

## O ENSINO DE RAZÃO E PROPORÇÃO POR MEIO DE ATIVIDADES

### REASON AND PROPORTION TEACHING BY ACTIVITIES

Natanael Freitas Cabral<sup>1</sup>

Gustavo Nogueira Dias<sup>2</sup>

José Maria dos Santos Lobato Júnior<sup>3</sup>

#### RESUMO

*Este trabalho teve como objetivo analisar as potencialidades de uma sequência didática para o ensino de razão e proporção, aplicada para estudantes do 7º ano do ensino fundamental e orientada pela seguinte questão pesquisa: Quais as contribuições que uma sequência didática, estruturada nos moldes do ensino por atividades, podem trazer para minimizar as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de razão e proporção? O referencial teórico adotado tem como metodologia de pesquisa a engenharia didática que se desdobra nas seguintes etapas: análise prévia; experimentação e análise a posteriori e validação. Para a elaboração das atividades nos fundamentamos no ensino por atividades, além dos pressupostos de uma sequência didática proposta por Cabral (2017) e, para a análise dos dados coletados, usamos a análise microgenética. A análise dos resultados se deu por meio de uma abordagem microgenética coletadas por meio das interações entre professor e estudantes, além do desempenho dos estudantes na resolução de 10 questões contempladas em um teste final. Ao final do experimento, afirmamos que a sequência didática aplicada proporciona resultados favoráveis à aprendizagem dos estudantes, pois, após as atividades aplicadas, obtiveram um desempenho satisfatório na resolução de questões sobre os conteúdos em estudo.*

**Palavras-chave:** Matemática; Ensino de Matemática; Ensino por Atividades; Razão e Proporção.

1. Professor Doutor da Universidade Estadual do Pará, atua no mestrado em Educação Matemática como professor e orientador. E-mail: natanfc61@yahoo.com.br

2. Professor da Escola Federal Tenente Rêgo Barros. Belém– PA . E-mail: gustavonogueiradias@gmail.com

3. Professor efetivo de matemática da Prefeitura Municipal de Moju– PA e professor efetivo de matemática da Secretaria de Educação do Estado do Pará. E-mail: lobatojunior@gmail.com

## ABSTRACT

*This work aimed to analyze the potentialities of a didactic sequence for the teaching of ratio and proportion, applied to students of the 7th year of elementary education and guided by the following research question: what contributions did a structured didactic sequence in the models of teaching by activities, can bring to minimize the difficulties in the process of learning and learning of reason and proportion? The theoretical framework adopted has as a research methodology didactic engineering that unfolds in the following stages: previous analysis; experimentation and a posteriori analysis and validation. For the elaboration of activities, we are based on teaching by activities, in addition to the assumptions of a didactic sequence proposed by Cabral (2017) and, for the analysis of the collected data, we use microgenetic analysis. The experiment was applied at a public municipal school in the municipality of Barcarena – PA with 25 students from the 7th grade level. The results were analyzed by means of a microgenetic approach, collected from the interactions between teacher and students, as well as the students' performance in solving 10 questions contemplated in a final test. At the end of the experiment, we affirm that the applied didactic sequence provides favorable results for the students' learning, since after the applied activities, they obtained a satisfactory performance in the resolution of questions about the contents under study.*

**Keywords:** *Mathematics; Mathematics Teaching; Teaching by Activities; Ratio and Proportion.*

## Introdução

Para que a sociedade evolua, alguns conhecimentos são imprescindíveis, sendo o conhecimento matemático é um deles, visto que está inserido em várias atividades como no comércio, nos sistemas bancários, na construção civil, nas tecnologias, no meio ambiente, em outras ciências e, principalmente, nos problemas que o homem enfrenta em seu cotidiano. Para a obtenção desses conhecimentos, acreditamos que haja mudanças no ensino, em especial, o de matemática.

No contexto atual, a proposta é trabalhar em sala de aula assuntos relacionados a situações práticas que possibilitem aos estudantes a oportunidade de explorar e debater os assuntos, já que a construção do conhecimento deve ser vista como um processo contínuo e plausível de significado, permitindo o seu crescimento individual e social. Acreditamos que, de posse do conhecimento de vários conteúdos matemáticos, o indivíduo terá habilidade de contar, comparar, medir, calcular, resolver problemas, construir estratégias, comprovar e justificar resultados, argumentar logicamente, reconhecer formar geométricas em seu dia a dia,

organizar e analisar criticamente informações, contribuindo, assim, para uma sociedade melhor.

Em relação aos conceitos de razão e proporção, podemos afirmar que são conceitos importantes para a consolidação de vários outros conteúdos curriculares dos ensinos fundamental e médio, pois são ricos em aplicações. Tais conteúdos podem ser encontrados em livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental, os quais nos anos mais recentes apresentam questões criativas, contextualizadas e relacionadas aos temas transversais e às outras disciplinas.

No entanto, ainda existem professores que preferem ministrar suas aulas usando como didática a sequência: definição – exemplos – exercícios, fazendo com que o aprendizado seja, muitas vezes, de forma repetitiva e até irrelevante para sua vida diária, pois muitos dos exercícios não apresentam nenhuma relação com a sua realidade.

Diante disso, esse artigo surge em razão do interesse em desenvolver um trabalho sobre o ensino de razão e proporção com estudantes do 7º ano do ensino fundamental, a fim de proporcionar aos estudantes uma forma mais atrativa e dinâmica no processo de descoberta e sistematização desses conteúdos, valorizando também os conhecimentos que eles trazem de sua vivência extraescolar.

O interesse de investigar sobre o tema em questão surgiu em razão de nossa prática docente, cuja inquietação inicial ocorreu em 2010 quando começamos a ministrar aulas de matemática numa escola localizada no município de Moju, interior do Estado do Pará. No início do referido ano letivo, a coordenação da referida escola solicitou que antes de iniciarmos os conteúdos matemáticos propostos em cada série/ano fizéssemos um diagnóstico para verificar as dificuldades dos estudantes na resolução de problemas envolvendo assuntos estudados anteriormente.

Uma das questões observadas foi que os estudantes tinham muitas dificuldades em aplicar a propriedade fundamental das proporções ou identificar a relação de proporcionalidade entre grandezas e, em função disso, realizavam cálculos de maneira errada. Então, começamos a nos questionar sobre o que poderíamos fazer para amenizar ou até mesmo sanar essas dificuldades.

Nesse contexto, surgiu a necessidade de elaborarmos atividades que possibilitem ao estudante ferramentas capazes de interpretar e resolver problemas de proporcionalidade. Assim, foi desenvolvida uma investigação em uma escola pública do município de Barcarena/PA, tendo como sujeitos 25 estudantes do 7º ano do ensino fundamental. Para tanto, adotamos como objeto de estudo as potencialidades de uma sequência didática criada para amenizar as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de razão e proporção.

A questão de pesquisa foi: quais as contribuições que uma sequência didática, estruturada nos moldes do ensino por atividades, podem trazer para minimizar as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de razão e proporção?

O objetivo geral de pesquisa foi analisar as potencialidades de uma sequência didática de razão e proporção, diferente das práticas usuais, criada para identificar os indícios de aprendizagem alcançados por estudantes do 7º ano do ensino fundamental. Com esse intuito, para o desenvolvimento desta pesquisa, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- elaborar uma sequência didática segundo os moldes do ensino por atividades;
- aplicar a sequência didática para os sujeitos e conteúdos determinados;
- identificar os “indícios” de modificação nos níveis de empenho dos sujeitos ao longo do processo da pesquisa;
- mapear os níveis de desempenho dos sujeitos ao longo da pesquisa por meio de artifícios orais e escritos.

Para alcançarmos os objetivos propostos, elaboramos uma sequência didática norteada nas seguintes hipóteses:

(1) A aplicação de uma proposta metodológica sobre o ensino de razão e proporção para estudantes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Barcarena – PA mediante o uso de uma sequência didática produz um desempenho satisfatório dos estudantes quando submetidos a questões envolvendo os conteúdos propostos nessa pesquisa.

(2) O uso de atividades para o ensino de razão e proporção contempladas na sequência didática recomendada nessa pesquisa oportuniza aos estudantes a (re)descoberta de conceitos e propriedades desses conteúdos de maneira independente e sem que o professor lhe disponha, previamente, essas informações. No intuito de validar as hipóteses descritas anteriormente mencionadas, adotamos como metodologia de pesquisa os pressupostos da engenharia didática que têm como etapas: análises prévias, concepção e análise à priori, experimentação e análise à posteriori e validação.

## **O ensino de matemática e o ensino de razão e proporção**

Diante de uma nova realidade educacional, o ensino de matemática não pode manter-se enraizado a um processo de ensino usual voltado para uma metodologia em que o roteiro a ser seguido começa por uma aula expositiva, seguida de exemplos e, por fim, a resolução de diversos exercícios, sem nenhuma aproximação ou inserção da realidade do estudante.

Nesse processo, percebemos que a matemática a ser ensinada é direcionada, muitas vezes, à simples memorização ou mecanização de leis, fórmulas e técnicas de resolução de exercícios, sendo o professor o detentor de todo o conhecimento, e os estudantes meros receptores desse conhecimento.

A nosso ver, ensinar matemática hoje é tornar o estudante um ator principal no processo educacional, com uma participação mais ativa na construção do seu conhecimento. Agora, um dos papéis do professor é direcionar e monitorar as atividades propostas e que elas sejam relacionadas a um contexto real e que motive os estudantes a resolvê-las, seja por meio da curiosidade ou pelo fato de sentir-se desafiado. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Numa perspectiva de trabalho em que se considere a criança como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socio-culturais, expectativas e competência cognitiva dos estudantes, precisará escolher o (s) problema (s) que possibilita (m) a construção de conceitos/

procedimentos e alimentar o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. (BRASIL, 1997, p. 30-31)

No contexto atual, para o aprendizado dos conteúdos ser efetivo, é essencial fazermos uso de metodologias que contribuam na evolução das habilidades dos estudantes de forma a produzir conhecimentos como sujeito histórico. Nesse sentido, Paulo Freire (1999) afirma que a aprendizagem ocorre por meio da problematização da situação real vivida pelo educando até se chegar a um nível mais elevado da compreensão de sua realidade. Portanto, a educação problematizadora como correlata da educação libertadora revela a força da aprendizagem. Nessa ótica, aprender é um processo construído à luz da realidade e só tem sentido se resulta da aproximação crítica do meio em que se vive. Nessa perspectiva, o que é aprendido não decorre de uma imposição ou memorização, mas do nível de compreensão do processo educativo.

No universo do ensino de matemática, o conteúdo de razão e proporção merece destaque, uma vez que são elementares para o entendimento de outros conteúdos, visto que apresentam uma vasta aplicabilidade em situações problemas do cotidiano.

O estudo de razão e proporção é abordado mais especificamente no 7º ano do ensino fundamental e possui variadas conexões com outras áreas de conhecimento. Na própria matemática, destacamos a sua utilização dentro dos conteúdos de razões trigonométricas no triângulo retângulo, semelhança de triângulos, juros e probabilidade.

Na verdade, o entendimento dos conceitos de razão e proporção é essencial na construção de habilidades para resolver diversas situações-problema do cotidiano, tal como a tomada de decisão quando se pretende comprar entre duas ou três opções de embalagem com diferentes quantidades de um mesmo produto ou a quantidade exata de ingredientes necessária na preparação de bolos em diversos tamanhos.

Segundo o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (1982, p. 82 apud PAULA, 2012, p. 35), as atividades relacionadas a razões e proporções são “de importância tão grande que merecia qualquer tempo e esforço gastos para assegurar o seu desenvolvimento cuidadoso”. Quando se fala no ensino de razão e proporção, tem-se a clara perspectiva de que nosso objetivo é desenvolver em larga escala o

pensamento proporcional, ou seja, adquirir competências e habilidades para resolver qualquer problema que envolve a proporcionalidade, sendo esta aplicável no dia a dia do cidadão. Os PCN discorrem que um dos objetivos a serem atingidos no ensino da matemática, no terceiro ciclo, é o desenvolvimento:

“Do raciocínio que envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o estudante a: observar a variação entre grandezas, estabelecendo relações entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade”. (BRASIL, 1998, p. 65)

Depois da aprendizagem das quatro operações fundamentais, consideramos a proporcionalidade um dos conceitos primordiais para a alfabetização matemática, fazendo-se presente em diversas avaliações em larga escala, a saber: em nível nacional, temos no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), para a 8ª série (9º ano do ensino fundamental), no tema números e operações/álgebra e funções o descritor D29 “Resolver problema que envolva variações proporcionais, diretas ou inversas entre grandezas”. (BRASIL, 2008, p. 153). Já em nível estadual, encontramos na Matriz de Referência do Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE), no tema grandezas e medidas para a 7ª série (8º ano) e 8ª série (9º ano), a habilidade MPA 49 “Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade entre duas grandezas” (PARÁ, 2015, p. 186). Para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), encontramos as seguintes habilidades:

H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano. H16 – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação. H18 – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas. (BRASIL, 2012, p. 2-3)

É importante destacar que, além das habilidades do ENEM citadas anteriormente, existem outras que envolvem a razão e/ou proporção, já que são assuntos básicos, abrangentes e progressivos na matemática.

Com relação ao tema grandezas e medidas, na Matriz de Referência em Matemática da 5ª série (6º ano do ensino fundamental) do SAERS (2007) é mencionado que:

“[...] As grandezas são características dos objetos que podem ser comparados e cujas medidas podem ser adicionadas e subtraídas. A inclusão do estudo das grandezas e medidas nos currículos está relacionada ao requisito cotidiano da produção de significados de conceitos matemáticos. Isto torna significativa a aprendizagem das operações, o que contribui para o desenvolvimento cognitivo das crianças no que diz respeito ao senso de estimativa, de posição, de localização e à noção de quantidades fracionárias”. (p.20)

## **Teorias de apoio a pesquisa**

### **i) Engenharia didática**

Em razão de esta investigação ser do tipo experimental, optamos pela escolha de uma metodologia de pesquisa orientada nos princípios da engenharia didática. Tal metodologia surgiu na França na década de 1980 no contexto da didática da matemática, sendo que “o conceito de engenharia didática foi criado por Brousseau (1981) e amplamente estudado, desenvolvido e divulgado por Artigue (1988)” (SOUZA, 2013, p. 2). Almouloud e Coutinho (2008) afirmam que:

A engenharia didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste. (ALMOULOUUD e COUTINHO, 2008, p. 66)

Segundo Artigue (1988), são quatro as fases de execução em que constitui a engenharia didática, são elas: (1ª fase) análises prévias, (2ª fase) concepção e análise a priori das situações didáticas da engenharia, (3ª fase) experimentação e (4ª fase) análise a posteriori e validação.



A primeira fase da engenharia didática configura-se na busca do conhecimento do processo que o ensino do conteúdo é habitualmente transmitido, buscando identificar as dificuldades dos estudantes. As análises prévias “devem permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que seguem: a análise *a priori* e construção da sequência de ensino” (ALMOULOU e COUTINHO, 2008, p. 67).

Sá e Alves (2011) afirmam que a segunda fase da engenharia didática, mais conhecida no Brasil por construção e análise a princípio,

[...] tem como objetivo central a construção de uma sequência didática para o conteúdo em questão e formulação das hipóteses com base nos resultados obtidos nas análises prévias. Assim, nesta fase o pesquisador deve elaborar e analisar uma sequência de atividades que serão desenvolvidas. Essa sequência de atividades é denominada de sequência didática. A construção da sequência didática tem como objetivo a produção e a seleção de todo material que será necessário ao desenvolvimento da sequência de atividades propostas para o trabalho pedagógico a ser realizado. (SÁ e ALVES, 2011, p. 150-151)

Nessa investigação, optamos por construir uma sequência didática vinculada ao ensino por atividades contendo 22 atividades, dividida em 02 (dois) grupos: atividades para o ensino de razão e atividades para o ensino de proporção.

A terceira fase da engenharia didática refere-se à experimentação. Como o próprio nome sugere, é a fase de realização da sequência didática aplicada a um grupo de estudantes. É nessa etapa que há a participação do professor e dos estudantes que pode ser dentro ou fora da sala de aula, pois é o momento de aplicação das atividades anteriormente programadas.

Para a elaboração da sequência de atividades para o ensino de razão e proporção, adotamos como referência o ensino por atividades, também chamado de ensino por atividade de redescoberta.

Essa concepção de ensino proporciona ao estudante a possibilidade da (re)descoberta de conceitos matemáticos, de forma autônoma, por meio de atividades matemáticas, sem que o docente lhe apresente, previamente, essas informações. Segundo Mendes e Sá (2006):

[...] a característica essencial desse tipo de abordagem metodológica de ensino está no fato de que os tópicos a serem aprendidos serão descobertos pelo próprio estudante durante o processo de busca que é conduzido pelo professor até que ele seja incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz. (MENDES e SÁ, 2006, p. 13)

As atividades de sala de aula serão conduzidas pelo professor e estruturadas de acordo com a especificidade do conteúdo a ser trabalhado, contendo um roteiro que contempla os objetivos a serem alcançados, os materiais necessários e os procedimentos para a execução das tarefas.

Fossa (2001), em conformidade com Sá (2009), afirma ser necessário o docente fazer um planejamento prévio das atividades e organizando em sequência de forma que os objetivos traçados pelo pesquisador sejam alcançados.

Nesse sentido, acreditamos que será de grande ajuda, antes da aplicação final da sequência, testar essas atividades com estudantes da mesma série/ano que ainda não viram os conteúdos a serem abordados, pois, dessa forma, poderemos verificar possíveis ajustes na sequência didática, tais como: uso expressões que dificultam o entendimento para a execução das tarefas, alterações nos valores numéricos para que os resultados sejam mais significativos e uma previsão do tempo gasto na execução de cada atividade.

## ii) Sequência didática

O uso adequado de uma metodologia de ensino é primordial para minimizar ou até mesmo sanar as dificuldades de aprendizagem nas aulas de matemática. Nesse contexto, optamos pelo uso da sequência didática, expressão que surgiu na França em meados dos anos 80, durante um processo de reforma educacional no âmbito de uma reforma educacional. Para Costa e Peretti (2013):

A sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus estudantes e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um

tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido. (COSTA e PERETTI, 2013, p. 6)

Nesse sentido, na elaboração de uma sequência didática, é necessário apresentar ao estudante atividades práticas, com o uso de material concreto e diferenciado, propondo desafios cada vez maiores aos estudantes e permitindo a construção permanente do conhecimento.

O uso da sequência didática possibilita uma estrutura curricular particularizada, norteado na investigação do ensino com o uso de problemas do dia a dia, levando em conta situações que estimulem o estudante a fazer uso do seu conhecimento prévio e do conhecimento difundido nos espaços de aprendizagem adquiridos dentro ou fora do ambiente escolar.

Dentre as definições apresentadas, nossa pesquisa adotou um modelo estruturante para a elaboração de sequências didáticas para o ensino de matemática proposto por Cabral (2017), definido como:

Um conjunto articulado de dispositivos comunicacionais de natureza escrita ou oral que sistematiza as intervenções de ensino como a intencionalidade objetiva de estimular aprendizagem de algum conteúdo disciplinar de matemática a partir da percepção de regularidade e do estabelecimento de generalização adotando-se uma dinâmica de interações empírico-intuitivas. (CABRAL, 2017, p.12)

Cabral (2017) propõe, por analogia, que a reconstrução conceitual do objeto matemático seria determinada por uma superfície de área  $S$ , a partir de uma unidade previamente definida, a qual denominou de unidade articulável de reconstrução conceitual (UARC).

Para iniciar a reconstrução dos conceitos, Cabral (2017) adota uma segunda superfície “s”, utilizada como primeira unidade de medida, denominada de Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual de Primeira Geração (UARC-1), considerada como o “ponto de partida”.

Mediante a primeira escolha (UARC-1), o docente fará a sua segunda escolha condicionada, ou seja, ele deverá tomar uma peça unitária imediatamente ligada à primeira denominada de Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual de Segunda Geração (UARC-2), sendo que o

processo de definições das outras UARC de gerações superiores segue o mesmo procedimento.

### iii) Análise microgenética

Com a finalidade de investigar o processo de aprendizado dos estudantes durante a aplicação da nossa sequência didática sobre razão e proporção, utilizamos um instrumento de análise de dados que nos permitiu identificar em ambiente educacional, mediante recortes das interações verbais entre professor/estudante e entre estudante/estudante, os indícios de aprendizagem.

Cabral (2004, p. 103) ressalta que “uma análise dessa natureza demanda intencionalidade, planejamento, tempo, atenção aos pequenos detalhes que ocorrem na relação dialética de construção do conhecimento entre sujeitos e, sobretudo, uma metodologia adequada a tais exigências”.

Assim, adotamos uma metodologia que, segundo Góes (2000), considera as perspectivas de Vygotsky com relação ao funcionamento humano e que vem sendo bastante utilizada, tanto em pesquisas educacionais, quanto na psicologia: a análise microgenética.

Segundo Góes (2000), a análise microgenética:

[...] trata-se de uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. (GÓES, 2000, p. 9)

A análise microgenética é, no entanto, uma metodologia na qual o pesquisador examina as minúcias, os detalhes de um relato narrativo dos entrevistados, registrados normalmente em áudio e vídeo e, posteriormente, submetidos a uma transcrição das relações dialéticas entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem e, a partir disso, verificar se houve ou não indícios de aprendizagens.

Com a finalidade de efetivar um estudo detalhado de processos interativos, Góes (2000) destaca três categorias: cognitivista, que estabelece

o plano intrapessoal ao longo dos eventos interativos; a interacionista, que considera as relações interpessoais e o jogo conversacional como condição para a formação do funcionamento intrapessoal; e a discursiva ou enunciativa, que favorece a importância dialógica e associa interação, discurso e conhecimento. Do o ponto de vista de Cabral (2004):

A análise microgenética constitui-se em um poderoso instrumento metodológico de investigação sobre a construção de conhecimento quando pensamos no encontro de sujeitos em situações de ensino no ambiente escolar. A sala de aula, palco das interações dialógicas, proporciona ao professor um ambiente de investigação pedagógica. (CABRAL, 2004, p. 106)

Nesse sentido, adotamos nesse trabalho a análise microgenética para investigar o grau de aprendizagem auferido pelos estudantes participantes dessa pesquisa, pois consideramos um instrumento metodológico que auxilia nas investigações metodológicas realizadas em um ambiente educacional, em nosso caso, a sala de aula.

## **Procedimentos metodológicos**

Nesse artigo, constam os resultados de uma pesquisa que enfocou o ensino de razão e proporção realizada em uma escola pública do município de Barcarena – PA, a qual possui 22 turmas, distribuídas nos turnos da manhã, intermediário, tarde e noite e que atende estudantes desde o 1º ano ao 9º ano do ensino fundamental, além de turmas com estudantes da 1ª à 4ª etapa do ensino supletivo.

A referida escola possui cerca de 750 estudantes e, principalmente, no início de cada ano letivo há uma grande procura por vaga, por se tratar de uma escola organizada, com seu quadro de funcionários sempre completo, ter uma boa estrutura física e muito comprometida com a qualidade de ensino e aprendizagem. Uma turma do 7º ano do turno vespertino foi a escolhida para essa experimentação, sendo composta por 25 estudantes com idades entre 12 e 17 anos.

A autorização da participação dos sujeitos ocorreu mediante a assinatura de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) por seus responsáveis em duas vias, conforme recomendação do comitê de

ética da Plataforma Brasil. Essa turma tem seis aulas semanais de matemática com 35 minutos cada uma. Foram realizados 12 encontros, sendo que cada encontro foi contemplado com três aulas, com exceção do 1º e 12º encontro que foram utilizadas duas aulas, totalizando 34 aulas, para aplicação da sequência didática, constituída de um teste de sondagem, oficinas de nivelamento atividades com abordagem dos conteúdos, diário de campo, gravações em vídeo e áudio e coleta das atividades dos participantes da pesquisa.

### **Teste de nivelamento**

Na perspectiva de identificar o grau de conhecimento e habilidades de assuntos que servirão de pré-requisitos para os estudantes avançarem diante do conteúdo de razão e proporção, foi aplicado um teste de nivelamento em matemática que serviu como indicador do nível de conhecimentos adquiridos pelos estudantes, em relação a conteúdos já estudados em anos anteriores.

O teste de nivelamento foi dividido em duas partes: um teste com questões objetivas e outro contendo somente questões subjetivas. No primeiro, composto por 15 questões, os objetivos foram verificar se o estudante estava adaptado com o tipo de linguagem proposta pela matemática e se ele reconhecia o tipo de conteúdo abordado. No segundo teste, composto por 17 questões, nosso principal objetivo foi detectar as dificuldades dos estudantes no desenvolvimento de cálculos relacionados aos conteúdos razão e proporção.

A seguir apresentamos um modelo de diagrama de conceitos circunscritos para os conteúdos de razão e proporção. O diagrama a seguir mostra-nos alguns conteúdos relevantes (números inteiros, números racionais, equações do 1º grau com uma e com duas incógnitas e unidades de medidas) que deram suporte para um melhor desenvolvimento dos assuntos propostos.

As setas indicam a real necessidade do conhecimento desses conteúdos favoráveis ao bom desempenho das atividades a que nos propomos:

**Figura 1.** Diagrama dos conceitos circunscrito de razão e proporção.



Fonte: Lobato Junior (2018, p.115).

## Indícios de aprendizagem

Mediante a análise dos vídeos e áudios coletados na realização da experimentação, identificamos indícios de aprendizagem dos conceitos e propriedades resultantes da aplicação da sequência didática para o ensino de razão e proporção. As transcrições foram divididas em grupos, os quais chamamos de episódios, sendo que cada fala representa um turno. Essa dinâmica foi adotada para facilitar as análises.

Estão descritas as interações entre professor-estudantes e entre estudante-estudante das duas primeiras atividades de razão. Ao todo foram 5 (cinco) episódios e 326 (trezentos e vinte e seis) turnos, os quais foram compilados e reduzidos aos comentários a seguir.

### Episódio – I (Estudantes A1, A2, A3, A4 e A5)

Inicialmente, o professor distribuiu a turma em grupos de estudantes, em seguida entregou as atividades impressas para que os integrantes dos grupos analisem e respondam por escrito. Posteriormente, ele passa de

grupo em grupo, a fim de esclarecer quaisquer incompreensões sobre a atividade proposta, sem, no entanto, influenciar nas opiniões dos estudantes. Diante das atividades que exigiam uma observação atenta dos estudantes para identificar qual das três imagens apresentava o peixe de maior tamanho, verificamos que estudantes divergiam em suas respostas em razão de limitarem suas observações unicamente nas figuras dos peixes, as quais observadas nesse ângulo seriam do mesmo tamanho.

Mesmo assim, (A2) intervém com comentários de que as aparências enganam, ao passo que (A5) enfatizava que todos os peixes estariam no mesmo tamanho e explica o porquê. De repente, percebemos que os estudantes acreditam que o peixe seria maior na imagem denominada “noite”. Depois de alguns minutos, (A4) chama a atenção para que seu grupo observe o tamanho do pescador nas imagens, enfatizando que havia três tamanhos diferentes do mesmo pescador.

Eis que (A1) também reflete sobre a importância em observar o tamanho do pescador. Embora (A5) também comente sobre esse detalhe, ele entende que o peixe maior estaria na figura “tarde”, no entanto o grupo decide na resposta “noite”.

Terminado o tempo e tendo recebido as atividades escritas, o professor começou a indagar oralmente aos estudantes sobre suas respostas, fazendo intervenções e levando-os a perceberem que o maior peixe foi pescado no turno da tarde, além de que a tarefa exigia deles uma análise comparativa entre o tamanho do peixe e o tamanho do pescador, por exemplo. Diante disso, o grupo conclui a atividade.

**Quadro 01.** Episódio I – Falas dos estudantes

Turno	Estudante	Fala dos estudantes participantes
16	A2	As aparências enganam, né.
19	A5	Todos os peixes estariam no mesmo tamanho e explica o porquê. Não, foi da noite, pois todos eles são iguais?
31	A4	Chamou a atenção para que seu grupo observasse o tamanho do pescador nas imagens, enfatizando que havia três tamanhos diferentes do mesmo pescador. Os peixes são iguais, do mesmo tamanho.
33	A1	Reflete sobre a importância de observar o tamanho do pescador.

Fonte: Lobato Junior, 2018.



## **Episódio – II (Estudantes: B1, B2, B3, B4 e B5)**

Na segunda atividade, o professor novamente entregou aos estudantes duas folhas impressas com três intervenções iniciais e mais um quadro para preenchimento dos procedimentos realizados anteriormente, além disso o docente esclareceu aos estudantes que eles ainda realizariam mais umas cinco atividades.

Os grupos receberam as questões, enquanto (B1) e (B2) demonstravam não ter entendido por qual das questões deveriam começar, (B5) afirmava já ter compreendido a primeira questão e já foi respondendo oralmente. A questão referia-se à venda de uma embalagem contendo dois produtos e interrogava sobre qual seria o preço de cada um deles. (B5) dizia que se tratava de divisão, mesmo assim (B1) continuava não compreendendo. (B3) entrevistou mostrando a (B1) que o valor descrito ali na questão era total e só então (B1) começou a entender. O grupo então concluiu que, para resolver o problema, era preciso utilizar a operação da divisão. O estudante (B4) afirmou: Eu só sei fazer divisão assim, olha!

No entanto, na próxima pergunta da questão era solicitado para registrar o processo matemático utilizado. Observamos que o grupo não conseguia resolver e (B1) questionou a (B3) se ele conseguiria armar a operação, e acabou fugindo a lógica da questão ao afirmar que se tratava de m.m.c., acabando por influenciar alguns do grupo ao mesmo pensamento.

Então (B1) resolveu pedir a ajuda do professor e, com a sua intervenção, (B4) compreendeu e certificou-se de como deveria registrar a operação. (B2) afirmou tratar-se de uma divisão. Finalmente a operação estava armada e (B3) induziu o grupo a registrar logo o resultado todo.

Ao final dessa questão, observamos que o grupo demonstrou mais habilidade no cálculo mental, compreendendo, assim, que, para encontrar o resultado desejado, teriam que fazer o processo de divisão.

### Quadro 02. Episódio II – Falas dos estudantes

TURNO	ESTUDANTE	FALA DOS ESTUDANTES PARTICIPANTES
90	B1	Resolveu pedir a ajuda do professor e, com sua intervenção, começa a entender. Tem que dividir um e setenta e dois.
104	B2	Divisão
105	B5	Registre o processo matemático que você utilizou para encontrar o valor de cada produto.
117	B3	Induziu o grupo a registrar logo o resultado todo.
109	B4	Eu só sei fazer divisão assim, olha!

Fonte: Lobato Junior, 2018.

### Episódio – III (Estudantes: C1, C2, C3, C4 e C5)

Percebemos que os grupos iniciavam a segunda questão. Sendo assim, constatamos no início do Episódio III, que eles liam o comando da questão, que citava a situação de um supermercado cobrar R\$ 2,40 (dois reais e quarenta centavos) por um pacote com seis unidades de papel higiênico.

A questão indagava sobre quanto custava cada rolo de papel. Nesse momento, todos os integrantes da equipe C demonstraram em seus diálogos ter compreendido que se tratava de um caso de divisão. E (C1) foi logo tentando descobrir a resposta utilizando a soma dos números repetidos, começou testando o número 50.

Ao contrário dele, (C2) questionou e demonstrou não saber como calcular para chegar ao resultado. (C1) persistiu em suas somatórias experimentando o número 25, até que encontrou o resultado dizendo ao grupo que era 40. Ainda (C4) falou: vou desenhar os quarentinhas aqui.

No entanto (C2), (C5) e (C3) ainda estavam confusos, ora achavam que era 75, ora achavam ser menos e não deram atenção a fala de (C1) que, por sua vez, insistiu novamente que a resposta era 40. Depois de um tempo (C2) pareceu concordar com (C1) e com insistência nos diálogos dos dois estudantes que pediram a atenção para as continhas da soma dos números 40 repetidos por seis vezes e, finalmente, conseguiram provar aos colegas que tinham descoberto o resultado. Ainda questionando (C3) falou: Né, setenta e cinco o preço do papel higiênico?

Verificamos, nesse episódio, que os estudantes compreenderam a lógica da operação matemática da divisão, porém não conseguiram sozinhos calcular pelo processo da divisão, indo por outros mais longos.

**Quadro 03.** Episódio III – Falas dos estudantes

TURNO	ESTUDANTE	FALA DOS ESTUDANTES PARTICIPANTES
146	C1	Foi logo tentando descobrir a resposta utilizando a soma dos números repetidos, começou testando o número 50.
147	C2	Questionou e demonstrou não saber como calcular para chegar ao resultado.
172	C3	Né, setenta e cinco o preço do papel higiênico?
209	C4	Vou desenhar os quarentinhas aqui.
211	C5	Como a gente chegou nessa conclusão?

Fonte: Lobato Junior, 2018.

**Episódio – IV (Estudantes D1, D2, D3, D4 e D5)**

Verificamos que um estudante (D1) leu o comando da questão que informava sobre a situação de um funcionário que recebia R\$ 120,00 (cento e vinte reais) por 8 horas de trabalho e perguntava sobre quanto esse funcionário recebia por hora de trabalho.

O estudante (D2) indicou como era para registrar no papel e afirmou que era uma divisão. (D1) fez uma confusão ao afirmar que a divisão era do número 128 e imediatamente (D4) dialogou desfazendo o engano e explicando que era cento e vinte para oito.

(D5), por sua vez, pensou que o referido cálculo se tratava de uma multiplicação e explicou aos colegas o porquê e, com isso, levou (D4) a concordar com a mesmo raciocínio.

(D5) então percebe e explicou ao grupo a importância da expressão “por hora” presente no comando da questão e, confiante de que era divisão, tentou convencê-los. Mesmo assim, (D4) continuava a crer que era multiplicação e começou a fazer as continhas no papel.

(D5) leu para o grupo de maneira atenciosa, mostrando e explicando os detalhes da questão e fez uma comparação com a segunda intervenção inicial da atividade.

E, assim, (D2) também afirmou que era divisão e (D5) comentou que a princípio havia confundido por não ter lido direito.

Nesse momento, o grupo concordou e fechou a ideia, era uma divisão. Faltava registrar, mas (D3), (D5) e (D1) revelaram que sabiam armar, porém não sabiam dividir. (D2) pediu para que cada um fizesse do jeito que sabia até obterem o resultado. Ele ganhou, cento e vinte por oito horas.

Percebemos que eles utilizaram as contagens por métodos da adição, (D2) experimentou o número 10 e depois o 40. Ao perceber que não era 10, (D1) e depois (D4) questionaram se não seria o 15. (D2) calculou pelo método da soma e certificou-se de que havia encontrado a resposta.

Constatamos, nesse Episódio, que os estudantes compreenderam a lógica da operação matemática da divisão e, com o suporte e apoio dos colegas, conseguiram calcular pelo processo da divisão.

**Quadro 04.** Episódio IV – Falas dos estudantes

TURNO	ESTUDANTE	FALA DOS ESTUDANTES PARTICIPANTES
217	D1	Tomando por base um funcionário que recebe R\$ 120,00 por 8 horas de trabalho em certa empresa da região, quanto esse funcionário recebe por cada hora de trabalho?
221	D2	Ele ganha, cento e vinte por oito horas.
258	D3	Eu sei armar, só não sei dividir!
265	D4	Não. Eu pego assim. Eu faço assim, olha! Eu faço assim, oh! Eu faço um, dois, três, quatro, cinco,... um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Não seria o 15 ?
248	D5	Tomando por base um funcionário que recebe R\$ 120,00 por 8 horas de trabalho... Aí, olha aqui olha. Quanto esse funcionário recebe por cada hora, por cada hora? Tem que, tem que... Tipo do papel higiênico, entendeu? Tem que saber quanto ele ganha por hora, por uma hora, entendeu?

Fonte: Lobato Junior, 2018.

**Episódio – V (Estudantes: E1, E2, E3, E4, E5)**

O Episódio V descreve os diálogos da última tarefa da segunda atividade, que se apresenta como uma espécie de conclusão ao solicitar aos estudantes o preenchimento de um quadro, levando-os a relacionar

de forma comparativa as resoluções das três questões propostas anteriormente e que já haviam sido resolvidas.

Verificamos que um estudante do grupo leu a questão para os demais colegas. (E3) não compreendeu o que era para preencher, (E4) tentou então explicar dizendo que era em relação às questões 1 e 2. Mesmo assim, permanecendo dúvidas, o grupo reivindicou a ajuda do professor.

O docente, por meio de indagações, levou os estudantes (E4), (E2) e (E1) a compreenderem a tarefa por meio da pergunta: como você chegou ao resultado? (E1) entendeu que era para colocar só o preço, porém (E2) dialogou explicando o que deveriam responder em cada uma das questões. Em meio a muitos diálogos, (E5) e (E1) demonstraram saber que a resposta sobre operação utilizada era divisão. (E1) dialogou como havia registrado e assim cada integrante do grupo foi resolvendo também. Finalmente, depararam-se com a última questão e, para esclarecê-la, (E2) invocou novamente o professor que interveio. Nesse momento, (E5) demonstrou ter entendido como deveria registrar sua conclusão.

Após o encerramento da atividade, o professor formalizou para a turma o que eles haviam realizado dizendo que a comparação por meio de uma divisão é denominada razão. Logo em seguida, propôs uma intervenção avaliativa, para aprimorar os conhecimentos adquiridos.

**Quadro 05.** Episódio V – Falas dos estudantes

TURNO	ESTUDANTE	FALA DOS ESTUDANTES PARTICIPANTES
306	E1	Ah, tá! Dividido, né? Quanto foi dividido?
301	E2	É assim, tá tudo aqui. É o preço pela quantidade do produto
308	E3	Divisão
314	E4	O que é pra fazer nessa aqui?
316	E5	É assim que é pra fazer, olha! Eu dividi na primeira, que é essa daqui, eu sempre dividi por dois. É assim que eu vou fazer.

Fonte: Lobato Junior, 2018.

## Comentários sobre as atividades analisadas

Notamos que, no início, os estudantes tinham muitas dificuldades na realização das tarefas, pois ainda não tinham participado desse tipo de ação. No entanto, no decorrer do processo, foram se adaptando e resolvendo as questões mais rapidamente. Constatamos, ainda, que as interações entre os participantes foram essenciais para que eles pudessem refletir sobre os caminhos que deveriam tomar para a realização das atividades. As intervenções do professor também foram importantes na condução e reconstrução desse conhecimento, pois possibilitou que as dúvidas fossem sanadas e que os erros fossem corrigidos.

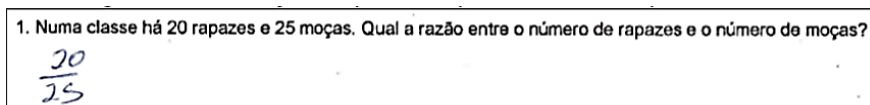
No processo de análise, buscamos contemplar diálogos de todos os grupos formados na turma, a fim de mostrar a dinâmica de execução das atividades propostas e de que forma as interações estudante-estudante e professor-estudante ocorriam.

Diante da análise dos diálogos, percebemos que os estudantes mostraram indícios de aprendizagem em relação aos conceitos e propriedades abordados nas atividades da sequência didática em análise.

No entanto, com o intuito de verificarmos o grau de aprendizagem internalizado pelos estudantes, aplicamos, ao final da sequência didática, um teste final contendo (10) dez questões de razão e proporção. Feito isso, apresentamos a seguir uma apreciação do desempenho dos participantes da pesquisa.

Com relação à primeira questão do teste, 23 estudantes a acertaram, um estudante (E1) deixou em branco e o estudante E3 a fez de forma errada. Todas as respostas corretas foram realizadas da mesma maneira. Segue abaixo, como modelo, a imagem da resolução produzida pelo estudante A1.

**Figura 2.** Resolução da primeira questão realizada pelo estudante A1



1. Numa classe há 20 rapazes e 25 moças. Qual a razão entre o número de rapazes e o número de moças?

$$\frac{20}{25}$$



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Considerada, na opinião dos professores, a única questão com nível de dificuldade muito fácil, a primeira questão tinha como objetivo verificar se o estudante aprendeu o conceito de razão e a forma de representá-la. Assim, os estudantes não tiveram dificuldades de resolvê-la.

Na resolução da segunda questão do teste, 16 estudantes acertaram a questão, um estudante (E1) deixou em branco e 8 resolveram de forma incorreta. Vejamos abaixo o procedimento usado pelos estudantes que acertaram essa questão.

**Figura 3.** Resolução da segunda questão realizada pelo estudante B4.

2. Lara foi às compras com a mãe. No supermercado, a mãe ficou indecisa sobre qual dos seguintes detergentes deveria comprar. Ajude a mãe da Lara a escolher qual a melhor compra, tendo em conta o preço por dose.

 <p>Detergente X-TRA Preço: R\$ 8,00/ unid. 50 doses</p>	 <p>Detergente XAU Preço: R\$ 10,00/ unid. 80 doses</p>	$\frac{8}{50}$ $\frac{30}{80}$ $\frac{8 \times 10 = 80}{50 \times 50}$ $\frac{10 \times 8 = 80}{80 \times 8 = 640}$
---	--	---

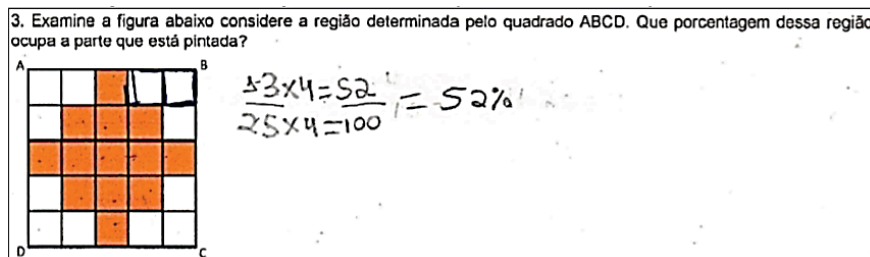
*8 mais vantajoso. é o de 80 doses*

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na resolução da segunda questão, que tinha como objetivo fazer comparações por meio de uma razão, observamos que o estudante B4 utilizou o conceito de razões equivalentes. Apesar de não trabalharmos nenhuma atividade durante as sessões de ensino relacionado a esse tópico, mas durante as resoluções das questões de aprimoramento, um estudante (B1) questionou sobre a forma de resolver questões desse modelo usando o referido recurso. Ele explicou que tinha visto esse método em uma videoaula na internet e disse ser mais prático, pois não usaria razões na forma decimal. Esse episódio nos alegrou muito e percebemos o interesse dos estudantes em buscar outras fontes de pesquisa para aprimorar seus conhecimentos.

Na terceira questão do teste observamos que 22 estudantes acertaram a questão, dois estudantes (C5 e E1) deixaram em branco e um estudante (E3) resolveu de forma incorreta. Na figura a seguir, verificamos o procedimento usado pelos estudantes que resolveram essa questão de forma correta. Segue, na sequência, como modelo, a imagem da resolução produzida pelo estudante C1.

**Figura 4.** Resolução da terceira questão realizada pelo estudante D1

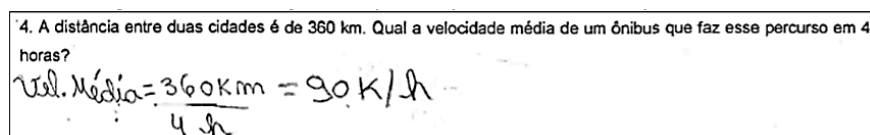


Fonte: Pesquisa de campo (2017)

A terceira questão do teste, que tinha como objetivo transformar uma razão, escrita na forma de fração, para a forma percentual e considerada na opinião da maioria dos professores com nível de dificuldade regular, foi resolvida corretamente pela maior parte dos estudantes.

Na quarta questão do teste, considerada pela maioria dos docentes como nível de dificuldade fácil para os estudantes resolverem, verificamos que 18 estudantes resolveram corretamente, um estudante (E1) deixou em branco e seis estudantes a resolveram de forma incorreta. Consta, na figura abaixo, a resolução feita por um dos estudantes que resolveu essa questão de forma correta.

**Figura 5.** Resolução da quarta questão realizada pelo estudante C1



Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O objetivo da quarta questão foi identificar e calcular a velocidade média como uma razão especial, assim percebemos que maior parte dos estudantes não teve dificuldade na resolução dessa questão, sendo que o mesmo raciocínio foi utilizado por outros estudantes que a resolveram corretamente.

Na resolução da quinta questão do teste, observamos que 22 estudantes acertaram a questão, dois estudantes (C5 e E1) deixaram em branco



e um estudante (E3) resolveu de forma incorreta. Segue, a seguir, como modelo, a imagem da resolução da quinta questão resolvida pelo estudante E2 que tinha como objetivo identificar a escala como uma razão especial e determinar a medida de uma das grandezas que a compõe.

**Figura 6.** Resolução da quinta questão realizada pelo estudante E2

5. O comprimento de um automóvel foi desenhado na escala 1:50. Determine, em metros, o comprimento real desse automóvel.

$Escala = \frac{T. \text{ Desenho}}{\text{Real}}$   
 $\frac{1}{50} = \frac{7 \text{ cm}}{x}$   
 $1 \cdot x = 50 \cdot 7$   
 $1x = 350$   
 $x = 350 \text{ cm}$   
 $x 3,50 \text{ m}$

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Observamos que o estudante usou corretamente a definição de escala e fez todos os cálculos necessários. Notamos ainda que ele soube converter a unidade de medida de centímetro para metro, conhecimento esse adquirido de outros anos de estudos e lembrados na oficina de nivelamento.

Na resolução da sexta questão do teste, 22 estudantes resolveram corretamente e três resolveram de forma incorreta. Consta abaixo o procedimento usado por um dos estudantes que acertaram essa questão.

**Figura 7.** Resolução da sexta questão realizada pelo estudante A3

6. Verifique se a igualdade é verdadeira.

$$3,25 = 7,05 \quad \frac{3}{7} = \frac{15}{35}$$

$$7,15 = 7,05$$

(V & Rpedeixo)


Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Com relação à sétima questão do teste, 23 estudantes acertaram essa questão, um estudante (E1) deixou em branco e o estudante C5 a fez de forma errada. O procedimento de resolução de todas as respostas foi o

mesmo. Segue, a seguir, como modelo, a imagem da resolução produzida pelo estudante B1.

**Figura 8.** Resolução da sétima questão realizada pelo estudante B1

7. Por semana, Maria faz 3 bolos para vender. Para isso ela gasta uma dúzia de ovos. Esta semana, porém, ela deverá fazer 5 bolos. Veja o que Maria pensou a respeito da quantidade necessária de ovos para esta semana.



Vou precisar de 15 ovos para fazer os 5 bolos.

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{15}$$

$$3 \cdot 15 = 5 \cdot 12$$

$$45 = 60$$

Você concorda ou discorda de Maria? Justifique sua resposta.

Eu discordo dela porque ela precisa de mais ovos para fazer cinco bolos.

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Na resolução da sétima questão, que tinha como objetivo estimular a tomada de decisão com base no conceito de proporcionalidade, observamos que o estudante B4 utilizou a propriedade fundamental das proporções, a fim de verificar a veracidade do problema proposto e, assim, justificou de forma convincente o que a questão solicitava.

Com relação à oitava questão do teste, observamos que 21 estudantes fizeram corretamente, um estudante (A5) deixou em branco e três estudantes (C5, D2 e E3) a resolveram de forma incorreta. Na figura, a seguir, verificamos o procedimento usado pelos estudantes que resolveram essa questão de forma correta. Segue, na sequência, como modelo, a imagem da resolução produzida pelo estudante D4.

**Figura 9.** Resolução da oitava questão realizada pelo estudante C4

8. Na preparação de um refresco, mistura-se suco concentrado com água na razão de 3 para 5. Nessas condições, 12 copos de suco concentrado deverão ser misturados a quantos copos de água?

Suco Água

$$\frac{3}{12} = \frac{5}{x}$$

$$3 \cdot x = 12 \cdot 5$$

$$3 \cdot x = 60$$

$$x = \frac{60}{3}$$

$x = 20$

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

Considerada, na opinião da maioria dos professores, a única questão com grau de dificuldade difícil, a oitava questão tinha como objetivo calcular, numa proporção, um valor desconhecido. Assim, com a aplicação da nossa sequência didática, percebemos que os estudantes conseguiram resolver essa questão sem muita dificuldade.

Na nona questão do teste, verificamos que 17 estudantes a resolveram corretamente, seis estudantes deixaram em branco e dois (C4 e E4) estudantes a resolveram de forma incorreta. Podemos observar, na figura a seguir, a resolução feita por um dos estudantes que resolveu essa questão de forma correta.

**Figura 10.** Resolução da nona questão realizada pelo estudante D4

9. A razão entre as idades de Marcos e Camila estão entre si assim como 5 está para 3. Sabendo que a diferença entre suas idades é 20, calcule a idade de Camila. Idade de Marcos  $\Rightarrow X$  De Camila  $\Rightarrow Y$

$$\frac{X}{Y} = \frac{5}{3}; X - Y = 20$$

50     30

$$\frac{X - Y}{X} = \frac{5 - 3}{5}$$

$$\frac{20}{X} = \frac{2}{5}$$

$$X \cdot 2 = 20 \cdot 5$$

$$\boxed{2X = 100}$$

$$X = \frac{100}{2}$$

$$X = 50$$

Fonte: Pesquisa de campo (2017)

O objetivo da nona questão do teste foi fazer uso de outras propriedades das proporções, mais especificamente, de uma razão entre a diferença dos termos de uma proporção e o seu respectivo conseqüente. Em razão do alto grau de dificuldade, a questão foi que apresentou o menor índice de acertos. No entanto, a maioria dos estudantes conseguiu resolvê-la corretamente.

Constatamos que o desempenho dos estudantes da turma foi razoável e que que a maior quantidade de acertos foi na questão 3, que tratava de representar uma razão na forma percentual, em que 12 estudantes responderam corretamente.

Entretanto, observamos que a questão 5, que fazia uso de uma das razões especiais – a escala –, não foi respondida por nenhum dos estu-

dantes e, dessa forma, acreditamos que os estudantes não compreenderam esse tópico.

De acordo com algumas anotações fornecidas pelo professor regente da turma, os estudantes não mostraram o empenho necessário na resolução das questões e, por esse motivo, erraram muitas questões ou as deixaram em branco, mesmo alegando para a turma que se tratava de uma atividade avaliativa do 3º bimestre letivo. Em linhas gerais, quatro estudantes alcançaram um percentual de acertos igual a 50%, dois estudantes com 60% e a maioria atingiu um percentual abaixo de 50%, sendo que a média aritmética de acertos foi de 48,71%.

De acordo com a realização das atividades, podemos dispor algumas considerações sobre o desempenho dos estudantes da turma.

- Os estudantes do grupo B alcançaram o melhor desempenho no teste, acertando 100% das questões propostas;
- Em nenhuma questão houve 100% de acertos, no entanto o percentual de acertos foi muito superior em comparação aos erros ou às questões em branco;
- O menor índice de acertos foi da segunda questão, com 64% de acertos;
- A primeira questão, referente ao assunto de razão, e a sétima questão, relacionada ao conteúdo de proporção, alcançaram os percentuais mais elevados de acertos, com 92% cada;
- Considerada a questão mais difícil na opinião dos professores, o percentual de acertos da nona questão foi de 68%, um resultado satisfatório no nosso ponto de vista;
- O percentual geral de acertos foi de 82%, ou seja, um desempenho muito bom na resolução das questões; concluímos, assim, que os estudantes da turma tiveram um desempenho muito bom na resolução de questões quando submetidos à experimentação de uma sequência didática referente aos conteúdos de razão e proporção.

## **Conclusões sobre a sequência didática aplicada**

Retomando as hipóteses identificadas pela numeração (1) e (2), ou seja: (1) A aplicação de uma proposta metodológica sobre o ensino de razão e proporção para estudantes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Barcarena – PA mediante o uso de uma sequência didática, produz um desempenho satisfatório dos estudantes quando submetidos a questões envolvendo os conteúdos propostos nessa pesquisa. (2) O uso de atividades para o ensino de razão e proporção contempladas na sequência didática recomendada nessa pesquisa possibilitou aos estudantes a (re)descoberta de conceitos e propriedades desses conteúdos de maneira independente e sem que o professor lhe disponha, previamente, essas informações.

Como podemos observar, verificamos que, para a amostra de estudantes participante dessa pesquisa, os resultados que prevíamos na fase da experimentação foram alcançados, tornando válidas todas as hipóteses apresentadas. Diante disso, concluímos a nossa sequência didática é válida.

## **Considerações finais**

O presente trabalho trouxe os resultados a respeito da aprendizagem dos conteúdos de razão e proporção por meio da aplicação de uma sequência didática. A metodologia de pesquisa adotada foi a engenharia didática, e os indícios de aprendizagem foram analisados mediante os dados auferidos pelos participantes da pesquisa, por meio de uma análise microgenética.

O objetivo geral foi analisar as potencialidades de uma sequência didática para o ensino de razão e proporção, diferente das práticas usuais, aplicada para estudantes do 7º ano do ensino fundamental, partindo inicialmente da ideia de comparação entre dois números ou duas grandezas até a formalização das propriedades da proporção.

Com esse desígnio, realizamos as análises prévias do ensino habitual, em que contemplamos o ensino de matemática e o ensino de razão e proporção, uma revisão de estudos, a fundamentação matemática dos conteúdos abordados, uma consulta a estudantes egressos do 7º ano do

ensino fundamental de uma escola pública do município de Abaetetuba – PA e uma consulta a docentes de matemática sobre o ensino e aprendizagem de nosso objeto de estudo. Nas informações obtidas nos estudos levantados nas análises prévias, referente ao ensino de razão e proporção, identificamos algumas propostas de atividades que se mostraram relevantes para os sujeitos pesquisados mediante cada contexto.

As metodologias adotadas foram desde a utilização de recursos envolvendo pesquisas documentais até recursos utilizando *softwares* como suporte mediadores da aprendizagem, evidenciando, assim, uma gama de tendências educacionais que se utilizadas isoladamente ou em conjunto apontam melhoras no processo de aprendizagem dos conteúdos abordados.

As opiniões dos estudantes e docentes consultados apontaram a necessidade de elaborar atividades direcionadas à compreensão dos conceitos básicos de razão e proporção, tais como o significado de uma razão, a sua representação e a definição de proporção, fato percebido por meio das informações contidas no questionário e nos testes aplicados aos estudantes, nos quais apontaram deficiências no entendimento desses conceitos, evidenciando que o aprendizado em relação a esse conteúdo foi superficial. Com isso, levantamos as seguintes hipóteses:

(1) A aplicação de uma proposta metodológica sobre o ensino de razão e proporção para estudantes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Barcarena – PA, por meio de uma sequência didática, produz um bom desempenho na resolução de questões envolvendo os conteúdos propostos nessa pesquisa.

(2) O ensino de razão e proporção por meio de atividades contempladas na sequência didática proposta nessa pesquisa possibilita ao estudante, após refletir sobre os conteúdos em estudo, a descoberta de conceitos e propriedades sem que o docente tenha que apresentá-los

E ainda levantamos a seguinte questão de pesquisa: quais as contribuições que uma sequência didática, estruturada nos moldes do ensino por atividades, podem trazer para minimizar as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de razão e proporção?

Fundamentado nas concepções do ensino por atividades – re(descoberta) dos conhecimentos, propomo-nos em construir atividades

específicas, seguindo as recomendações de Cabral (2017), para o ensino de razão e proporção, a fim de proporcionar uma aprendizagem efetiva dos estudantes, as quais foram aplicadas a vinte e cinco estudantes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Barcarena – PA.

Na etapa da experimentação, contemplada com 12 encontros, aplicamos um questionário socioeconômico que continha perguntas relacionadas ao perfil do estudante, sua relação com os estudos, a afinidade com a disciplina de matemática e sua postura diante das metodologias utilizadas pelo professor em sala de aula. Aplicamos, ainda, a sequência didática com 22 atividades: 11 para o ensino de razão e 11 para o ensino de proporção. Quanto à realização das sessões de ensino, percebemos bastante envolvimento e empenho dos estudantes, bem como as relações estudante-estudante e professor-estudante foram fundamentais para alcançar os objetivos que traçamos.

Durante todo o processo, o papel principal do professor/pesquisador foi de orientar a realização das atividades e, sempre que necessário, fazer uma intervenção oral para que os conceitos e propriedades fossem reconstruídos, esses momentos nos permitiram identificar alguns indícios de aprendizagem. Apesar da ausência de estudantes em alguns encontros, percebemos que não houve muita interferência nos resultados, de forma que, antes de iniciarmos outro encontro, sempre fizemos uma revisão e, assim, todos os grupos chegavam às suas conclusões que, posteriormente, eram apresentadas pelo professor/pesquisador. No último encontro, aplicamos um teste final para verificamos o desempenho dos estudantes.

Vale ressaltar que o mesmo teste foi aplicado a 16 estudantes de outra turma, os quais foram submetidos a outra metodologia de ensino e desempenho deles foi baixo, com média de 48,71% dos acertos que, segundo o professor titular da turma, os estudantes não mostraram o empenho necessário na resolução das questões e, diante disso, erraram muitas questões ou as deixaram em branco.

O desempenho dos estudantes participantes do experimento foi satisfatório, com um percentual de acertos de 82% e, com isso, afirmamos que o ensino e aprendizagem de razão e proporção por meio da nossa sequência didática foi adequada e eficiente, pois os estudantes tiveram um rendimento acima da média, comprovando as nossas hipóteses.

Pelo exposto anteriormente, acreditamos que a utilização da sequência didática que propomos para o grupo de estudantes participantes dessa pesquisa foi válida e ressaltamos que é mais uma ferramenta para o professor de matemática utilizar em suas aulas devido ao bom desempenho alcançado na resolução de questões desses conteúdos, com relação à perspectiva de trabalhos futuros, sugerimos a sua reaplicação e aprimoramento para confirmação dos resultados.

Recebido em: 18/09/2019

Aprovado em: 20/11/2019

### Referências bibliográficas

- ALMOULOUD, S. A. e COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPed. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.
- ARTIGUE, M. **Engenharia didática**. In: BRUN, Jean (Org.). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. p. 193-217, 1988.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Matriz de Referência ENEM**. Brasil, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. PDE: **Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.
- BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, p.142, 1997.
- BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, p. 148, 1998.
- BROUSSEAU, G. *Problèmes de l'enseignement des décimaux*. In: *Recherche em Didactique des Mathématiques (RDM)*. Grenoble/França: La Pensée Sauvage, v. 1/1, 1981.
- CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-estudante na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. 151 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará. Belém – PA, 2004.
- CABRAL, N. F. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém PA: SBEM/SBEM-PA, 2017.



- COSTA, G. M. T.; PERETTI, L. Sequência Didática na Matemática. Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai – IDEAU. **Revista de Educação do IDEAU**. Vol. 8 – Nº 17 – Janeiro – Junho, 2013.
- FOSSA, J. A. **Ensaio Sobre a Educação Matemática**. Pará: EDUEPA, 2001.
- FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. 23a ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.
- GÓES, M. C. R. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. v.20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000.
- LOBATO JÚNIOR, J. M. S. **O ensino de razão e proporção por meio de atividades**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.
- MENDES, I. A.; SÁ, P. F. **Matemática por Atividade: sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.
- PARÁ. Secretaria de Estado de Educação. **Revista do Sistema Paraense de Avaliação Educacional: Referências e Resultados. Sistema Paraense de Avaliação Educacional – SisPAE**. Pará, 2015.
- PAULA, M. R. **Razão como taxa: uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática**. 79 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG. 2012.
- RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. **Boletim Pedagógico de Avaliação da Educação: SAERS 2007**. Universidade Federal de Juiz de Fora, CAEd. v. 1, 2007.
- SÁ, P. F. **Atividades para o ensino de Matemática no ensino fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.
- SÁ, P. F.; ALVES, F. J. C. **A engenharia didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos**. In: Maria Inês Marcondes; Ivanilde Apoluceno de Oliveira; Elizabeth Teixeira. (Org.). *Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação*. 1. Ed. Belém: EDUEPA, v.1, p. 145-160, 2011.
- RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. **Boletim Pedagógico de Avaliação da Educação: SAERS 2007/Universidade Federal de Juiz de Fora, CAEd**. v. 1, 2007.
- SOUZA, C. A. **Influências da engenharia didática francesa na educação matemática no Brasil: a circulação e a apropriação de ideias**. In: VII CIBEM, Montevideo – Uruguai, 16 a 20 de setembro de 2013.
- TEIXEIRA, P. J. M. e PASSOS, C. C. **Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau**. *Zetetiké – FE/Unicamp* – v. 21, n. 39 – jan/jun 2013.