

Frações unitárias: um levantamento de dissertações e teses brasileiras publicadas entre 2001 e 2018

*Unit fractions: a survey of Brazilian dissertations and theses published
between 2001 and 2018.*

Wagner Marcelo Pommer¹

RESUMO

Esta pesquisa, cujo referencial metodológico foi o estado da arte, realizou um levantamento de dissertações e teses defendidas entre 2001 a 2018 no Brasil, com objetivo de identificar, categorizar e constatar como o tema frações unitárias é previsto em pesquisas envolvendo a Educação Matemática. Por meio de dois bancos de dados acadêmicos, foram identificados alguns itens, com destaque para as principais referências teóricas e metodológicas de 17 monografias. Na categoria denominada “o sujeito de estudo”, observou-se que 58,33% das pesquisas versam sobre alunos dos diversos níveis de escolaridade, 16,67% envolvem livros didáticos de matemática e 25%, professores em serviço. Na categoria “as principais referências teóricas”, percebeu-se que 58,8% se baseiam no significado das frações (parte-todo; quociente; razão; operador; medida; probabilidade; reta numérica). Na categoria “as abordagens metodológicas”, houve diversidade de referências. Na última categoria, notou-se que 23,53% das pesquisas caracterizaram as frações unitárias como uma abordagem complementar ao principal objeto de estudo das monografias analisadas: as frações.

Palavras-chave: *Frações Unitárias; Estado da Arte; Educação Matemática.*

ABSTRACT

This research performed a survey of Brazilian dissertations and theses from 2001 to 2018 in order to identify, categorize and verify in what manner the unit fractions theme is situated in the studies of Mathematics Education. The methodological reference was the state of the art. By searching two academic

1. Professor da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP). Email: wagner.pommer@unifesp.br

databases we identified some aspects, especially the main theoretical and methodological references of 17 monographs. In the 'subject to research studies' category, we observed that 58.33% are related to students, 16.67% involve mathematical textbooks and 25% teachers in service. In the category 'the main theoretical references' we perceived that 58.8% were based on the meaning of the fractions (part-whole, quotient, ratio, operator, measure, probability and numerical line). In regard to 'the methodological approaches' category there was a diversity of references. In the last category we observed that 23.53% of monographs circumscribed the unit fractions as a complementary approach to the main object of the analyzed monographs: the fractions.

Keywords: *Unit Fractions; State Of Art; Mathematical Education.*

Introdução

Na Educação Matemática, os números racionais situam diversos estudos em autores como Kieran (1976), Hilton (1980), Behr, Lesh, Post e Silver (1992), Bell, Costello e Kuchemann (1983), Freudenthal (1983), Ohlsson (1998), Tirosh (2000) e Steffe (2002), dentre outros.

Das referidas pesquisas podemos apreender um ponto de convergência: há problemas na construção da ideia de número racional pelos alunos e falta de compreensão dos professores frente à complexidade e amplitude da abordagem de tal assunto no ensino da Matemática Elementar.

Behr, Lesh, Post e Silver (1992) apontam algumas razões para o uso de frações no ensino básico: (a) faz parte do currículo educacional obrigatório; (b) o tema está relacionado à necessidade de se aprimorar a capacidade dos alunos em entender, controlar situações e resolver problemas do mundo real; (c) a exploração do campo conceitual do tema permite promover diversas competências cognitivas; (d) a compreensão dos números racionais se faz necessária para o aluno se desenvolver em conhecimentos matemáticos mais complexos.

Pesquisas como as de Nunes, Bryant, Pretzlik e Hurry (2003), Lopes (2008) e Ventura (2013) destacam que alguns professores têm dificuldades no ensino dos números racionais pelo fato de desconhecerem a multiplicidade de significados que os números racionais comportam e as várias perspectivas que isto pode promover em sala de aula. Um dos entraves que reforçam esta situação é que os

professores desenvolvem o ensino deste tema de modo muito atrelado aos livros didáticos, que usualmente pouco se atualizam face às pesquisas da área da Educação Matemática.

Bertoni (2004) enfatiza algumas características das frações unitárias como importante aporte didático para o trabalho com os números racionais, o que desencadeou nosso interesse em verificar se e como atualmente as frações unitárias têm sido incorporadas nas pesquisas acadêmicas.

Em busca na Base Nacional Comum Curricular, descrita em Brasil (2017), encontramos as frações unitárias somente em uma planilha do 4º ano, na Unidade Temática ‘Números’. A referida menção está inserida no Objeto de Conhecimento ‘Números racionais: frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$)’ e a habilidade correspondente designada por EF04MA09 é descrita como “Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso” (BRASIL, 2017, p. 288-289).

Relembramos que, do ponto de vista histórico, as frações unitárias apresentam numerador ‘1’ e denominador natural não nulo, significando o recíproco ou inverso de um número. Historicamente, estas eram utilizadas pelos antigos egípcios em questões pragmáticas por meio de um sistema de registro próprio daquele povo: a escrita hierática.

Boyer (1991) retrata que nos registros do antigo povo egípcio o “[...] recíproco de qualquer inteiro era indicado simplesmente colocando-se sobre a notação para o inteiro um sinal oval alongado” (p. 10). Deste modo, o símbolo  era utilizado pelos antigos egípcios como representação do que atualmente escrevemos como $\frac{1}{8}$.

O objetivo deste trabalho foi realizar um levantamento de dissertações e teses brasileiras de 2001 até 2018 para identificar, categorizar e constatar como o tema frações unitárias está situado nas pesquisas envolvendo a Educação Matemática.

A Metodologia do Estado da Arte

Romanowski e Ens (2006) observam que ao final do século XX houve uma expansão acentuada de programas de Pós-Graduação e, em

particular, um maior interesse em pesquisas envolvendo diversos aspectos e temas sobre ensino e educação.

Esta intensificação de publicações gera inquietações e questionamentos como: Quais são os temas mais focalizados? Como estes têm sido abordados? Quais as abordagens metodológicas empregadas? Quais contribuições e pertinência destas publicações para a área? O que é de fato específico de uma determinada área da educação, a formação de professores, o currículo, a formação continuada e as políticas educacionais? (ROMANOWSKI; ENS, 2002, p. 38).

As referidas autoras apontam uma demanda por estudos que realizem um balanço sobre quais facetas dos vários ramos do conhecimento já foram discutidos e analisados, de modo a verificar os enfoques ou temas mais pesquisados e as lacunas existentes. Neste mote, uma das possíveis metodologias para resgatar tal necessidade são as pesquisas denominadas ‘estado da arte’.

Para Fiorentini e Lorenzato (2006), as pesquisas do tipo ‘estado da arte’ buscam reconhecer o quadro em torno de determinado saber, área ou tema através do inventariar, sistematizar e classificar determinados meios de produção científica.

Para Ferreira (2002), as buscas nesta modalidade de pesquisa costumam situar questões envolvendo ‘quando’, ‘onde’, ‘quem’, ‘por que’ e ‘como’, de modo a identificar e quantificar dados bibliográficos, objetivando mapear a produção acadêmica. Para a autora, não basta ler os resumos das monografias, pois estes podem restringir as informações pelo fato de serem sucintos e, em:

[...] muitos casos, mal elaborados ou equivocados, não sendo suficientes para a divulgação dos resultados e das possíveis contribuições dessa produção para a melhoria do sistema educacional. Somente com a leitura completa ou parcial do texto final da tese ou dissertação desses aspectos (resultados, subsídios, sugestões metodológicas etc.) podem ser percebidos (FERREIRA, 2002, p. 266).

Outro aspecto habitual neste tipo de pesquisa é a dificuldade de levantamento de dados, conforme considera Fiorentini (1994). Atualmente, o levantamento dos textos para as pesquisas do tipo ‘estado da arte’ ficou mais facilitado pelo acesso às plataformas eletrônicas.

Procedimentos iniciais e a seleção dos textos

Para a coleta de dados optamos por dois bancos de dados de amplitude acadêmica nacional: o Google Acadêmico (<<https://scholar.google.com.br/>>) e o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES² (disponível no endereço eletrônico <<https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/>>), no período de 2001-2018, no entorno da Educação Matemática e considerada no âmbito das universidades brasileiras.

No Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES foi escolhida a palavra-chave “fração unitária”, com aspas duplas. Surgiram três resultados, sendo que somente a tese de Silva (2017) se situava no entorno da Educação Matemática.

Para alargar a abrangência da pesquisa, inserimos o termo fração unitária sem aspas, o que resultou em 12532 trabalhos. A partir daí acrescentamos alguns filtros: Tipo (Mestrado e Doutorado); Grande Área do Conhecimento (Ciências Humanas e Multidisciplinar); Área do Conhecimento (Educação, Educação Especial, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, História, Interdisciplinar e Psicologia). O acréscimo destes refinamentos reduziu o grupo de pesquisa para duzentas e setenta e uma (271) dissertações e teses, que doravante denominaremos monografias.

Nas duas plataformas de pesquisa foi possível encontrar os resumos. Porém, em alguns casos, foi necessário buscar o texto completo para fazer a leitura flutuante dos aspectos relevantes. Conforme destaca Ferreira (2002), por leitura flutuante entendemos um primeiro contato com os documentos onde se buscou os pontos-chave, que na presente pesquisa foi o entorno da Educação Matemática.

Após esta etapa foram escolhidas vinte e duas (22) monografias³ e realizada a leitura completa tomando como crivo inicial os seis quesitos enumerados abaixo:

2. O Portal de Periódicos, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) é uma biblioteca virtual que reúne e disponibiliza a produção científica de ensino e pesquisa de várias áreas.

3. Doravante, nesta pesquisa, estaremos utilizando o termo monografias para designar dissertações e teses.

(I) monografias que realizam somente menção histórica das frações unitárias, porém o tema não é utilizado na análise teórica ou metodológica na pesquisa, configurando o uso secundário e circunstancial;

(II) monografias que realizam a menção histórica das frações unitárias e a utilizam na análise teórica ou metodológica na pesquisa;

(III) monografias que descrevem a etimologia ou conceito de fração unitária, porém este não é utilizado na análise teórica ou metodológica na pesquisa, configurando o uso secundário e circunstancial;

(IV) monografias que descrevem a etimologia ou conceito de fração unitária e a utilizam na análise teórica ou metodológica na pesquisa;

(V) monografias que realizam uma explicação didática das frações unitárias, porém não a utilizam na análise teórica ou metodológica na pesquisa, configurando o uso secundário e circunstancial;

(VI) monografias que realizam uma explicação e uso didático das frações unitárias e a utilizam na análise teórica ou metodológica na pesquisa.

Destas vinte e duas (22) monografias, observamos que doze destas realizaram uma menção histórica das frações unitárias sem uso na pesquisa (I), três descreveram a etimologia sem utilização na pesquisa (III), uma fez o uso da terminologia e a utiliza nas análises (IV) e seis delas realizaram uma explicação e uso didático na pesquisa (VI).

Das vinte e duas (22) monografias foram selecionadas sete, mais especificamente aquelas que se referem aos quesitos (II), (IV) e (VI) relatados no parágrafo acima, pois temos por meta analisar as monografias que podem trazer contribuições do tema das frações unitárias para a Educação Matemática. Nestes termos, os textos das referências (I), (III) e (V) foram consideradas como menção sem intencionalidade de uso na área especificada, conforme descrito no Quadro 01.

Quadro 01. As sete monografias selecionadas, encontradas no Catálogo de Dissertação e Teses da CAPES

Autor	Monografia	Classificação
Canova (2013).	Tese	IV
Gonçalves (2013) e Da Silva (2017).	Tese	VI
Cruz (2003), Santos Filho (2015), Romeiro (2017) e Alves (2018).	Dissertação	VI

Fonte: O autor.

Passamos para a busca na Plataforma Google Acadêmico. Com a palavra-chave “fração unitária” (entre aspas duplas) foram encontrados 128 resultados. Para o termo “frações unitárias” (entre aspas duplas) foram encontrados 286 resultados. A leitura flutuante destas pesquisas no entorno da Educação Matemática resultou em setenta (70) monografias para a expressão “fração unitária” ou “frações unitárias”. No Quadro 02 indicamos a síntese da classificação após a leitura das setenta (70) monografias.

Quadro 02. Síntese das 70 monografias encontradas na Plataforma Google Acadêmico

Descrição quantitativa com relação aos seis quesitos.	Quantidade
(I) Realizaram menção histórica das frações unitárias sem uso na pesquisa.	44
(II) Realizaram menção histórica das frações unitárias e a utilizaram na pesquisa.	4
(III) Descreveram a etimologia ou conceito de fração unitária sem a utilização na pesquisa.	11
(IV) Descreveram a etimologia ou conceito de fração unitária e a utilizaram na pesquisa.	2
(V) Fizeram explicação e uso didático das frações unitárias, mas não a aplicaram na pesquisa.	5
(VI) Fizeram explicação e uso didático das frações unitárias e a aplicaram na pesquisa.	4
TOTAL	70

Fonte: O autor.

Como decorrência do Quadro 02, escolhemos os itens (II), (IV) e (VI), pelo fato dos outros itens somente mencionarem o termo ‘fração unitária’ sem discutir seu uso nas respectivas pesquisas, o que configura uma não intencionalidade de contribuição das frações unitárias para a Educação Matemática. O Quadro 03 indica as dez dissertações escolhidas do Google Acadêmico.

Quadro 03. As dez monografias escolhidas para análise, recolhidas no Google Acadêmico

Autor	Monografia	Quantidade	Classificação
Jess (2004), Patrono (2011), Souza (2014) e Martins (2015).	Dissertação	4	II
Biffi (2001) e Ramos (2006).	Dissertação	2	IV
Petry (2008), Schastai (2012), Bissi (2016) e Castro (2016).	Dissertação	4	VI

Fonte: O autor.

Observamos que retiramos deste quadro as monografias já catalogadas anteriormente na Plataforma CAPES. Ainda, as monografias analisadas foram referenciadas ao final do trabalho, no Anexo A. Por último, as principais referências teóricas e metodológicas utilizadas nas pesquisas analisadas estão situadas respectivamente nos ANEXO B e C.

A Descrição e a análise dos textos selecionados

Em uma síntese inicial das duas plataformas de busca verificamos que em setenta e cinco (75) monografias não houve a utilização das frações unitárias na análise teórica ou metodológica da pesquisa (81,52%), configurando uma visão circunstancial ou secundária do termo, sem desdobramentos dentro da pesquisa.

O Quadro 04 identifica dezessete monografias (14 dissertações e 3 teses) de acordo com a classificação (II), (IV) ou (VI) anteriormente descrita.

Quadro 04. Identificação de alguns tipos de pesquisa

Identificação dos tipos de pesquisa.	Quantidade
II: monografias que realizam a menção histórica das frações unitárias e a utilizam na análise teórica ou metodológica da pesquisa.	5
IV: monografias que descrevem a etimologia ou conceito de fração unitária e a utilizam na análise teórica ou metodológica da pesquisa.	3
VI: monografias que realizam uma explicação e uso didático das frações unitárias e a utilizam na análise teórica ou metodológica da pesquisa.	9

Fonte: O autor.

A seguir, foram descritos os elementos destas dezessete monografias por ordem cronológica das dissertações e posteriormente das teses: título, orientador, área, instituição, região geográfica, referencial teórico, sujeito de pesquisa e abordagens metodológicas.

Na dissertação de Biffi (2001), do tipo (IV), foram encontrados quatro registros do termo fração unitária. Em três vezes foi realizada a revisão histórica e somente uma vez o termo fração unitária foi utilizado para realizar comentários sobre as respostas dos sujeitos na análise da pesquisa, conforme destaca o Protocolo 01.

Protocolo 01. Dados da Monografia número 01 (Dissertação)

Autora	Darcy de Liz Biffi.
Título	Conceito de frações através do estudo dos registros de representação.
Orientadora	Dr ^a Regina Flemming Damm.
Área	Educação.
Instituição	Universidade Federal de Santa Catarina.
Região	Lages, SC.
Objetivo ⁴	O objetivo foi estudar a aquisição do conceito de fração, através de diferentes registros de representação semiótica e fazer a coordenação entre os mesmos, valendo-se da teoria de Raymond Duval.

4. O objetivo foi literalmente copiado das monografias.

Referencial Teórico	Teoria dos registros de representação semiótica (Duval, 1993). Significados das frações, parte-todo, medida e quociente propostos em Kieran (1976) e Vergnaud (1985).
Sujeito	Os sujeitos desta pesquisa foram 44 alunas do 3º semestre de um curso de Pedagogia.
Abordagens Metodológicas	Por meio da pesquisa-ação (Thiollent, 1988) foram aplicados os seguintes instrumentos: pré-teste (dez questões), para verificar o conhecimento sobre frações; dez atividades corrigidas e analisadas quantitativamente pelo quesito certo ou errado; pós-teste.

Fonte: O autor.

Na dissertação de Cruz (2003), sintetizada no Protocolo 02, há menção histórica e uso explícito da terminologia ‘fração unitária’. A pesquisa é diagnóstica, utilizando o termo como elemento didático para a confecção de dois tipos de tarefas. Na tarefa 1 a autora propôs seis adições envolvendo frações unitárias e a tarefa 2 consistiu em nove adições sobre frações unitárias. Deste modo, classificamos esta pesquisa como tipo (VI) (monografias que realizam uma explicação e uso didático das frações unitárias e a utilizam na análise metodológica).

Protocolo 02. Dados da Monografia número 02 (Dissertação)

Autora	Maria Soraia Silva Cruz.
Título	Resolvendo Adição de Frações através de Estimativas: um Estudo Exploratório.
Orientadora	Dr ^a Alina Galvão Spinillo.
Área	Psicologia Cognitiva.
Instituição	Universidade Federal de Pernambuco.
Região	Recife, PE.
Objetivo	O objetivo foi investigar se crianças que ainda não foram formalmente instruídas sobre frações resolviam adições de frações através de estimativas, tendo por base dois pontos de referências: metade e inteiro.
Referencial Teórico	Utiliza a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1982; 1983) e os significados das frações (Behr et al., 1983). A autora utiliza a estimativa e a intuição como recurso para iniciar o conceito de proporção (Spinillo e Briant, 1991) e faz uso destes para a análise dos resultados.

Sujeito	A pesquisa utilizou a técnica da entrevista clínica com 42 crianças do Recife, de escolas particulares, das 2ª e 3ª séries do Ensino Fundamental.
Abordagens Metodológicas	Foram aplicadas quatro tarefas, inspiradas no construtivismo piagetiano, envolvendo frações unitárias na concepção teórica de (Behr et al., 1984), sendo compostas por adições de frações unitárias e pautadas na análise do número de acertos em relação às séries.

Fonte: O autor.

A dissertação de Jess (2004) teve como foco principal buscar evidências em livros específicos da História da Matemática e levantar possibilidades de exploração na escolaridade básica. Deste modo, classificamos tal pesquisa como tipo (II), por ter buscado aportes históricos das frações unitárias para uma análise teórica, conforme resume o Protocolo 03.

Protocolo 03. Dados da Monografia número 03 (Dissertação)

Autora	Luciane Cruz Jess.
Título	Frações em um livro didático na 5ª e 6ª séries: Uma aproximação através da história da Matemática.
Orientador	Dr. Carlos Roberto Vianna.
Área	Educação.
Instituição	Universidade Federal do Paraná.
Região	Curitiba, PR.
Objetivo	Este trabalho tem o propósito de descrever algumas relações entre diferentes modos de conceber e representar quantidades fracionárias e, em particular, assinalar como este conhecimento chega às mãos de alunos e professores mediante livros didáticos e livros de História da Matemática.
Ref. Teórico	Miguel (1993): foco no uso da História da Matemática.
Sujeito	Professores da rede pública; livros didáticos do Ensino Fundamental; livros de História da Matemática.
Abordagens Metodológicas	Foi aplicado questionário aos professores sobre 'o que é' e 'como se ensina' frações por meio de recursos da História da Matemática. A análise de livros didáticos se fez por meio de dois critérios: material histórico empregado como recurso didático; avaliação se o material coletado pertence aos constructos (parte-todo; razão; operador; representação

	fracionária). Por último, o levantamento em onze livros da História da Matemática permitiu descrever aspectos sobre as frações para “[...] por em relevo a importância do resgate de algumas trajetórias do processo histórico” (JESS, 2004, p. 83).
--	--

Fonte: O autor.

A dissertação de Ramos (2006), do tipo (IV), está delineada no Protocolo 04.

Protocolo 04. Dados da Monografia número 04 (Dissertação)

Autor	Fernando Carvalho Ramos.
Título	O livro e os recursos didáticos no Ensino de Matemática.
Orientador	Dr. Oswaldo Alonso Ray.
Co-Orientadora	Dr ^a Vanilde Bisognin.
Área	Ensino de Física e Matemática.
Instituição	Universidade Franciscana.
Região	Santa Maria, RS.
Objetivo	O objetivo foi analisar os livros de Matemática relacionados ao Guia de Livros Didáticos de Matemática de 2005 (5 ^a a 8 ^a séries) do Programa Nacional de Livros Didáticos no que se refere às citações de recursos didáticos e seu emprego no processo de ensino-aprendizagem.
Ref. Teórico	A importância dos recursos didáticos (Bezzera, 1962; Brasil, 1998).
Sujeito	Livros Didáticos do Ensino Fundamental.
Abordagens Metodológicas	Através da Pesquisa Bibliográfica (Gil, 2002) foi analisada a ficha de avaliação para 92 livros didáticos anexa ao Guia de Livros Didáticos de Matemática de 2005.

Fonte: O autor.

A dissertação de Ramos (2006) focou a análise de livros didáticos, tendo observado que um dos materiais analisados fez a representação circular como recurso para comparar frações unitárias. Em outra ocasião o autor mencionou que a “[...] partir de uma folha quadrada, dobra-se em partes iguais e colore-se uma das partes, definindo-se uma fração unitária” (RAMOS, 2006, p. 18).

A dissertação de Petry (2008), indicada no Protocolo 05, foi classificada como item (VI), pois envolveu simulações em ambiente

computacional. Uma concepção alternativa de um sujeito é aquela que não está de acordo com o que é aceito pela comunidade da Matemática (Driver; Easley, 1978). Uma concepção alternativa dos alunos é que as frações são somente unitárias. Um exemplo disto se encontra em Niemi (1996), quando aplicou a tarefa ‘Dividir 3 chocolates entre 4 crianças’, onde um estudante escreveu: $\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}$.

Protocolo 05. Dados da Monografia número 05 (Dissertação)

Autora	Priscila Gabriele Petry.
Título	O uso de simulações computacionais na evolução conceitual de frações.
Orientador	Dr. Renato Pires dos Santos.
Área	Ensino de Ciências e Matemática.
Instituição	Universidade Luterana do Brasil.
Região	Canoas, RS.
Objetivo/ Questão	Podem as simulações computacionais auxiliar também na evolução conceitual do ensino de frações?
Referencial Teórico	Concepções Alternativas (Driver; Easley, 1978); Mudança Conceitual (White; Gustone, 1992 <i>apud</i> Tao; Gustone, 1999); Simulações Computacionais (Esquembre, 2001).
Sujeito	Alunos da 7ª série de uma escola pública.
Abordagens Metodológicas	Foi aplicada a técnica POE (Prediz; Observa; Explica), de Tao e Gunstone (1999), onde o estudante, antes de usar a simulação, prediz o que ocorrerá e, por último, verifica ou não sua hipótese ao usar a simulação, explicando o ocorrido. Ao final, foi aplicado pós-teste.

Fonte: O autor.

No Protocolo 06 se destacou a dissertação de Patrono (2011), do tipo (II), pois fez duas referências históricas e duas didáticas sobre as frações unitárias como forma de comparação de frações. Ao final, utilizou a terminologia para realizar uma conclusão: “Obtidas as frações equivalentes de denominadores iguais, o procedimento segue análogo ao anterior, ou seja, pela contagem das frações unitárias” (PATRONO, 2011, p. 155).

Protocolo 06. Dados da Monografia número 06 (Dissertação)

Autora	Rosângela Milagres Patrono.
Título	A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino.
Orientadora	Dr ^a Ana Cristina Ferreira.
Área	Educação Matemática.
Instituição	Universidade Federal de Ouro Preto.
Região	Ouro Preto, MG.
Objetivo/ Questão	Que contribuições uma proposta de ensino fundamentada na construção de conceitos por meio de materiais manipulativos e jogos podem trazer para a aprendizagem dos números racionais na forma fracionária? (p. 67).
Referencial Teórico	Perspectiva piagetiana para a construção do conceito de número racional na forma de fração por meio de materiais manipulativos (Caruso, 2002; Romanatto, 1997).
Sujeito	A pesquisa foi realizada com alunos do 6º ano de uma escola pública.
Abordagens Metodológicas	Utilizou-se o diário de campo, cadernos dos alunos, atividades e entrevista com a professora da sala de aula, sem citação de autores destas referências.

Fonte: O autor.

A dissertação de Schastai (2012) é do tipo (VI), pois as frações unitárias são usadas como referencial teórico, na análise e conclusões. Em particular, a ‘Ideia 4’ apontada em Schastai (2012, p. 72) é denominada “Fração unitária como unidade de medida” e a autora apresentou um estudo da “Introdução do conceito de fração unitária e de equivalência de frações” (SCHASTAI, 2012, p. 97).

Protocolo 07. Dados da Monografia número 07 (Dissertação)

Autora	Marta Burda Schastai.
Título	Pró-Letramento em Matemática: problematizando a construção do conceito de frações – uma contribuição para a formação de professores.
Orientadora	Dr ^a Sani de Carvalho Rutz da Silva.
Área	Ensino de Ciência e Tecnologia.
Instituição	Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Região	Santa Maria, RS.
Objetivo/ Questão	Contribuir na formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir de oficinas pedagógicas baseadas no fascículo de frações do Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática.
Ref. Teórico	Fração e significados (Lins e Silva, 2008).
Sujeito	Dezesseis professores do 2º ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ensino de Ponta Grossa.
Abordagens Metodológicas	A pesquisa foi realizada no ano de 2011, em um curso de 30 horas para professores. A coleta de dados utilizou o questionário, o Pré-teste, o Pós-teste, o Diário Coletivo e o Diário de Bordo, sem referências a autores.

Fonte: O autor.

Schastai (2012) salientou várias estratégias para o ensino, pois “[...] utilizando o conceito de fração unitária desenvolvido sob a concepção da relação parte todo, da fração como ponto de uma reta e da fração como parte de um conjunto, destacando a fração unitária como sendo o ‘tipo’ de divisão do todo” (SCHASTAI, 2012, p. 73).

Uma das professoras da oficina relatou que “[...] se as atividades me ajudaram a compreender o conceito de fração unitária e fração equivalente, certamente ajudarão os alunos na compreensão para posterior abstração” (SCHASTAI, 2012, p. 182).

A dissertação de Souza (2014), apresentada no Protocolo 08 é do tipo (II), onde há somente uma menção ao termo ‘frações unitárias’ na análise de um livro didático.

Protocolo 08. Dados da Monografia número 08 (Dissertação)

Autor	Anderson da Silva Souza.
Título	A Inserção da Teoria dos Conjuntos em livros didáticos de Matemática do Brasil.
Orientadora	Dr ^a Aparecida Rodrigues Silva Duarte.
Área	Educação Matemática.
Instituição	Universidade Anhanguera de São Paulo.
Região	São Paulo, SP.
Objetivo/Questão	Verificar como a Teoria dos Conjuntos foi inserida em livros didáticos de Matemática do Brasil.

Ref. Teórico	O movimento da Matemática Moderna e o ensino: Kline (1976) e Carvalho (2012).
Sujeito	Livro Didático do Ensino Médio.
Abordagens Metodológicas	A análise do material utilizou Correa (2000) e a Portaria de 1951, descrita em Marques (2005).

Fonte: O autor.

No Protocolo 09 está indicada a dissertação de Santos Filho (2015), classificada como tipo (VI), pois a referência teórica das frações unitárias ocorre por meio das Expectativas de Aprendizagem presentes nos Parâmetros Curriculares de Matemática, descritas em Pernambuco (2012). O autor utilizou as frações unitárias na parte metodológica para elaboração de propostas de ensino, que foram julgadas por professores da escolaridade básica.

Protocolo 09. Dados da Monografia número 09 (Dissertação)

Autor	Josué Ferreira dos Santos Filho.
Título	Investigando como professores dos anos iniciais julgam propostas de ensino para o trabalho com os números racionais.
Orientador	Dr. Marcelo Câmara dos Santos.
Área	Educação Matemática e Tecnológica.
Instituição	Universidade Federal de Pernambuco.
Região	Recife, PE.
Objetivo	Investigar como os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental julgam propostas de ensino para o trabalho com os números racionais, tendo por base as expectativas de aprendizagem dos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997).
Referencial Teórico	Parâmetros Curriculares Nacionais, Pernambuco (2012), Kieran (1976) e Behr et al. (1983) nos subconstrutos (Quociente, Medida, Razão e Operador).
Sujeito	Cento e cinquenta e dois professores do 4º e no 5º ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Jaboatão dos Guararapes, PE.
Abordagens Metodológicas	Foi elaborado e aplicado um questionário com 20 propostas de ensino baseadas em Pernambuco (2012). A análise foi feita aos moldes de Ball et al. (2008) pelo ‘Modelo teórico do conhecimento matemático para o ensino’ e o modelo proposto

	por Shulman (1987) para verificar a base de conhecimento: corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que um professor disponibiliza para atuar em situações de ensino, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular.
--	--

Fonte: O autor.

A dissertação de Martins (2015), sistematizada no Protocolo 10, é do tipo (II), pois há extensa revisão história e uso das frações na análise do livro de Eugênio de Barros Raja Gabaglia.

Protocolo 10. Dados da Monografia número 10 (Dissertação)

Autora	Juliana Martins.
Título	O livro que divulgou o papiro Rhind no Brasil.
Orientador	Dr. Marcos Vieira Teixeira.
Área	Educação Matemática.
Instituição	Universidade Estadual Paulista.
Região	Rio Claro, SP.
Objetivo	Apresentar uma análise do livro ‘O mais antigo documento matemático conhecido (Papiro Rhind)’, escrito por Eugênio de Barros Raja Gabaglia no ano de 1899, no Rio de Janeiro.
Referencial Teórico	Historiografia, de Bloch (2001) e Braudel (2009) e pesquisa historiográfica, de Certeau (1982).
Sujeito	Livros de História da Matemática.
Abordagens Metodológicas	A Análise do Discurso foi realizado por meio de comentários de natureza explicativa, complementativa e comparativa, conforme descrevem Baroni e Nobre (1999).

Fonte: O autor.

A dissertação de Martins (2015) discorreu sobre as ações do ser humano, no espaço e no tempo - o lugar cronológico - por meio da inclusão do registro escrito da história produzida no coletivo, conforme Marc Bloch (2001) e Fernand Braudel (2009). Martins (2015) também se apoiou em Michel Certeau (2010), considerando que a escrita e o produto final da pesquisa podem ser consideradas uma operação histórica, pois combina o lugar de produção social, cultural e histórico,

onde as práticas como a escrita dependem de quem a escreve e sobre quem ou o que se escreveu.

A dissertação de Castro (2016), caracterizada no Protocolo 11, foi classificada como tipo (VI), pois há uma menção didática no corpo referencial teórico da pesquisa.

Protocolo 11. Dados da Monografia número 11 (Dissertação)

Autora	Viviane Oliveira de Castro.
Título	A construção do conceito de sistema de numeração decimal durante a alfabetização matemática: uma proposta de intervenção de ensino.
Orientadora	Dr ^a Sandra Maria Pinto Magina.
Área	Formação de Professores de Educação Básica.
Instituição	Universidade Estadual de Santa Cruz.
Região	Ilhéus, Bahia.
Objetivo/ Questão	Investigar a influência de uma intervenção pedagógica, apoiada em material manipulativo, jogos e em discussão coletiva, para a construção do conceito de Sistema de Numeração Decimal (SND) por parte de alunos do 3º ano do Ensino Fundamental e em que medida esta ocorre.
Referencial Teórico	O papel das interações verbais (NCTM, 1991 <i>apud</i> Romão, 1998). O ambiente de negociações de sentido matemático no ciclo de alfabetização e o papel do professor (Nacarato; Mengali; Passos, 2009).
Sujeito	Quarenta e quatro estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública da cidade de Ilhéus, Bahia.
Abordagens Metodológicas	Foi aplicado o delineamento quase-experimental (Campbell; Stanley, 1963), com um grupo de comparação, um grupo experimental e um grupo controle. Foram aplicados os testes diagnósticos pré-teste (15 dias antes da intervenção) e pós-testes (10 dias após a intervenção), o que permitiu a realização das análises intra e intergrupos.

Fonte: O autor.

Na dissertação de Castro (2016) foi encontrado um registro do termo fração unitária, no item ‘Direitos de aprendizagem na Alfabetização Matemática por eixos estruturais’, em que há a menção à terminologia: “Reconhecer frações unitárias usuais (um meio, um

terço, um quarto e um décimo) de quantidades contínuas e discretas em situação de contexto familiar, sem recurso à representação simbólica” (CASTRO, 2016, p. 57).

A dissertação de Bissi (2016), do tipo (VI), propôs atividades baseadas em aspectos históricos das frações unitárias. Na parte metodológica Bissi (2016) utilizou modelo teórico de Mendes (2009), que contempla as seguintes etapas: (i) O nome de cada atividade; (ii) Os objetivos das atividades; (iii) O conteúdo histórico; (iv) O material a ser utilizado nas atividades; (v) A operacionalização das atividades; (vi) Os desafios propostos nas atividades (ver Protocolo 12).

Protocolo 12. Dados da Monografia número 12 (Dissertação)

Autor	Tiago Bissi.
Título	Álgebra e História da Matemática: análise de uma proposta de ensino a partir da matemática do antigo Egito.
Orientadora	Dr ^a Lígia Arantes Sad.
Área	Educação em Ciências e Matemática.
Instituição	Instituto Federal do Espírito Santo.
Região	Vitória, ES.
Objetivo	O objetivo dessa pesquisa foi analisar contribuições da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra.
Referencial Teórico	Pressupostos socioculturais de Radford (2011), autor que delinea as práticas com base no pensamento histórico-cultural de Vygotsky e da epistemologia dos números racionais. Também utiliza aspectos da álgebra presentes em Lins e Gimenez (1997).
Sujeito	Duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Colatina, no Espírito Santo.
Abordagens Metodológicas	A pesquisa foi qualitativa, do tipo ‘estudo de caso’ em Educação, apoiado em entrevistas, ações pedagógicas, registros em diários de aprendizagem e diário de bordo, expressos em Mendes (2009) e Lakatos; Marconi (2010).

Fonte: O autor.

A dissertação de Romeiro (2016), classificada como tipo (VI), se fundamentou na atividade orientadora descrita em Moura (2010), conforme expostos no Protocolo 13.

Protocolo 13. Dados da Monografia número 13 (Dissertação)

Autora	Iraji de Oliveira Romeiro.
Título	O movimento do pensamento teórico de professores sobre o conceito de frações e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino.
Orientadora	Profa. Dra. Vanessa Dias Moretti.
Área	Educação.
Instituição	Universidade Federal de São Paulo.
Região	Guarulhos, SP.
Objetivo	Investigar como o desenvolvimento do pensamento teórico de professores de matemática em atividade de ensino sobre o conceito de fração impacta na escolha, utilização e adequação dos materiais didáticos, em particular, os materiais que compõem o Currículo Oficial do Estado de São Paulo.
Referencial Teórico	Perspectiva Histórico-Cultural (Vygotsky, 2000), Teoria da Atividade (Leontiev, 1983) e Teoria do Ensino Desenvolvimental (Daviđov, 1988).
Sujeito	Pesquisa com professores da rede estadual de São Paulo de Guarulhos.
Abordagens Metodológicas	Foram aplicadas situações baseadas na ‘Atividade Orientadora de Ensino’ de Moura (2010).

Fonte: O autor.

A dissertação de Alves (2018), do tipo (VI), aplicou uma Engenharia Didática situada no tema frações, no 6º ano do Ensino Fundamental. Em uma das atividades foi proposto um texto e alguns questionamentos envolvendo as frações unitárias e as não unitárias (ver Protocolo 14).

Protocolo 14. Dados da Monografia número 14 (Dissertação)

Autora	Kamilly Suzany Félix Alves.
Título	O ensino de frações por atividades.
Orientador	Dr. Pedro Franco de Sá.
Área	Educação.
Instituição	Universidade do Estado do Pará.
Região	Belém, PA.

Objetivo	O objetivo de avaliar os efeitos da aplicação de uma Sequência Didática, baseada no Ensino por Atividades, para o Ensino de Frações, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental em uma Escola Pública de Belém.
Referencial Teórico	Significado das frações de Onuchic e Alevato (2008), Magina, Bezerra e Spinillo (2009) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997).
Sujeito	Professores da rede pública de Belém; Livros de História de Matemática; Vinte e cinco alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual de Belém do Pará.
Abordagens Metodológicas	Foi aplicada uma Engenharia Didática, conforme Artigue (1996). A primeira fase foi realizada a partir de um levantamento histórico, um estado da arte, consulta a docentes e a estudantes envolvendo o processo de ensino e aprendizagem de fração. A validação foi realizada por meio de análises das atividades e dos testes avaliativos dos alunos envolvidos.

Fonte: O autor.

A tese de Gonçalves (2013), do tipo (VI), está destacada no Protocolo 15a.

Protocolo 15a. Dados da Monografia número 15 (Tese de Doutorado)

Autora	Maria Imaculada de Souza Marcenos Gonçalves.
Título	Crenças e dificuldades de futuros professores de matemática no domínio dos números racionais.
Orientadora	Dr ^a Cristina de Castro Frade.
Área	Educação.
Instituição	Universidade Federal de Minas Gerais.
Região	Belo Horizonte, MG.
Objetivo	Identificar as crenças e dificuldades de licenciandos sobre conteúdos do ensino básico e as possíveis origens destas.
Referencial Teórico	Törner (2000), crenças em um domínio específico e Sanmartí (2009), dificuldades de ações em conteúdos matemáticos aflorados por manifestações emocionais (medo, apreensão, bloqueio).
Sujeito	Alunos do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário de Belo Horizonte (MG).

Abordagens Metodológicas	Análise de questionários, entrevistas clínicas e anotações de um diário de campo dos alunos de licenciatura por meio do modelo de Clement (2000).
--------------------------	---

Fonte: O autor.

Gonçalves (2013) aplicou uma atividade de campo a partir da ideia de construir a unidade a partir de uma fração desta, observando que é necessário destacar a importância da fração unitária ($1/n$) como a unidade a ser utilizada para se efetivar as medições.

A autora utilizou as frações unitárias somente em uma atividade do questionário, que consta do Protocolo 15b, que tinha como objetivo “[...] identificar a unidade em um contexto contínuo a partir de uma fração dessa unidade” (GONÇALVES, 2013, p. 83).

Protocolo 15b. Questão 4 da monografia de Gonçalves (2013)

Considere a figura ao lado. 1- Se na figura estão representados $3/4$ de uma unidade, qual é a unidade? 2- Se na figura estão representados $5/3$ da unidade, qual é a unidade?	
---	---

Fonte: Gonçalves, 2013, p. 83).

A tese de Canova (2013), indicada no Protocolo 16, é do tipo (IV). A mesma empregou as frações unitárias como terminologia (na parte metodológica) e como categoria de análise dos tipos de erros que os alunos cometem em situações-problema onde a resposta é uma fração de numerador ‘1’, sem referência ao aporte histórico: “Consideramos como categoria ‘fração unitária’ quando o aluno representou a fração solicitada com uma fração de numerador um” (CANOVA, 2013, p. 115).

Protocolo 16. Dados da Monografia número 16 (Tese de Doutorado)

Autora	Raquel Factori Canova.
Título	Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração.
Orientadora	Dr ^a Tânia Maria Mendonça Campos.
Co-Orientadora	Dr ^a Terezinha Nunes.

Área	Educação Matemática.
Instituição	Universidade Bandeirante Anhanguera.
Região	São Paulo, SP.
Objetivo	Investigar se o ensino de fração por meio de determinados problemas elaborados na situação parte-todo ou quociente, pode favorecer a construção desse conhecimento pelos alunos do 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental.
Ref. Teórico	Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1985) e Nunes et al. (2004).
Sujeito	Trezentos e setenta e oito alunos de duas escolas públicas da cidade de São Paulo.
Abordagens Metodológicas	Na pesquisa foram aplicados um pré-teste (para os 378 sujeitos de pesquisa) contendo problemas em grupo experimental e grupo de controle e, posteriormente, foi aplicado um pós-teste.

Fonte: O autor.

A tese de Da Silva (2017), evidenciada no Protocolo 17, é do tipo (VI), pois realizou uma explicação, fez uso didático das frações unitárias e a utilizou para elaborar e analisar uma atividade na parte metodológica na pesquisa.

Protocolo 17. Dados da Monografia número 17 (Tese de Doutorado)

Autor	Aline Simas da Silva.
Título	Atividades multimodais em uma abordagem partitiva para frações.
Orientadora	Dr ^a Siobhan Victoria Healy.
Área	Educação Matemática.
Instituição	Universidade Anhanguera.
Região	São Paulo, SP.
Objetivo	Este estudo objetivou explorar o papel das atividades percepto-motoras e da imaginação matemática nos processos de ensino e aprendizagem da divisão de frações, com ênfase especial na ideia de particionamento.
Referencial Teórico	Multimodalidade: Radford, Edwards e Arzarello (2009). Aprendizagem percepto-motora e Imaginação matemática de Nemirovsky, Kelton e Rhodehamel (2012).

Sujeito	Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo; alunos de um curso de licenciatura; Professores da rede pública.
Abordagens Metodológicas	Utilizou o Design Experiments, de Cobb et al. (2003), onde foram aplicadas entrevistas, questionário e intervenções com os sujeitos de pesquisa.

Fonte: O autor.

Análise Interpretativa

Passamos agora a realizar as comparações entre as dezessete monografias descritas no item anterior. Para tal síntese, compusemos quatro categorias, a saber:

- Categoria 01: O sujeito de estudo da pesquisa.
- Categoria 02: As principais referências teóricas.
- Categoria 03: As abordagens metodológicas.
- Categoria 04: A Fração Unitária é tema principal da pesquisa?

No Quadro 05 apresentamos a síntese da categoria 01.

Quadro 05. Análise da Categoria 01 (O sujeito de estudo da pesquisa)

Sujeito de estudo	Monografias	Percentual
1a- Alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.	2;11;16;17.	58,33%
1b- Alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.	5;6;12;14;16.	
1c- Alunos do Ensino Superior.	1;15;17.	
2- Professores da escolaridade básica.	3;6;7;9;13;17.	25%
3b- Livro Didático dos anos finais do Ensino Fundamental.	3;4.	16,67%
3c- Livro Didático do Ensino Médio.	8.	
3d- Livro Didático de Matemática do Ensino Superior.	3.	
3e- Livros de História da Matemática.	3;10.	

Fonte: O autor.

Inicialmente, constatamos monografias que utilizaram diversos sujeitos de estudo. Pelo Quadro 04 observa-se que um pouco mais da metade das produções envolvem alunos dos diversos níveis de escolaridade. Evidenciamos também as pesquisas com professores em serviço, que representaram um quarto das monografias analisadas. Estas pesquisas com alunos e professores, que somadas resultam 83,33%, podem contribuir para auxiliar a melhorar a compreensão dos entraves destes sujeitos, que é uma das preocupações de Nunes, Bryant, Pretzlik e Hurry (2003), Lopes (2008) e Ventura (2013). Ainda, reforçamos que nas monografias analisadas não houve pesquisa envolvendo as frações unitárias como objeto de estudo, que coloca o tema como secundário nas pesquisas em Educação Matemática.

O Quadro 06 indica a síntese da categoria 02.

Quadro 06. Análise da Categoria 02 (As principais referências teóricas)

Referencias teóricas	Monografia
A importância dos recursos didáticos: Bezzera (1962) e Bekker (1993).	4
Aprendizagem percepto-motora: Nemirovsky; Kelton; Rhodehamel (2012).	17
Aspectos da álgebra: Lins; Gimenez (1997).	12
Conceito de proporção: Spinillo; Bryant (1991).	2
Concepções Alternativas: Driver; Easley (1978).	5
Törner (2000): crenças em um domínio específico. Sanmartí (2009): dificuldades de ações em conteúdos matemáticos, evidenciadas por meio de manifestações emocionais (medo, apreensão, bloqueio).	15
História da Matemática: Miguel (1993).	3
Historiografia: Bloch (2001) e Braudel (2009).	10
Interações verbais: (NCTM, 1991 <i>apud</i> Romão, 1998) e Nacarato; Mengali; Passos (2009).	11
Pesquisa historiográfica: Certeau (1982).	10
Matemática Moderna e o ensino: Carvalho (2012) e Kline (1976).	8
Mudança Conceitual: White; Gustone (1992 <i>apud</i> Tao; Gustone, 1999).	5

Multimodalidade: Radford; Edwards; Arzarello (2009)	17
Perspectiva Histórico-Cultural (Vygotsky, 2000), Teoria da Atividade (Leontiev, 1983) e Teoria do Ensino Desenvolvimental (Daviđov, 1988).	13
Perspectiva construtivista piagetiana e a construção do conceito de número racional: Caruso (2002); Romanatto (1997).	6
Significados das frações (Quociente, Medida, Razão e Operador) em Behr et al. (1983; 1984).	2;9
Significados das frações: Kieran (1976).	1;9
Significados das frações: (Lins; Silva, 2008).	7
Significados das frações: Onuchic; Alevato (2008), Magina; Bezerra; Spinillo (2009).	14
Significados das frações: Pernambuco (2012).	9
Significados das frações: Vergnaud (1985).	1
Significados das frações: Pires (2000).	3
Simulações computacionais: Esquembre (2001).	5
Pressupostos socioculturais: Radford (2011). Pensamento histórico-cultural de Vygotsky.	12
Teoria dos Campos Conceituais: Nunes et al. (2004) e Vergnaud (1982; 1983).	2;5;16
Teoria dos Registros de Representações Semióticas: Duval (1993).	1

Fonte: O autor.

Com relação às monografias que envolveram o tema das frações unitárias, percebeu-se uma diversidade de abordagens teóricas de apoio. Um tema em comum em dez pesquisas é o uso de alguns dos significados das frações, a saber, parte-todo, quociente, razão, operador, medida, probabilidade e reta numérica (monografias 1; 2; 3; 5; 6; 7; 9; 14; 15; 16), que juntas perfizeram 58,8% das pesquisas realizadas. As pesquisas de Kieran (1976) e Behr, Lesh, Post e Silver (1992) envolvendo estes significados das frações são ainda realizados até os dias atuais e apontam uma manutenção da importância deste trabalho.

No Quadro 07 destacamos as monografias que envolvem a categoria 03.

Quadro 07. Análise da Categoria 03 (As abordagens metodológicas)

Abordagens metodológicas	Monografia
Análise historiográfica e discurso: Baroni; Nobre (1999).	10
Atividade Orientadora de Ensino: Moura (2010).	13
Cadernos dos alunos.	6
Delineamento quase-experimental: Campbell; Stanley (1963).	11
Design Experiments: COBB et al. (2003).	17
Diário de Bordo: Mendes (2009) e Lakatos; Marconi (2010).	7;12
Diário de Campo: Clement (2000).	6;15
Diário Coletivo.	7
Engenharia Didática: Artigue (1996).	14
Entrevista.	6;12
Entrevista clínica piagetiana.	2;15
Formação Continuada: Shulman (1987) e Ball et al. (2008).	9
Livro didático: Correa (2000) e Marques (2005).	8
Modelo teórico do conhecimento matemático: Ball et al. (2008).	9
Pesquisa-ação: Thiollent (1988).	1
Pesquisa Bibliográfica: Gil (2002).	4
Problemas em grupo experimental e grupo de controle.	16
Questionário.	3;7;9;15
Sequência de atividades (neste grupo foram aglutinadas tarefas matemáticas gerais (do tipo piagetina), pré-testes e pós-testes, situações de ensino ou aprendizagem, ações de aprendizagem e situações didáticas).	2;6;7;9;11;12;16
Técnica POE (Prediz; Observa; Explica): Tao;Gunstone (1999).	5

Fonte: O autor.

Nas pesquisas analisadas constatou-se grande diversidade de abordagens metodológicas de apoio ao tema, o que favorece um quadro de maior amplitude de coleta e análise de dados. Consideramos que tais abordagens poderiam ser aproveitadas para incrementar o repertório de situações de ensino e aprendizagem no material didático usualmente disponibilizado ao sistema educacional, seja por via das instituições públicas como pelas editoras privadas.

Também fica evidente em nosso levantamento que o tema das frações unitárias tem sido pouco trabalhado no que se refere à

formação continuada de professores (somente a monografia 9). Isto é um problema posto que “[...] não bastam pesquisas que apontem metodologias eficazes para sala de aula, se pouco estudo se tem em relação a elas na formação de professores de Matemática” (FERREIRA; DOS SANTOS; CURI, 2013, p. 11).

Por último, na categoria 4 (A Fração Unitária é tema principal da pesquisa?), ponderamos que a resposta é não. Por último, observamos que 23,53% das pesquisas caracterizaram as frações unitárias como uma abordagem complementar ao principal objeto de estudo das monografias analisadas: as frações.

Conclusões

Em face das análises das quatro categorias constatou-se que as frações unitárias não ocupam lugar como tema principal. Somente quatro monografias expressaram, em certa medida, uma relativa consideração sobre o tema das frações unitárias no campo da Educação Matemática, como parte das expectativas explicitadas em Bertoni (2009) com relação à importância da exploração deste assunto na escolaridade básica.

A dissertação de Schastai (2012) apresentou o tema no sumário, no desenvolvimento teórico ao explorar duas categorias (a ideia de fração unitária como unidade de medida e como introdução do conceito de fração unitária e de equivalência de frações), assim como na parte metodológica.

Destacou-se também a dissertação de Santos Filho (2015), pois fez referência teórica sobre as frações unitárias por meio das ‘Expectativas de Aprendizagem’ presentes nos Parâmetros Curriculares de Matemática, disponibilizadas em Pernambuco (2012) e a utilizou nas pesquisas com professoras do Ensino Fundamental.

Ainda, a dissertação de Martins (2015) fez extensa revisão história das frações e a utilizou na parte metodológica, ao pormenorizar tal assunto no livro de Eugênio de Barros Raja Gabaglia. Por último, a dissertação de Romeiro (2017) realizou uma revisão histórica das frações unitárias e propôs duas atividades orientadoras com professores do Ensino Fundamental situadas na temática.

Isto se refletiu na observação dos próprios elementos pré-textuais de todas as monografias, analisadas neste estudo. Em nenhuma dissertação ou tese foi utilizado no título ou nas palavras-chave o termo fração(ões) unitária(s), o que indica uma concepção de assunto acessório, secundário ou complementar aos números racionais.

Este aspecto de ‘tema acessório’ aos números racionais apresenta conexões com a Base Comum Nacional Curricular (BNCC), expressa em Brasil (2017). Em se considerando que propostas curriculares podem ser aglutinadoras de referenciais de pesquisas, a única habilidade de trabalho com as frações unitárias da BNCC se faz com relação ao reconhecimento de alguns exemplos prototípicos como $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$, assim como a utilização da reta numérica como recurso para fazer a conexão destes poucos exemplos como unidades de medida. Estas considerações do referido documento irão influenciar, em muito, a redução da importância deste tópico na confecção dos vindouros livros didáticos voltados à escolaridade básica.

Em contrapartida, acreditamos que o tema possa ser mais discutido para ser explorado com mais ênfase ou até ser tema principal em pesquisas futuras, de modo a incrementar o leque de possibilidades de estudos envolvendo os números racionais na escolaridade básica.

Estes indicativos podem ser considerados um reflexo do que ocorreu no desenvolvimento histórico, pois as frações unitárias eram utilizadas pelos egípcios somente em situações pragmáticas e foram gradativamente substituídas pela versão europeia do conhecimento matemático atual. Assim, outros estudos teóricos se fazem necessários para ressituar o papel das frações unitárias frente à área de Educação Matemática nas diversas séries do Ensino Fundamental.

Recebido em: 16/10/2019

Aprovado em: 08/04/2020

Referências Bibliográficas

BELL, A. W.; COSTELLO, J.; KUCHEMANN, D. E. A review of research in mathematical education. Parte A. **Research on learning and teaching**. Berks, U.K.: NFER-Nelson, 1983, p. 119-128.

- BERTONI, N. E. **Pedagogia: Educação e linguagem matemática IV**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.
- BEHR, M.; HAREL, G.; POST, T.; LESH, R. Rational number, ratio and proportion. In: Grouws, D. (ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan Publishing, 1992, p. 296-333.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 9. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1991.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (3ª versão)**. Brasília: MEC, 2017.
- FERREIRA, F. A.; DOS SANTOS, C. A. B.; CURI, E. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica. **Em Teia**. v. 4, n. 2, 2013.
- FERREIRA, N. S. de A. As pesquisas denominadas ‘estado da arte’. **Educação Sociedade**, ano 23, p.257-272, ago. 2002.
- FIorentini, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**. 1994. 414f. Tese (Doutorado em Metodologia de Ensino). Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- FIorentini, D.; LOrenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- FREUNDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Boston: D. Reidel, 1983.
- HILTON, P. Do We Still Need Fractions in the Elementary Curriculum? **In: Proceedings of the IV International Congress on Mathematical Education**. Boston: Birkhäuser. 1980, p. 37-41.
- KIERAN, T. E. **Number and Measurement: mathematical, cognitive and instructional foundations of rational number**. Columbus: Oheric/SMEA, 1976.
- LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando lhes tentamos ensinar frações. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n. 31, 2008.
- NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. The effect of situations on children’s understanding of fractions. **In: Anais ... Encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics**, Oxford, Reino Unido, 2003.

- OHLSSON, S. Mathematics meaning and application meaning in the semantics of fractions and related concepts. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (ed.). **Number concepts and operations in the middle grades. v.2.** Hillsdale: New Jersey. National Council of Teachers of Mathematics, 1998, p.53-92.
- ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo ‘estado da arte’ em educação. **Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 6, n.19, p.37-50, set./dez. 2006.
- STEFFE, L. P. A new hypothesis concerning children’s fractional knowledge. **Journal of Mathematical Behavior**, 20(3), 2002, p.267-307.
- TIROSH, D. Enhancing prospective teachers’ knowledge of children’s conceptions: The case of division of fractions. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.1, n. 31, 2000, p. 5-25.
- VENTURA, H. M. G. L. **A Aprendizagem dos Números Racionais através das conexões entre as suas representações: Uma Experiência de Ensino no 2º ciclo do ensino básico.** 2013. 386f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Anexo A: Relação de monografias pesquisadas.

nr	Descrição da monografia
1	BIFFI, D. de L. Conceito de frações através do estudo dos registros de representação. 2001. 187f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva). Universidade Federal de Santa Catarina, Lages.
2	CRUZ, M. S. S. Resolvendo Adição de Frações através de Estimativas: um Estudo Exploratório. 2003. 157f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva). Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
3	JESS, L. C. Frações em um livro didático na 5ª e 6ª séries: Uma aproximação através da história da Matemática. 2004. 112f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
4	RAMOS, F. C. O livro e os recursos didáticos no Ensino de Matemática. 2006. 220f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e Matemática). Universidade Franciscana, Santa Maria, RS.
5	PETRY, P. G. O uso de simulações computacionais na evolução conceitual de frações. 2008. 129f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
6	PATRONO, R. M. A aprendizagem de números racionais na forma

	fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino. 2011. 184f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
7	SCHASTAI, M. B. Pró-Letramento em Matemática: problematizando a construção do conceito de frações – uma contribuição para a formação de professores. 2012. 203f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa.
8	SOUZA, A. da S. A Inserção da Teoria dos Conjuntos em livros didáticos de Matemática do Brasil. 2014. 113f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
9	SANTOS FILHO, J. F. dos. Investigando como professores dos anos iniciais julgam propostas de ensino para o trabalho com os números racionais. 2015. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
10	MARTINS, J. O livro que divulgou o papiro Rhind no Brasil. 2015. 231f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
11	CASTRO, V. O. A construção do conceito de sistema de numeração decimal durante a alfabetização matemática: uma proposta de intervenção de ensino. 2016. 223f. Dissertação (Mestrado em Formação de Professor da Educação Básica). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.
12	BISSI, T. Álgebra e história da matemática: análise de uma proposta de ensino a partir da matemática do antigo Egito. 2016. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória.
13	ROMEIRO, I. de O. O movimento do pensamento teórico de professores sobre o conceito de frações e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino. 2017. 202f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos.
14	ALVES, K. S. F. O ensino de frações por atividades. 2018. 317f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará, Belém.
15	GONÇALVES, M. I. de S. M. Crenças e dificuldades de futuros professores de matemática no domínio dos números racionais. 2013. 202f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
16	CANOVA, R. F. Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração. 2013. 196 f. Tese

	(Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera, São Paulo.
17	DA SILVA, A. S. Atividades multimodais em uma abordagem partitiva para frações . 2017. 291f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera, São Paulo.

Anexo B: Referências Teóricas das pesquisas

- BARSALOU, L. W. Grounded Cognition. **Annual Review of Psychology**, v. 59, 2008, p. 617-645.
- BEHR, M.; LESH, R.; POST, T. R.; SILVER, E. A. **Rational number concepts**. In: LESH, R.; LANDAU, M. (ed.). Acquisition of mathematical concepts and processes. New York: Academic. 1983, p. 91-126.
- BEHR, M.; LESH, R.; POST, T. R.; SILVER, E. A. Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis. In: CARPENTER, T. P.; FENNEMA E.; ROMBERG T. A. (ed.) **Rational Numbers: An Integration of Research**. London, 1993.
- BECKER, F. **Da ação à operação**: o caminho da aprendizagem em J. Piaget e P. Freire. Porto Alegre: Palmarinca, 1993.
- BLOCH, M. **Apologia da história ou o ofício do historiador**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editores, 2001.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- _____. **Parâmetros curriculares nacionais do Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRAUDEL, F. **Escritos sobre a história**. Tradução de J. Guinburg e Tereza Cristina Silveira da Mota. São Paulo: Perspectiva, 2009.
- CARUSO, P. D. M. **Professor de Matemática**: transmissão de conhecimentos ou construção de significados. 2002. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- CARVALHO, J. F. de. **As origens do pensamento matemático e a crise dos fundamentos**. 2012, Monografia (Pós Graduação em Energia). Universidade de São Paulo, São Paulo.
- CERTEAU, M. de. **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

- CORREA, R. L. T. O livro escolar como fonte de pesquisa em história da educação. **Cadernos CEDES**, v. 20, n. 52, nov. 2000, p. 11-23.
- DAVÍDOV, V. **La enseñanza escolar y El desarrollo psíquico**: investigación psicológica teórica y experimental. Moscú: Editorial Progreso, 1988.
- DUVAL, R. Registres de representation semiótiqúe et fonctionnement cognitif de La pensee. In: **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, IREM, 1993.
- ESQUEMBRE, F. Computers in Physics Education, **Computer Physics Communications**, Departamento de Matemáticas, Universidad de Murcia, 2001.
- GABAGLIA, E. de B. R. **O mais antigo documento mathematico conhecido (Papyro Rhind)**. Rio de Janeiro: Imprensa Americana, 1899.
- KIERAN, T. E. **Number and measurement**: mathematical, cognitive and instructional fundaments of frational number, Columbus, OHERIC/SMEA, p.101-144, 1976.
- KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.
- LEONTIEV, A. **Actividad, Consciencia, Personalidad**. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo Y Educación, 1983.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papyrus, 1997.
- LINS, R. C.; SILVA, H. Frações. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pró-Letramento: Matemática**. Brasília: MEC, 2008.
- MAGINA, S.; BEZERRA, F. B.; SPINILLO, A. Como desenvolver a compreensão de crianças sobre Fração? Uma experiência de ensino. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v.90, n.225, mai/ago. 2009, p. 411-432.
- MIGUEL, A. **Três estudos sobre a História e Educação Matemática**. 1993. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

- NEMIROVSKY, R.; KELTON, M. L.; RHODEHAMEL, B. **Gesture and imagination**: on the constitution and uses of phantasms. 2012. Disponível em: <http://www.mathmoves.org/sites/default/files/gestures_and_imagination_plates_and_figures_embedded.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2011.
- NIEMI, D. A. Fraction Is Not a Piece of Pie: Assessing Exceptional Performance and Deep Understanding in Elementary School Mathematics. **Gifted Child Quarterly**, v. 40, n. 2, 1996, p. 70-80.
- NUNES, T. et al. Children's Understanding of Fractions. **In: Anais... Ardeco Symposium**, Paris, 2004.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As diferentes "Personalidades" do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n. 31, 2008, p. 79-102.
- PERNAMBUCO. **Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco**. Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, Juiz de Fora, 2012.
- PIRES, C. M. C. **Currículo de Matemática**: da organização linear a ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.
- RADFORD, L. **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. Tradução de Bernadete Morey e Iran Abreu Mendes. São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- RADFORD, L.; EDWARDS, L.; ARZARELLO, F. Beyondwords. **Educational Studies in Mathematics**. Springer, v. 70, 2009, p. 91-95.
- ROMANATTO, M. C. **Número Racional**: Relações Necessárias à sua compreensão. São Paulo, 1997. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- ROMÃO, M. M. F. **O papel da comunicação na aprendizagem matemática**: um estudo realizado com quatro professores no contexto das aulas de Matemática. 1998. 213f. Tese (Mestrado em Educação). Portugal: Universidade do Algarve.
- SPINILLO, A. G.; BRYANT, P. Children's proportional judgment: the importance of 'half'. **Child Development**, n.62, 1991, p. 427-440.
- VERGNAUD, G. Conceitos e Esquemas numa Teoria Operatória da Representação. **Revista Psychologie Française**, n. 30, 3/4, nov. 1985, tradução de Anna Franchi e Dione L. Carvalho.

- _____. Multiplicative Structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisitions of mathematics concepts and process**. New York: Academic Press, 1983.
- _____. **Psicologia Cognitiva e do Desenvolvimento em pesquisas em Educação Matemática**: algumas questões teóricas e metodológicas. Queens' University: Canadá, 1982.
- VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.

Anexo C: Referências Metodológicas das pesquisas

- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. IN: BRUN, J. **Didáctica da Matemática**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa, Portugal: Instituto Piaget, 1996. 193-217p.
- BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? **Journal of Teacher Education**, 59(5), 2008, p. 389-407.
- BARONI, R. S.; NOBRE, S. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: BICUDO, M. (org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.
- BEHR, M. et al. Order and equivalence of rational numbers: a clinical teaching experiment. **Journal for Research in Mathematics Education**. 15(5), 1984, p. 323-343.
- BEZERRA, M. J. **O material didático no ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: MEC/CADES, 1962.
- CAMPBELL, D.; STANLEY, J. Experimental and quasi-experimental designs for research on teaching. In: GAGE, N. L. (org.). **Handbook of research on teaching**. Chicago: RandMcNally, 1963.
- CLEMENT, J. Analysis of clinical interviews: foundations and model viability. In: KELLY, A. E.; LESH, R. A. (ed.). **Handbook of research design in mathematics and science education**. New Jersey: Mahwah, 2000, p. 547-589.
- COBB, et al. Design Experiments in Educational Research. **Educational Researcher**, v. 32, n.1, 2003, p. 9-13.
- CORREA, R. L. T. O livro escolar como fonte de pesquisa em história da educação. **Cadernos CEDES**, v. 20, n. 52, nov. 2000, p. 11-23.

- GIL, A. C. **Como elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- MARQUES, A. S. **Tempos pré-modernos**: a matemática escolar dos anos 1950. 2005. 116f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
- MENDES, I. A. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.
- MOURA, M. O. de. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 10, n. 29, jan/abr. 2010, p. 81-109.
- SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**. v. 57, n.1,feb. 1987. p. 1-22.
- TAO, P. K.; GUNSTONE, R. F. A process of conceptual change in force and motion during computer-supported Physics instruction. **Journal of Research in Science Teaching**, v. 37, 1999, p. 859-882.
- THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa Ação**. São Paulo, Cortez, 1988.