

Música e Modelagem Matemática: Representação de uma escala musical por meio de modelo matemático

Music and Mathematical Modelling: Representation of a musical scale through mathematical model

Afonso Abobreira Pereira¹

Zulma Elizabete de Freitas Madruga²

RESUMO

Este artigo tem por objetivo a construção de modelos de escala por meio de notas musicais que poderão ser usados para o ensino e aprendizagem de Matemática da Educação Básica. Para tanto, utiliza-se das etapas referentes ao processo de modelagem matemática para a construção dos referidos modelos. Ao se pensar em uma escala maior de qualquer acorde, é possível dividir as notas presentes em partes chamadas tons e semitons. Para isso, foi pensada uma maneira de fazer essas divisões com a ideia de frações (Modelo I). Além disso, foi possível criar outro modelo (Modelo II), que é formado por Conjuntos (Diagrama de Venn), em que os estudantes podem montar os acordes maiores e menores utilizando as relações de pertinência e outras relações entre conjuntos. Verificou-se que há relações entre a Música e a Matemática e que elas podem ser exploradas em sala de aula, por meio da Modelagem, além de viabilizar a aprendizagem de Matemática, em especial de frações e conjuntos.

Palavras-chave: *Educação Matemática; Modelagem Matemática; Música.*

1. Licenciando em Matemática pela UESC-BA. E-mail: afonsoabobreira@gmail.com

2. Professora adjunta da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) - Centro de Formação de Professores. E-mail: betefreitas.m@gmail.com

ABSTRACT

This article aims to build scale models through musical notes that can be used for teaching and learning Mathematics of Basic Education. Therefore, we use the steps related to the mathematical modeling process for the construction of these models. By thinking of a larger scale of any chord you can divide the notes present into parts called tones and semitones. For this it was thought a way to make these divisions with the idea of fractions (Model I). It was also possible to create another model (Model II), which is formed by Sets (Venn Diagram), where students can assemble the major and minor chords using the pertinence relations and other relations between sets. It was found that there are relations between music and Mathematics and that they can be explored in the classroom, through modeling, and can enable the learning of Mathematics, especially fractions and sets.

Keywords: *Mathematics education; Mathematical modeling; Music.*

Introdução

Quando se trata da história das sociedades, a música tem sido, desde o princípio, um elo importante. Em *A República* (PLATÃO; 2000) a música é tida como um dos meios de motivação mais poderosos, pois, segundo o filósofo, o ritmo e a harmonia fazem morada na alma (razão) do indivíduo. Na Grécia, o termo *musiké*³ tinha como definição as artes: poesia, dança e música; este último com uma função de purificação, de certo modo, uma preparação para o encontro com o divino. Por outro lado, a palavra *matemática*⁴, também de origem grega, já englobava o que se conhece por geometria, aritmética, astronomia e mecânica; em contrapartida, um grupo conhecido por *pitagóricos* considerava a música como parte da matemática, atribuindo o conceito de “aritmética dos cosmos em movimento” (PROUST, 2011, p. 358-367), assim como a astronomia representava a geometria, também, em movimento.

A concepção platônica perpassa por uma ideia onde a música tem um poder, segundo o próprio Platão, sendo que uma nova forma seria capaz de alterar toda uma sociedade, inclusive as suas leis (PLATÃO; 2000). Assim, segundo diz Platão (2000), é possível afirmar em meio a todas as artes, a música é, provavelmente, a mais complexa em seus efeitos.

3. Mousike, Henry George Liddell, Robert Scott, *A Greek-English Lexicon*, at Perseus.

4. **Dicionário Etimológico:** etimologia e origem das palavras. © 2008 - 2018 7Graus.

Analisando os escritos dos gregos, é possível entender a dimensão da música e que ela está intrinsecamente ligada à matemática. Diversos adjetivos e aspectos são relacionados a esta arte como, por exemplo: um *dom*, misticismo, padrões matemáticos, entre outros (PLATÃO, 2000).

Unificar esses conceitos, em sala de aula, de música e matemática nos dias atuais, pode ser um desafio constante para o professor que busca uma maneira de ensino diferenciada nesse contexto.

Com documentos como a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) que aguçam a ideia de trabalhar disciplinas de maneira interligadas, estimula-se o corpo docente a buscar novas estratégias e recursos didáticos, haja vista que o alinhamento entre profissionalismo e paixão é uma discussão pertinente dentre os pensadores e educadores. Utilizando uma ideia que permeia essas colocações da BNCC (2017), Biembengut (2016) discute a modelagem matemática como uma maneira de solucionar um problema, o que se apresenta nas pautas colocadas na BNCC (BRASIL, 2017) sobre a dinâmica entre problemas reais e o conteúdo abordado em sala de aula, além das questões a serem resolvidas.

A premissa que dá origem ao presente trabalho, é a ideia de trazer novas práticas pedagógicas onde seja possível contemplar as leis que regem a educação brasileira se utilizando de teorias e técnicas que possibilitem aulas mais dinâmicas e interessante para todos os atores da escola. A combinação entre educação matemática e musical, baseadas na modelagem matemática poderá ser incentivo tanto para os alunos, quanto para professores e pesquisadores.

É perceptível que os saberes matemáticos são importantes e indispensáveis para a formação dos estudantes da Educação Básica. Tendo em vista que, grande parte dos alunos da rede de ensino brasileira possui certas dificuldades na aprendizagem desta disciplina, talvez devido à sua característica particular e teórica, torna-se responsabilidade dos mediadores deste saber, não apenas os professores, mas todos os atores que compõem e detém os recursos necessários para que o ensino e aprendizagem sejam alcançados, - o que é previsto na Constituição Federal (Art. 4º, parágrafos V e VIII) -, garantir que estes alunos tenham acesso a níveis mais elevados de ensino, segundo às respectivas capacidades.

Devido ao afã de alinhar a matemática e música no ensino, um questionamento instigou essa pesquisa: *Como construir modelos de escala por meio de notas musicais que possa estabelecer relações entre a música e a matemática?* Esta dúvida transmutou-se no objetivo deste trabalho, o qual é *construir modelos de escala por meio de notas musicais que poderá ser usado no ensino e aprendizagem de Matemática da Educação Básica.*

Com isso, apresentam-se dois modelos, fazendo valer o que é previsto na BNCC (BRASIL, 2017), onde a Matemática pode ser contemplada por meio do explorar e analisar elementos constitutivos da música (altura, intensidade, timbre, melodia, ritmo etc.), e também por meio de recursos tecnológicos (games e plataformas digitais), jogos, canções e práticas diversas de composição/criação, execução e apreciação musicais.

Fundamentação Teórica

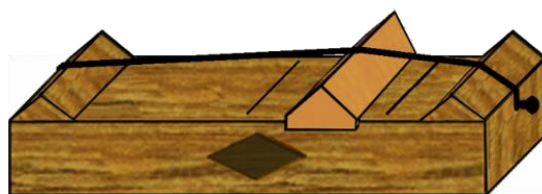
- Música

Ao que tudo indica, o primeiro registro da música, lado a lado, com a matemática foi por meio de Pitágoras e seus métodos empíricos, no século VI a.C., (ABDOUNUR, 2006). Nascido em *Samos*, na Grécia, muito do que se sabe sobre o filósofo é baseado em lendas e poucos documentos concretos. Acredita-se que Pitágoras veio de uma família rica e por isso viajou muito durante a sua vida e até mesmo sendo aluno de Tales na cidade de Mileto.

Por meio de um instrumento conhecido como *monocórdio*, Pitágoras chegou às relações entre as notas de uma escala musical. Segundo Abdounur (2006), enquanto o filósofo passava em frente a uma oficina, onde trabalhadores batiam com martelos em metais, Pitágoras observou que os sons produzidos entre os martelos geravam uma consonância. Após solicitar que os trabalhadores permutassem com os martelos, ele novamente constatou que a harmonia continuava. Analisando estes martelos, o grego encontrou as suas respectivas massas: o primeiro media 12, o segundo 9, o terceiro 8 e o quarto, 6 (não se sabe a unidade de medida que era usada).

Analisando seus ‘pesos’, Pitágoras notou que existiam as seguintes relações: do primeiro para o segundo tinha $\frac{3}{4}$ do ‘peso’, do primeiro para o terceiro tinha $\frac{2}{3}$ e do primeiro para o quarto tinha $\frac{1}{2}$. Foi então que o filósofo resolveu fazer um outro experimento, dando início à criação do monocórdio (instrumento de apenas uma corda).

Figura 1. Monocórdio.



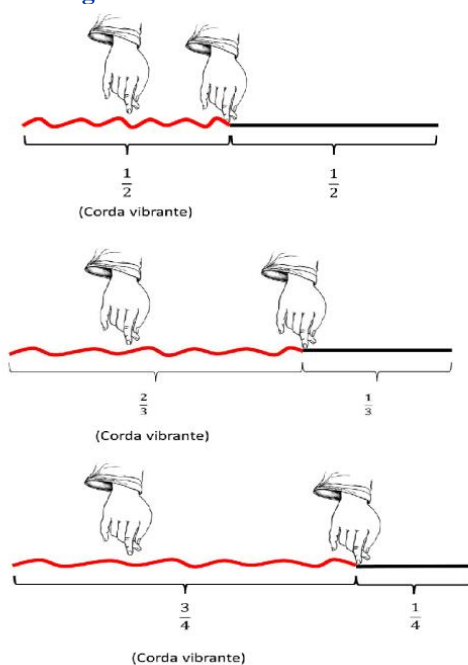
Fonte: Clube de Matemática da OBMEP⁵.

A princípio, Pitágoras apenas comparava o volume de som entre as notas tocadas e, quando ele colocou o cavalete no centro do instrumento, dividindo a corda na proporção $\frac{1}{2}$, ele identificou um som muito parecido com o original (sem o cavalete central), porém com uma tonalidade mais aguda. A partir daí, Pitágoras foi dividindo o monocórdio com as mesmas razões obtidas nos martelos, dando início a primeira escala musical. Esse experimento contribuiu para a construção do conceito de fração na música, que ganha a partir de então uma roupagem musical (ABDOUNUR, 2006).

É possível ver na Figura 2 a experiência, citada anteriormente de fracionar a corda do instrumento que Pitágoras manipulou.

5. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/>. Acesso em 30 de julho de 2019.

Figura 2. Divisões no monocórdio.



Fonte: Eureka Brasil⁶.

O filósofo grego encontrou algumas das notas que fazem parte da escala maior natural de *Dó* (C), sempre partindo da ideia de harmonia entre as notas tocadas. Mas o leitor poderia perguntar: *Quer dizer que Pitágoras descobriu e formalizou o que se chama hoje de escala musical?* A resposta seria não! Por meio dessas relações de divisões, ele conseguiu encontrar seis das sete notas pertencentes a escala maior do *Dó*, pois quando a nota *Si* foi dividida, encontrou-se uma nova nota que destoava do *Dó*. Então ele parou seu experimento por aí, não utilizando a nota *Si*.

Após Pitágoras, os chineses e os ocidentais continuaram as pesquisas com as notas musicais, a fim de suprir novas necessidades. O que Platão (2000) considerava perigoso, o surgimento de novas formas para “fazer música”, não foi motivo de conforto ou medo para as civilizações do ocidente. Comparando as frequências de cada nota por

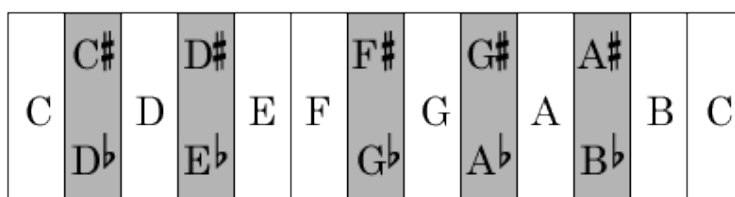
6. Disponível em: <http://eurekabrasil.com/consonancia-uma-historia-desafinada/>. Acesso em 30 de julho de 2019.

meio da tecnologia cedida da física, os estudiosos encontraram uma nova escala batizada de *escala cromática*. Surgem mais cinco notas que precisaram de nomenclaturas novas.

Enquanto antes conhecia-se apenas as notas: *Dó, Sol, Ré, Lá, Mi e Si*; agora têm-se as notas *Fá*, os sustenidos (#) e bemóis (b)⁷. Essas notas surgem após a percepção que a distância entre as notas *Dó* e *Ré*, *Ré* e *Mi*, *Sol* e *Lá*, *Lá* e *Si*, são iguais e consideradas de *1 tom*, o que não acontece com as notas *Si* e *Dó*, *Mi* e *Fá*. Como essas duas últimas possuem distâncias de $\frac{1}{2}$ tom, procurou-se institucionalizar as diferenças de meio tom que existem entre os espaços das notas conhecidas por Pitágoras (ABDOUNUR, 2006).

Dito isto, construiu-se uma escala cromática da seguinte forma:

Figura 3. Altura das notas musicais.



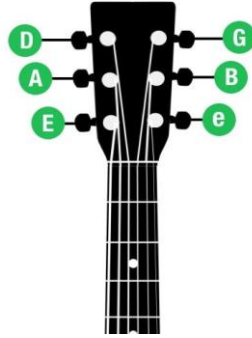
Fonte: Violão e Guitarra⁸.

Esta escala é a mesma para qualquer instrumento, seja ele de sopro, cordas ou teclas. A diferença é a disposição das afinações, particular de cada instrumento. Por exemplo: No violão e guitarra, a construção é exatamente igual; a partir da imagem a seguir, é possível visualizar a partir das Figuras 4 e 5 que os instrumentos são idênticos no quesito construção de escala, tendo em vista que as afinações são exatamente as mesmas, em cada um dos instrumentos.

7. Acidentes gerados pela distância de meio tom entre as notas.

8. Disponível em: <https://mdplus.com.br/guitarra/altura-das-notas-musicais/>. Acesso em 30 de julho de 2019.

Figura 4. Braço de um violão.



Fonte: Violão e Guitarra⁹.

Figura 5. Escala no braço de um violão.

Corda	1ª casa	2ª casa	3ª casa	4ª casa	5ª casa	6ª casa	7ª casa	8ª casa	9ª casa	11ª casa	12ª casa	13ª casa
Mi Solta	Fá	Fá#	Sol	Sol#	Lá	Lá#	Si	Dó	Dó#	Ré	Ré#	Mi
Si	Dó	Dó#	Ré	Ré#	Mi	Fá	Fá#	Sol	Sol#	Lá	Lá#	Si
Sol	Sol#	Lá	Lá#	Si	Dó	Dó#	Ré	Ré#	Mi	Fá	Fá#	Sol
Ré	Ré#	Mi	Fá	Fá#	Sol	Sol#	Lá	Lá#	Si	Dó	Dó#	Ré
Lá	Lá#	Si	Dó	Dó#	Ré	Ré#	Mi	Fá	Fá#	Sol	Sol#	Lá
Mi	Fá	Fá#	Sol	Sol#	Lá	Lá#	Si	Dó	Dó#	Ré	Ré#	Mi

Fonte: Academia de Música Giuliani¹⁰.

9. Disponível em: <https://mdplus.com.br/guitarra/altura-das-notas-musicais/>. Acesso em 30 de julho de 2019.

10. Disponível em: <http://luthiergiulian.blogspot.com/2011/11/notas-no-instrumento-e-de-vital.html>. Acesso em 30 de julho de 2019.

Já no violino e no *ukulele*, que possuem construções completamente diferentes entre si e em relação ao violão e guitarra, a escala será disposta de uma outra forma. Por exemplo, a afinação das cordas está em outro grau de disposição, enquanto na guitarra e violão a primeira corda é a nota Mi, no violino temos a nota Sol e no *ukulele* a nota La. Isto não significa que a ideia de escala é diferente nesses quatro instrumentos, pelo contrário, a escala deve ser a mesma, apesar dos instrumentos apresentarem anatomias distintas.

Figura 6. Afinação de um *ukulele*.



Fonte: Ukesmx¹¹.

Perceber as relações entre música e matemática pode não ser algo fácil para muitas pessoas. Talvez seja mais óbvio quando se olha para a música tendo uma influência sobre os sentimentos. Ao tempo todo, músicos criam diversas melodias, repletas de diferentes escalas e construções. Essas composições imprimem sentimentos distintos em cada pessoa e isso se dá por meio das harmonias e acordes estabelecidos por escalas musicais. Tais escalas estão esquematizadas de diversas maneiras, cada uma seguindo suas próprias regras, por exemplo a escala natural maior, que possui um formato diferente de outras escalas. Com sua própria disposição, a “maior natural” (e também, as outras) pode ser

11. Disponível em: <https://www.ukesmx.com/afinacion-del-ukulele/>. Acesso em 30 de julho de 2019.

Ukulele: instrumento de quatro cordas semelhante ao cavaquinho, geralmente utilizado em músicas havaianas.

desenvolvida a partir de algumas etapas que estão presentes na Modelagem Matemática - MM, devido à diversidade de caminhos para sua elaboração, considerando os tons, notas, graus e outros elementos musicais.

Modelagem Matemática

Durante anos, discussões têm colocado em questão o ensino e aprendizagem da matemática, com ideias de trazer novas metodologias fugindo do “ensino tradicional¹²”. Esse modelo formal de ensino se constitui no processo onde o estudante é apenas um receptor de informações e, ouvinte de tudo que é transmitido pelo professor. Levando esse tema à discussão, a modelagem matemática ganha força e espaço como pauta de um debate sobre a melhoria do ensino da matemática.

Apesar de ser bastante atual, esta não é uma ideia nova, Biembengut (2016) afirma que sua essência sempre esteve atuante na criação das teorias científicas e, em especial, na criação das teorias matemáticas.

Considerando os pontos que são colocados na BNCC (BRASIL, 2017), principalmente no que tange à criação de modelos para ensinar matemática, Biembengut (2016) define essa atuação da seguinte maneira: “Modelagem (matemática) é um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria (matemática)”. (BIEMBENGUT, 2016, p.104).

A modelagem surge na década de 1970, praticamente ao mesmo tempo no Brasil e em diversos países. As primeiras propostas são decorrentes de professores do Ensino Superior, principalmente nos cursos de Engenharia, afirma Biembengut (2012).

12. [...] se estruturou através de um método pedagógico, que é o método expositivo, [...] cuja matriz teórica pode ser identificada nos cinco passos formais de Herbart. Esses passos, que são o passo da preparação, o da apresentação, da comparação e assimilação, da generalização e da aplicação, correspondem ao método científico indutivo, tal como fora formulado por Bacon, método que podemos esquematizar em três momentos fundamentais: a observação, a generalização e a confirmação. Trata-se, portanto, daquele mesmo método formulado no interior do movimento filosófico do empirismo, que foi a base do desenvolvimento da ciência moderna. (SAVIANI, 1991. p.55).

O movimento pela Modelagem, iniciada há quatro décadas por pequeno grupo de professores, como proposta para instigar o interesse dos estudantes pela matemática, ampliou-se, significativamente, conduzindo à formação de grupos de pesquisa e estudos. Por efeito, as ações provenientes de estudo e pesquisas, ao serem divulgadas, fazem aumentar o número de interessados e adeptos. (BIEMBENGUT, 2012, p. 198)

Dentre as diferentes concepções de Modelagem Matemática (MM), pode-se destacar:

- a) *Método de ensino e pesquisa* (BASSANEZI, 2010; BIEMBENGUT, 2014, 2016; MADRUGA, 2016) – procura, entre outros enfoques: desenvolver a capacidade para resolver problemas, tomar decisões, raciocinar logicamente, bem como pesquisar; favorecer o ensino de teorias e conceitos matemáticos a partir da realidade do estudante, facilitando sua aprendizagem. Esta concepção visa permitir ao estudante aprender matemática por meio de assuntos de outras áreas do conhecimento e, ao mesmo tempo, [...] “aprender a fazer pesquisa, isto é, levantar questões e dados sobre o tema ou assunto, formular hipóteses e, daí, formular um modelo matemático, e, na etapa final, solucionar as questões levantadas a partir do modelo e avaliar o modelo”. (BIEMBENGUT, 2012, p. 201). Para Biembengut (2016) a Modelagem apresenta dois enfoques: método de pesquisa (elaboração de modelos para resolver algum problema); e método de ensino (elaboração de modelos com fins pedagógicos, para ‘ensinar matemática’).
- b) *Alternativa Pedagógica de Matemática* (ARAÚJO, 2009; BISOGNIN et al, 2012) – procura, entre outros, possibilitar a relação entre conteúdos matemáticos escolares e realidade; permitir aula motivadora, dinâmica e enriquecedora que leve à aprendizagem com significado da matemática. Esta concepção tem como objetivo a aprendizagem do estudante, “[...] a MM é um caminho para instigar a motivação, o interesse do estudante em aprender matemática a partir de assuntos ou temas do contexto dele”. (BIEMBENGUT, 2012, p. 201)
- c) *Ambiente de Aprendizagem* (BARBOSA, 2001) – dentre outras características, está a de enfatizar a matemática como meio de

questionamento social, contribuindo para a competência crítica. Barbosa (2001) define a MM como um ambiente no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.

Pelo exposto, basicamente todas tem em comum o objetivo de primar pela aprendizagem e formar os estudantes para um futuro profissional. Nesse sentido, seja qual for a concepção utilizada pelo professor em sala de aula, estudos mostram que tende a ser eficaz.

Nesta pesquisa utiliza-se a MM na concepção de Biembengut (2014, 2016), como método de pesquisa que consiste na elaboração de um modelo, com possibilidades de ser proposta como método de ensino. A autora expressa que a modelagem passa por três etapas, partindo do imaginário até a expressão propriamente dita, em outras palavras, após este processo, o modelo é a expressão de algo imaginário ou concreto, interagindo realidade e matemática (BIEMBENGUT, 2016). Em suma, estes processos são chamados:

- 1) *Percepção e Apreensão* – onde o indivíduo reconhece a situação-problema e a partir do conhecimento de um certo assunto, constrói-se um referencial teórico para o início do processo da modelagem. “Na medida em que percebemos, nos familiarizamos com os dados, a situação torna-se mais clara e apreendemos” (BIEMBENGUT, 2014, p.24). Esta etapa é importante, pois se trata do momento em que serão selecionados os autores a serem estudados, seja por meio de livros ou até mesmo em experimentos de especialista no tema escolhido, é necessário também especificar a situação problema, o fenômeno ou o assunto a tratar (BIEMBENGUT, 2016).
- 2) *Compreensão e Explicitação* – segundo a própria autora “o objetivo principal dessa fase do processo de modelagem é chegar a uma explicitação, um modelo que nos leve à solução ou nos permita a dedução de solução” (BIEMBENGUT, 2014, p.24). É a formalização do problema (hipótese) e a busca da resolução por meio do modelo. “Baseada em uma compreensão criteriosa da situação-problema ou fenômeno, buscamos propor um sistema conceitual, a fim de explicitar os dados” (BIEMBENGUT, 2014, p.24). Isso consiste em classificar

informações relevantes, formular pressupostos e hipóteses, identificar as variáveis envolvidas e descrever relações em termos matemáticos – modelos. Biembengut (2014) considera que esta fase inclui ações como: formulação do problema, formulação do modelo (matemática), resolução do problema a partir do modelo. Etapas que estão em consonância com a perspectiva de Bassanezi (2010).

- 3) *Significação e Expressão* – esta é a etapa responsável pela validação do modelo, avaliando os resultados e classificando-o de acordo com a relevância e adequabilidade. “Se o modelo atender às necessidades que o geraram, procuramos descrever, deduzir ou verificar outros fenômenos ou deduções – mostrar sua *significação*” (BIEMBENGUT, 2014, p.25). Caso este modelo não atenda essas necessidades, retorna-se à(s) etapa(s) anterior(es), modificando e/ou alterando hipóteses e variáveis. “Ao finalizar o processo de modelar, é relevante *expressarmos* todo o processo a fim de que possa valer a outra pessoa que tenha interesse no assunto ou a nós mesmos” (BIEMBENGUT, 2014, p.25). Para Biembegut (2014) esta fase inclui ações como: interpretação da solução, validação do modelo – avaliação, expressão dos resultados – modelo. Para Bassanezi (2010), consiste na validação.

Vários pesquisadores defendem a utilização da modelagem na Educação Básica. Conforme Madruga (2016) a MM já é uma área consolidada da Educação Matemática, com diversas pesquisas que comprovam sua eficácia no ensino e aprendizagem da disciplina, a mesma, vem sendo utilizada por muitos professores. Para a autora “ainda há certo receio por parte de alguns professores em utilizar a modelagem matemática na Educação Básica, alegando principalmente a insegurança e o — engessamento do currículo, que impossibilitam tal prática” (MADRUGA, 2016, p. 253). No entanto, Madruga (2016, p. 256), afirma que:

A utilização dos princípios de modelagem mostra-se como uma possibilidade, buscando a formação de sujeitos capazes e sensíveis na identificação e na solução das questões atuais. Além disso, ambientes

que proporcionem esses atributos são potenciais espaços para o desenvolvimento da criatividade. Garantir esses espaços em ambientes formais de ensino deve ser tarefa a ser cumprida na composição curricular.

Dessa forma, acredita-se que a modelagem pode ser inserida na Educação Básica por meio da criação de modelos que possuam relação com as práticas sociais e culturais dos estudantes. Uma das possíveis relações é entre música e conteúdos matemáticos, tendo em vista que a música faz parte da vida de muitas pessoas.

Metodologia

O presente trabalho é de caráter qualitativo (BOGDAN; BIKLEN, 2010), assumindo também o que Minayo (2010) conceitua como algo que se aplica ao estudo da história, das relações, das representações, das crenças, das percepções e das opiniões, produtos das interpretações que os humanos fazem a respeito de como vivem, constroem seus artefatos e a si mesmos, sentem e pensam.

As três fases, discutidas e estruturadas por Biembengut (2014, 2016), serviram de base para o desenvolvimento e argumentação para a construção e possível utilização de um modelo de escala musical na Educação Matemática.

No primeiro momento, colocou-se em vigor a primeira fase, chamada de *percepção e apreensão*, juntamente à escolha do tema: música. Após o reconhecimento daquilo que seria modelado, pesquisas foram feitas com a finalidade de: *construir um modelo de escala por meio de notas musicais que poderá ser usado no ensino e aprendizagem de matemática da Educação Básica*. Nessa etapa, buscaram-se informações sobre as escalas maiores e sua composição de notas, a fim de compará-las e chegar a um “denominador em comum”. Aprofundando as buscas, foi possível obter uma lei de formação devido aos dados de um modelo de escala maior padrão, com termos específicos e linguagem específica da música.

Atingindo a segunda fase de *compreensão e explicitação*, foi possível dar o corpo ao modelo. O momento constituiu-se em formular cada escala maior, a fim de que pudessem ser percebidas as relações e padrões de cada uma delas entre si. Para esta etapa registros foram feitos

onde as notas receberam símbolos, como os de álgebra abstrata, e foi instituída uma lei de formação semelhante a primeira com os termos específicos musicais. A análise dos dados em formato algébrico proporcionou comparações e facilidade na percepção dos cálculos operados em uma escala maior. As frações presentes nessa escala cromática, e a adição constituindo a escala maior de um acorde, são obtidas por meio de um cálculo simples como foi observado nesta fase, o que será explicitado em seguida nesta pesquisa.

Por fim, na terceira fase, de *significação e expressão*, o modelo tornou-se válido por meio dos símbolos algébricos e suas respectivas frações, onde a possibilidade de instituir aquela lei de formação para qualquer escala maior foi notória. Para finalizar, foi demonstrado que outras escalas podem ser encontradas e formalizadas por meio deste mesmo modelo, bastando apenas mudar a disposição das notas na modalidade tonal.

Desenvolvimento do modelo

As escalas escolhidas como modelo a fim de serem analisadas neste trabalho foram a escala maior de Dó, a escala maior de Ré e a escala maior de Ré sustenido. Deve ser ressaltado que o intuito da escolha destas três escalas específicas se deve ao fato das distâncias das notas Dó, Ré e Ré Sustenido. Da nota Dó para a nota Ré tem-se a distância de 1 tom, já da nota Ré para a nota Ré sustenido tem-se a distância de $\frac{1}{2}$ (meio) tom ou um semitom, assim é possível utilizar um modelo para todos a partir da ideia: $(n, n+1, n+\frac{1}{2})$, sendo n uma nota qualquer.

Percepção e Apreensão

As primeiras buscas e estudos sobre o tema foram realizadas nessa fase. Os dados específicos foram retirados de obras que abordam o tema música.

Realizar o ensino com práticas pedagógicas diferenciadas sempre foi uma intenção deste autor, visto que criar algo voltado ao ensino para um grupo de jovens instrumentistas (iniciantes) de sua igreja foi um estímulo para pesquisar e escrever esse trabalho. Ao se dispor a ensinar

peessoas que tocariam instrumentos (harmônicos e melódicos) diferentes, era necessário escrever uma mesma linguagem para todos eles. Isso implica que não bastava falar apenas sobre as notas e acordes, não obstante deveria ser colocado em questão aproximação em teclas e cordas.

Começaram as primeiras buscas, estudos e análises sobre como criar um modelo didático para novos músicos, onde a linguagem fosse fácil de se aprender e não dependesse de uma demonstração em cada tipo de instrumento separado, ou seja, o dispositivo deveria ser suficiente para qualquer um, tanto com cordas ou teclas. Para um melhor entendimento, serão explicitados alguns conceitos musicais básicos.

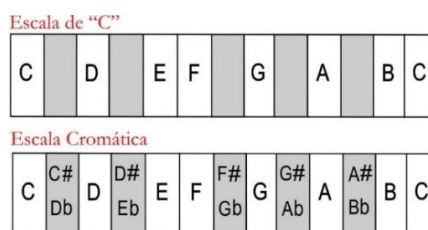
- Notas e Acidentes

A nota musical é o termo que se utiliza para conceituar um elemento sonoro.

Quando se usa um liquidificador, por exemplo, é perceptível que um som característico é emitido, assim como marteladas em uma superfície de metal. Esses e outros sons são chamados de nota musical, que em um instrumento confeccionado e ajustado para um fim específico, consegue emitir esses sons com maestria.

Além das sete notas conhecidas (Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá e Si) existem também os *sustenidos* (#) e *bemóis* (b), que são denominados de *acidentes*, que compõem a escala *cromática*. A ideia dessas notas é suprir a falta de meio grau de distância entre as outras notas estabelecidas por Pitágoras. Observa-se a diferença da escala **sem** e **com** os acidentes na imagem a seguir.

Figura 7. Escala de C e a Escala Cromática.



Fonte: Academia de Música Giuliani¹³

13. Disponível em <http://luthiergiulian.blogspot.com/2011/11/notas-no-instrumento-e-de-vital.html>. Acesso em 01 de agosto de 2019.

- *Acordes*

Um acorde, na música, é qualquer conjunto harmônico de três ou mais notas que se ouve como se estivessem soando simultaneamente (BENWARD; NADINE, 2003). Existem diversos formatos de acordes, mas dois são os mais conhecidos e utilizados em praticamente todos os estilos musicais. São eles: Maiores que são formados pelos graus 1, 3 e 5, onde o 3º grau é natural; menores que são formados pelos graus 1, 3 e 5, onde o 3º grau é *bemol*. Além destes dois existe o “*meio diminuto*” (♯), que é o sétimo grau de uma escala maior.

Para poder formar acordes com as notas de uma escala é preciso saber todas as notas da mesma e fazer a disposição delas segundo o campo harmônico em questão. A fim de melhorar a compreensão, o modelo a seguir mostrará o acorde e as notas na escala de Dó:

Quadro 1. Acordes possíveis da escala de Dó com suas notas de formação.

<i>Acorde</i>	<i>Posição</i>	<i>Notas de Formação</i>
DÓ (MAIOR)	1ª	DÓ – MI – SOL
RÉ (MENOR)	2ª	RÉ – FÁ – LÁ
MI (MENOR)	3ª	MI – SI – SOL
FÁ (MAIOR)	4ª	FÁ – DÓ – LÁ
SOL (MAIOR)	5ª	SOL – SI – RÉ
LÁ (MENOR)	6ª	LÁ – DÓ – MI
SI (MEIO DIMINUTO)	7ª	SI – RÉ – F

Fonte: Os autores (2019).

Quadro 2. Acordes alterados de menores para maiores e vice-versa.

<i>Acorde</i>	<i>Notas de Formação</i>
DÓ (MENOR)	DÓ – SOL – RÉ #
RÉ (MAIOR)	RÉ – LÁ – FÁ #
MI (MAIOR)	MI – SI – SOL #
FÁ (MENOR)	FÁ – DÓ – SOL #
SOL (MENOR)	SOL – RÉ – LÁ #
LÁ (MAIOR)	LÁ – MI – DÓ #

Fonte: Os autores (2019).

Neste caso não é preciso colocar o 8º grau, pois este é o mesmo acorde inicial, com a diferença de uma oitava, ou seja, mais agudo.

Observando as tabelas é possível perceber que se os acordes menores e maiores fossem invertidos nesse quesito, existiriam notas fora da escala maior natural de Dó. Um exemplo simples seria o acorde de Lá menor, quando permutada para um Lá maior, a construção mudaria de *Lá – Dó – Mi*, para *Lá – Dó Sustenido – Mi*, onde este Dó sustenido está fora da escala de Dó.

- *Símbolos de Tablatura*

Para facilitar a escrita, as notas, acordes e suas variações possuem alguns símbolos. A partir deste momento, os nomes destes elementos serão substituídos pela linguagem de tablatura. Por isso, será descrita um quadro com cada valor simbólico:

Quadro 3. Simbologia das notas, graus e acidentes.

<i>Nome</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Nome</i>	<i>Símbolo</i>
DÓ	C	SUSTENIDO	#
RÉ	D	BEMOL	B
MI	E	MAIOR	M
FÁ	F	MENOR	m
SOL	G	MEIO DIMINUTO	♭
LÁ	A		
SI	B		

Fonte: Os autores (2019).

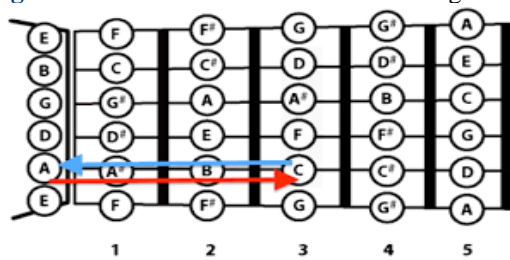
Compreensão e Explicitação

Esta é a fase onde o Modelo I foi, de fato, construído. Em seguida estão colocados os passos que constituem a sua elaboração.

- Apresentação e Análise

A escala maior é formada por 8 graus (notas) e todas possuem a distância de 1 semitom entre o 3º e 4º grau e o 7º e 8º grau. Essas distâncias são colocadas desta maneira: 1 tom, 1 tom, 1 semitom, 1 tom, 1 tom, 1 tom, 1 semitom. No teclado, o espaço de 1 semitom é de uma tecla para outra, enquanto nos instrumentos de corda com trastes é de uma casa para outra, como se pode verificar nas imagens a seguir.

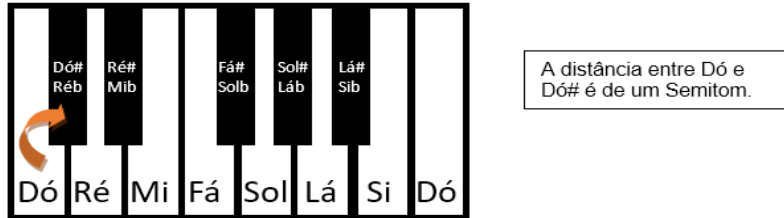
Figura 8. Distâncias das notas num violão/guitarra.



Fonte: Teoria dos Acordes¹⁴.

14. Disponível em <https://acordesdeviolao.com.br/acordes-de-violao-aula-definitiva/>. Acesso em 01 de agosto de 2019.

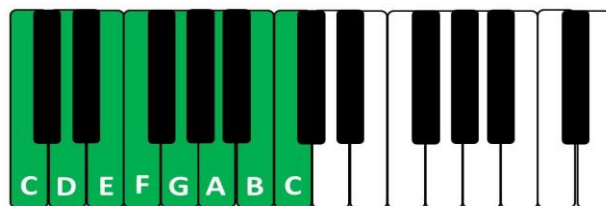
Figura 9. Distâncias das notas num instrumento de teclas.



Fonte: Teoria Musical¹⁵

Quando construída, a escala de C é formada pelas seguintes notas: Dó (1^a) – Ré (2^a) – Mi (3^a) – Fá (4^a) – Sol (5^a) – Lá (6^a) – Si (7^a) – Dó (8^a). Na figura a seguir as teclas pintadas da cor verde são as notas (ou graus) que fazem parte da escala maior natural de Dó.

Figura 10. Escala de Dó (C) em um instrumento de teclas



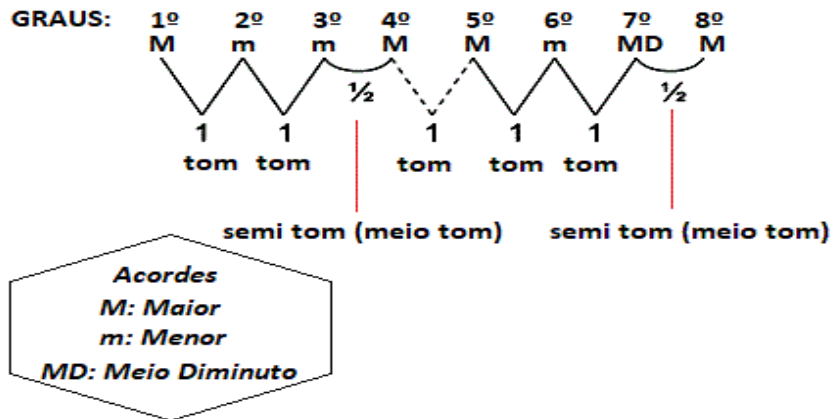
Fonte: Avançando na Música¹⁶.

Para cada nota representada na escala tem-se um acorde, lembrando uma ideia da Teoria de Conjuntos. Com essas informações se tem dois modelos a estruturar:

15. Disponível em <https://programaaprendiz.com.br/2018/03/17/escalas-maiores/>. Acesso em 01 de agosto de 2019.

16. Disponível em <https://avancandonamusica.com.br/escala-maior-natural-todas-as-12-escalas/>. Acesso em 01 de agosto de 2019.

Figura 11. Modelo Musical de uma Escala Maior Natural.



Fonte: Os autores (2019).

Figura 12. Modelo das notas em cada Escala Maior.

		Graus da Escala							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Nome da tonalidade (tônica)	A	A	B	C#	D	E	F#	G#	A
	B	B	C	D	E	F	G	A	B
	C	C	C#	D	E	F	F#	G	A
	C#	C#	D	E	F	G	A	B	C
	D	D	D#	E	F	F#	G	A	B
	D#	D#	E	F	G	A	B	C	D
	E	E	F	F#	G	A	B	C	D
	E#	E#	F	G	A	B	C	D	E
	F	F	F#	G	A	B	C	D	E
	F#	F#	G	A	B	C	D	E	F
	G	G	G#	A	B	C	D	E	F
	G#	G#	A	B	C	D	E	F	G
A	A	B	C	D	E	F	G	A	

Nota: Leia a escala da esquerda para a direita

Fonte: Violão e Guitarra¹⁷

Na figura 12, o modelo estabelecido pelo autor, tem apenas as ideias musicais. O que é proposto no trabalho é a possibilidade de transformar

17. Disponível em <https://mdplus.com.br/guitarra/intervalos-na-teoria-musical/>. Acesso em 01 de agosto de 2019.

este modelo em uma linguagem puramente de músicos em algo matemático com a finalidade de usar o dispositivo em sala de aula como recurso didático.

Significação e Expressão

Esta foi a etapa na qual foi possível validar os modelos, saindo da linguagem puramente musical para o uso de ideias e símbolos matemáticos.

- Validação dos Modelos

Partindo do princípio que a distância entre duas notas pode ser de 1 tom ou 1 semitom ($\frac{1}{2}$ tom), é possível inferir que 1 tom é exatamente igual a 2 semitons ($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ tom). Então se pode construir um primeiro modelo de escalas maiores baseado em frações, como na figura a seguir:

Figura 13. Modelo de uma escala natural maior utilizando frações.

$$1 \text{ T} + 1 \text{ T} + 1 \text{ ST} + 1 \text{ T} + 1 \text{ T} + 1 \text{ T} + 1 \text{ ST}$$

Consideramos:

$$1 \text{ T (tom)} = \frac{2}{2}$$

$$1 \text{ ST (semitom)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{12}{2}$$

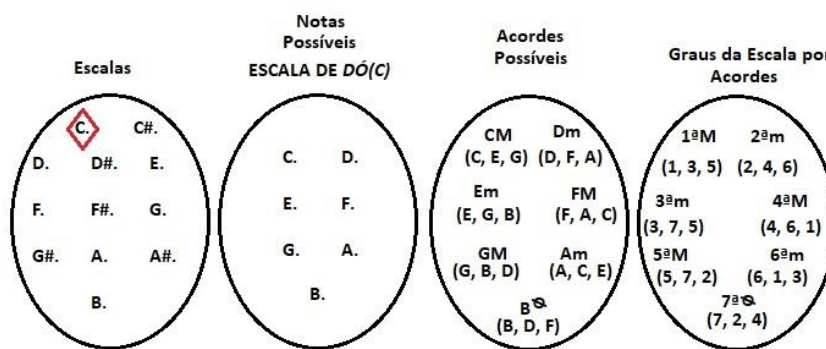
Fonte: Os autores (2019).

A sugestão de modelo é que, para que o iniciante se recorde que existem 12 notas possíveis, por meio da fração, para ser construído um modelo onde a soma das distâncias dos oito graus seja igual à todas notas cromáticas (doze no total).

O Modelo I propõe que ao invés de utilizar o número 1 para representar a distância de um tom, seja usada a fração $\frac{2}{2}$, que também tem o valor de um inteiro. Essa sugestão de mudança se deve a dois fatores: (1) Nem todas as pessoas assimilam a ideia que existem 12 notas, apenas as 7 mais conhecidas; (2) Quando se pretende tocar um instrumento, seja de teclas ou cordas, a ideia de “subir” ou “descer” um tom, acaba sendo relacionada com percorrer uma tecla ou casa para frente ou para trás. Essa ideia está completamente errada, visto que em imagens anteriores é notório que a essas distâncias equivalem a um semitom (meio tom). Ao escrever a fração $\frac{2}{2}$, consegue-se entender que para “aumentar” ou “diminuir” um tom, é necessário percorrer duas teclas/casas, à esquerda ou à direita.

Com esse modelo é possível ensinar as noções básicas de um instrumento alinhadas ao assunto Frações e Adição de Frações. Partindo deste pressuposto, observou-se que ainda é possível a criação de um outro modelo, assim o autor desta pesquisa criou o Modelo II, que é formado por Conjuntos (Diagrama de Venn), onde o estudante poderá montar os acordes maiores e menores utilizando as relações de pertinência entre conjuntos. Analisando no modelo a seguir:

Figura 14. Modelo da escala maior natural de C utilizando os diagramas de Venn.



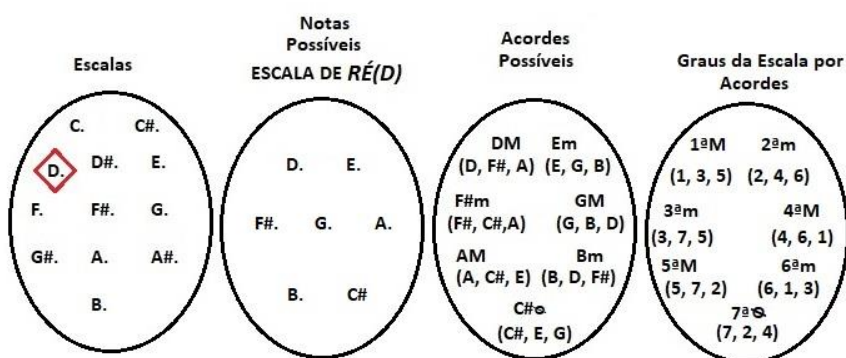
Fonte: Os autores (2019).

Quando se observa o diagrama 1 (Escala), estão todas as escalas maiores naturais conhecidas. No diagrama 2 (Notas possíveis da Escala de C), estão dispostas as 8 notas que compõem o campo harmônico desta escala maior, enquanto no diagrama 3 (Acordes Possíveis), está a relação das três notas fundamentais que compõem os acordes presentes na escala maior natural de C. É possível ver e entender que não há nota e acordes formados fora do universo da escala de C.

Matematicamente falando, o conjunto FM (Fá Maior) = {F, C, A}, ou seja, FM é subconjunto do conjunto *Escala de C*, que possui {CM, Dm, Em, FM, GM, Am, B \flat } e, por consequência, possui os elementos {C, D, E, F, G, A, B}, que são elementos dos conjuntos dos seus respectivos acordes.

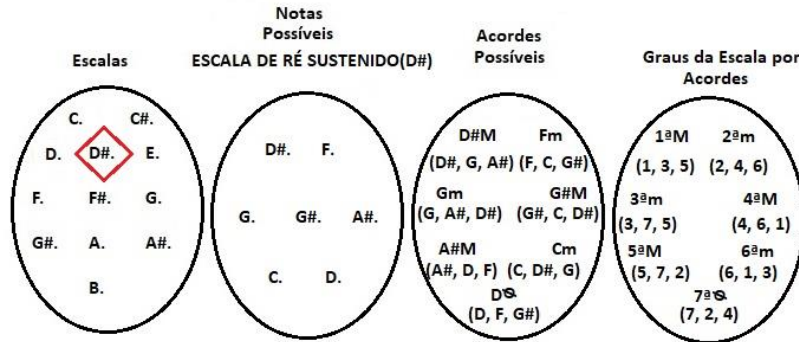
Como citado anteriormente, serão colocadas as escalas de D e D# para que se possa comparar usando os modelos sugeridos pelo autor.

Figura 15. Modelo da escala maior natural de D utilizando os diagramas de Venn.



Fonte: Os autores (2019).

Figura 16. Modelo da escala maior natural de D# utilizando os diagramas de Venn.



Fonte: Os autores (2019).

Quando comparadas, as figuras 14, 15 e 16 sustentam a ideia que as escalas são formadas por um modelo, o qual pode ser escrito por representações em linguagem musical e também matemática. Nesse modelo com os diagramas, percebe-se que os graus não variam, não obstante as mudanças tonais alteram o conjunto e os elementos (parcialmente ou completamente) em questão. É possível concluir que: para cada conjunto de 7 elementos (notas), é possível formar 7 conjuntos (acordes) que são subconjuntos de um outro (escala). É necessário lembrar que a escolha desses elementos deve respeitar o Modelo I, na sequência {T, T, ST, T, T, T, ST}, caso o contrário não será possível montar uma escala maior natural.

Esta é uma maneira de tratar um conteúdo matemático se fazendo valer de conceitos básicos da música, ensinando tanto música por meio da matemática, quanto matemática por meio da música.

Implicações pedagógicas

Esta seção é destinada a apresentar uma função prática dos modelos instituídos anteriormente. Para facilitar o trabalho de um

professor em sala, utiliza-se como recurso o *plano de aula*¹⁸. Nesse planejamento são elencados: tema, objetivos, conteúdo, metodologia, cronograma e avaliação. Para mostrar como os Modelos I e II, idealizados pelo autor desta pesquisa, poderiam funcionar na prática, é simulado um plano de aula em sequência para cada um deles.

Modelo 1 – Frações

Nesta parte será discorrido como o Modelo I, sobre frações, poderia ser utilizado na prática.

- Tema e Objetivo

Nessa segmentação estará em xeque o assunto abordado e o que o professor quer alcançar durante e após o trabalho.

O tema do Modelo I é Frações: Adição e Frações Equivalentes (Matemática) e Notas e Intervalos (Música). Em uma sala de 6º ano do Ensino Fundamental é possível usar esse modelo em uma aula introdutória do conteúdo matemático de frações ou como para revisão de conceitos, como o professor preferir.

Os objetivos são elencados como: (I) Estimular o estudante para que perceba como o conteúdo pode ser utilizado no dia-a-dia; (II) Incentivar o estudante para se interessar por Matemática e música; (III) Perceber as relações entre o conteúdo e a teoria musical; (IV) Ensinar o conteúdo de frações de uma forma diferente.

- Conteúdos

Conceitual – O que o estudante deve aprender enquanto conceito?

- Adição e Equivalência de Frações.

Procedimental – O que o estudante deve aprender a fazer?

18. É um instrumento de trabalho do professor, no qual especifica o que será realizado dentro da sala de aula, buscando aprimorar a sua prática pedagógica bem como melhorar o aprendizado dos estudantes. Consiste em “decidir acerca dos objetivos a serem alcançados pelos alunos, conteúdo programático adequado para o alcance dos objetivos, estratégias e recursos que vai adotar para facilitar a aprendizagem, critérios de avaliação, etc”. (GIL, 2012, p. 34)

- Identificar corretamente e realizar adições e equivalências de frações.

Atitudinal – O que o estudante deve aprender a ser?

- Por meio do desenvolvimento da teoria musical, ampliar seus conhecimentos e se inserir cada vez mais no âmbito cultural.

- *Metodologia (Estratégia)*

Para colocar esta atividade em prática serão necessárias quatro aulas, de 50 minutos cada, divididas em dois blocos de duas aulas. No primeiro momento, as duas primeiras aulas, o professor irá dividir a turma em duplas e solicitar (previamente) que cada par leve pelo menos um instrumento (violão, ukulele, teclado, cavaquinho, etc.). Essas aulas serão bem diferentes, o professor falará apenas sobre teoria musical, tocará com os estudantes e ensinará o básico sobre notas, intervalos, escala e a estrutura de um instrumento musical. Neste momento, o professor poderá contar com ajuda de *slides* contendo as escalas musicais, tabelas, uma espécie de folheto entregue para os estudantes e outros recursos, além dos instrumentos.

Passadas essas primeiras aulas, os estudantes retornarão com os instrumentos e irão discutir sobre as escalas musicais aprendidas. Perguntas como: “Quais notas pertencem ao acorde C (dó)?” “É possível construir uma escala natural maior por meio de uma outra disposição de notas?” “Por que o intervalo das notas C (Dó) e D (Ré) é diferente das notas E (Mi) e F (Fá)? Os alunos poderão pensar e responder tais questões a partir dos conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores.

Com base nas experiências práticas com os instrumentos, o professor poderá montar uma escala com os estudantes a partir do dispositivo proposto, com as relações de *tons e semitons* e a relação da distância (intervalo) desses elementos nas teclas ou braço de um instrumento de cordas, concluindo e validando o modelo.

Depois das argumentações e inferências feitas pela turma e com intervenções do professor, será exposta a relação entre o conteúdo matemático e o musical. Após isso, os estudantes irão construir as escalas musicais baseando-se no assunto estudado, além de entender como a Matemática está presente em outras áreas, inclusive na Arte.

Neste momento final o docente deverá, cuidadosamente, mediar as relações e o conteúdo matemático abordado para que os estudantes possam concluir de maneira correta.

- Recursos Didáticos, Cronograma e Avaliação

Para o professor realizar a atividade ele precisa de alguns materiais: (I) Instrumentos musicais, de preferência violão ou teclado; (II) Tabelas das escalas musicais de cada nota; (III) *Slides*; (IV) Quadro e piloto; (V) Papel e lápis.

Como dito anteriormente, serão necessárias quatro aulas divididas em duas partes. As duas primeiras aulas são para estabelecer o conteúdo musical. Enquanto as duas finais serão usadas para discussão e institucionalização do modelo dos estudantes, por meio da mediação do professor.

Na parte de avaliação, o professor poderá atribuir a pontuação à participação, construção e eficácia no modelo construído. É possível o docente ter liberdade para avaliar de outras formas, segundo pensar em seu trabalho com os estudantes, mas cabe ressaltar que a avaliação deve ser contínua, no decorrer de todas as etapas do processo de modelagem.

Modelo II - Conjuntos

- Tema e Objetivo

Nessa seção é explicitado o assunto abordado e o que o professor pretende alcançar durante e após o trabalho.

O tema do Modelo II é Conjuntos: Operações – Relações de Pertinência (Matemática) e Notas e Escalas (Música). Em uma sala de 1ª ano do Ensino Médio é possível usar esse modelo em uma aula introdutória de conjuntos.

Os objetivos são elencados como: (I) Estimular o estudante a perceber como o conteúdo pode se apresentar no dia-a-dia; (II) Incentivar o estudante para aprendizagem de matemática e de música; (III) Perceber as relações do conteúdo na teoria musical; (IV) Ensinar o conteúdo de conjuntos de uma forma diferente.

- *Conteúdos*

Conceitual – O que o aluno deve aprender enquanto conceito?

- Relações de Pertinência.

Procedimental – O que o aluno deve aprender a fazer?

- Identificar corretamente e realizar as relações de pertinência e outras relações com conjuntos, subconjuntos e elementos.

Atitudinal – O que o aluno deve aprender a ser?

- Por meio do desenvolvimento da teoria musical, ampliar seus conhecimentos e instigar a inserção do estudante no âmbito cultural.

- *Metodologia (Estratégia)*

Para colocar esta atividade em prática serão necessárias quatro aulas, de 50 minutos cada, divididas em dois blocos de duas aulas. No primeiro momento, as duas primeiras aulas, o professor irá dividir a turma em trios ou quartetos e solicitar (previamente) que cada grupo leve pelo menos um instrumento (violão, ukulele, teclado, cavaquinho, etc.). Essas aulas serão bem diferentes do convencional, o professor falará apenas sobre teoria musical, tocará com os estudantes e ensinará o básico sobre notas e escala.

Neste momento, o professor poderá contar com ajuda de *slides* contendo as escalas musicais, tabelas em uma espécie de folheto entregue para os estudantes, e outros recursos, além dos instrumentos.

Passadas essas primeiras aulas, os estudantes retornarão com os instrumentos e irão discutir sobre as escalas musicais aprendidas. Perguntas como: “Quais notas pertencem ao acorde C (dó)?”; “É possível que o acorde Gm (sol menor) esteja presente na escala de D (ré)?”. Os alunos poderão pensar e responder tais questões a partir dos conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores.

Depois das argumentações e inferências feitas pela turma e com intervenções do professor, serão realizadas relações entre o conteúdo

matemático e o musical¹⁹. Após isso, os estudantes irão construir as escalas musicais baseando-se no assunto estudado, além de entender como a Matemática está presente em outras áreas, inclusive a arte. Neste momento final o docente deverá, cuidadosamente, mediar as relações e o conteúdo matemático abordado para que os alunos possam concluir de maneira correta.

- Recursos Didáticos e Cronograma

Para o professor realizar a atividade ele precisa de alguns materiais: (I) Instrumentos musicais, de preferência violão; (II) Tabelas das escalas musicais de cada nota; (III) *Slides*; (IV) Quadro e piloto; (V) Papel e lápis.

Na parte de avaliação, o professor poderá atribuir a pontuação à participação, construção e eficácia no modelo construído. É possível o docente ter liberdade para avaliar de outras formas, segundo pensar em seu trabalho com os estudantes, mas cabe ressaltar que a avaliação deve ser contínua, no decorrer de todas as etapas do processo de modelagem.

Como dito anteriormente, serão necessárias quatro aulas divididas em duas partes. As duas primeiras aulas são para estabelecer o conteúdo musical. Enquanto as duas finais serão usadas para discussão e institucionalização do modelo dos estudantes, por meio da mediação do professor.

Considerações finais

Esta pesquisa objetivou construir modelos de escala por meio de notas musicais que pode ser usado no ensino e aprendizagem de matemática da Educação Básica. Para tanto, o autor elaborou dois modelos (Modelo I e II) que pudessem alicerçar conteúdos da matemática e teoria musical, baseando-se em MM. Após a busca de fundamentação do trabalho foram analisados os dados e pensados em forma de uma aula.

19. Neste momento o professor irá estimular os estudantes para tais conclusões, mediar as discussões e intervir (na maioria das vezes com questionamentos) com o objetivo de facilitar tais relações.

Para o Modelo (I), o autor utilizou o conteúdo de frações para a sua criação. A escala de Dó (C) foi separada em tons e semitons em um novo formato, ao invés de trabalhar com a ideia de 1 para um tom e $\frac{1}{2}$ para um semitom, o autor institucionalizou o intervalo entre notas de um tom como $\frac{2}{2}$ e de um semitom como $\frac{1}{2}$, visto que nos instrumentos musicais a distância entre um tom é representada por dois trastes (instrumentos de corda) ou duas teclas, enquanto um semitom é igual ao espaço de um traste ou uma tecla. Além do mais, esta forma apresentada pelo Modelo (I) poderá possibilitar uma visão mais acessível de todas as notas, tendo em vista que existe uma dificuldade entre os iniciantes na música, em perceber as 12 notas da escala cromática. O dispositivo, quando colocado dentro da escala de qualquer nota musical, seguindo as regras estabelecidas pelo autor, e somando os valores de cada intervalo entre os graus, gera o número 12, que representa a quantidade de notas existentes.

Um dos motivos para trabalhar o conteúdo de frações e adição de frações desta maneira, é possibilitar aos estudantes a percepção do conteúdo matemático interagindo com outras vertentes aparentemente bem distintas como a música. Outro fator é poder incentivar os estudantes culturalmente, criando ou até estimulando que eles raízes artísticas.

No Modelo (II) é apresentada uma maneira de entender as relações de acordes e notas pertencentes à uma escala musical, por meio das relações de pertinência da Teoria dos Conjuntos. Construindo um modelo juntamente com o professor, o aluno poderá inferir sobre campo harmônico²⁰, onde através de experimentos com os instrumentos, poderão perceber consonâncias e dissonâncias dentro de uma escala. Caso um estudante toque uma nota que está fora de uma escala qualquer, ele vai ouvir um som “estranho”, ou seja, dissonante em relação à escala testada, com isso eles poderão entender as relações de pertinência entre conjuntos, subconjuntos e elementos.

Apreciando as conclusões deste trabalho, salienta-se que utilizar a MM na sala de aula poderá estimular o discente a inferências, observando, refletindo e resolvendo problemas, além de percebendo na Música conteúdos matemáticos. Baseado nos estudos de Gardner

20. É um conjunto de acordes formados a partir de uma determinada escala.

(1994), é importante incentivar os estudantes em suas diferentes inteligências, propiciando o desenvolvimento por meio de atividades diversificadas.

Recebido em: 16/09/2019

Aprovado em: 04/03/2020

Referências

- ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música: pensamento analógico na construção de significados**. São Paulo: Escrituras Editora, 2006.
- ARAÚJO, J. de L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores. 253 f. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista: Rio Claro, 2001.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto. 2010.
- BENWARD, B.; SAKER, M. N. **Music**. In Theory and Practice (em inglês). "A *chord* is a harmonic unit with at least three different tones sounding simultaneously." "A combination of three or more pitches sounding at the same time". 7ª ed. [S.l.]: McGraw-Hill. pp. 67, 359, 2003.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Porto, Portugal: Editora Porto, 2010.
- BIEMBENGUT, M.S. Concepções e Tendências da Modelagem Matemática na Educação Brasileira. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. Año 7. Número 10. pp 195-204. Costa Rica, 2012.
- _____. **Modelagem Matemática no Ensino Fundamental**. 1ª Ed. São Paulo: EDIFURB, 2014.
- _____. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- BISOGNIN, E. et al. Ensino e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos Relacionados à Nanociência por meio da Modelagem Matemática.

- Revista Acta Scientiae.** Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio/ago. 2012.
- BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf> Acesso em 15 de outubro de 2018.
- CAMARGOS, C. B. R. Música e Matemática: a harmonia dos números revelada em uma estratégia de modelagem. **Dissertação de Mestrado.** Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2010.
- GIL, A. C. **Metodologia do ensino superior.** 4.ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- GRAMS, A. L. Modelagem Matemática no Ensino Médio: Percepção matemática por meio da música. **Dissertação de Mestrado.** Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2014.
- MADRUGA, Z. E. F. Processos criativos e valorização da cultura: possibilidades de aprender com modelagem. **Tese de Doutorado.** Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2016.
- MINAYO, M.C. de S. **O Desafio do conhecimento: Pesquisa Qualitativa em Saúde.** (12ª edição). São Paulo: Hucitec-Abrasco, 2010.
- PLATÃO. **A República.** Tradução de Carlos Alberto Nunes. – III Edição – Belém: EDUFPA, 2000.
- PROUST, D. Harmony of Spheres: from Pythagoras to Voyager 2. In: Valls-Gabaud, D. & Boksenberg, A. (eds.). **The Role of Astronomy in Society and Culture.** Proceedings of the IAU Symposium No. 260, 2009. International Astronomical Union, 2011.
- PONTES, F. **Música e modelagem matemática: representações de notas musicais por meio da função seno.** Trabalho de conclusão de curso, Universidade Estadual de Santa Cruz. (Trabalho não publicado). 2017.
- SAVIANI, D. **Escola e democracia.** 24. ed. São Paulo: Cortez, 1991.