

Ensino e Aprendizagem de Geometria na Educação Básica: análise dos artigos publicados nos anais do V, VI e VII SIPEM

Teaching and Learning Geometry in basic education: analysis of articles published in the annals of V, VI and VII SIPEM

Miriam Ferrazza Heck¹

RESUMO

Este trabalho é resultado de uma pesquisa realizada na disciplina “Perspectivas Atuais da Pesquisa em Educação Matemática II”, que integra um curso de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática do estado do Rio Grande do Sul. O objetivo foi conhecer as pesquisas do GT9, “Grupo de Trabalho de Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática”, que foram publicadas nos anais do V, VI e VII SIPEM. Foram encontrados 27 trabalhos, adotando-se como critério de seleção para análise a definição temática: “ensino/aprendizagem de Geometria na Educação Básica”, resultando na seleção de quatro artigos, os quais serão analisados e discutidos no decorrer desse artigo. A escolha dessa temática está relacionada à área de interesse da doutoranda, a qual teve a intenção de selecionar e conhecer mais profundamente as pesquisas sobre Geometria, visando a contribuir com a constituição do referencial teórico que possa ser pertinente à constituição da sua tese. Em relação aos artigos que foram selecionados, pode-se afirmar que os conteúdos de Geometria que foram mais evidenciados relacionavam-se a figuras geométricas planas e espaciais, como planificação e volume de figuras geométricas, assim como aspectos relacionados à criatividade e ao ofício docente. Os trabalhos tiveram a participação de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e de Educação Inclusiva (estudantes com deficiência visual). Por meio da análise, foi possível identificar que a maior parte dos estudantes apresenta dificuldades e desempenho considerado fraco, fato que evidencia a necessidade de ampliar pesquisas dessa natureza, a fim de contribuir com o processo educativo em Geometria. Por fim, considera-se que os autores convergem ao considerar que os materiais e recursos manipuláveis apresentam significativas contribuições para a aprendizagem de conceitos geométricos e, ao mesmo

1. Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática (ULBRA), Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (UFN), Especialista em Metodologia de Ensino de Matemática (UNIASSELVI) e Licenciatura Plena em Matemática (URI). E-mail: miriamfzh@gmail.com.

tempo, acreditam que compartilhar experiências educativas pode contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Palavras-chave: *Educação básica; Educação matemática; Geometria.*

ABSTRACT

This work stems from the discipline "Current Perspectives of Research in Mathematical Education II" which integrates a doctoral course in Science and Mathematics Teaching in the state of Rio Grande do Sul. The objective was to get to know the studies of GT9, "Working Group on Cognitive and Linguistic Processes in Mathematics Education", whose results were published in the proceedings of V, VI and VII SIPEM. 27 studies were found, and the following thematic definition was adopted as a selection criterion for our analysis: "teaching/learning geometry in basic education", resulting in 4 articles that will be analyzed and discussed throughout this text. The choice of this theme is related to the area of interest of the doctoral student, who intended to select and to get to the research in Geometry in more depth, aiming to contribute to the constitution of the thesis framework which may be pertinent to the constitution of his thesis. Regarding the articles that were selected, it can be said that the contents of Geometry that were most evidenced were related to flat and spatial geometric figures, such as planning and volume of geometric figures, as well as related aspects of creativity and teaching staff. The work was attended by students from the final years of Elementary School, High School and Inclusive Education (students with visual impairment). Through the analysis, it was possible to get to the conclusion that most students present difficulties and performance considered weak, a fact that evidences the need to expand research of this nature, in order to contribute to the educational process in Geometry. Finally, it can be said that the authors converge in considering that the materials and resources manipulated present significant contributions to the learning of geometric concepts, at the same time, believe that sharing educational experiences can contribute to the process of teaching and learning geometry.

Keywords: *Basic Education; Mathematics Education; Geometry.*

Introdução

O presente trabalho é fruto da disciplina de 'Perspectivas Atuais da Pesquisa em Educação Matemática II', a qual integra a estrutura curricular de um curso de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática no estado do Rio Grande do Sul. O objetivo principal foi, conhecer as pesquisas publicadas nos anais do V, VI e VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). Para esta tarefa investigativa, a turma foi subdividida por grupos de trabalhos do SIPEM, estes foram estudados e apresentados em forma de Seminário no decorrer das

aulas do primeiro semestre de 2019, posteriormente cada doutorando desenvolveu um relatório descritivo do seu grupo de investigação estabeleceu critérios para a definição da temática de interesse, a fim de selecionar os trabalhos que pudessem ser pertinentes à sua pesquisa.

Desta forma, a autora estudou os 27 trabalhos do Grupo de Trabalho, GT 9, “Grupo de Trabalho de Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática”, para o desenvolvimento de um relatório avaliativo. Posteriormente, selecionou todos os artigos que envolviam a seguinte definição temática: “ensino/aprendizagem de Geometria na Educação Básica” que foram publicados nos anais do V, VI e VII do SIPEM. Foram selecionados quatro trabalhos, objetos de análise no presente estudo.

É importante destacar que o grupo de pesquisa GT 9 tem como foco de investigação os trabalhos que envolvem os seguintes aspectos temáticos: linguagem enquanto formação e expressão do raciocínio matemático; linguagem e comunicação na sala de aula de Matemática; e processos cognitivos envolvidos no conhecimento e no raciocínio matemático.

O presente trabalho teve início a partir dos anais do V SIPEM, que foi realizado em Petrópolis em 2012, sendo encontrados 12 artigos publicados nos anais do GT 9. Por sua vez, o VI SIPEM, foi realizado em Pirenópolis em 2015, tendo 4 artigos publicados. Por fim, o evento mais recente foi o VII SIPEM que foi realizado em Foz do Iguaçu, sendo publicados 10 artigos no respectivo grupo de trabalho. A seguir, apresentase os aspectos metodológicos, a análise que foi produzida dos artigos selecionados e por fim, as considerações finais.

Aspectos Metodológicos

A análise dos artigos selecionados caracteriza-se como a pesquisa qualitativa. Conforme Minayo (1994, p. 21), esse tipo de pesquisa:

[...] responde a questões muito particulares. Ela se preocupa nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com um universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Creswell (2014) corrobora a afirmação ao defender que, a pesquisa qualitativa começa com pressupostos e o uso de estruturas interpretativas/ teóricas que informam o estudo dos problemas da pesquisa, direcionando para uma descrição complexa e uma interpretação do problema, contribuindo para a literatura ou um chamado à mudança. Segundo o autor, os estudos qualitativos tornam-se relevantes e adequados às pesquisas que envolvem grupos sociais.

Análise Produzida

Apresenta-se aqui uma análise sobre quatro trabalhos de comunicação científica que foram publicados nos anais do grupo de trabalho GT 9 do V, VI e VII SIPEM. Nos anais do V SIPEM que foi realizado no estado do Rio de Janeiro, no ano de 2012 e teve 12 artigos publicados no grupo de trabalho GT 9, sendo que, estes abordavam as seguintes temáticas: Geometria Espacial no Ensino Fundamental; Discurso, atividade e criatividade nas aulas de Matemática; Ensino e aprendizagem de Matemática; Produção de significados/conceitos matemáticos; Educação Inclusiva; Três Mundos da Matemática e os números racionais na forma fracionária; Jogo de xadrez e o Ensino de Matemática.

O VI SIPEM, foi realizado em Pirenópolis, no estado de Goiás, no ano de 2015 e teve 4 artigos publicados. A quantidade de trabalhos foi reduzida, visto que, o grupo teve a intenção de promover uma discussão mais ampla e aprofundada sobre as questões de natureza teórico- metodológica dos trabalhos e as possíveis articulações entre os temas propostos: Processo formativo escolar e Educação Inclusiva; Resolução de problemas algébricos com alunos dos anos iniciais; Conceito de volume com alunos do Ensino Médio; Situações problemas no campo investigativo.

Após as discussões das temáticas propostas, o grupo fez uma reflexão sobre o momento de transição vivenciado pelo GT, em particular nessa edição do SIPEM, na qual se teve uma participação de membros muito inferior aos eventos anteriores. Tal redução se deve ao fato de que alguns membros não puderam participar e outros passaram a participar de outros Grupos de Trabalho.

O VII SIPEM, que foi realizado em Foz do Iguaçu no estado do Paraná, teve 10 trabalhos publicados, no grupo de trabalho GT 9. Os

temas que se fizeram presentes nas discussões do grupo estavam relacionados às seguintes temáticas: Resolução de Problemas; Raciocínio algébrico e funcional; Práticas discursivas nas aulas de Matemática; Proporção simples; Vídeo-aulas e a Teoria da Atenção; Formas de ensino de Matemática; Aprendizagem Matemática e Inclusão.

O artigo de Viana (2012) intitulado 'A identificação de propriedades e a habilidade de planificação de figuras geométricas espaciais' aborda a temática Geometria Espacial no Ensino Fundamental, tendo como foco de pesquisa os estudantes do 6º e 7º anos de uma escola pública municipal de uma cidade de Minas Gerais. O objetivo do seu trabalho foi, identificar relações entre a habilidade de planificar, nomear e identificar as propriedades de figuras espaciais, suas características dos níveis elementares de formação conceitual.





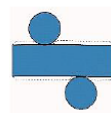
Participaram da pesquisa 147 alunos do 6º e 7º ano de escola pública, sendo que os mesmos foram investigados por meio de um questionário. Os resultados indicaram que esses alunos tiveram um desempenho considerado fraco e as análises estatísticas revelaram que eles se saíram melhor na questão de planificação do que na de conceituação. O trabalho que foi desenvolvido sugere atividades que levem o aluno a explorar, descrever propriedades de figuras tridimensionais, a formar e manipular imagens por meio da elaboração de desenhos de planificação dessas.

A autora afirma que, apesar de os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) sugerir o trabalho com figuras espaciais desde os anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da manipulação dos sólidos geométricos por meio da exploração de suas propriedades e regularidades, com vistas à formação de conceitos, ainda, esta temática é pouco explorada em sala de aula. Com efeito, pesquisas como Nascimento *et al.* (2004), Vasconcelos (2004) e Viana (2010) mostram que os alunos do Ensino Fundamental e do Médio possuem dificuldades relativas à formação de conceitos e ao desenvolvimento de habilidades em geometria espacial.

Nos testes de avaliações em larga escala feitos por órgãos governamentais é comum ter questões que envolvem o conhecimento em geometria espacial. No enunciado dessas questões geralmente é apresentada uma figura geométrica espacial e é solicitada a identificação da planifi-

cação correta. Este tipo de questão justifica-se pelo fato de ser encontrada nas matrizes de referência dessas provas, em que são apontadas as habilidades necessárias para identificar figuras geométricas e suas propriedades a partir das respectivas planificações. Por exemplo, a Viana apresenta a Figura 1 a seguir.






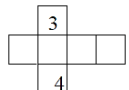
Figura 1. Exemplo de uma questão de Geometria

<p>Exemplo 1 (Simulado da Prova Brasil – 4º série) Observe o bumbo que Beto gosta de tocar. Ele tem a forma de um cilindro</p> 	<p>Qual é o molde do cilindro?</p> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p>
--	---

Fonte: Viana (2012, p. 3).

A autora supõe que o conhecimento sobre um conceito em um nível de identificação de propriedades deve estar relacionado à habilidade de planificar a figura que representa o conceito, devendo estar em um nível de identificação de figuras geométricas. Situações como essas, envolvem o estabelecimento de relações entre tal habilidade e o raciocínio espacial. A Figura 2 mostra dois exemplos de atividades que podem ser utilizadas no 5º ano do Ensino Fundamental, vejamos:

Figura 2. Atividades de Geometria para o 5º ano do Ensino Fundamental

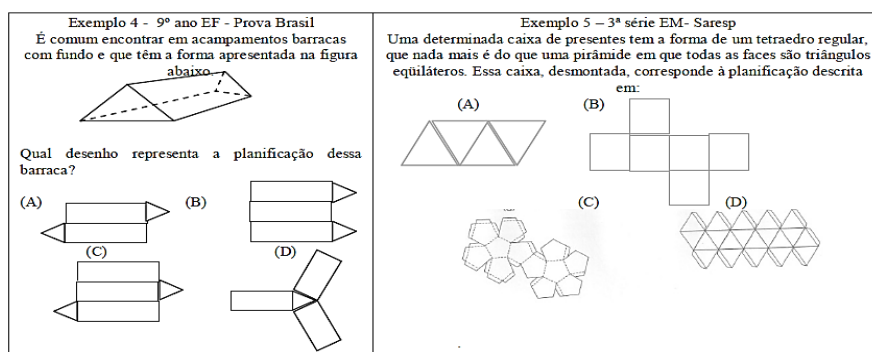
<p>Exemplo 2- 5º ano - PROEB/ SIMAVE</p> <p>Marcelo desenhou em seu caderno a planificação de um cubo. Qual das figuras abaixo representa o desenho de Marcelo?</p> <p>A) </p> <p>B) </p> <p>C) </p> <p>D) </p> <p>E) </p>	<p>Exemplo 3 – 5º ano - Prova Brasil</p> <p>Os alunos da 4ª série estão montando um cubo para fazer um dado para a aula de matemática. Eles utilizam o molde abaixo, onde os números 3 e 4 representam duas de suas faces paralelas</p>  <p>Sabendo que no dado a soma dos números em duas faces paralelas quaisquer totaliza sempre 7, que algarismos deverão estar escritos nas faces vazias?</p> <p>(A) <table border="1" data-bbox="853 1657 965 1691"><tr><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>6</td></tr></table> (C) <table border="1" data-bbox="1013 1657 1125 1691"><tr><td>2</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td></tr></table></p> <p>(B) <table border="1" data-bbox="853 1702 965 1736"><tr><td>2</td><td>1</td><td>6</td><td>5</td></tr></table> (D) <table border="1" data-bbox="1013 1702 1125 1736"><tr><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>5</td></tr></table></p>	1	2	5	6	2	5	1	6	2	1	6	5	1	2	6	5
1	2	5	6														
2	5	1	6														
2	1	6	5														
1	2	6	5														

Fonte: Viana (2012, p. 5)

Nessa atividade, o autor esperava que o aluno movimentasse mentalmente cada planificação e que conseguisse decidir qual delas permite a formação do cubo, sendo que todas as figuras geométricas são formadas por seis quadrados e mesmo a alternativa correta (c) apresenta uma planificação diferente das que tradicionalmente aparecem nos livros didáticos. Por sua vez, no Exemplo 3 o aluno deve utilizar cada uma das superfícies apresentadas, formar a imagem mental do cubo e girá-lo de modo a conferir se a soma das faces opostas é igual a sete.

A Figura 3 apresenta exemplos de questões de Geometria para o 9º do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, vejamos a seguir.

Figura 3. Exemplo de atividade de Geometria para o 9º ano do E.F. e 3ª série do E.M.



Fonte: Viana (2012, p. 6)

A atividade proposta no Exemplo 4 da Figura 3 mostra um desenho que sugere um prisma e as alternativas apresentadas já indicam retângulos e triângulos como faces da figura. Por sua vez, o exemplo 5 traz a indicação de uma pirâmide de quatro faces triangulares, fato que pode facilitar o entendimento da questão. Em relação à maioria das questões analisadas, pode-se dizer elas auxiliam o aluno a desenvolver manipulações mentais de cada uma das planificações propostas.

O referencial teórico do respectivo trabalho, seguiu os pressupostos da Geometria Espacial Nascimento, *et al.* (2004), Vasconcelos (2004), Viana (2005; 2010), Prova Brasil, Teoria de Van Hiele (1986) e de Kos-slyn (1995); metodologicamente a pesquisa foi de caráter descritivo e os resultados foram obtidos através de questionários realizados com 147

estudantes. A pesquisa teve como base a teoria de Van Hiele e Kosslyn (1995), a qual está relacionada à imagem visual dos objetos matemáticos.

O trabalho apresenta e analisa conceitos relacionados às figuras geométricas paralelepípedo, pirâmide, prisma e cilindro e, a autora percebeu enormes dificuldades dos alunos na maior parte das atividades propostas. No caso dos desenhos, teve alunos, que formaram as imagens com base apenas na percepção e, mesmo diante do exemplo dado da planificação do cubo, não conseguiam empreender as ações relativas à inspeção e à manipulação de imagens de modo a projetar as faces de um poliedro ou a desenvolver as superfícies de corpos redondos.

A autora diagnosticou que entre os sujeitos que fizeram representações incorretas do paralelepípedo, a maioria descreveu de forma incorreta as propriedades da figura, fato que indica uma formação insuficiente de conceitos. Em relação às outras figuras, foram encontradas várias planificações corretas (por exemplo, da pirâmide) sem que os alunos tivessem nomeado os conceitos, isso também ocorreu com o prisma.










De acordo com Viana (2012), a ação de planificar corretamente pode estar demonstrando, em alguns casos, características mais ligadas à habilidade do sujeito em representar e manipular mentalmente a figura que decorrentes do aprendizado escolar relativo a conceitos de Geometria. A mesma salienta que, foi possível identificar um número expressivo de planificações incorretas, assim com o fraco desempenho dos alunos na questão que solicitava a nomeação e descrição de propriedades.

A autora acredita que, o fraco desempenho dos sujeitos nas duas questões (conceituação e planificação) permite considerar que a aprendizagem da geometria espacial ainda é um desafio para a Educação Matemática, visto que avaliar a habilidade de planificar pode ser uma forma de verificar se o estudante identifica propriedades das figuras tridimensionais e se relaciona as figuras planas com as espaciais.

O artigo de Oliveira, Albuquerque e Gontijo (2012) intitulado `Criatividade Matemática: alguns elementos na divisão de quadrados`, tinha como objetivo impulsionar o interesse e discussões acerca da criatividade, abordando as teorias de criatividade e o ofício docente. A investigação buscou identificar traços de criatividade Matemática por meio de uma atividade aplicada a uma turma do Ensino Médio de uma escola pública do Distrito Federal, considerando as produções por gênero e por idade.

A pesquisa foi realizada com 29 alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do Distrito Federal, sendo que 16 eram do gênero masculino e 13 do gênero feminino, tendo uma média de idade de 15 anos. Os autores analisaram a criatividade em Matemática, seguindo os critérios adotados por Balka, para a avaliação das respostas, a saber: - Fluência: Um ponto a cada produção executada; - Flexibilidade: um ponto para cada produção dentre as categorias que contém figuras obtidas a partir de rotação ou reflexão umas das outras e a - Originalidade: Um ponto a cada produção rara no grupo, conforme a Figura 4, a seguir.

Figura 4. Categorias das produções

Id	Divisões encontradas	Observações
1		
2		Linhas que unem os pontos médios dos lados opostos
3		Linhas que unem os vértices diametralmente opostos, com relação ao centro do quadrado
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Fonte: Oliveira; Albuquerque; Gontijo (2012, p. 13)

Os autores destacam a originalidade como fator indispensável à criatividade, seguindo as concepções de Stein (1974), Anderson (1965), Suchman (1981) e Amabile (1996) *apud* Fleith (2003). Tais autores ressaltam a importância em reconhecer indivíduos criativos, visto que sua

identificação leva a um olhar diferenciado e possibilita a busca por procedimentos que venham a contribuir para que a criatividade se desenvolva de maneira significativa. Desta forma, acreditam que para que uma ideia, descoberta ou invenção, seja considerada criativa, esta deve ser nova, inusitada.

Nessa perspectiva, Oliveira, Albuquerque e Gontijo (2012) acreditam que a escola se mostra um espaço capaz de revelar indivíduos com habilidades criativas e de promover o desenvolvimento do pensamento criativo. Neste sentido, os mesmos abordam a criatividade em Matemática, já que a mesma é uma área do conhecimento trabalhada na escola e que pode constituir-se como cenário de significativas produções criativas.

Os autores consideram como elementos constitutivos do processo criativo em Matemática: aspectos cognitivos (conhecimento, aprendizagem e percepção), aspectos intrapessoais (personalidade e motivação) e aspectos de ordem social e cultural. Ao mesmo tempo, acreditam que a fluência, a flexibilidade e a originalidade são variáveis que também se fazem presentes na produção criativa em Matemática e que os docentes estão inseridos neste meio, visto que exercem um importante papel na interação com o aluno, podendo contribuir com o desenvolvimento da criatividade em sala de aula.

As produções foram analisadas seguindo os critérios estabelecidos, os quais encontram-se listados na Figura 5 a seguir. Os participantes identificados por números de 1 ao 13 são do gênero feminino e de 14 a 29 são do gênero masculino encontram-se organizados por idade crescente dentro de cada gênero. As produções dos alunos foram analisadas quanto à fluência, flexibilidade e originalidade.

Figura 5. Fluência, flexibilidade e originalidade de cada aluno

Gênero	Sujeitos	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
F	Sujeito 01	5	4	0
F	Sujeito 02	4	4	0
F	Sujeito 03	6	6	3
F	Sujeito 04	4	3	0
F	Sujeito 05	6	4	0
F	Sujeito 06	5	3	1
F	Sujeito 07	3	3	0
F	Sujeito 08	3	3	0
F	Sujeito 09	4	3	0
F	Sujeito 10	7	5	2
F	Sujeito 11	5	4	1
F	Sujeito 12	3	3	0
F	Sujeito 13	4	3	0
M	Sujeito 14	4	3	0
M	Sujeito 15	4	3	0
M	Sujeito 16	4	3	0
M	Sujeito 17	4	3	0
M	Sujeito 18	4	3	0
M	Sujeito 19	4	3	0
M	Sujeito 20	4	3	0
M	Sujeito 21	5	4	0
M	Sujeito 22	4	3	0
M	Sujeito 23	3	3	0
M	Sujeito 24	7	5	2
M	Sujeito 25	4	3	0
M	Sujeito 26	4	4	0
M	Sujeito 27	4	3	0
M	Sujeito 28	3	3	0
M	Sujeito 29	4	3	0

Fonte: Oliveira; Albuquerque; Gontijo (2012, p. 14)

Dentre os resultados obtidos, os autores identificaram que sete alunos (24,13%) fizeram a divisão do quadrado por meio de linhas paralelas, horizontais ou verticais, não apresentando a outra opção. Uma possibilidade que foi utilizada para justificar esse fato é a orientação posta na folha de rosto, que diz “evitando soluções similares”. Desta forma, ao ler essa instrução e considerando-a importante, o participante pode ter evitado soluções similares e com isso reduzido a fluência.

Em relação ao gênero, no critério fluência foram encontradas produções que permitiram aos autores inferir que os participantes do gênero

masculino tiveram uma concentrada produção, ou seja, dos dezesseis participantes deste gênero quatorze (87,5%) produziram entre 3 e 4 resultados válidos e apenas um teve cinco produções e outro sete. Ao mesmo tempo, puderam perceber que as alunas do gênero feminino tiveram menos discrepância, apresentando-se de forma mais uniforme.

Para Oliveira, Albuquerque e Gontijo (2012) o critério flexibilidade teve sete das participantes do gênero feminino (53,84%) que produziram respostas pertencentes a três categorias, enquanto treze (81,25%) dos meninos tiveram a mesma flexibilidade em suas produções. No critério originalidade, os autores revelaram que participantes do gênero feminino produziram mais respostas incomuns do que os participantes do gênero masculino, sendo que, dentre os 9 resultados considerados originais no grupo pesquisado, sete (77,78%) foram encontrados por sujeitos do sexo feminino e dois (22,22%) por um único aluno do sexo masculino.

Desta forma, os autores concluem que a partir das análises dos critérios de fluência, flexibilidade e originalidade dessa amostra com foco no gênero, pode-se concluir que as meninas apresentaram maior criatividade matemática do que os meninos. Acreditam ainda que compartilhar experiências como essas pode contribuir para que os docentes percebam a importância de considerar a criatividade como um possível elemento presente no processo de ensino e aprendizagem.

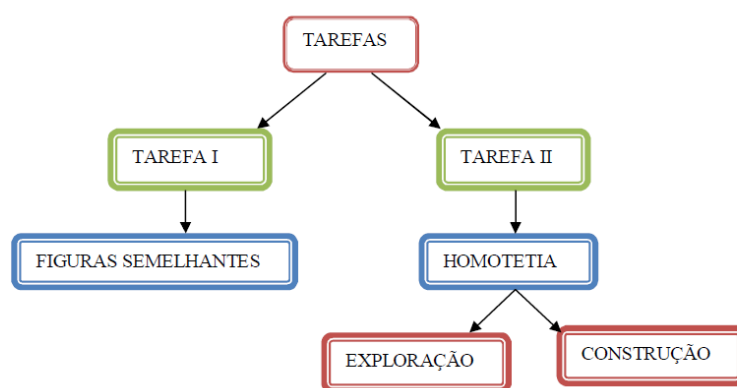
Por fim, consideram que estimular atividades que apresentam várias soluções pode incentivar a criatividade na aula de Matemática, oportunizando aos alunos desenvolver seus conhecimentos, auxiliando na utilização e compreensão da contribuição da disciplina para o mundo real. Ao mesmo tempo, o estudo da criatividade possibilita aos professores reconhecer alunos com potencial criativo de forma a promover suas manifestações e seus desenvolvimentos ao longo da formação escolar.

O terceiro artigo objeto desta análise é de Fernandes, Healy e Serino (2012) intitulado `Das relações entre figuras para relações em um espaço matematizável: as percepções de alunos cegos sobre transformações Geométricas` teve como objetivo compreender como as ferramentas materiais e semióticas podem ser usadas para constituir a cultura da sala de aula quando o conhecimento em jogo é matemático. Participaram da pesquisa dois estudantes com deficiência visual que utilizaram meios táteis para a construção de ampliações de figuras planas.

A metodologia do artigo baseou-se em entrevistas, na confecção das ferramentas e no desenvolvimento das tarefas, tendo como base os estudos de Piaget e Garcia, no que diz respeito às etapas inter, intra e transfigural do pensamento geométrico. Os autores avaliaram de que maneira o uso ferramentas materiais e semióticas podem favorecer a transição do nível intrafigural para o nível interfigural.

Os autores acreditam que a inclusão de ferramentas materiais no processo ensino-aprendizagem para os participantes não videntes deve considerar que tais ferramentas devem torná-los capazes de construir conhecimentos. A Figura 6 a seguir, apresenta a organização das tarefas que foram desenvolvidas.

Figura 6. Estrutura das tarefas



Fonte: Fernandes; Healy; Serino (2012, p. 13)

As tarefas foram subdivididas, sendo que a Tarefa I teve como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos aprendizes com relação à semelhança de figuras, enquanto as atividades propostas pela Tarefa II tiveram como finalidade explorar e construir figuras homotéticas.

Fernandes, Healy e Serino (2012) centram-se no campo da Geometria, em uma área usualmente relacionada a experiências visuais. Desta forma, acreditam que tanto o desenvolvimento histórico da Geometria, como a psicogênese das estruturas geométricas, caracteriza-se por três etapas de desenvolvimento: intrafigural, interfigural e transfigural.

Ao mesmo tempo, os autores evidenciam que as figuras geométricas recortadas foram utilizadas na aplicação das atividades referentes ao estudo de figuras semelhantes, conceito cuja aquisição é considerada necessária antes do estudo da transformação geométrica *homotetia*. O trabalho com as figuras permitiu a medição dos lados, a comparação dos ângulos por sobreposição e a determinação da razão de semelhança, favorecendo a percepção de propriedades ligadas ao conceito de semelhança. A segunda ferramenta material propiciou não somente explorar figuras homotéticas como também construí-las.

Os autores ainda mencionam que as interações entre os discentes e as ferramentas tiveram papel importante neste processo. Elas permitiram o desenvolvimento gradual dos conceitos de semelhança de figuras e de homotetia. Para o campo perceptivo do não vidente a importância das ferramentas materiais vai além da promoção de percepções táteis. Essas ferramentas também estimulam interações discursivas interpessoais e intrapessoais quando o sujeito passa a questionar-se, para validar conjecturas e refletir sobre suas ações, ativando diferentes áreas da percepção, o que atribui ao pensamento o caráter de atividade percepto-motora.

Por fim, os autores acreditam que o processo interpretativo e reflexivo gerado a partir das percepções táteis promovidas pelas ferramentas materiais e pelos diálogos, auxiliou os sujeitos de pesquisa na formação de sistemas simbólicos inicialmente físicos e posteriormente subjetivos, que permitiram a interpretação dos objetos matemáticos em jogo, atribuindo a eles características de objetos de reflexão.

O artigo de Viana (2015) intitulado `Solução de Problemas Geométricos envolvendo a Noção de Volume: um estudo exploratório com alunos do Ensino Médio`, que teve como objetivo identificar as diferenças de desempenho no processo de solução de um problema envolvendo os conceitos de volumes de paralelepípedo e cilindro. A autora menciona que a solução de problemas envolve atividades cognitivas que são estudadas por pesquisadores da psicologia da Educação Matemática, destacando que, entre as etapas empregadas, a primeira está relacionada à representação mental adequada, com problemas que exigem o processamento de informação matemática denominada *competência métrica*.

A autora se perguntou se os estudantes do ensino básico se valem de processos viso-pictóricos e se os mesmos apresentam aspectos reveladores de competência métrica para solucionar problemas envolvendo

volumes de sólidos geométricos, mais precisamente, de paralelepípedo e cilindro. Os objetivos da pesquisa eram: 1) Identificar, por meio das representações figurais produzidas, aspectos relativos a processos visopictóricos; e 2) Identificar, por meio dos procedimentos empregados, aspectos relativos à competência métrica.

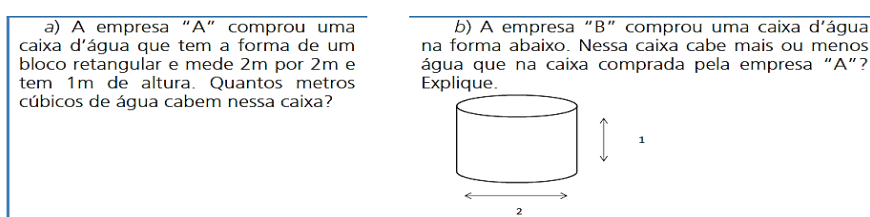
A autora se baseou nos estudos de Douady e Perrin-Glorian e Barros de forma a sintetizar a distinção entre três quadros para o conceito de volume: o quadro geométrico, composto pelas figuras geométricas espaciais; o quadro numérico, composto pelos números reais positivos e o das grandezas, constituído de classes de equivalência de sólidos de mesmo volume, as quais podem ser representadas pelo par número/unidade de medida. A autora acredita que é a articulação desses quadros conceituais que permite ao aluno, ao final do ensino básico, relacionar propriedades dos poliedros e dos corpos redondos e utilizá-las para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, de áreas e de volumes em situações reais.

A autora enfatiza que os Parâmetros Curriculares Nacionais já apresentavam esses conhecimentos de natureza procedimental, os quais devem ser mobilizados pelos estudantes quando relacionados com as competências métricas necessárias para resolver problemas sobre volumes. O documento sugere a utilização de situações-problema, extraídas dos contextos práticos em que as grandezas se encontram, de forma a proporcionar aos alunos experiências que permitam ampliar sua compreensão sobre o processo de medição e perceber que as medidas são úteis para descrever e comparar fenômenos.

Para a solução de um problema sobre volume de sólidos geométricos, Viana (2015) acredita que o estudante precisa desenvolver o domínio do conceito a partir dos quadros conceituais apresentados por Barros (2002), assim como a seleção de estratégias e de procedimentos adequados em que se incluiria o emprego de fórmulas e cálculos. Podendo envolver, ainda, processos visuais empregados a partir da representação mental de figuras, sejam estas constantes no enunciado do problema ou imaginadas durante a sua solução. Dentre as outras etapas que podem estar presentes, destacam-se a categorização do problema, a estimativa de solução, o planejamento de solução, o monitoramento do procedimento e o resultado.

O desenvolvimento da pesquisa contou com a participação de 268 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de escolas públicas municipais e estaduais de sete cidades do Triângulo Mineiro. A autora justifica a escolha deste ano escolar pelo fato de acreditar que estes participantes já teriam estudado os conceitos necessários para resolver o problema proposto.

Figura 7. Problema proposto aos estudantes do 3º ano do Ensino Médio

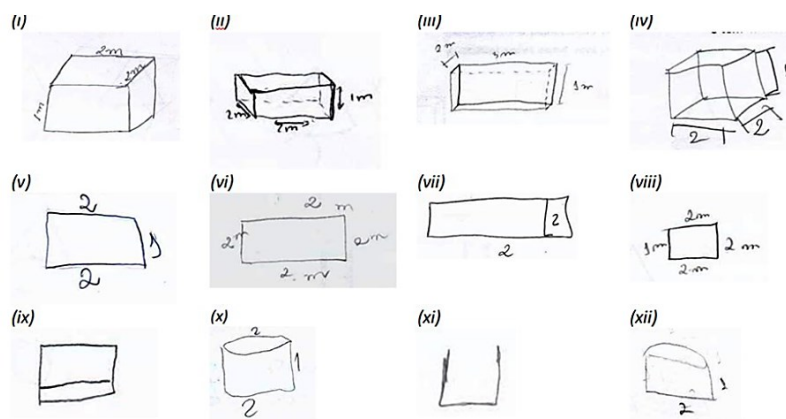


Fonte: Viana (2015, p. 5)

O problema é composto de duas partes, sendo que na primeira (item *a*) o estudante é solicitado a identificar a quantidade de metros cúbicos de água que caberiam em uma caixa “A” na forma de um paralelepípedo e posteriormente (item *b*) e, em seguida, a comparar o volume das duas caixas “A” e “B”, sendo esta última representada na forma de um cilindro. A autora analisou os desenhos (representações pictóricas) e figurais produzidas pelos participantes, além das suas respostas numéricas, de modo a evidenciar características da competência métrica no processo de solução do problema.

Viana verificou que vários alunos pareciam interpretar o volume como um número a ser obtido a partir de cálculos com os dados numéricos apresentados no enunciado, não entendendo a unidade solicitada (metros cúbicos); outros ainda, pareciam ter memorizado sem atribuição de significados. A Figura 8 mostra as representações pictóricas utilizadas pelos discentes na tentativa de dar resposta ao problema.

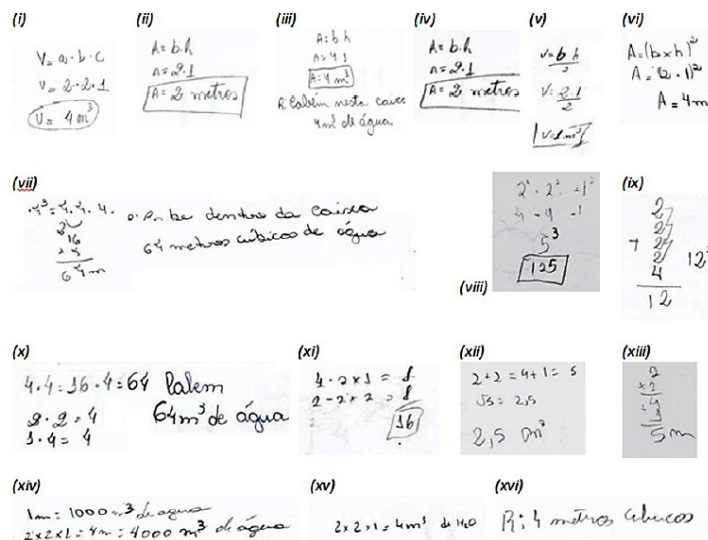
Figura 8. Representações pictóricas produzidas pelos participantes da pesquisa



Fonte: Viana (2015, p. 6)

Por sua vez, a Figura 9 apresenta as representações das soluções que foram expressas pelos estudantes participantes, vejamos a seguir.

Figura 9. Solução das respostas apresentadas pelos estudantes



Fonte: Viana (2015, p. 7)

Em relação à análise das respostas dos estudantes, Viana apresenta na Figura 10 os resultados da sua investigação.

Figura 10. Resultados das respostas dos estudantes

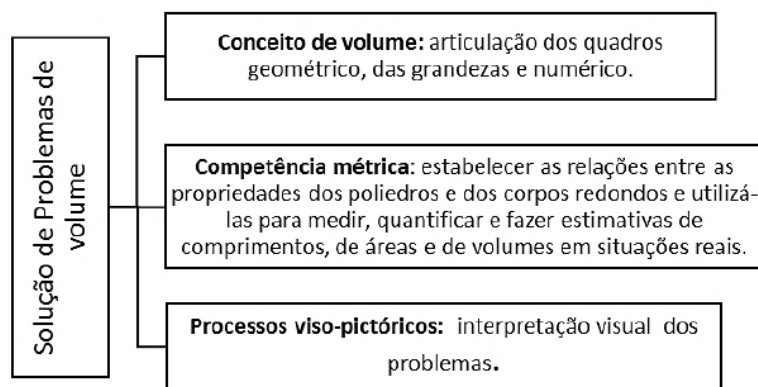
Representações pictóricas	Cálculos do volume caixa A							
	Nº de alunos	%	Nº de alunos	%	Nº de alunos	%		
Paralelepípedo	39	15	Utiliza várias operações e/ou omite unidade de medida	20	7	Resposta incorreta	33	12
Retângulo	34	13	Utiliza fórmula incorreta	13	5	Resposta correta	13	5
Outra figura	4	1	Utiliza multiplicação ou dá a resposta direta	9	3			
Não desenhou	191	71	Utiliza fórmula $V=a.b.c$	4	1	Não respondeu	222	83
			Não respondeu	222	83			
Total	268	100	Total	268	100	Total	268	100

Fonte: Viana (2015, p. 7)

Conforme a autora, o item (b) buscava comparar o volume da caixa da empresa “A” com o da caixa da empresa “B”. Nesse item, a autora identificou apenas cinco soluções corretas, sendo que a grande maioria dos alunos não apresentou cálculos do volume da caixa “B”. Nesse caso, como já estava representada na forma figural, não necessitava de representação pictórica. Desta forma, a solução não necessitava do cálculo do volume, visto que as caixas tinham a mesma altura, bastando comparar suas bases por meio de uma representação mental de duas formas geométricas, considerando as respectivas medidas.

Os resultados mostraram que a maioria dos participantes não conseguiu solucionar o problema proposto. Vários alunos representaram pictoricamente o problema, mas evidenciaram não ter compreendido o conceito de volume; nem mesmo conseguiram estabelecer relações entre as propriedades e as medidas dos sólidos apresentados, fato que demonstrou competência métrica pouco desenvolvida. Ademais, a pesquisa identificou aspectos que parecem influenciar o processo de solução: (a) conceito de volume e articulação dos quadros geométrico, das grandezas e numérico; (b) competência métrica e (c) processos viso-pictóricos, ligados à interpretação visual dos problemas, conforme apresentado na Figura 11 a seguir.

Figura 11. Síntese das possíveis soluções sobre os problemas de volume



Fonte: Viana (2015, p. 10)

Por fim, a autora considera que o fraco desempenho dos estudantes está relacionado com o pouco conhecimento sobre o tema, e que esta dificuldade deveria ser levada em consideração ao serem elaborados os descritores de avaliação escolar em larga escala, assim como, ter influência na prática do professor de forma a propor soluções de problemas envolvendo situações reais, que requerem comparações de volumes de sólidos geométricos, podendo contribuir com a aprendizagem escolar.

Considerações Finais

Este trabalho teve o objetivo de apresentar uma análise de um conjunto de artigos publicados pelo Grupo de Trabalho 9 “Processos Linguísticos em Educação Matemática” nos anais do V, VI e VII SIPEM. A partir do universo de 27 trabalhos, foi adotada como critério de seleção a seguinte definição temática: “ensino/aprendizagem de Geometria na Educação Básica”, resultando em 4 artigos, os quais foram analisados e discutidos no decorrer deste trabalho. A escolha desta temática está relacionada com a área de interesse da doutoranda, a qual teve a intenção de selecionar e conhecer aspectos sobre as pesquisas de Geometria, visando contribuir com a constituição do referencial teórico que pode ser pertinente à redação da sua tese.

Em relação aos artigos que foram selecionados, pode-se identificar que os conteúdos de Geometria que foram mais evidenciados se relacionavam a figuras geométricas planas e espaciais, como planificação e volume de figuras geométricas, assim como a aspectos relacionados à criatividade e ao ofício docente. Os trabalhos tiveram a participação de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e de Educação Inclusiva (estudantes cegos). Por meio da análise, foi possível identificar que a maior parte dos estudantes apresentam dificuldades e desempenho considerado fraco. Fato que evidencia a necessidade de ampliar pesquisas desta natureza, a fim de contribuir com o processo educativo em Geometria.

Considera-se, ainda, que os autores convergem ao considerar que os materiais e recursos manipuláveis apresentam significativas contribuições para a aprendizagem de conceitos geométricos e, ao mesmo tempo, acreditam que compartilhar experiências educativas pode contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de Geometria. Por fim, destacam-se a relevância e a necessidade de ampliações de pesquisas que envolvem as discussões sobre as relações entre os processos cognitivos e a linguagem, visto que possuem potencialidades e contribuem com as discussões na área da Educação Matemática.

Recebido em: 28/05/2020

Aprovado em: 25/10/2020

Referências

- BARROS, J. S. **Investigando o conceito de volume no Ensino Fundamental: um estudo exploratório**. Dissertação (Mestrado em Educação), Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, UFPE – Recife, 2002.
- BRASIL. MEC/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática**. Brasília, 1997.
- CRESWELL, J. W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens**. Tradução de Sandra Mallmann da Rosa. 3. ed. Porto Alegre, 2014.
- FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L.; SERINO, A. P. A. **Das relações entre figuras para relações em um espaço matematizável: as percepções de alunos cegos sobre transformações Geométricas**. In: V

- Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, Petrópolis. *Anais...*Petrópolis- RJ, 2012.
- MINAYO, C. S. **Pesquisa Social Teoria, Método e Criatividade**. Ed. Vozes. Petrópolis, RJ, 1994.
- NASCIMENTO, H. L.; BRITO, A. A. S. B.; PIROLA, N. A.; CARVALHO, A. B.; MARIANI, J. M.; MONGER, W. **O abandono do ensino de geometria e suas implicações no ensino fundamental**. In: VII EPEM Encontro Paulista de Educação Matemática - Matemática na Escola: Conteúdos e Contextos. *Anais...* 2004.
- OLIVEIRA, D. L. de.; ALBUQUERQUE, L. C. de.; GONTIJO, C. H. **Criatividade matemática: alguns elementos na divisão de quadrados**. In: V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Petrópolis. *Anais...*Petrópolis- RJ, 2012.
- VASCONCELOS, M. **Figuras geométricas não- planas: a aprendizagem de alunos da 4ª série e as concepções de seus professores**. Dissertação (Mestrado, UCDB), Campo Grande, MS, 2004.
- VIANA, O. A. A avaliação em geometria espacial feita pelo Simave. **Estudos em Avaliação Educacional** (Impresso), v. 21, p. 505-528, 2010.
- VIANA, O. A. **A identificação de propriedades e a Habilidade de planificação de figuras Geométricas Espaciais**. In: V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Petrópolis. *Anais...*Petrópolis- RJ, 2012.
- VIANA, O. A. **Solução de Problemas Geométricos Envolvendo a Noção de Volume: Um Estudo Exploratório com Alunos do Ensino Médio**. In: VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, *Anais...*Pirenópolis- GO, 2015.