

# Jogos para o ensino de funções e trabalho documental docente

Games for the teaching of functions and teachers' documentary work

Elisângela Bastos de Mélo Espíndola<sup>1</sup> Felipe Alexandre de Lima Lira<sup>2</sup>

#### **RESUMO**

Apresentamos um levantamento sobre jogos matemáticos propostos em coleções de livros didáticos do Ensino Médio e possibilidades de seus usos em sala de aula. A pesquisa é baseada na abordagem documental do didático, por meio de noções como trabalho documental, gênese documental, recursos-mãe e recursos-filho. O estudo foi desenvolvido em duas etapas. Inicialmente, foram analisadas oito coleções aprovadas no recente Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). Em seguida, ocorreram entrevistas com três professores sobre possíveis usos de jogos matemáticos identificados nesses livros didáticos. Na análise dos dados da primeira etapa, utilizou-se a árvore de similaridade do software Classificação Hierárquica, Implicativa e Coersitiva (CHIC 6.0). Na segunda etapa, buscou-se identificar indícios dos processos de instrumentação e instrumentalização sobre os jogos, pelos professores. Dentre os resultados, destacam-se a proposição de jogos para os conteúdos de Probabilidade e Funções como os mais frequentes nos livros didáticos, bem como as adaptações propostas pelos professores nas regras de dois jogos visando a um possível uso em sala de aula: Tiras de Propriedades para Funções e Família de Funções.

Palavras-chave: Abordagem documental do didático; Jogos matemáticos; Livro didático; Ensino Médio; Análise de similaridade.

<sup>1.</sup> Doutora em Educação. Professora do Departamento de Educação da Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE. E-mail: ebmespindola@gmail.com.

<sup>2.</sup> Licenciando em matemática da UFRPE. Voluntário do Programa de Iniciação Científica (PIC). E-mail: felipe.mat.2013@gmail.com.

#### **ABSTRACT**

We present a survey on mathematical games proposed in collections of high school textbooks and possible uses in the classroom. The research is based on the documentary approach to didactics, from notions such as documentary work, documentary genesis, parent resources and child resources. The study was developed in two stages. Initially, eight collections approved in the recent National Program of the Didactic Book for High School (PNLEM) were analysed. Then, there were interviews with three teachers about possible uses of mathematical games identified in these textbooks. In the data analysis of the first stage, we used the similarity tree of the Software Hierarchical, Implicative and Coercitive Classification (CHIC 6.0). During the second stage, we sought to identify indications of the processes of instrumentation and instrumentalization on the games – by the teachers. Among the results, we highlight the proposition of games for the contents of Probability and Functions as the most frequent in textbooks, as well as the adaptations proposed by teachers in the rules of two games – aiming at a possible use in the classroom: Property Strips for Functions and Family of Functions.

**Keywords:** Documentary approach to didactics; Mathematical games; Textbook; High school; Similarity analysis.

# Introdução

Este estudo foi desenvolvido no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), no seio do Programa de Iniciação Científica (PIC), pelo projeto de pesquisa (2016-2017): O trabalho documental docente e a análise do uso de jogos para o ensino de matemática.

Segundo os Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), vários aspectos têm sido apontados como pedagogicamente relevantes nas experiências com jogos matemáticos na sala de aula: em primeiro lugar, a dimensão lúdica; em segundo lugar, argumenta-se que ideias e relações matemáticas importantes estão presentes em uma enorme variedade de jogos. Outro aspecto a ressaltar é o que muitos dos jogos propiciam a integração de várias áreas da matemática: aritmética, álgebra etc. Em virtude das contribuições que os jogos podem oferecer ao ensino de matemática, organizou-se a pesquisa em duas etapas.

Na primeira etapa do estudo, averiguou-se em que medida e para quais conteúdos matemáticos os jogos têm sido propostos em livros didáticos (LD) do Ensino Médio (EM). Para tanto, foram analisadas as coleções aprovadas no recente Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM)<sup>3</sup>, com o auxílio do software Classificação Hierárquica, Implicativa e Coersitiva (CHIC 6.0), desenvolvido por pesquisadores sobre a Análise Estatística Implicativa (COUTURIER; BODIN e GRAS, 2003).

Na segunda etapa, com base nos resultados obtidos na etapa anterior, levantou-se o ponto de vista de professores de matemática sobre as possibilidades de aplicação de dois jogos em sala de aula – Tiras de Propriedades para Funções (SMOLE e DINIZ, 2014) e Família de Funções (PAIVA, 2015). Para tanto, a Abordagem Documental do Didático (ADD) (GUEUDET e TROUCHE, 2010) auxiliou-nos na busca de entender a apropriação, os possíveis modos de utilização dos referidos jogos matemáticos, por parte dos professores. Na medida em que, segundo a ADD, os recursos orientam a atividade do professor (instrumentação) e, em retorno, o professor se apropria deles, adapta-os e modifica-os ao longo de seu uso (instrumentalização).

A seguir apresentaremos algumas considerações sobre jogos matemáticos e a ADD, a metodologia, os principais resultados, bem como algumas limitações do estudo.

#### Considerações sobre jogos matemáticos

Kishimoto (2017) expõe que, nas buscas por definir o conceito "jogo", percebe-se certa dificuldade, pois, de acordo com a experiência e a cultura de cada sociedade, a esta palavra é agregada um significado. Em cada contexto social, constrói-se uma imagem de jogo conforme seus valores e modo de vida, que se expressa por meio da linguagem. Considera-se que o jogo normalmente é composto de regras, em alguns

<sup>3.</sup> O PNLEM, desde sua criação em 2004, prevê a universalização de LD para os alunos do EM público de todo o país. Inicialmente, em 2005, foram distribuídos livros para o primeiro ano do EM das disciplinas de Português e Matemática. Em 2007, começou o processo de distribuição de LD do EM nas outras áreas do conhecimento.

momentos previamente definidas, em outros, criados pelos jogadores de acordo com as necessidades surgidas ao se jogar.

De acordo com Gitirana et al. (2013, p. 12), "muitos dos jogos que podemos chamar de matemáticos têm vida própria e fazem parte das atividades recreativas das pessoas, fora do contexto escolar ou são típicos de algumas culturas". A denominação genérica "jogos matemáticos" pretende englobar situações-problema de vários tipos:

Jogos que envolvem disputa entre duas pessoas ou entre pares, incluindo os clássicos e suas variações, bem como recentes criações de estudiosos na área. Como exemplo, o xadrez, o jogo de damas e outros jogos com tabuleiro. [...] Jogos em que se joga sozinho como quebra-cabeça de montagem ou movimentações de peças, tais como o Tangram, os de composição e decomposição de figuras planas ou espaciais, os Poliminós de Golomb [...]. Desafios, enigmas, paradoxos, formulados em linguagem do cotidiano e que requeiram raciocínio lógico para serem desvendados [...]. (GITIRANA et al. 2013, p. 12)

Nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRA-SIL, 2006, p. 28), é posto que "os jogos e brincadeiras são elementos muito valiosos no processo de apropriação do conhecimento". Compreende-se que esses recursos "permitem o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo". Além disso:

[...] o jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos, (BRASIL, 2006, p. 28)

Pelo exposto, consideramos que o uso dos jogos para o ensino de matemática, uma vez bem elaborados, isto é, com objetivos bem definidos sobre o que se pretende ensinar, pode ser uma valiosa ferramenta para facilitar a aprendizagem em matemática.

## Abordagem Documental do Didático

A Abordagem Documental do Didático (ADD) foi inspirada na abordagem instrumental desenvolvida por Rabardel (1995). A abordagem instrumental considera que os instrumentos são subjetivos. Eles são construídos pelo sujeito por meio dos artefatos. Segundo o autor, um artefato é o produto de uma atividade humana, concebido para se inscrever em uma atividade finalizada. A abordagem instrumental introduz uma distinção entre um artefato disponível para um dado utilizador e um instrumento construído pelo sujeito no curso de uma atividade finalizada. O desenvolvimento de uma gênese instrumental, ou seja, a passagem de um artefato a um instrumento é desencadeada por dois processos imbricados: instrumentação e instrumentalização.

Instrumentalização – relacionado ao surgimento e à evolução dos componentes artefato do instrumento: seleção, agrupamento, produção e instituição de funções, desvios e catacrese, a atribuição de propriedades, transformação do artefato (estrutura, funcionamento, etc.), que prolongam as criações e realizações dos artefatos, cujos limites são, portanto, difíceis de determinar;

Instrumentação – relacionado ao surgimento e evolução dos esquemas de utilização e de ação instrumentada: constituição, funcionamento, evolução por acomodação, coordenação, combinação, inclusão e assimilação mútua, assimilação de novos artefatos aos esquemas já constituídos, etc. (RABARDEL, 1995, p. 137)

De acordo com Trouche (2016), a ADD porta uma compreensão do trabalho do professor fundamentada na noção de recurso, mais ampla do que a de artefato. A palavra recurso, é entendida, neste artigo, em um sentido amplo, designando tudo o que nutre a atividade do professor e seu desenvolvimento profissional, como um livro didático, as orientações curriculares oficiais, um software, dentre outros. Assim, consideramos os jogos contidos nos LD como recursos disponíveis ao professor e nos interessamos em estudar o trabalho documental com esses recursos, uma vez que os LD se constituem, na maioria das vezes, em elemento do sistema de recursos dos professores, não apenas daqueles atuantes no EM, mas de toda a educação básica.

Diante disso, azemos referência ao sistema de recursos como a "parte recursos dos documentos", sem a parte esquema (BESNIER, 2016, p.

97), tendo em vista que o sistema documental compreende uma estruturação mais ampla: "uma parte recursos, o sistema de recursos e uma parte conhecimentos profissionais. O sistema documental é estruturado segundo classes de situações de atividades correspondentes a um mesmo objetivo da atividade".

Na ADD, ressalta-se que, para realizar suas tarefas de ensino, o professor age com uma diversidade de recursos, esses são trabalhados (adaptados, revisados, reorganizados) no curso de processos associados a sua concepção e a forma como vislumbra utilizá-los em sala de aula. Esse trabalho do professor é entendido dentro da ADD como estruturante do trabalho documental do professor (GUEUDET e TROUCHE, 2010).

Trouche (2016, p. 10) explica que, como a abordagem instrumental distingue o que está disponível para a atividade (os artefatos) e que é desenvolvido pelos sujeitos (os instrumentos), "a abordagem documental distingue o que está disponível para a atividade dos professores, os recursos, e o que eles desenvolvem para apoiar a sua atividade de ensino: os documentos".

As gêneses documentais, ou seja, os processos de constituição dos recursos em documentos, combinam os dois processos sugeridos nas gêneses instrumentais.

Os processos de instrumentalização: o professor se apropria dos recursos, ajusta-os, adapta-os, enriquece-os e reorganiza-os segundo seu objetivo de ensino.

Os processos de instrumentação: os recursos ferramentam o professor e influenciam sua atividade, esses processos marcam as evoluções de práticas e de conhecimentos profissionais induzidos pelo trabalho sobre os recursos. (BESNIER, 2016, p. 95)

Por fim, ressaltamos que uma diferença singular entre as noções de recurso e de documento diz respeito ao fato de que, "não podemos qualificar o que o professor concebe, para por em prática em sala de aula, como sendo um documento, visto que um documento se constrói no tempo e supõe regularidades na ação do professor" (HAMMOUD, 2012, p. 46), isto é, distingue-se uma utilização pontual de um uso com certa regularidade. Dessa forma, faz-se necessário distinguir o que o professor utiliza e mobiliza para preparar o ensino de um tema (recursos-mãe) do

que o professor produz e desenvolve por meio dos recursos de origem (recursos-filho).

Designa-se, assim, um recurso filho como "o resultado finalizado, em um dado momento, para ser posto em prática em sala de aula, o produto e o fruto dos recursos-mãe" (HAMMOUD, 2012, p. 46), pois, ao longo do tempo, o professor tem acesso a diversos recursos. Contudo, certos recursos são a posteriori retomáveis pelo professor; enquanto outros, não necessariamente. Logo, nem sempre todos os tipos de recursos têm um efeito significativo sobre o trabalho documental do professor. Tais considerações de Hammoud (2012) são retomadas no estudo que apresentamos a propósito das possibilidades de uso dos jogos matemáticos propostos em LD do EM, uma vez que não chegamos a evidenciar os seus efetivos usos em sala de aula. Por essa razão apresentaremos a seguir os procedimentos metodológicos utilizados para identificar indícios dos processos de instrumentação e instrumentalização, por parte dos professores, em uma possível utilização desses jogos em sala de aula - precedidos de uma análise estatística (dos jogos em LD do EM), em termos de níveis de similaridade.

## Metodologia

Como já anunciado, esse estudo foi organizado em duas etapas. Na primeira etapa, levantou-se em que medida e para quais conteúdos matemáticos os jogos têm sido propostos em LD do EM. Foram analisados os LD do 1º ao 3º ano das oito coleções aprovadas no recente PNLEM 2018.

Quadro 1. Coleções de LD do EM

LD	Coleções
LD1	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017)
LD2	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)
LD3	#Contato Matemática (GARCIA; SOUZA, 2016)
LD4	Quadrante Matemática (CHAVANTE; PRESTES, 2016)
LD5	Matemática Contexto & Aplicações (DANTE, 2016)
LD6	Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016)
LD7	Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2014)*
LD8	Matemática Paiva (PAIVA, 2015)

Fonte: Produção dos autores (2018). \* Não houve acesso à coleção mais recente.

Para análise dos dados expostos no Quadro 1, foi utilizado como suporte o software CHIC 6.0. De acordo com Couturier, Bodin e Gras (2003) o CHIC tem por funções essenciais: extrair de um conjunto de dados, cruzando sujeitos e variáveis (ou atributos), regras de associação entre variáveis, fornecer um índice de qualidade de associação e de representar uma estruturação das variáveis obtidas por meio dessas regras<sup>4</sup>. Para efeito de explicação, a categorização dos conteúdos (C) matemáticos foi fundamentada na análise de onde se situavam os jogos dos capítulos dos LD.

Quadro 2. Categorização dos dados para o CHIC (6.0)

Código	Categorias	Código	Categorias	Código	Categorias
LD1	(IEZZI et al., 2017)	Anol	1º ano do EM	C_Oper	Operações numéricas
LD2	(BALESTRI, 2016)	Ano2	2° ano do EM	C_Prob	Probabilidade
LD3	(GARCIA; SOUZA, 2016)	Ano3	3º ano do EM	C_Inter	Intervalos
LD4	(CHAVANTE; PRESTES, 2016)	C_Trig	Trigonometria	C_Geom	Geometria plana ou espacial
LD5	(DANTE, 2016)	C_RacLog	Raciocínio Lógico	Jogo_Mpr	O jogo é sugerido no manual do professor
LD6	(LEONARDO, 2016)	C_MatDet	Matrizes e Determinantes	Jogo_NMpr	O jogo não é sugerido no manual do professor
LD7	(SMOLE; DINIZ, 2014)	C_Fun	Funções	Jogo_LDal	O jogo é sugerido no LD do aluno
LD8	(PAIVA, 2015)	C_Ancb	Análise Combinatória	Jogo_NLDal	O jogo não é sugerido no LD do aluno

Fonte: Produção dos autores (2018).

Segundo Gras e Régnier (2015), na leitura dos resultados, as noções de nível e de nós significativos marcados em vermelho mostram, para o usuário, as classes que ele deve focar sua atenção<sup>5</sup>. O CHIC também fornece o índice de similaridade para cada classe ou subclasse ou nó, indicando um valor que pode variar entre 0 e 1. Quanto maior esse índi-

<sup>4.</sup> Para inserção dos dados no CHIC (6.0), a princípio, categorizamos as variáveis da pesquisa (Quadro 2) e organizamos as respostas no formato binário (1 – para sim; 0 – para não) em uma tabela no excel.

<sup>5.</sup> A análise de similaridade pode ser iniciada pela identificação da classe ou do nó com maior grau de similaridade. Isso é representado na árvore pelas classes ou nós que têm a menor altura do "U" – os segmentos verticais se apresentam mais próximo da extremidade dos segmentos horizontais.

ce, maior é o grau de similaridade entre as categorias. No nosso caso, o índice de similaridade foi a partir de 0,700.

Em decorrência dos resultados da primeira etapa, verificou-se que a maior parte dos jogos abordados nos LD tratava sobre os temas Probabilidade e Funções. Em virtude de os professores de matemática estar ensinando o tema Funções (no período da pesquisa), buscou-se levantar o ponto de vista deles sobre as possibilidades de uso de dois jogos — Tiras de Propriedades para Funções (SMOLE e DINIZ, 2014) e Família de Funções (PAIVA, 2015).

A segunda etapa foi realizada com três professores de matemática, atuantes em escolas da zona metropolitana do Recife-PE. Esses sujeitos apresentavam experiência profissional de aproximadamente três anos, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

A coleta de dados da segunda etapa foi organizada em três momentos. No primeiro momento, foram apresentadas, individualmente aos professores, as regras dos jogos Família de Funções (PAIVA, 2015)<sup>6</sup> e Tiras de Propriedades para Funções (SMOLE; DINIZ, 2014).

No segundo momento, o pesquisador jogou com cada um dos sujeitos, registrando seus comentários espontâneos, enquanto jogavam. No terceiro momento, aplicou-se uma entrevista semiestruturada, tendo por mote a forma como os jogos Família de Funções (PAIVA, 2015) e Tiras de Propriedades para Funções (SMOLE; DINIZ, 2014) poderiam ser utilizados em sala de aula. De modo a aprofundarmos a identificação de indícios sobre os processos de instrumentação e instrumentalização desses jogos por cada professor, os três momentos da segunda etapa da pesquisa foram videogravados. Por fim, na análise e organização dos dados, buscou-se comparar as diferentes declarações dos professores sobre os dois jogos.

## Resultados da primeira etapa

A propósito do levantamento sobre em que medida e para quais conteúdos matemáticos os jogos matemáticos têm sido propostos em LD do EM,

<sup>6.</sup> Embora este jogo conste do LD da Coleção Matemática Paiva, o autor esclarece que ele é de autoria de SMOLE, K. S. et al. Jogos de matemática: 1° a 3° ano. Porto Alegre: Artmed, 2008.

por meio do software CHIC, expomos na Figura 1, o resultado referente ao tratamento estatístico, realizado em termos de similaridade.

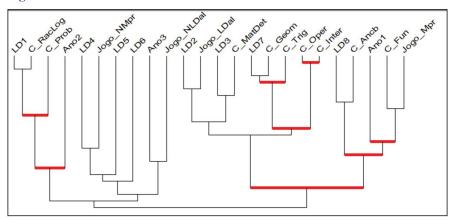


Figura 1. Árvore de similaridade – Análise dos LD do EM

Fonte: Produção dos autores (2018).

Na Figura 1, podem ser percebidos oito nós significativos de índice de similaridade (em vermelho), cujos índices de similaridade são representados no quadro abaixo.

Quadro 3. Nós significativos e índices de similaridade

Níveis	Nós significativos	Índices
Nível: 1	(C _Oper C_Inter)	0.999999
Nível: 4	((LD7 C_Geom) C_Trig)	0.999535
Nível: 9	((LD1 C_RacLog) C_Prob)	0.977031
Nível: 11	(((LD7 C_Geom) C_Trig) (C_Oper C_Inter))	0.960675
Nível: 13	(Ano1 (C_Fun Jogo_Mpr))	0.856629
Nível: 15	((LD8 C_Ancb) (Ano1 (C_Fun Jogo_Mpr)))	0.789879
Nível: 17	(((LD1 C_RacLog) C_Prob) Ano2)	0.641358
Nível: 20	((((LD2 Jogo_LDal) (LD3 C_MatDet)) (((LD7 C_Geom)	
	C_Trig) (C_Oper C_Inter))) ((LD8 C_Ancb) (Ano1 (C_Fun	
	Jogo_Mpr))))	0.463398

Fonte: Produção dos autores (2018).

Na análise de similaridade (Figura 1; Quadro 3), destaca-se a relação entre o LD1 (coleção Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017) e a proposição de jogos abordando Raciocínio Lógico e Probabilidade (LD1; C\_RacLog; C\_Prob). Nos LD desta coleção, é colocada a indicação do uso de jogos apenas nas orientações didáticas do manual do professor (do 1º, 2º e 3º anos do EM). Dentre as sugestões para o professor, na seção "Recursos educacionais digitais", têm-se a atividade "Experimento Baralho e Torradas", disponível no material multimídia da Unicamp<sup>7</sup>. Esse experimento contém dois jogos envolvendo o conceito de probabilidade condicional: o "Jogo dos Naipes" e o "Jogo das Torradas". Em outra seção do manual do professor "Questões curiosas de matemática, jogos e desafios de raciocínio quantitativo"; os autores mencionam o jogo "Sudoku", citando o livro de Alex Bellos: *Alex no país dos números: uma viagem ao mundo maravilhoso da Matemática*.

Sobre o LD2 — coleção Matemática Interação e Tecnologia (BA-LESTRI, 2016), pode-se perceber uma similaridade (Figura 1; Quadro 3) entre a proposição de jogos dentro do LD do aluno (LD2 — Jogo\_LDal) e não apenas no manual do professor. No LD do 1º ano, dessa coleção, identifica-se uma atividade no capítulo destinado ao estudo da Função Exponencial referente ao uso do jogo "Triminó", com sugestão de aprofundamento no manual do professor por meio do jogo "Pentaminó". Ainda na coleção Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016), encontra-se uma atividade voltada ao estudo de Probabilidade (LD do 2º ano). Trata-se do jogo com dados honestos e viciados. No LD é proposto um molde para confecção de tais dados, a fim de ser explorado o conceito de experimento aleatório.

Sobre os LD3 – coleção #Contato Matemática (GARCIA; SOUZA, 2016), destaca-se a relação entre este LD e o uso de jogos para o conteúdo Matrizes e Determinantes (LD3 – C\_MatDet)) – pela proposta do uso do jogo "Sudoku", presente no manual do professor no LD do 2º ano. Ainda nessa coleção, no LD do 2º ano, podemos encontrar a sugestão de um jogo de trilha, voltado para o estudo do tema Trigonometria, bem como há a proposta de uma atividade com o "Tangram" e outra com o "dominó", pelas quais, explora-se o conceito de Probabilidade. Os autores dispõe o molde do tangram no manual do professor.

<sup>7.</sup> Para saber mais: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/997.

Nos LD4 – coleção Quadrante Matemática (CHAVANTE e PRESTES, 2016) apenas se sugere na seção "Leitura e Pesquisa" (ao final dos LD do 1°, 2° e 3° anos) livros referentes ao uso de jogos. Por exemplo: "Mania de matemática: diversão e jogos de lógica matemática de Ian Stewart". No entanto, não são explicitados os conteúdos matemáticos que podem ser explorados com os jogos. Nessa coleção, não foram identificadas atividades com jogos ao longo dos capítulos dos LD.

Quanto aos LD5 – coleção Matemática Contexto & Aplicações (DANTE, 2016), apenas no manual do professor (LD do 1º, 2º e 3º anos), na seção "orientações metodológicas", ocorre a menção à utilização de jogos por "possibilitar a compreensão de regras, promover interesses, satisfação e prazer, formar hábitos e gerar a identificação de regularidades. Além disso, facilitam o trabalho com símbolos e o raciocínio por analogias" (DANTE, 2016, p. 299). Ainda no manual do professor dessa coleção, sobre o uso de jogos, têm-se como sugestões complementares os seguintes sites: Jogos de matemática da Unesp; *MathPlayground* e *Power My Learning*. No entanto, não há explicitamente menção de jogos voltados ao estudo de conteúdos matemáticos do EM.

Nos LD6 – coleção Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016), apenas se constata no manual do professor (1°, 2° e 3° anos), na seção "Sites e artigos para download" – a sugestão de um site (gilmaths. mat.) que disponibiliza materiais de apoio para o EM apresentados por tema, jogos, testes *on-line* e *softwares*<sup>8</sup>.

Na Figura 1 e Quadro 3, sobre os LD7 da coleção Matemática Ensino Médio (SMOLE e DINIZ, 2014), percebe-se uma maior similaridade entre diferentes variáveis. Por exemplo, a relação entre esta coleção e a proposição de jogos sobre os temas: Geometria e Trigonometria ((LD7 C\_Geom) C\_Trig); operações numéricas e intervalos (C\_Oper C\_Inter)). Nessa coleção, no LD do 1º ano são propostos os jogos: "Labirinto" que explora operações numéricas, (cálculo mental e estimativa com números racionais); "Scino" que trata de operações com "Potência de Dez" e "Tiras de Propriedades para Funções". No LD do 2º ano, tem-se a proposta do jogo "Batalha Naval Circular" voltado para o tema Trigonometria.

<sup>8.</sup> www.gilmaths.mat.br/home\_0.html

Ainda no LD do 2º ano, propõem-se o jogo "Role os dados" abordando o tema Probabilidade e o jogo "Capturando Poliedros", cuja ênfase é a diferenciação entre prismas e pirâmides. No LD do 3º ano, é proposto o jogo "Capturando Pontos" com o objetivo de fazer com que os alunos "ampliem a compreensão das propriedades da circunferência, apropriemse de suas equações e representem pontos no plano cartesiano tendo como base um intervalo dado" (SMOLE e DINIZ, 2014, p. 382). O jogo "Encontre o par" é sugerido para aprimorar a compreensão dos alunos sobre as relações trigonométricas. E, o jogo "Para recordar Funções" busca levar os alunos a revisarem propriedades de funções polinomiais relativas a domínio, imagem, gráfico, raízes, crescimento, pontos de máximo e de mínimo (idem, p. 388).

De modo geral, a coleção Matemática Ensino Médio porta uma atenção especial ao uso de jogos. Segundo Smole e Diniz (2014, p. 370):

Os jogos criam situações que exigem soluções originais e rápidas. Nesse processo, o planejamento, a busca por melhores jogadas e a utilização de conhecimentos adquiridos anteriormente propiciam o surgimento de novas ideias, a aquisição de novos conhecimentos, bem como o desenvolvimento de habilidades e atitudes. Investigação, tentativa e erro, levantamento e checagem de hipóteses são algumas das habilidades de raciocínio lógico que estão envolvidas no processo de jogar.

Sobre os LD8 – coleção Matemática Paiva (PAIVA, 2015), percebese, na árvore de similaridade (Figura 1), a relação entre essa coleção e a sugestão de jogo para o estudo de Análise Combinatória ((LD8 C\_Ancb), uma vez que, apenas nessa coleção, propõe-se sobre o tema Análise Combinatória – o jogo "Senha" (LD do 2° ano). Ainda nessa coleção, no LD do 1° ano, é sugerido no manual do professor o jogo "Resgate cartesiano" voltado para o estudo de Funções, bem como o jogo "Família de Funções" que possibilita aos alunos identificar características de funções do 1° e 2° graus e da função constante, além de como trabalharem as habilidades de leitura e análise de gráficos. Ainda nessa coleção, no LD do 3° ano, propõe-se o jogo "Probabilidade e Decisões".

<sup>9.</sup> Ver SANTOS, R. C. Explorando a análise combinatória no jogo Senha. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, n.64, 2007, p. 24-27.

<sup>10.</sup> Ver SMOLE, K. et al. Jogos de matemática: de 1º ao 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008.

No Quadro 4 apresenta-se um panorama dos jogos identificados nas coleções de LD.

Quadro 4. Síntese dos jogos em LD do Ensino Médio

Conteúdos	Nº	Jogos	Coleção	Ano
Probabilidade	7	Jogo dos Naipes; Jogo das Torradas	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017).	2º ano
		Dados honestos e viciados	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016).	2º ano
		Tangram e dominó	Contato Matemática (GARCIA; SOUZA, 2016).	2º ano
		Role os dados	Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2014).	2º ano
		Probabilidade e decisões	Matemática Paiva (PAIVA, 2015).	3º ano
Funções	6	Tiras de propriedades para funções	Matemática Ensino Médio (idem).	1º ano
		Para recordar funções		3° ano
		Triminó; Pentaminó.	Matemática Interação e Tecnologia (idem).	1º ano
		Resgate cartesiano; Família de funções	Matemática Paiva (idem).	1º ano
Trigonometria	3	Encontre o par Batalha naval circular	Matemática Ensino Médio (idem).	3° ano 2° ano
		Trilha – trigonometria	Contato Matemática (idem).	
Geometria	2	Capturando pontos Capturando poliedros	Matemática Ensino Médio (idem).	3° ano 2° ano
Análise combinatória	1	Senha	Matemática Paiva (idem).	2º ano
Operações numéricas	1	Labirinto	Matemática Ensino Médio (idem).	1º ano
Intervalos	1	Contando pontos	Matemática Ensino Médio (idem).	1º ano
Matriz e Determinantes	1	Sodoku	Contato Matemática (idem).	2º ano
Raciocínio lógico	1	Sudoku	Matemática Ciência e Aplicações (idem).	1° ao 3° ano
Potência de 10	1	Scino	Matemática Ensino Médio (idem).	1º ano
Total	24			

Fonte: Produção dos autores (2018).

Percebe-se, no Quadro 4, que a maior parte dos jogos nos LD foi sobre o tema Probabilidade e o tema Funções (função afim, quadrática,

etc.). A maioria desses jogos foi sugerida no manual do professor. Dentre as coleções analisadas, aquela com o maior número de jogos propostos foi "Matemática Ensino Médio (SMOLE e DINIZ, 2014)", na qual se percebe que efetivamente são apresentados objetivos para a proposta de uso de cada jogo, o que não ocorre na maioria das outras coleções; haja vista que consta apenas a menção a alguns jogos em livros paradidáticos e/ou sugestões de *sites*.

## Resultados da segunda etapa

Como já foi dito, a escolha dos jogos "Tiras de Propriedades para Funções" (Figura 2) e "Família de Funções" (Figura 3), ocorreu em virtude do tema Função estar sendo ensinado pelos professores em turmas do Ensino Médio.

Possui uma raiz positiva.

Possui uma raiz positiva.

Possui uma raiz positiva.

Tem raiz nula.

E decrescente em seu dominio.

E crescente em seu dominio.

Corta o eixo Oy acima de zero.

Apresenta valores positivos para x maior que a raiz.

Apresenta valores negativos para x menor que a raiz.

Tem taxa de variação positiva.

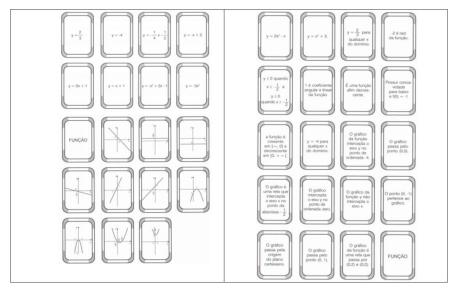
Tem taxa de variação negativo.

Seu coeficiente linear é negativo.

Figura 2. Peças do Jogo "Tiras de Propriedades para Funções"

Fonte: SMOLE e DINIZ (2014).

Figura 3. Família de Funções



Fonte: PAIVA (2015).

Segundo os professores, esse primeiro contato, mais voltado à análise dos jogos (Figuras 2 e 3) foi proporcionado, sobretudo, pelo fato do pesquisador — voluntário do PIC, tê-los confeccionado previamente e oportunizado a eles uma sessão de experimentação com esses jogos. Como afirmou um dos professores: "Entendemos melhor o jogo, quando realmente o jogamos com um colega".

Os resultados decorrentes do momento em que o pesquisador jogou o "Tiras de Propriedades para Funções" (Figura 2) com os professores e logo depois realizou as entrevistas, podem ser vistos no Quadro 5 — em que, em uma primeira coluna, apresentam-se as regras originais dos jogos e na segunda coluna, o que podemos identificar de indícios dos seus processos de instrumentação e instrumentalização.

Quadro 5. Análise do Jogo Tiras de Propriedades para Funções

Regras originais do	Indícios de instrumentação e instrumentalização		
jogo	Prof. 1	Prof. 2	Prof. 3
Número de participantes: 3 ou 4	Acho que podia ser mais alunos. Porém, no máximo oito.	Poderia ser dois, sendo melhor, quatro alunos. Duas duplas. No máxi- mo quatro alunos.	Para mim depende da quantidade de alunos da turma. Eu dividiria a turma com número igual de participantes.
As cartas de funções são embaralhadas e, com as faces voltadas para baixo, dispostas sobre uma mesa ou carteira formando um monte.	Acho que as cartas de funções têm que permanecerem voltadas para baixo, porque pode acontecer dos alunos quererem escolher somente as funções do 1° grau em vez daquelas do 2° grau.	Acho que poderíamos trabalhar das duas for- mas, com as cartas vi- radas para baixo ou para cima.	Acho que as cartas têm que ficarem as- sim mesmo, viradas para baixo.
As tiras de propriedades também são embaralhadas e distribuídas em número igual entre os jogadores. Cada um deve receber pelo menos quatro tiras. Nem todas precisam ser distribuídas.	Quanto mais tiras na mão de um aluno, mais lento fica o jogo. Se forem apenas dois jogadores, o jogo fica mais custoso. Quanto mais alunos, melhor! No máximo oito alunos, para cada um deles ficar com três tiras. Neste caso teria que aumentar mais duas tiras.	Se ficar um grupo muito grande se perde. As tiras têm muita informação. Este jogo seria ideal para uma revisão. O professor poderia explicar a relação entre as cartas, em forma de um exercício, antes de propor o jogo.	Eu distribuiria to- das as cartas com propriedades.
Para a primeira função retirada do monte, cada jogador seleciona, entre suas tiras, aquelas que correspondem às propriedades dessa função. Depois, os jogadores discutem entre si se as propriedades selecionadas são realmente válidas para a função em questão.	Eu acho que deve ser posta uma penalidade para quem errar. Acho que aí, o professor deve corrigir de imediato o aluno que errar. Este poderia perder um ponto no jogo. Assim, o professor precisaria estar verificando as res- postas de cada grupo.	Acho que a função tem que voltar para o monte. Porque em outro momento a tira de propriedade pode ser que se se encaixe em outra rodada. É bom ter esses dois tipos de funções. Fica mais dinâmico. Ficaria limitado só um tipo de função.	Eu não voltaria às cartas de funções para o monte. Iria deixando expostas até que os alunos conseguissem em grupo relacionar todas as cartas de funções as suas propriedades.
Cada tira de propriedade corretamente escolhida representa um ponto para o jogador.	Sobre isso, eu concordo.	Sobre isso, estou de acordo.	Isso está "ok".

Regras originais do	Indícios de instrumentação e instrumentalização			
jogo	Prof. 1	Prof. 2	Prof. 3	
Posteriormente, as ti-	Eu acho perigoso co-	Tem tiras que é preci-	Talvez se tivesse a	
ras de propriedades são	locar mais tipos de	so resolver a equação	lei de formação da	
novamente reunidas,	funções. Eu deixaria	para saber a resposta.	função e o gráfico	
embaralhadas e distri-	apenas essas. No jogo	Assim, descobrir o que	também facilitaria	
buídas para os jogadores	não está claro se, ao	corresponde à tira de	aos alunos compre-	
e outra função é retirada	retirar uma função do	propriedade. Tem umas	enderem as proprie-	
do monte. Os jogadores	monte, na próxima jo-	aqui que os alunos vão	dades postas nas	
mais uma vez escolhem,	gada esta função será	demorar, precisam de	tiras. Por exemplo,	
entre suas tiras, as que	descartada ou vai voltar	papel e lápis para res-	essa tira "corta o	
apresentam propriedades	para o "monte". Acho	ponder.	eixo Oy abaixo do	
da função selecionada.	que as funções tem que		eixo Ox" seria bom	
	ser embaralhadas no-		ter a explicação do	
	vamente.		professor sobre os	
			gráficos das fun-	
			ções postas nas car-	
			tas à medida que os	
			alunos estivessem	
			jogando.	
O jogo continua suces-	Aqui eu não mexeria,	O professor tem que co-	Isto está "ok". Mas	
sivamente assim durante	deixaria do jeito que	locar alunos com mais	poderia deixar os	
quatro ou cinco vezes,	está.	conhecimento mistu-	alunos livres para	
conforme combinado pe-		rado com outros com	relacionar as cartas	
los jogadores. O ganha-		menos conhecimento.	de funções com as	
dor será aquele que ao		Poderia ser feita uma	tiras de proprieda-	
final tiver obtido o maior		competição entre os	des. Estando tudo	
número de pontos.		grupos.	desvirado, cada	
			grupo poderia fa-	
			zer essa atividade	
			e ser o vencedor	
			quem terminasse	
			primeiro.	

Fonte: Produção dos autores (2018).

Em relação ao jogo Tiras de Propriedades para Funções(Quadro 5), para o Prof. 1, o ideal seria aplicá-lo a oito alunos. Para o Prof. 2, seria no máximo quatro (ou duas duplas). O Prof. 3 sugeriu dividir a turma em grupos, com número igual de participantes.

O Prof. 1 e o Prof. 3 concordaram em manter a disposição das cartas de funções (voltadas para baixo); ao passo que, para o Prof. 2, essas poderiam ser também voltadas para cima. O Prof. 1 e o Prof. 3 mencionaram que as cartas de funções deveriam voltar ao "monte"; enquanto o Prof. 2 as manteria no monte. Para o Prof. 3, ele deixaria todas as cartas

expostas, até que os alunos conseguissem relacionar todas as cartas de funções as suas propriedades.

Quanto às cartas com propriedades, os professores também divergiram em relação às regras iniciais do jogo, pelas quais: "cada um deve receber pelo menos quatro tiras. Nem todas precisam ser distribuídas" (Quadro 5). Por exemplo, o Prof. 3 distribuiria todos os tipos de tiras; enquanto para o Prof. 1, cada aluno deveria receber no máximo três tiras.

Ainda foram constatadas algumas particularidades, como no caso do Prof. 1, que sugeriu uma penalidade: se um aluno errasse uma resposta, perderia um ponto já adquirido. No caso do Prof. 3, poderia deixar os alunos livres para relacionar as cartas de funções com as tiras de propriedades, sem necessariamente, seguir as regras de cartas viradas para baixo ou para cima.

Entre os três professores consultados, percebemos a aplicação do jogo Tiras de Propriedades para Funções no processo de ensino, em relevo nas colocações do Prof. 3; enquanto o Prof. 1 e o Prof. 2 destacaram seu uso mais voltado à revisão desse tema.

Quanto ao jogo Família de Funções (PAIVA, 2015), no Quadro 6, podem ser visualizados os resultados obtidos.

Quadro 6. Análise do Jogo Família de Funções

Regras originais do	Indícios de i	Indícios de instrumentação e instrumentalização		
jogo	Prof. 1	Prof. 2	Prof. 3	
Número de participan- tes: três	Dois ou três	Pode ser dois alunos, ou melhor, três alunos.	Não comentou.	
Embaralham-se as cartas e coloca-se o baralho sobre a mesa virado para baixo.	Para iniciar o jogo, penso que poderia ser assim.	Não mudaria.	Não comentou	
Um dos jogadores tira uma das cartas do ba- ralho e coloca sobre a mesa com face virada para cima. O próximo a jogar procede do mesmo modo.	ria as cartas como está	Para facilitar o jogo eu já deixaria separado um "montinho de cartas" de cada tipo. Um "monti- nho" com gráficos; outro com lei de formação (as expressões) e outro com as propriedades.	Não mudaria.	

Regras originais do	Indícios de instrumentação e instrumentalização			
jogo	Prof. 1	Prof. 2	Prof. 3	
jogo Se a carta tirada por um dos jogadores pertence a mesma família de uma das cartas viradas, coloca-se a carta retirada embaixo da carta da mesma família. Caso contrário, coloca-se a carta sobre a mesa sem aproximar das outras cartas.	Prof. 1  Aqui são três propriedades. Esse jogo supõe todos alunos no mesmo nível. Parece ser difícil.	Prof. 2  Eu colocaria no máximo dois tipos de cartas; seja o gráfico e a lei ou uma propriedade; ou ainda de outro jeito. Teria que estudar as cartas para ver como fazer.	Prof. 3  Eu usaria este jogo para ensinar ou para avaliar os alunos. Eu o faria por partes. À medida que fosse trabalhando o que tem nas cartas eu iria propondo o jogo de modo parcelado. Em cada parte das atividades com o jogo eu iria acrescentando um conteúdo. Por exemplo, "gráfico" eu deixaria por último. Até poder trabalhar o jogo completo com as três cartas.	
Se um dos jogadores colocar uma das cartas na família errada, ele perde a vez de jogar e esta carta é colocada no fim do baralho.	Eu não pediria para por a carta no fim do baralho, deixaria exposta a carta para em outra jogada ela ser utilizada. Pois o jogo pode demorar muito.	Se um aluno errar deixa assim mesmo. Seria bom que cada alu- no jogasse apenas uma vez e passasse a vez ao outro.	Para usar o jogo com as três cartas a turma teria que ter um nível muito bom.	
Se a carta tirada por um jogador for uma carta FUNÇÃO, ele poderá utilizá-la em qualquer momento do jogo para formar uma família.	Não foi comentado.	Aqui está "ok".	Eu tiraria esta carta coringa com o nome FUNÇÃO. Ela não faz sentido no jogo. Esta carta não faz o aluno refletir sobre o conteúdo.	
O jogo termina quando não forma mais famílias e ganha o jogo quem tiver mais pontuação de acordo com as regras:  • Sempre quando um jogador retirar uma carta que pertence a mesma família de uma das cartas da mesa, ele coloca a carta retirada ao lado da carta de mesma família e ganha um ponto;  • O jogador que completar uma das famílias ganha cinco pontos.	•	Falta regra de passar de um jogador para o outro. Se tiver um "mais inteligente" vai jogar, jogar e jogar, sem nunca dar a vez a outro. E, logo ganhar o jogo, isso deve mudar.	Eu não faria este jogo com os três tipos de cartas. Iria trabalhan- do aos poucos. Assim, como uma forma de ir ajudando melhor aos alunos em suas dificul- dades.	

Fonte: Produção dos autores (2018).

Sobre o jogo Família de Funções (Quadro 6), ocorreu maior consenso entre os professores, quanto ao número de participantes. Sobre a disposição inicial das cartas, apenas o Prof. 2 se manifestou no sentido de já deixá-las organizadas (antes de começar o jogo) por tipo (gráficos, leis de formação (expressões algébricas e propriedades); diferente da regra original, compreendidas por ele, com a exposição das cartas misturadas.

O Prof. 1 trabalharia com os três tipos de cartas. O Prof. 2 e o Prof. 3 utilizariam no máximo dois tipos de cartas diferentes: seja o gráfico com a lei de formação ou com uma propriedade à medida que esses tópicos fossem sendo ensinados.

Para os três professores, a gestão dos erros e acertos se apresentou como uma problemática na regra do jogo Família de Funções. Eles afirmaram que essa regra deveria ser mais clara sobre o momento de cada jogador passar a vez de jogar ao outro. Como afirmou o Prof. 1: "Se um jogador começa, só vai ser a vez do outro se ele errar. Se ele não errar, ele pode fazer tudo, completar sozinho todas as famílias". Enquanto para o Prof. 2: "Se um aluno errar, deixa assim mesmo. Seria bom que cada aluno jogasse apenas uma vez e passasse a vez ao outro". Em particular, o Prof. 3 se diferenciou dos demais, ao afirmar que retiraria a carta-coringa "FUNÇÃO"; pois para ele: "Ela não faz sentido no jogo, uma vez que ela não faz o aluno refletir sobre o conteúdo".

De modo geral, os dois jogos foram considerados interessantes pelos professores. Os três professores afirmaram que utilizariam os dois jogos em sala de aula, em um momento oportuno. O que indicou a incorporação desses jogos aos sistemas de recursos desses professores (BESNIER, 2016). Por outro modo, ressaltamos as adaptações apresentadas pelos professores (Quadro 5 e 6) como uma condição deles para um posterior uso desses jogos.

Consideramos que essa passagem dos jogos de sua forma original a qual atribuímos o *status* de "recursos-mãe" e o produto final elaborado pelos professores, recursos-filho (HAMMOUD, 2012), traz à tona a relevância de buscarmos melhor compreender o trabalho documental dos professores. Ademais, um acompanhamento da utilização efetiva desses jogos em sala de aula, possivelmente possibilitaria o acesso a novas adaptações e modificações, engendradas pelos professores. Enfim o de-

senvolvimento de esquemas aos quais poderíamos analisar esses recursos como integrantes dos seus sistemas documentais.

### Considerações finais

Como mencionado anteriormente, este estudo foi desenvolvido no seio de um projeto de iniciação científica (Licenciatura em Matemática). Sobre a primeira parte do estudo, chamou-nos a atenção os manuais do professor nos LD, nos quais se encontraram a maior parte das propostas de jogos. Embora tenha sido realizada uma análise superficial dos tipos de jogos em tela, no limite do que foi constatado, ainda ocorre pouca ênfase à proposição de jogos para conteúdos matemáticos do Ensino Médio, com exceção de Funções e Probabilidade.

Na segunda parte do estudo, previa-se, no plano de trabalho do licenciando voluntário do PIC: a experimentação e o acompanhamento do uso de jogos em sala de aula, de acordo com as adaptações realizadas por cada professor de matemática (Quadros 5 e 6). No entanto, isso não aconteceu devido à indisponibilidade dos professores, de certa forma, para não comprometer o andamento do planejamento de suas aulas.

Diante das diversas manifestações dos três professores a propósito da análise dos jogos, cremos que os resultados obtidos nessa pesquisa apontam para a relevância da análise do trabalho documental dos professores como um caminho promissor à formação docente inicial e continuada. Embora não tenhamos realizado uma análise focada nos conhecimentos dos professores, eles nos apresentaram indícios de como compreendem o ensino e a aprendizagem de Funções (por exemplo, abordagem de gráficos por último, o jogo no processo de ensino ou de avaliação, dentre outros).

Dessa forma, no limite do que apresentamos nesse artigo, esperamos de alguma forma suscitar novas ideias e contribuir com o desenvolvimento de outras pesquisas.

Recebido em: 20/12/2018 Aprovado em: 23/12/2018

#### Referências

- BALESTRI, R. Matemática: interação e tecnologia. São Paulo: Leya, 2016.
- BESNIER, S. Le travail documentaire des professeurs à l'épreuve des ressources technologiques. 2016. 487f. Thése (Doutorat en Sciences de l'Education). Université de Bretagne Occidentale, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2006.
- BRASIL. Programa Nacional do Livro Didático. **Guia digital**. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2018.
- CHAVANTE, E. & PRESTES, D. **Quadrante Matemática**. São Paulo: SM, 2016.
- COUTURIER, R.; BODIN, A. & GRAS, R. A Classificação Hierárquica Implicativa e Coesiva. Palermo: Unipa, 2003. Disponível em: http://math.unipa.it/~grim/asi/asi\_03\_gras\_bodin\_cout.pdf. Acesso em: 29 nov. 2018.
- DANTE, L.R. Matemática: contexto & aplicações. São Paulo: Ática, 2016.
- GARCIA, J. e SOUZA, J. # Contato matemática. São Paulo: FTD, 2016.
- GITIRANA, V. et al. (Orgs.). **Jogos com sucata na educação matemática**. Recife: Nemat: Ed. Universitária da UFPE, 2013.
- GRAS, R. & RÉGNIER, J-C. Uma conversa entre Régis Gras (RG) e Jean-Claude Régnier (JCR). In: VALENTE, J. A. & ALMEIDA, M.E. B. (orgs.). Uso do CHIC na formação de educadores: à guisa de apresentação dos fundamentos e das pesquisas e foco. Rio de janeiro: Letra Capital, 2015.
- GUEUDET, G. & TROUCHE, L. Des ressources aux documents, travail d'enseignant et genèses documentaires. In: GUEUDET, G. & TROUCHE, L. (eds.). **Ressources vives**: le travail documentaire des professeurs en mathématiques. Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 2010. p. 57-74.
- HAMMOUD, R. Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier para la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles: contribution au développement de l'approche documentaire du didactique. 2012. 389f. Thése (Doutorat en Sciences de l'Education). Université Claude Bernard Lyon I; Université Libanaise, 2012.
- IEZZI, G. et al. Matemática: ciência e aplicações. São Paulo: Saraiva, 2017.
- KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e educação**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2017.

- LEONARDO, F.M. Conexões com a matemática. São Paulo: Moderna, 2016.
- PAIVA, M. Matemática Paiva. São Paulo: Moderna, 2015.
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a educação básica do Estado de Pernambuco.** Parâmetros Curriculares de Matemática de Pernambuco para o Ensino Fundamental e Médio. Recife: Secretaria de Educação, 2012.
- RABARDEL, P. Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995.
- SMOLE, K.S. & DINIZ, M.I. **Matemática**: Ensino Médio. São Paulo: Saraiva, 2014.
- SMOLE, K. et al. **Jogos de Matemática**: de 1º e 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008. (Cadernos do Mathema Ensino Médio).
- TROUCHE, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. In: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 1., 2016, Bonito. **Anais**... Bonito, 2016, p. 1-32.