângulos, (itens b e c); descrever simbolicamente a definição de cada triângulo classificado conforme os ângulos internos (item d).

A Atividade 3, baseada no exercício 1 do livro, propôs que os alunos movessem os vértices dos triângulos das três construções e procurassem todas as combinações possíveis das duas classificações simultaneamente, registrando os valores obtidos na tabela proposta no roteiro de atividades. Além disso, que foi solicitado que eles movessem os triângulos no Geogebra e descobrissem que em um triângulo equilátero têm-se três ângulos iguais valendo  $60^\circ$  (item a); que em um triângulo isósceles têm-se dois ângulos iguais (item b) e que em um triângulo isósceles retângulo tem-se necessariamente dois ângulos valendo  $45^\circ$  (item c).

#### *Escolhas e justificativas para a tarefa*

Considerando as adaptações realizadas e a tarefa como produto, a licencianda justificou suas escolhas em seu TCC. Destacamos as escolhas referentes à atividade de construir exemplos no Geogebra e a movimentação de tais construções pelos alunos; de não apresentar a definição dos triângulos por meio de notação simbólica; de trabalhar classificação por lados e ângulos inicialmente separada e só após de forma integrada.

Sobre a construção de exemplos no Geogebra e a movimentação de tais construções pelos alunos, destacamos as seguintes passagens do TCC que fazem referência à ideia de descoberta, pelos alunos, das propriedades dos triângulos por meio de uma variedade de exemplos:

Para realizar as adaptações dos exercícios para o Geogebra, fomos guiados por algumas palavras chaves recorrentes em todo esse trabalho, como, por exemplo, **construir, testar, comparar, analisar/conjeturar, observar, mover/arrastar, entre outras**, a fim de que nossa atividade atribuísse essas possibilidades. E que de certo modo, pudesse satisfazer a seguinte afirmativa dos PCN (BRASIL, 1998):

O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de **formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica**, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. (BRASIL, 1998, p. 26). (ALVES, 2016, p. 52 – *grifo nosso*)

[...] no terceiro ciclo “as atividades geométricas centram-se em procedimentos **de observação, representações e construções de figuras**, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer **conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras**.” (BRASIL, 1998, p. 68). No quarto ciclo, os PCN (BRASIL, 1998) apontam que a Matemática deve a partir da Geometria e explorar casos de aprendizagem onde os alunos sejam estimulados a “produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança” (BRASIL, 1998, p. 82), casos esses que podem ser trabalhados com ênfase no estudo dos Triângulos. (ALVES, 2016, p.24)

Para o estudo dos triângulos, a Matriz de Referência de Matemática do Saeb/Prova Brasil (2011) aponta no Descritor 3 como um dos objetivos a ser contemplado neste nível escolar “**Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos**.” (BRASIL, 2011, p. 152) e complementa que com ele pretende-se avaliar “**a habilidade de o aluno reconhecer as propriedades de triângulos e aplicá-las utilizando-se da comparação**”. (ALVES, 2016, p. 26 – *grifo nosso*)

Para melhor desenvolver essa habilidade o PDE – Saeb/Prova Brasil (2011) destaca a importância de:

[...] atividades dirigidas para serem executadas em grupo nas quais os alunos **construam vários tipos de triângulos, façam medidas e**

**discutam suas propriedades.** As conclusões devem ser discutidas com todos e as propriedades constatadas devem ser sistematizadas e enfatizadas pelo professor. (BRASIL, 2011, p. 158). (ALVES, 2016, p.27, *grifo nosso*)

Durante a elaboração do TCC, a licencianda consultou alguns recursos, entre os quais, recursos curriculares (PCN), documentos de avaliação nacional (SAEB), além de artigos científicos que tratavam da temática. Dessa forma, observamos a influência dessas leituras na sua proposta expressas nas citações.

A licencianda enfatizou ter aprimorado os exercícios do livro buscando criar uma proposta que levasse os alunos à construção de suas próprias conclusões sem que obtivessem respostas óbvias e que as adaptações permanecessem acessíveis ao grau de análise dos estudantes. Por essa razão, ela separou na tarefa a atividade de classificar lados dos ângulos, uma vez que acreditava ser mais fácil para os alunos tal abordagem inicial. Na proposta também foram explorados exemplos para os casos isósceles, acutângulo e obtusângulo e escaleno retângulo, além dos casos de triângulos equilátero e acutângulo, escaleno e retângulo, acutângulo e obtusângulo, e isósceles e retângulo, que não foram abordados nos exemplos.

Sobre a simbologia matemática, ela optou pela integração do uso pelas indicações do Geogebra e sua exploração pelos alunos. Dessa forma, coloca que, como exemplo para o caso do triângulo obtusângulo e retângulo, respectivamente, foi possível ampliar a ideia do livro que utiliza “ $\beta > 90^\circ$  e  $\alpha = 90^\circ$ ”. Para a licencianda, os alunos podem imaginar que só  $\beta$  e  $\alpha$  da representação apresentada no livro podem assumir esses valores.

Em relação a Geometria Dinâmica, a licencianda se utilizou da ideia de outros autores na qual a geometria dinâmica se opõe à geometria tradicional e como resultado possibilita a obtenção de uma variedade de exemplos que, seguindo os princípios da GD, mantém as propriedades invariantes ao arrastar. As citações a seguir ilustram essa perspectiva expressa em seu TCC:

Segundo Nascimento (2012) o termo “Dinâmico” utilizado em Geometria Dinâmica:

[...] **pode ser bem mais entendido como oposição à estrutura “estática” das construções da geometria tradicional.** E o termo “Interativo” é que, após o aluno realizar uma construção, ele pode alterar as posições dos objetos iniciais e o programa redesenha a construção, preservando as **propriedades originais.** (NASCIMENTO, 2012, p. 38). (ALVES, 2016, p. 30 – *grifo nosso*)

Por sua característica principal de poder modificar objetos em estudo sem alterar a construção dos mesmos, pode-se dizer:

[...] que a GDI é uma geometria do tipo: uma construção por N testes, enquanto a tradicional TRCE é do tipo uma construção por um teste, desta forma torna um laboratório dentro do computador, onde possibilita, **a partir de uma única construção, efetuar um número arbitrário de testes, o que seria praticamente impossível com a TRCE.** (NASCIMENTO, 2012, p. 129). (ALVES, 2016, p. 30 – *grifo nosso*)

Silva e Penteado (2009) definem softwares de Geometria Dinâmica como aqueles que possibilitam a construção e o manuseio de objetos geométricos no computador, e acrescentam que:

[...] o que diferencia um software de Geometria Dinâmica dos demais é a **possibilidade de “arrastar”** a figura construída utilizando o mouse. Esse procedimento permite a transformação da figura em tempo real. (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 4). (ALVES, 2016, p. 31 – *grifo nosso*)

Os programas construídos dentro dos princípios da Geometria Dinâmica, para Gravina, (1996) se caracterizam por serem ferramentas de construção de desenhos de objetos e configurações geométricas feitos a partir das propriedades que os definem.

Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. **Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades geométricas intrínsecas ao problema.** (GRAVINA, 1996, p. 7). (ALVES, 2016, p. 31 – *grifo nosso*)



## A intervenção em sala de aula: outra análise da tarefa

Esta seção será dedicada à apresentação da análise da tarefa após a intervenção em sala de aula. Para tanto, inicialmente, descreveremos o desenvolvimento da tarefa segundo o vídeo da aula e, em seguida, as próprias reflexões da licencianda sobre sua experiência.

### *A intervenção na escola*

Após a elaboração da tarefa, a licencianda desenvolveu sua proposta com a turma do 8º Ano B, do Ensino Fundamental II de uma escola pública do município de Guarabira, no Estado da Paraíba. A intervenção ocorreu nos dias 20 e 23 de maio de 2016 no laboratório de informática da escola, sendo desenvolvida no turno da tarde no horário cedido pela professora para a qual foram disponibilizadas seis horas aulas no total. Participaram da intervenção nove alunos no primeiro dia, quinze alunos no segundo dia e a professora regente. A aula teve início com a apresentação do Geogebra, suas principais ferramentas e funcionalidades, tendo em vista que os alunos não conheciam o programa. Posteriormente, as atividades foram iniciadas seguindo a tarefa proposta.

No desenvolvimento do primeiro dia da intervenção, observamos o tempo gasto pelos alunos para realizar a construção do primeiro triângulo (equilátero), cerca de 30 minutos. Para a construção dos demais triângulos, o tempo gasto foi menor e algumas dificuldades encontradas na primeira construção foram aos poucos sendo superadas nas demais. A licencianda mencionou, por exemplo, sobre a habilidade com o mouse para ativar as ferramentas do Geogebra; a prática de sempre ativar a ferramenta *mover* para não criar objetos indesejados na *janela de visualização*; além da utilização de funções do teclado do computador que não conheciam como Ctrl+ Z para apagar alguma construção incorreta ou indesejável.

Durante as construções dos triângulos, a licenciada disse estava preocupada em não revelar suas características porque um dos seus objetivos era que os alunos, ao seguir cada passo da construção e na realização das demais atividades, percebessem sem sua ajuda, as propriedades de cada triângulo construído.

Segundo a licencianda, não houve curiosidade por parte dos alunos em saber porque os triângulos estavam sendo construídos em círculos, pois a empolgação maior estava na utilização do *software*, visto que se identificavam com a informática e nunca tiveram aula de matemática no laboratório. Mesmo assim, a licencianda deixou evidente que as construções estavam sendo realizadas conforme suas propriedades e que os círculos feitos no Geogebra substituíam o uso do compasso no papel. De acordo com o vídeo da aula, ao final, os alunos pareciam não sentirem dificuldades extremas com o *software*.

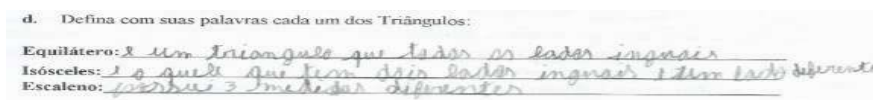
#### *Uma análise da tarefa com o Geogebra*

Após a experiência de intervenção em sala de aula com os alunos da escola, a licencianda revelou potencialidades e limitações da tarefa. Acrescentamos a essa análise outros aspectos que consideramos importantes. O resultado desta revisita da tarefa foi organizado em tópicos que apresentaremos a seguir:

*Variedade de exemplos* – Uma vez que a atividade permitia a obtenção de diferentes triângulos, ao moverem os vértices, os alunos trabalharam com uma variedade de exemplos em curto espaço de tempo. Essa variedade esteve relacionada aos tamanhos dos triângulos, às duas classificações, às posições dos triângulos no plano (prototípicas ou não) e às medidas dos lados e dos ângulos expressa por valores (inteiros ou decimais).

*Identificação das propriedades dos triângulos* – No decorrer das atividades, os alunos perceberam as propriedades dos triângulos. De início, o objetivo para a atividade não foi entendido pelos alunos e como até então não conheciam as propriedades dos triângulos, um aluno, por exemplo, disse não estar entendendo porque quando ele movia o triângulo equilátero todas as medidas dos lados triângulos davam iguais. O mesmo ocorreu com os demais triângulos. Segundo a licencianda, os alunos demonstraram compreender a definição de cada um conforme suas propriedades. Para ela, o Geogebra propôs melhor visualização do objeto estudado contribuindo para que eles respondessem às questões com espontaneidade e coerência, como mostra o registro de um aluno na Figura 7.

**Figura 7.** Registro de um aluno definindo os Triângulos – Atividade 1, item d



Fonte: Alves (2016, p. 64).

*Estudo da dupla classificação dos triângulos* – Visualizando os triângulos obtidos pelos movimentos de seus vértices e a atualização das medidas dos lados e dos ângulos, foi possível encontrar exemplos e observar quais deles poderiam ter as duas classificações simultâneas. Foi possível encontrar uma variedade de triângulos acutângulos ao deslocarem os vértices de triângulos isósceles, escaleno e equilátero. Para encontrar triângulos obtusângulos, o Geogebra possibilitou a visualização da variação e obtenção de ângulos obtusos ao mover os triângulos isósceles e escalenos, mas não equiláteros, como previsto. O mesmo aconteceu com triângulos retângulos.

*Relação de inclusão entre triângulos equiláteros e isósceles* – Por meio da construção feita, seria possível obter triângulos equiláteros na construção dedicada a explorar exemplos de triângulos isósceles, assim como na construção para escalenos. O mesmo ocorreu com triângulos isósceles na construção dos escalenos. Essa possibilidade leva professores e alunos a discutir a relação de inclusão na classificação dos triângulos quanto aos lados. Esses exemplos podem ser obtidos diminuindo as casas decimais do arredondamento numérico dos valores das medidas dos lados no Geogebra.







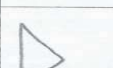
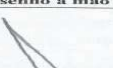

*Ângulos internos dos triângulos* – Na atividade 2, com a ferramenta *ângulo* no Geogebra, os alunos mediram os ângulos internos dos triângulos. Apesar da orientação de que era necessário clicar nos vértices dos triângulos no sentido anti-horário em relação ao vértice/ponto do meio, os alunos ainda tiveram dificuldades. Mas, ao perceberem o erro, segundo a licencianda, eles tentavam novamente em outro sentido, realizando diversas formas de validação até entender a forma correta para medir os ângulos no Geogebra e também a diferença entre ângulos internos e externos do triângulo. Essa foi uma discussão que surgiu inesperadamente durante a Atividade.

*Obtenção de um ângulo reto* – Uma limitação da proposta apresentada pela licencianda diz respeito à precisão com que os valores dos ângulos mudavam no *software* ao movimentar os triângulos, tornando-se difícil fixar exatamente em alguns valores como, por exemplo, um ângulo de  $90^\circ$  em um triângulo do tipo escaleno. Na proposta original, foram utilizados valores com duas casas decimais.

*Abstração da representação simbólica na definição* – A proposta da licencianda reforçou a ideia de que, por exemplo, em um triângulo obtusângulo, o ângulo com medida maior que  $90^\circ$  pode ocupar a posição de qualquer uma das letras  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (de acordo com a representação estática do livro). Acrescentamos que o uso de diferentes letras para representar a variáveis ajuda no exercício da abstração em Matemática e entendimento das propriedades dos triângulos.

*Diferença entre figuras construídas com e sem instrumentos de desenhos* – Quando solicitados a desenhar seus exemplos (Figura 8) os alunos perceberam que os triângulos não tinham precisão em relação aos obtidos no Geogebra. Compreenderam que o objetivo era a busca por modelos e que a imprecisão dos desenhos ocorria pela ausência de instrumentos e técnicas de desenho que garantiriam a aplicação das propriedades.

**Figura 8.** Registro de um aluno para o item a da Atividade 3

Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Equilátero	A=2.44	B=2.44	C=2.44			
	A=3.03	B=3.03	C=3.03			
	A=2.1	B=2.1	C=2.1			
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Isósceles	E=3.2	F=3.52	A=3.2			
	F=2.94	D=5.04	F=2.94			
	A=2.94	D=1.61	F=2.94			
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Escaleno	G=1.24	H=2.57	I=1.98			
	G=2.84	H=2.57	I=2.57			
	G=2.84	H=3.18	I=2.57			

Fonte: Alves (2016, p. 61).

*Propriedades específicas* – Para encontrar triângulos equilátero do tipo acutângulo, obtusângulo e retângulo, o *software* possibilitou que os

alunos visualizassem que os ângulos internos do triângulo equilátero medem  $60^\circ$  e satisfaziam as condições apenas para o acutângulo. Em sala, a aluna questionou porque isso ocorre, e um aluno respondeu “porque todos os lados são iguais”, deduziu que todos os ângulos internos do triângulo equilátero são iguais porque o triângulo possui todos os lados iguais. Em relação ao triângulo isósceles, os alunos fizeram a mesma dedução e já não utilizaram o *software*, disseram que possuem dois ângulos iguais e que isso tem relação com o fato de ter dois dos lados iguais.

## Conclusões

Este estudo sobre a integração do livro didático com o Geogebra, por meio de uma tarefa, revelou aspectos interessantes do trabalho do professor ou do futuro professor de Matemática com seus recursos. Destacamos, inicialmente, uma distinção entre o recurso e o uso que se faz dele, assim como a distinção entre as potencialidades e as limitações dos recursos utilizados do documento produzido por um professor. Por fim, destacamos ainda que essa análise do trabalho do professor revela elementos para um processo de formação inicial em que podem ser pensadas competências profissionais para o uso do livro didático, da geometria dinâmica, assim como para o uso de outros recursos, como os recursos curriculares.

Sobre a distinção entre um recurso e seu uso, enfatizamos que apenas foram utilizados dois exercícios particulares do livro, desconsiderando as demais propostas para o tema tratadas no livro. Da mesma forma, ao tratarmos do Geogebra, o seu uso limitou-se a algumas de suas ferramentas específicas e também à exploração de alguns usos da Geometria Dinâmica. Queremos destacar que, ao analisarmos o uso de um recurso ou as suas potencialidades e limitações, esta deve ocorrer considerando quais as partes deste recurso estão em jogo, como também aquelas que não foram utilizadas. Essa análise pode, por exemplo, orientar um professor, um professor formador ou um pesquisador interessado em investigar acerca de quais “partes” dos recursos são mais utilizadas, para quê, quando e porquê.

Percebemos ainda que o livro didático desempenhou um papel importante na construção da tarefa elaborada pela licencianda, uma vez que ela utilizou e adaptou seus enunciados valendo-se das ideias do livro como

ponto de partida. No entanto, ao questionar os exercícios do livro, ela fez escolhas que as levaram às atividades e às construções apresentadas, conforme as referências teóricas às quais teve acesso sobre o ensino de triângulos e da Geometria Dinâmica, além disso, utilizou o Geogebra como recurso para fazer esta “transposição”. Em sua perspectiva, a sua tarefa com o Geogebra ampliou o que propôs o livro didático, sendo a integração dos recursos o processo-chave da sua proposta.

Além disso, foi possível tecer considerações sobre as “potencialidades ou limitações” distinguindo esses elementos nos recursos e nos documentos produzidos por um professor. Nesse caso, enfatizamos que uma possível limitação associada a uma tarefa pode ter sua origem nos recursos utilizados, ou vice-versa. Por exemplo, no caso da construção no Geogebra, feita para triângulos isósceles, observamos a possibilidade de obter triângulos equiláteros. Seria uma limitação da construção feita? Essa situação possibilitou interrogar se existem outros procedimentos de construção de triângulos isósceles que eliminariam essa possibilidade ou se essa seria uma limitação do Geogebra ou da geometria dinâmica com uso de computadores. Também indagamos se seria aconselhável, e em que contexto, trabalhar com números inteiros afim de evitar resultados indesejados ou não previstos na situação. De toda forma, essas questões também dependem da definição de triângulo isósceles adotada pelo professor ou apresentada pelo livro didático.

Outro exemplo dado acerca do contexto analisado é que, apesar de a tarefa ter proporcionado aos alunos possibilidades de encontrar seus próprios exemplos de triângulos e, por meio deles, compreender a classificação trabalhada, não foi discutido que a simples construção e o dinamismo da manipulação da construção não demonstram, formalmente, que todo triângulo equilátero é acutângulo ou que todo triângulo isósceles possui dois ângulos congruentes. De fato, os diferentes triângulos obtidos com o *software* não abrangem todas as infinitas possibilidades de triângulos, e tais manipulações não constituem provas matemáticas. Portanto, vemos que nesse caso não se trata de uma limitação do *software*, mas de uma restrição da tarefa como uma proposta de ensino.

Essa situação também é similarmente encontrada no livro didático, como no caso do exercício 2. O fato é que a variabilidade dos objetos geométricos é geralmente invisível porque a formulação de uma propriedade geométrica é, na maior parte do tempo, expressa por um simples

objeto estático em que os quantificadores são implícitos. Segundo Laborde (2005), isso não causa problemas para os alunos porque não percebem a generalidade dos teoremas ou propriedades. Por outro lado, a Geometria Dinâmica exterioriza a dualidade invariante/variável de maneira tangível por meio de movimentos no plano.

Portanto, entendemos que a problemática apresentada revela aspectos que podem ser tratados no contexto da formação inicial e que estão ligadas ao acompanhamento do professor orientador nas atividades desenvolvidas pelos licenciandos em que eles usam e desenvolvem recursos/documentos.

De fato, seguindo a Abordagem Documental do Didático, é possível, por exemplo, identificar ou inferir esquemas de utilização do livro didático ou do Geogebra que foram predominantes em uma tarefa ou ainda inferir conhecimentos (invariantes operatórios) mobilizados pelos licenciandos de naturezas distintas (matemáticos, da geometria dinâmica, etc.). A esse respeito, Laborde (2008) afirma que, em muitas tarefas, o papel da Geometria Dinâmica tem se restringido a, principalmente, ilustrar propostas do livro didático. Isso mostra que o planejamento de tarefas nas quais o arrastar tem um papel mais conceitual necessita de vários tipos de conhecimentos, entre os quais destaca, o matemático, o instrumental, o cognitivo e o didático. Abar e Alencar (2013) relembram, por exemplo, que, no caso de uma construção de um triângulo que deve permanecer equilátero, independente da movimentação dos vértices, é necessário que o usuário utilize um processo de construção específico para o triângulo equilátero e para o qual são necessários conhecimentos de conceitos matemáticos. No contexto da formação, podemos pensar em situações ou classes de situações nas quais os licenciandos “experimentem” os recursos e desenvolvam competências profissionais associadas ao seu uso e a integração deles.

Recebido em: 05/12/2018

Aprovado em: 23/12/2018

## Referências

ABAR, C. & ALENCAR, S. A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 27, núm. 46, agosto, 2013, p. 349-365.

- ADLER, J. Conceptualising resources as a theme for teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 3, 2000, p. 205-224.
- ALVES, E.S. **A Geometria Dinâmica no Estudo e Classificação dos Triângulos**: adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o GeoGebra. Edição, Rio Tinto, UFPB/CCAEE, 2016.
- ASSIS, C. GITIRANA, V. An analysis of the engagement of preservice teachers with curriculum resources in Brazil. In: SCHUBRING, G.; FAN, L. & GIRALDO, V. (Eds.). (2017, in preparation) **Proceedings of the Second International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT2, May 7 – 11, 2017)**. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ.
- ASSIS, C. A gênese documental na formação de professores de Matemática: interações entre o livro didático e a geometria dinâmica. In: I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, 2016. Mato Grosso do Sul. **Anais**. Disponível em: [http://ladima.tuseon.com.br/uploads/file\\_manager/source/d7322ed717dedf1eb4e6e52a37ea7bcd/Trabalhos/CIBELLE%20DE%20F%3%81TIMA%20CASTRO%20DE%20ASSIS.pdf](http://ladima.tuseon.com.br/uploads/file_manager/source/d7322ed717dedf1eb4e6e52a37ea7bcd/Trabalhos/CIBELLE%20DE%20F%3%81TIMA%20CASTRO%20DE%20ASSIS.pdf)
- BELLEMAN, F. & TROUCHE, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. 2016. In: I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, Mato Grosso do Sul. **Anais**. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3eGRISW1iVHg3YjQ/view>
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. **Plano de Desenvolvimento da Educação**: prova brasil/ensino fundamental/matrizes de referências/ tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB/INEP, 2011. 200p
- GUEUDET, G. & TROUCHE, L. Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. **Education et didactique**, Rennes, 2(3), 7-33, 2008.
- GUEUDET, G. & TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? **Educational Studies in Mathematics**, 71(3), 199-218, 2009.
- GUEUDET, G. & TROUCHE, L. Teachers' work with Resources: Documentational Geneses and Professional Geneses. In: GUEUDET, G.; PEPIN, B. & TROUCHE, L. (Eds.). **From Text to "Lived" Resources Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development**. Dordrecht: Springer, 2012, p. 23-41.
- GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria, In: **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA**



- EDUCAÇÃO**, 7, 1996. Porto Alegre, Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Porto Alegre, 1996.
- KIERAN et al. “Researcher-Designed Resources and Their Adaptation Within Classroom Teaching Practice: Shaping Both the Implicit and the Explicit”. In: **From Text to “Lived” Resources**, edited by Ghislaine Gueudet et al. New York: Springer, 2012, p. 189-213.
- LABORDE, C. **Multiple dimensions involved in the Design of tasks taking full advantage of dynamic interactive geometry**. 2008. Disponível em: [http://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/2008/2008\\_02\\_CLaborde.pdf](http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2008/2008_02_CLaborde.pdf).
- LABORDE, C. Robust and soft constructions. In: **Proceedings of the 10th Asian technology conference in mathematics**. Korea: National University of Education, 2005, p. 22-35.
- LEONARDO et al. **Projeto Araribá: Matemática**. São Paulo: Moderna, 2010. 143p.
- NASCIMENTO, E. G. A. **Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria**. 2012. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. 2012.
- REZAT, S. Interactions of Teachers’ and Students’ Use of Mathematics Textbooks. In: GUEDET et al (eds.). **From text to “Lived” Resources, Mathematics Teacher Education**. 2012.
- SILVA, G. H. G. d ; PENTEADO, M. G. O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. **Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**, 1, 1066-1079, 2009.
- VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1. Rio de Janeiro. **Anais**. Rio de Janeiro: UFRJ Projeto Fundão, Instituto de Matemática, 1993, p. 1-26.