Ensino da Matemática em Debate

DOI: https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i3p144-169

Numeração na Educação Básica (Anos Iniciais): algumas reflexões

Numbering in Basic Education (Initial Years): some reflections

Kelly Roberta Mazzutti Lübeck[1]

Bruna Nascimento de Souza[2]

Jocielle Chaves[3]

Kelly Maiara Masur da Silva[4]

RESUMO

Este artigo tem como objetivo relatar discussões estabelecidas por meio do curso de formação continuada "Numeração na Educação Básica – Anos Iniciais", que foi ofertado a professores do Ensino Fundamental I e tinha como uma de suas finalidades repensar a prática docente no que se refere à primeira alfabetização dos conceitos numéricos. O curso foi promovido pela parceria estabelecida entre o Núcleo de Tecnologia Educacional Municipal (NTM) do município de Foz do Iguaçu e a Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), buscando-se refletir sobre os processos de aquisição do conceito de número pela criança, com ênfase ao conteúdo de frações, apontado pelos participantes como o tema gerador de maiores dificuldades. A metodologia utilizada baseou-se na investigação matemática, em problemas motivacionais e no uso de materiais concretos, de forma a promover a compreensão dos conceitos trabalhados. O projeto proporcionou a aproximação entre profissionais do ensino superior e da educação básica, permitindo realizar reflexões sobre

1. Doutora em Matemática UNICAMP. Professora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) e colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Ensino - PPGEn, Campus Foz do Iguaçu. E-mail: kellyrobertaml@gmail.com.
2. Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Campus Foz do Iguaçu. E-mail: nascimentobruna49@gmail.com.
3. Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Campus Foz do Iguaçu. E-mail: jocielle_chaves@hotmail.com.
4. Graduada no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Campus Foz do Iguaçu. E-mail: kelly_masur@hotmail.com.

pontos de dificuldades dos professores dos anos iniciais em relação a determinados conceitos matemáticos, trazendo assim resultados que podem contribuir para formação inicial e continuada dos educadores.

Palavras-chave: *Formação de professores; Numeração; Ensino de matemática.*

ABSTRACT

This article aims to report discussions established through the continuing training course "Numbering in Basic Education - Initial Years", which was offered to teachers of elementary school I. One of its purposes was to rethink the teaching practice with regard to first literacy of numerical concepts. The course was promoted by the partnership established between the Municipal Educational Technology Center (MTC) in the city of Foz do Iguaçu and the State University of Western Paraná (UNIOESTE) and sought to reflect on the processes of acquisition of the concept of number by the child, with emphasis on the content of fractions, pointed out by the participants as the theme that generates the greatest difficulties. The methodology used was based on the mathematical investigation, motivational problems and on the use of concrete materials, in order to promote the understanding of the concepts worked on. The project provided an approximation between professionals from higher education and basic education, allowing reflections on points of difficulty of teachers of the first years in relation to certain mathematical concepts, thus bringing results that can contribute to the initial and continuing education of educators.

Keywords: *Teacher Education; Numbering; Math Teaching.*

Introdução

O ensino e a aprendizagem da matemática apresentam distintas peculiaridades em cada uma de suas fases escolares, entretanto é notório sua característica cumulativa, ou seja, os conteúdos são definidos e a eles vão se estabelecendo mais relações e significados, expandido, dessa forma, sua base conceitual. Assim, a alfabetização matemática nos anos iniciais da escolarização é fundamental, visto que cabe a esta primeira interpretação o desencadeamento lógico dos demais conceitos. Neste sentido, é importante refletirmos como se dá o desenvolvimento dos temas abordados nos anos iniciais da educação básica para melhor compreendermos suas implicações nos conteúdos que estão por vir.

Neste trabalho apresentaremos alguns apontamentos sobre o curso de formação continuada "Numeração na Educação Básica – Anos Iniciais", que foi ofertado para professores do ensino fundamental I, que tinha como uma de suas finalidades repensar a prática docente no que se refere à esta primeira alfabetização dos conceitos numéricos, visto da importância do significado de número para o desenvolvimento posterior de toda a matemática.

De fato, "[...] a Matemática nos anos iniciais tem muita importância, pois ela desenvolve o pensamento lógico e é base das demais séries, pois os princípios básicos da disciplina que utilizaremos adiante são aprendidos nos primeiros anos" (ALVES, 2016, p. 3). Por isso, é de suma importância que conceitos matemáticos sejam bem estruturados desde os anos iniciais, permitindo que o aluno construa seu conhecimento de forma bem consolidada.

O curso foi promovido pela parceria estabelecida entre o Núcleo de Tecnologia Educacional Municipal (NTM) do município de Foz do Iguaçu e a Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) e teve como objetivo refletir sobre os processos de aquisição do conceito de número pela criança, perfazendo a elaboração dos algoritmos operacionais tradicionais e não tradicionais para adição, multiplicação, subtração e divisão, bem como adentrando em questões mais complexas que se referem a estrutura dos conjuntos numéricos relacionadas a completude de corpos ordenados, no intuito de fixar o conhecimento dos professores e discutir sobre questões numéricas que justificam certos processos trabalhados nos anos finais deste ciclo.

A formação dos professores polivalentes, que atuam em diferentes frentes do ensino fundamental nos anos iniciais, é um desafio, pois além das especificidades relativas ao próprio desenvolvimento corporal, social, cognitivo etc. da criança engloba diversas áreas do conhecimento que, ocasionalmente, não ganham a devida atenção que lhes cabe em vista da limitação de tempo estipulada pela carga horária destes cursos. Especificamente no que se refere ao ensino da matemática, a ênfase por vezes recai nas questões didáticas em detrimento da compreensão dos conceitos básicos e essenciais da disciplina. Diante disso, é importante refletirmos de que forma os alunos das séries iniciais vem estudando a matemática e se eles são instigados a entender os conceitos que abrangem os algoritmos em estudo.

Em vista disso, os professores em prática devem estar em constante aperfeiçoamento nas teorias que embasam essa disciplina, compreendendo o que "está por trás" de tudo que será apresentado para seus alunos. Para Nacarato, Mengali e Passos (2011), a formação dos professores dos anos iniciais não acompanha os avanços nas práticas de ensino de matemática. Isso junto ao fato de que, muitas vezes, esses professores carregam consigo vivências negativas em relação a matéria, provoca a esses docentes dificuldades para aprender e para ensinar matemática.

Desta forma, e a fim de tornar esses docentes cada vez mais capacitados, a formação continuada é o meio para que professores possam se requalificar e garantir o aprimoramento do seu conhecimento. Na sequência apresentamos como o curso foi elaborado e os conteúdos que foram trabalhados.

Aspectos metodológicos

Este projeto contou com a colaboração de três (3) acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática da UNIOESTE, Campus Foz do Iguaçu, e da coordenação de uma (1) docente deste mesmo curso. Foram ofertadas 35 (trinta e cinco) vagas para professores da rede municipal de educação, as quais o NTM disponibilizou para educadores que atuavam do 1° ao 5° ano do ensino fundamental.

As atividades foram desenvolvidas em cinco (5) encontros, de quatro (4) horas cada, nos quais foram abordados os temas abaixo destacados. De forma breve indicaremos o objetivo e/ou conteúdo de cada encontro. Salientamos que no primeiro encontro também solicitamos aos participantes um questionário para identificarmos algumas de suas concepções sobre o tema Numeração.

1º Encontro - *Números Reais: onde se encontram as dificuldades*?

Objetivo: apresentar uma formalização para os conjuntos dos números reais, evidenciando suas propriedades, com o intuito de demonstrar regras usuais aplicadas em sala de aula, como $x.0=0$, $(-).(-) = +$ (menos vezes menos é igual a mais), não existe divisão por zero, etc. Aqui, como o foco do curso estava na compreensão e boa utilização dos métodos e conceitos numéricos, primeiramente discutimos questões referentes à formalização dos números reais para que, em caso de dúvidas, pudéssemos retomar as bases conceituais para uma melhor compreensão dos temas.

2° Encontro - *Desenvolvendo a compreensão em matemática*.

Objetivo: discutir questões relacionadas a alfabetização matemática, as metodologias resolução de problemas e investigação matemática e a escrita matemática.

3° Encontro - *Aquisição de conceitos numéricos*.

Objetivo: discutir como se dá a aquisição do conceito numérico (de número) pela criança, para a partir destas constatações explorarmos atividades que auxiliassem na significação deste conceito, bem como das relações operacionais a ele diretamente envolvidas. Neste encontro foram abordados o significado de valor posicional e algoritmos para as quatro operações.

4° Encontro - *Aquisição dos conceitos de fração*.

Objetivo: compreender as várias formas de se apresentar o conceito de fração e como elas estão interligadas. Ainda, foram explorados os algoritmos operacionais nos casos específicos de frações, incluindo as frações equivalentes.

5° Encontro - *Conceito de decimal e cálculo decimal*.

Objetivo: relacionar os sistemas simbólicos de frações como divisão de inteiros (com denominador não nulo) e de fração como decimal e fazer a correspondência dos decimais na reta numérica.

Centurión (1994) destaca que, o ensino da matemática na escola, muitas vezes, não é capaz de promover ao aluno um papel ativo no processo de construção de seu conhecimento, pois cabe ao mesmo reproduzir de maneira mecânica o que o professor lhe transmitiu, não contribuindo para o desenvolvimento da sua atividade intelectual.

A fim de tornar a aprendizagem mais significativa, procuramos desenvolver as aulas através de atividades que possuíam um viés voltado para a investigação matemática e a resolução de problemas, onde buscávamos trabalhar com situações relacionadas ao cotidiano ou através de atividades que contassem com o apoio de materiais concretos. Esclarecemos, aqui, que neste trabalho "um *problema* é definido como qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma concepção por parte dos estudantes de que haja um método "correto" específico de solução" (HIEBERT *et al.,* 1997, *apud* WALLE, 2009, p. 57, grifo do autor).

Com relação a investigação matemática, acreditamos que "investigar não representa trabalhar com problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado" (PONTE, *et. al*., 2003, p. 9). Além disso, segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2003) numa investigação "o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações" (p. 23).

Para Walle (2009), os problemas voltados para a aprendizagem matemática devem ser caracterizados por: partir do conhecimento de onde os alunos estão, estar relacionado à matemática que os alunos vão aprender, dar significado a matemática envolvida, requerer justificativa e explicações para as respostas obtidas, ou seja, os alunos devem ser capazes de justificar suas soluções.

Fundamentação teórica

Para alguns professores dos anos iniciais, aprender e ensinar matemática nem sempre é uma tarefa fácil, o que pode se tornar uma situação cheia de obstáculos e desafiadora, já que em muitos casos essas dificuldades estão relacionadas ao fato de que eles não foram preparados de forma que houvesse uma exata compreensão dos conteúdos matemáticos que compõe o currículo escolar e, consequentemente, durante sua atuação em sala de aula, o trabalho fica comprometido.

> Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho (BRASIL, 1997, p. 22).

Pensando nisso, o objetivo do curso foi aprofundar os conhecimentos envolvendo o tema numeração, um conceito que é visto por muitos professores como simples, mas que abarca um vasto rol de significados, podendo assim modificar nossa visão ingênua dos conjuntos numéricos. Como exemplo, poderíamos nos debruçar sobre a definição do conceito de número. De fato, "contar é concreto, mas usar um mesmo número para expressar quantidades iguais de coisas distintas é um procedimento abstrato" (ROQUE, 2012, p. 39). Ainda, poderíamos lembrar que "um número não é algo que se possa mostrar a alguém no mundo físico. [Ele] é uma abstração, um conceito mental humano – derivado da realidade, mas não verdadeiramente *real*" (STEWART, 2016, p. 23, grifo do autor). Esta simples questão: O que é um número? nada tem de trivial em sua resposta, pois para entender o conceito de número faz-se necessário explorar a evolução da raça humana, já que o senso numérico foi se desenvolvendo junto ao homem, conforme a necessidade da época em que se vivia. (MALDANER, 2011).

Ademais, historiadores enfatizam a importância do conjunto dos números reais, conjunto numérico no qual se desenvolve toda a matemática do ensino fundamental e médio, colocando que "pode-se afirmar hoje que, essencialmente, a consistência de toda a matemática existente dependa da consistência do sistema dos números reais. Nisso reside a tremenda importância do sistema dos números reais para os fundamentos da matemática" (EVES, 2004, p. 611).

Visto a importância que recai sobre questões relacionadas ao número, suas diferentes representações e operações, formulamos o curso solicitado pelo NTM sobre este tema. Vale ressaltar que priorizamos o uso de métodos de ensino que permitiam e valorizavam a construção do conhecimento, evitando o uso mecanizado dos algoritmos operacionais para soma, subtração, multiplicação e divisão para resolução dos problemas propostos, principalmente no trato com as frações e decimais.

Para Maldaner (2011), a ideia de problematização está em identificar o que são e para que servem os conceitos matemáticos, assimilando os conteúdos trabalhados de modo que o aluno identifique diferentes possibilidades de solução, para que assim ele compreenda o processo exigido durante os cálculos.

Ainda, segundo Maldaner (2011, p. 90),

> O domínio de técnicas e regras matemáticas, por si só, não garante as condições para a resolução de problemas, mas é preciso que essas técnicas sejam construídas por meio de um cuidadoso processo que permita a compreensão dos conceitos envolvidos. A problematização, compreendida como um processo que leva ao cálculo refletido, possibilita que a capacidade de estabelecer relações numéricas, desenvolvida pelas crianças ao longo desse processo, atue de forma significativa no tratamento dos dados dos problemas, permitindo a sua resolução de modo mais fácil.

Buscamos, através dos encontros, gerar reflexões sobre a forma de ensinar matemática, enfatizando que o seu ensino não pode ser visto de forma fragmentada ou seriada, sem preocupação com o porvir, pois conforme Moreira e David (2005), com relação à numeração podemos afirmar que "o domínio do sistema decimal de numeração é um processo que se desenvolve ao longo de todo o Ensino Fundamental" (p. 51). Ainda, "no desenvolvimento de cada etapa desse processo de expansão, o professor terá que conhecer profundamente os conjuntos que os alunos consideram como o universo numérico nos diferentes estágios da vida escolar" (p. 48).

É importante enfatizar que cabe ao professor mediar este processo de alfabetização matemática entre o aluno e o ensino dos números e de suas mais variadas relações, promovendo o diálogo e procurando maneiras de estimular o raciocínio lógico, conduzindo os alunos a compreenderem ao final do primeiro ciclo do ensino fundamental o sistema de numeração, bem como suas operações, conforme estabelece a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Segundo a BNCC (BRASIL, 2017), no que se refere a numeração, durante os anos iniciais do ensino fundamental, a expectativa é que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, explorem diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados.

Para Dante (2007), durante as aulas de matemática os alunos devem ser motivados e orientados pelo professor, privilegiando-se problemas mais inovadores e desafiadores do que os tradicionais, que são fundamentados em explicação e repetição.

Baseando-se nisso, para o desenvolvimento do curso optamos por elaborar atividades que auxiliassem os professores na compreensão dos conceitos e na justificativa dos algoritmos empregados, evitando o uso de métodos sem as devidas considerações. Assim, utilizamos problemas motivacionais, diferentes materiais didáticos como palitos de picolé, feijões, tiras de etil vinil acetato (EVA), figuras geométricas, material dourado, entre outros, tornando as aulas mais dinâmicas.

Salientamos, entretanto, que na prática docente a utilização do material concreto deve ser empregada com cuidado, estando o professor sempre atento aos objetivos almejados e aos conceitos matemáticos que pretende desenvolver, principalmente nos anos iniciais, pois apenas a presença de objetos manipuláveis não facilita o entendimento por parte do aluno, porém, com a adequada interferência, pode ajudar o aluno a construir a relação do objeto com o significado da linguagem matemática.

De fato, modelos ou materiais concretos que ajudam a modelar conceitos matemáticos são importantes, pois auxiliam as crianças a aprender matemática. Todavia, existem ressalvas quanto ao seu manuseio, já que "o conhecimento conceitual em matemática consiste em relações lógicas construídas internamente e existentes na mente como parte integrante de uma rede de ideias" (WALLE, 2009, p. 50). Logo, o professor deve estar ciente que é penas a mente da criança que estabelece a relação matemática sobre o objeto, e o modelo nem sempre pode ilustrar o conceito.

Vejamos, como exemplo, o emprego do material dourado, que se manipulado de forma correta representa uma excelente ferramenta para introduzir os conceitos de unidade, dezena e centena. Entretanto, seu uso excessivo e sem o devido cuidado pode conduzir a criança a padronizar que as unidades são os cubinhos, as dezenas são as barras e que as centenas são as placas, sem ela estabelecer a verdadeira compreensão do significado.

O que acontece é que a criança fica presa ao objeto e não ao que ele representa matematicamente, ou seja, o professor ao mostrar uma barra (da dezena) ao aluno e solicitar do que se trata, pode obter como resposta que é uma dezena sem este, necessariamente, estar consciente do conceito. Variar a apresentação do material, não associando sempre o maior objeto com a maior quantidade, já que se trata apenas de representações, auxilia o aluno a avançar à níveis superiores de compreensão.

Assim, o professor deve optar por levar diferentes tipos de materiais concretos para suas aulas, evitando o uso contínuo e repetido do mesmo instrumento, a fim de evitar que a criança crie uma padronização errônea em relação ao objeto.

O trabalho com os professores

No primeiro encontro desse projeto de formação continuada, no intuito de conhecer o que os professores dominavam sobre numeração e de como desenvolviam este tema em sala de aula, foi-lhes solicitado o preenchimento de um questionário, o qual apresentava as seguintes perguntas: Você tem alguma dificuldade em trabalhar com os conjuntos numéricos e suas operações? Em caso afirmativo, quais?; Você incentiva a escrita de seus alunos nas aulas de matemática? Como? e, para concluir, Com relação as operações dos números reais (soma, subtração, multiplicação e divisão) você costuma dar mais ênfase a manipulação dos algoritmos (contas) ou a situações problemas que abordam estas operações? Por quê?

A análise das respostas obtidas pelo questionário nos mostrou que a maioria dos professores afirmavam não apresentar dificuldades para trabalhar com os conjuntos numéricos e suas operações. Contudo, no decorrer das atividades muitas dúvidas foram apontadas. Ainda, aqueles que declararam possuir alguma dificuldade as relacionavam aos números decimais, porcentagem, frações e divisão de números naturais.

No que se refere a escrita matemática, esses professores procuram incentivar seus alunos através de situações problemas, escrita dos números por extenso, além da leitura de enunciados e registros de pensamentos e ideais de soluções que venham a surgir durante a aula, demonstrando preocupação com o aprendizado da escrita matemática e do desenvolvimento lógico das ideias.

Finalmente, no que tange a terceira pergunta, quando se trata dos professores optarem por mais ênfase aos algoritmos ou a situações problemas, a maior parte das respostas foram de que esses educadores, durantes suas aulas sobre as operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), procuravam sempre trabalhar com as duas formas em paralelo, tanto com o algoritmo (contas) quanto com as situações problemas, de modo que os alunos pudessem compreender das duas maneiras. Alguns afirmaram, entretanto, que muitos alunos possuíam dificuldades na interpretação de problemas, o que faz com que o professor, por comodidade, trabalhe mais com os algoritmos.

Recolhido os questionários e apresentado a equipe e o modo como o curso seria desenvolvido, passamos a palavra aos professores para que expressassem suas expectativas em relação à atividade. Salientamos que todos já tinham conhecimento prévio do roteiro dos encontros e do objetivo do curso na hora da inscrição via NTM. Neste momento, foi apontado pelos professores a necessidade de mais cursos de formação continuada que abordassem a matemática para ser trabalhada em sala de aula, com estratégias de ensino. Nesta fala, e durante o curso, foi observado que alguns professores demonstraram certa resistência em relação a abordagem das nossas ações, pois estavam esperando uma cartilha de atividades que pudessem levar e aplicar diretamente para suas salas de aula, entretanto a proposta não era essa. Nosso objetivo era promover um ambiente onde houvesse a produção de conhecimento matemático, através do diálogo e interação, permitindo que o professor refletisse, posteriormente, sobre a melhor metodologia a ser empregada em sua sala.

De fato, um conhecimento profundo dos temas permite uma melhor articulação das ideias que serão empregadas na alfabetização matemática, auxiliando na compreensão dos conceitos pelos alunos, pois “o ato de ensinar pode extrapolar as metodologias utilizadas, mas uma sólida preparação facilita tanto a retomada do pensamento como a variação do discurso sobre o conteúdo abordado de forma a promover os esclarecimentos pendentes” (LÜBECK, 2017, p. 271). Ainda, para Maldaner (2011, p. 108),

> Para desenvolver estratégias problematizadoras com seus alunos, a clareza e a segurança do professor em relação aos conceitos matemáticos a serem construídos são imprescindíveis. Caso contrário, sua única rota segura será o algoritmo tradicional. Este, então, é apresentado aos alunos, já em sua forma pronta e acabada, sem passar pelo processo da construção, restringindo, assim, a compreensão de seus significados.

Enfatizamos, porém, que muitas das atividades discutidas poderiam também ser aplicadas em sala de aula, como os exemplos abaixo deixarão claro, pois são problemas que requerem apenas interpretação dos conceitos.

As atividades do primeiro encontro foram preparadas em torno da fundamentação dos números reais, ou seja, uma discussão sobre as propriedades básicas deste conjunto e das características que o diferencia do conjunto dos números racionais, como a questão dos segmentos incomensuráveis e a demonstração da irracionalidade de raiz quadrada de dois ($\sqrt{2}$). Neste tópico abarcamos, entre outras situações, as discussões sobre a transferência de propriedades, a saber, se a comutatividade da adição e da multiplicação podem ser transferidas para a subtração e divisão.

Ao decorrer da aula, conforme os temas foram sendo apresentados, percebemos que os professores participavam e se envolviam mais quando se tratava de atividades práticas e numéricas, porém, ao se depararem com algumas demonstrações, era notória as dificuldades de entendimento e de descontentamento. Ficou explícito também, pelas discussões, que alguns participantes desconheciam a diferença entre os conjuntos numéricos dos racionais e dos reais, ou seja, não identificavam a existência dos números irracionais. Isto é uma situação grave que pode acarretar prejuízo para seus alunos que perdem uma boa chance de explorar as dízimas de diferentes modos.

Em vista destes fatos, conhecendo melhor o público, já que neste momento mais do que as informações repassadas pelo núcleo tínhamos o contato de nossa primeira aula, ao final do encontro foram consideradas algumas opiniões sobre a aula, e associado as dificuldades observadas, verificamos a necessidade de rever como apresentar os próximos conteúdos, de maneira a promover a compreensão de todos, sem deixar de lado a complexidade de cada assunto.

Dessa forma, decidimos, para os encontros posteriores, apresentar somente os conceitos principais de forma retórica e ampliar o uso de situações problemas e materiais concretos para as discussões dos temas. Como a proposta era debater toda a questão da numeração, do conceito de número até a compreensão dos algoritmos, foram propostas atividades sobre conteúdos ministrados nos anos iniciais, por exemplo, “qual o significado da utilização do uso da vírgula? ”; “por que não há divisão por zero? ”; “qual relação existe entre a multiplicação e a divisão? ” etc.

As discussões sobre aquisição do conceito de número pela criança e dos algoritmos básicos da soma, subtração, multiplicação e divisão contaram com a participação de todos, com sugestões e comentários sobre as atividades. Os pontos de dificuldade deste encontro concentraram-se no valor posicional.

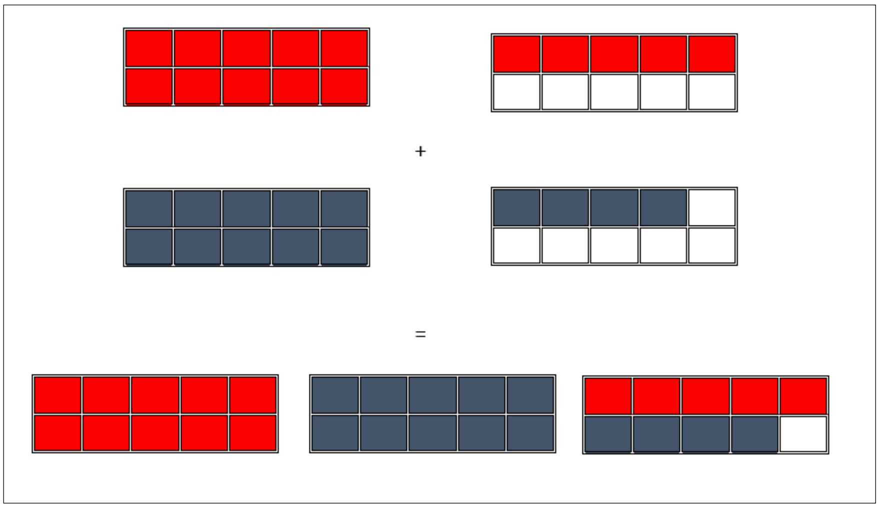
Vale ressaltarmos que damos ênfase para um material simples, mas que pode fazer muita diferença para a percepção de alguns conceitos pela criança, que é a tabela de dezena expressa abaixo.

Tabela 1. Tabela de dezena

Fonte: Autores, 2020.

Ela auxilia os alunos a perceberem que na adição de 15 (quinze) com 14 (quatorze), por exemplo, pode se somar as unidades e, depois, o que obtemos com as dezenas, totalizando 29 (vinte e nove), ou seja, duas (2) dezenas mais nove (9) unidades, sugerindo os algoritmos que serão trabalhados futuramente.

Figura 1. Exemplo de adição utilizando a tabela de dezena



Fonte: Autores, 2020.

Ainda, a disposição da tabela de dezena de cinco (5) em cinco (5) é para reforçar a questão do todo (dezena) e da metade, já pensando na introdução do conteúdo de fração, que possui uma interpretação importante quando pensarmos na marcação 0, ½ e 1, frisando sempre a metade e o todo, como base para própria comparação e entendimento das frações.

Figura 2. Representação do todo e da metade

Fonte: Autores, 2020.

Este é um exemplo que explicita a integração dos conteúdos, pois os professores dos primeiros anos já podem ir introduzindo a base conceitual para frações, conteúdo que é abordado geralmente no quarto e quinto ano.

Procuramos, durante o curso, ressaltar ações simples, mas que auxiliassem os participantes a produzirem percepções distintas do conceito matemático envolvido na atividade. Exemplo disto são as atividades para a adição e a subtração.

Ao trabalhar essas duas operações em determinados problemas, tradicionalmente apresentam-se os enunciados dos problemas para o aluno e deseja-se que ele encontre os resultados, porém uma simples mudança na abordagem pode auxiliá-lo a melhor construir a relação existente entre elas. Abaixo apresentamos exercícios desenvolvidos no curso, os quais foram adaptados de Walle (2009).

Atividades de soma - reunir:

Resultado desconhecido: Maria tinha 8 reais, João lhe deu mais 4. Ao total quantos reais Maria ficou?

Mudança desconhecida: Maria tinha 8 reais, João lhe deu um pouco mais. Agora Maria tem 12 reais. Quantos reais João lhe deu?

Valor inicial desconhecido: Maria tinha alguns reais, João lhe deu 4 reais a mais. Agora Maria tem 12 reais. Quantos reais Maria tinha no início?

Atividades de subtração - separar:

Resultado desconhecido: Maria tinha 12 reais. Ela deu 4 reais a João. Quantos reais Maria tem agora?

Mudança desconhecida: Maria tinha 12 reais. Ela deu alguns reais para João. Agora ela tem 8 reais. Quantos reais ela deu para João?

Valor inicial desconhecido: Maria tinha alguns reais. Ela deu 4 reais a João. Agora Maria tem apenas 8 reais. Quantos reais Maria tinha no início?

Essa atividade foi muito bem recebida pelos professores e dentre os comentários que os mesmos apontaram um deles foi que com toda certeza iriam aplicar em sala de aula essa abordagem, pois como os níveis de aprendizagem em uma turma são diferentes, com atividades como essa, o processo da operação e os cálculos deixariam de ser algo mecânico e passariam a fazer mais sentido para o aluno, possibilitando que o mesmo desenvolvesse diferentes formas de raciocínio.

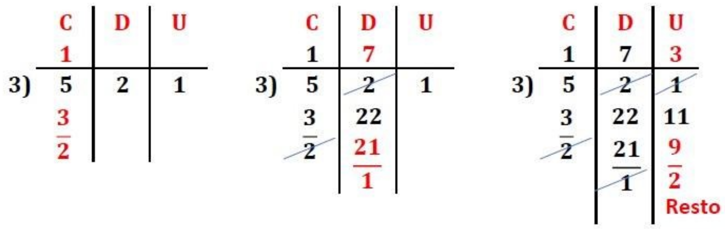
Com relação aos algoritmos, alguns deles não são intuitivos como da multiplicação e da divisão, logo é necessário que o professor conduza as crianças para este aprendizado. Neste sentido, enfatizamos o cuidado que o professor deve ter em não utilizar o termo “cabe um” no processo de divisão. Optar pela expressão “compartilhar”, que está de acordo com o significado da operação.

Exemplo: 65 dividido por 4. Evitar “4 cabe uma vez no 6”, pois na verdade vamos compartilhar as seis (6) dezenas entre quatro (4) grupos. As duas dezenas restantes são transformadas em unidades que adicionadas as demais são novamente divididas entre os quatro (4) grupos.

Ainda com respeito a divisão, optamos por apresentar o algoritmo americano discutido em Walle (2009) que prima por uma melhor exposição dos valores posicionais e diminui as dificuldades operacionais. Esta descrição teve uma boa aceitação pelos professores. Abaixo apresentamos alguns exemplos.

O cálculo de 521 dividido por 3, cujo quociente é 173 e o resto é 2.

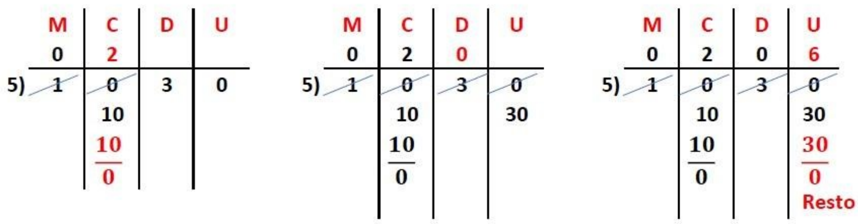
Figura 3. Algoritmo americano para divisão



Fonte: Autores, 2020.

O cálculo de 1.030 dividido por 5, cuja resultado é 206.

Figura 4. Algoritmo americano para divisão



Fonte: Autores, 2020.

Observemos, na Figura 4, que neste algoritmo fica transparente a manipulação de um milhar para dez centenas, como de três dezenas para trinta unidades. O algoritmo também é muito mais esclarecedor no trabalho posterior dos cálculos de divisão com vírgula. Entretanto, em qualquer método, o professor deve ficar atento para não confundir o uso correto do algoritmo com a compreensão do processo.

Dando continuidade ao curso, adentramos no tão requisitado conteúdo de frações, explorando-o de diferentes maneiras, por representações algébricas e geométricas, com a resolução de problemas, por diferentes figuras e por meio de materiais concretos. Os tópicos conceituais enfatizados foram:

- As partes fracionárias são partilhas ou parte iguais (repartir) ou porções de tamanhos iguais de um todo ou unidade. Na reta a distância de 0 até 1 é a unidade.
- As partes fracionárias têm nomes especiais.
- Quanto mais partes forem usadas para formar um todo, menores elas são.
- O denominador indica por qual número o todo foi dividido para produzir um tipo de parte, ou seja, o denominador é um divisor.
- O numerador diz quantas partes fracionárias são consideradas. O numerador é um multiplicador.
- Duas frações equivalentes são dois modos de escrever a mesma quantidade usando partes fracionárias de tamanhos diferentes.

Nesta temática, procuramos esclarecer que as crianças apresentam muitas dificuldades ao compararem frações, pois muitas vezes confundem a própria nomenclatura ao relacionarem oito maior do que quatro, então oitavos são maiores do que quartos. Esta relação inversa entre número de partes e tamanho das partes não pode ser simplesmente informada, ela deve ser construída no imaginário da criança.

O que facilita esta compreensão é apresentar a simbologia e a nomenclatura paralelamente nas atividades e a inserção de diferentes modelos representativos, reforçando para criança que a representação $\frac{a}{b}$, b não nulo, é uma convenção, um símbolo para expressar determinado conceito.

Como mencionamos acima, os pontos de referência para as frações que utilizamos foram $0,\ \frac{1}{2}\ e\ 1$, pois todo número ou é um inteiro exato ou um inteiro somado com valores que estão entre estas referências, ou o próprio meio. Um exemplo da importância desta marcação está na comparação de frações sem utilizar a ideia de mínimo múltiplo comum (MMC) ou outros algoritmos de comparação, como a multiplicação cruzada.

Exemplo: Qual valor é maior? (Sem utilizar MMC) $\frac{3}{8}\ ou\ \frac{4}{10}$.

Nesta questão muitos dos professores insistiram em primeiro fazer o MMC para verificar qual fração era maior, para depois buscar uma explicação para este fato. Observemos que ambas as frações estão a uma parte de sua metade e como um oitavo é maior do que um décimo, segue que quatro décimos é o maior valor. A diferença algébrica das frações é de um quarenta avos, quase imperceptível na divisão geométrica do objeto. Se insistimos com a conta perdemos toda uma significativa parte da conceitualização. Assim, frisamos que não devemos apresentar regras para comparar frações antes que o raciocínio conceitual para comparação esteja totalmente estabelecido.

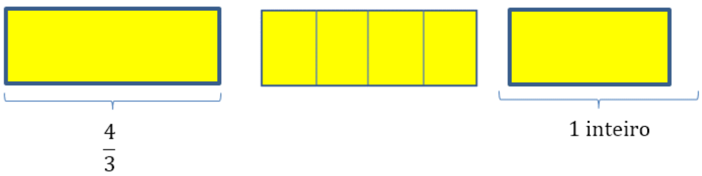
Abaixo apresentamos mais exemplos de atividades desenvolvidas no curso com relação as frações.

Exemplo: Coloque um "x" no segmento de reta aproximadamente onde estaria $\frac{11}{8}$.

0 ____________________ 2

Exemplo: Se este retângulo é quatro terços, que retângulo poderia ser um inteiro?

Figura 5. Diagramação da solução para se obter o retângulo que representa o todo



Fonte: Autores, 2020.

Exemplo: Estime os valores abaixo.

1) $3\frac{1}{8} + 2\frac{4}{5}$

2) $\frac{9}{10} + 2\frac{7}{8}$

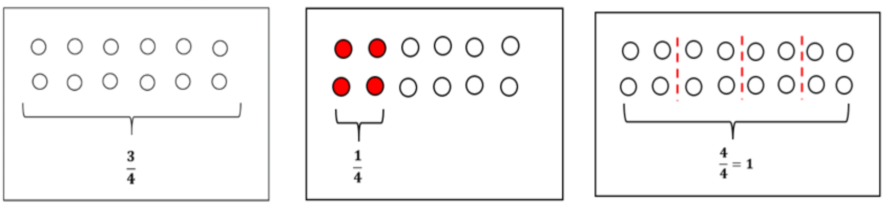
Nas questões apresentadas acima, o que buscávamos era sempre enfatizar a compreensão da questão e reforçar o entendimento do significado conceitual de fração. Sempre ressaltamos com os professores para não terem pressa para apresentar os algoritmos aos alunos, pois nenhuma regra os ajuda a raciocinarem sobre as operações e o que elas significam.

Acentuamos, nas atividades, as frações cujos modelos eram conjuntos, ou seja, o todo ou unidade é entendido como um conjunto de objetos e seus subconjuntos são as partes fracionárias. Esta ideia de unidade é que apresentou maior dificuldade pelo grupo de professores, pois muitos não entendiam como obter o conjunto que formava a unidade, ou seja, qual o valor representava o todo (100%). Vejamos os exemplos abaixo.

> Se 12 contadores formam três quartos de um conjunto, quantos contadores formam um conjunto inteiro?
>
> Se 10 contadores formam cinco meios de um conjunto, quantos contadores formam um conjunto inteiro? (WALLE, 2009, p. 330).

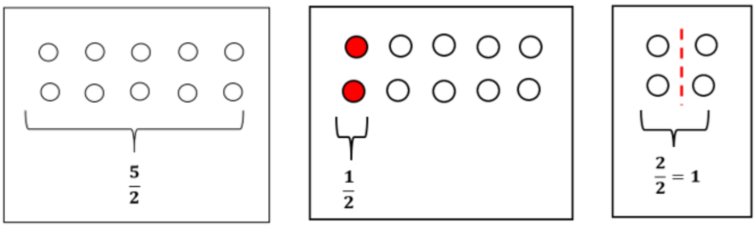
As representações destes problemas estão expostas nas Figuras 6 e 7 abaixo.

Figura 6. Representação geométrica dos 12 contadores



Fonte: Autores, 2020.

Figura 7. Representação geométrica dos 10 contadores



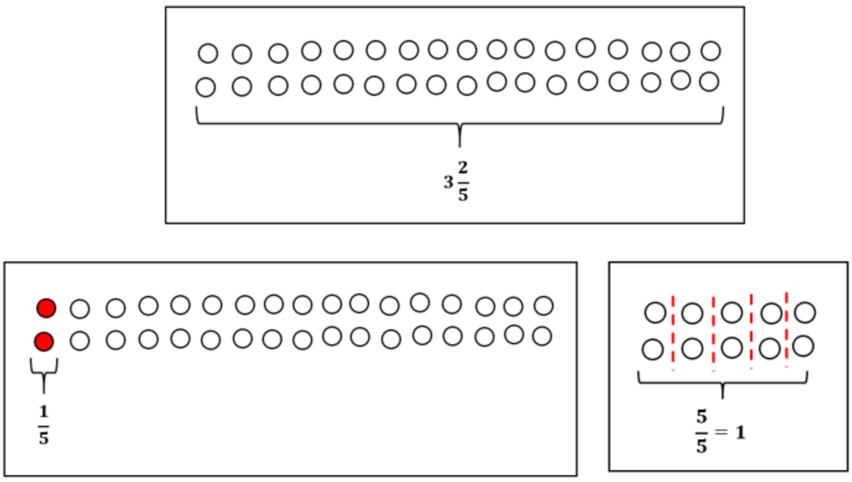
Fonte: Autores, 2020.

Observamos, nos exemplos acima, que o todo é composto por um conjunto com 16 e 4 contadores, respectivamente.

Como estes problemas sobre contadores geraram bastante dúvidas, formulamos a questão abaixo para fomentar ainda mais as discussões. Esta questão em específico é a que proporcionou maior debate entre os professores.

Exemplo: Se 34 contadores representam 3 conjuntos e $\frac{2}{5}$ do conjunto, quantos contadores são um conjunto todo? Neste exemplo, 34 contadores representam $\frac{17}{5}$ do conjunto inteiro, isto é, do todo.

Figura 8. Representação geométrica dos 34 contadores

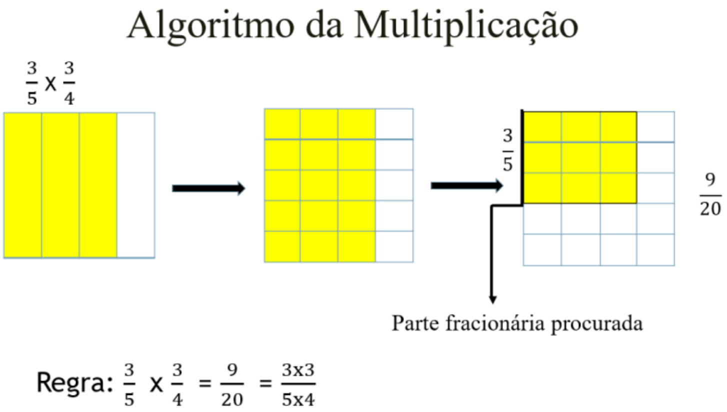


Fonte: Autores, 2020.

Finalmente, depois de apresentado e discutido as concepções de fração, inclusive a ideia de frações equivalentes, é que partimos para a formalização dos algoritmos, mas sempre retomando o aspecto conceitual.

Abaixo apresentamos a Figura 9 utilizada para introduzir o algoritmo da multiplicação de duas frações. Solicitávamos o cálculo de $\frac{3}{5}$ x $\frac{3}{4}$.

Figura 9. Algoritmo da multiplicação de frações



Fonte: Autores, 2020.

Outras questões que os professores conseguiam resolver de forma algébrica, mas que não estabeleciam uma apreciação geométrica correspondente, se refere aos problemas de interpretação dos cálculos do tipo $\frac{3}{5}x\frac{3}{4}, 3\frac{2}{3}\ x\ 2\frac{1}{4}, 3\ \frac{3}{4}\ \div\ 1\ \frac{2}{3}$, ou mesmo, com a questão de álgebra simples nos processos distributivos da multiplicação. Resolver $3\frac{2}{3}\ x\ 2\frac{1}{4}$ mostrou a carência conceitual de alguns professores que não acompanharam certos passos da conta, demonstrando o desconhecimento com questões de notação e propriedades básicas (distributividade) dos conjuntos numéricos.

$$3\frac{2}{3}\ x\ 2\frac{1}{4}\ =\ (3+\frac{2}{3})\ x\ (2\ +\ \frac{1}{4}) = 3x2 + 3x\frac{1}{4} + \frac{2}{3}x2 + \frac{2}{3}x\frac{1}{4} = 8\frac{1}{4}.$$

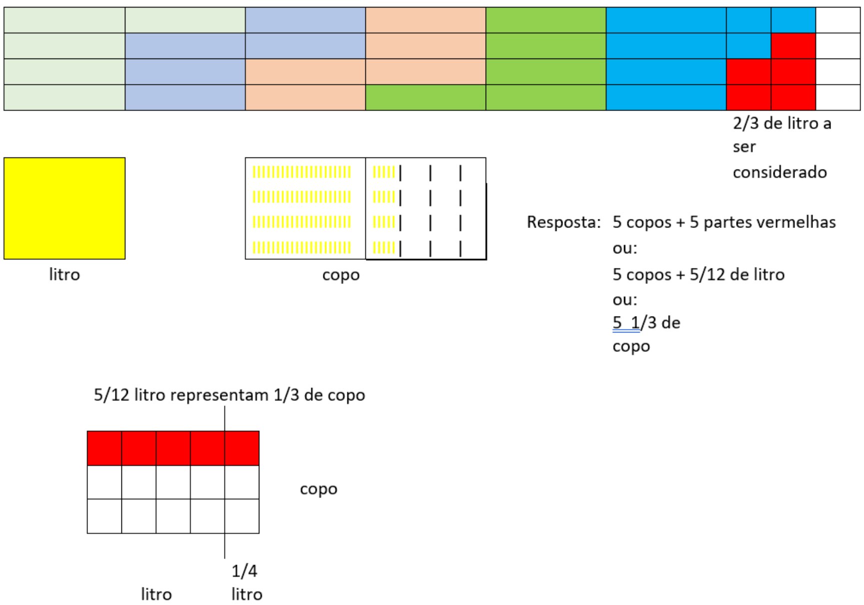
Vejamos algumas situações problemas abordadas no curso.

1. João corre $3\ \frac{3}{4}$ km em $1\ \frac{2}{3}$ h. Quanto ele faz em uma hora?

2. João possui $6\ \frac{2}{3}$ litros de suco de acerola, que ele quer colocar em copos de $1\ \frac{1}{4}$ litros cada. Quantos recipientes ele pode encher? Quantos litros sobra num copo não cheio?

Abaixo apresentamos a resposta diagramada do exercício 2.

Figura 10. Representação da solução do exercício 2



Fonte: Autores, 2020.

Nesta atividade os professores foram motivados, pelos problemas anteriores, a investigar como se daria uma representação geométrica para esta questão. Observamos que se tivéssemos só a intenção de obter uma resposta numérica poderíamos efetuar a divisão simples de seis inteiros e dois terços por um inteiro e um quarto, obtendo os cinco inteiros e um terço como resposta. Entretanto, a análise do diagrama, a representação visual do problema é muito significativa para a compreensão conceitual. Salientamos que em todas as operações realizadas o professor deve estar atendo e frisar junto aos alunos a unidade com a qual se trabalha. No caso do exemplo acima a unidade na qual se desenvolve o resultado é o copo, ou seja, 5 1/3 se referem ao copo.

Como verificamos, o bom entendimento do tópico de frações facilita a abordagem dos demais conteúdos, principalmente no que tange aos decimais, pois trata-se de frações com denominadores específicos. Além disso, o uso de material de contagem para décimos, centésimos e milésimos facilita o entendimento. Por outro lado, o que mais causa dificuldades em relação aos decimais, talvez seja o fato da notação empregada e não mais dos algoritmos, já trabalhados anteriormente. Assim, pontuamos a necessidade de escrever e interpretar os vários modos de se representar um número.

Exemplo: Represente o número dois inteiros e três quartos de diferentes formas.

$$2\,\frac{3}{4};\ 2+\frac{3}{4};\ \frac{11}{4};\ 2+\frac{75}{100};\ 2+0{,}75\ ;\ 2{,}75.$$

Observamos que a depender da representação é possível utilizarmos diferentes algoritmos para possíveis cálculos de soma, divisão, etc.

Por último, de forma breve devido ao tempo, trabalhamos com o tema porcentagem, que basicamente maneja com comparações de "todos/unidades" com frações de denominador 100. Os cem por cento!

O que podemos observar durante o curso, e por meio dos relatos dos participantes, que entre todos os tópicos abordados sobre numeração o conteúdo de fração foi o que se destacou em nível de complexidade, sendo apontado pelos professores como o que apresentam mais dificuldades ao ministrar. Por outro lado, já que este conteúdo em alguns casos é abordado somente no 4º e 5º ano do ensino fundamental, muitos docentes que trabalham no 1º, 2º e 3º ano não buscam o total esclarecimento de seus conceitos, o que é uma atitude equivocada, porque o mesmo poderia e deveria ser trabalhado nos demais anos, não de forma excessivamente conceitual, obviamente.

Um exemplo de aplicação dos conceitos de fração a ser apresentado para os alunos do 1° ano, é o simples fato de cortar uma maçã ao meio e mostrar que uma metade mais a outra metade resulta em uma maça inteira, um inteiro, assim já exibindo para o aluno representações de frações, ou mesmo na divisão simples de balas entre as crianças, ou por meio da contagem das tradicionais fatias de pizzas. Dessa forma, o professor dos anos finais do ensino fundamental I seria capaz de realizar associações com os anos anteriores, tornando menos complicada a assimilação e a compreensão do aluno no ensino de frações.

Conclusão

A matemática deve ser trabalhada, desde os anos iniciais, de modo que promova o entendimento de seus conceitos, permitindo que o aluno tenha um papel ativo na construção do seu conhecimento, pois o domínio desses conteúdos lhe servirá de base para a compreensão dos tópicos matemáticos mais complexos dos anos seguintes. Ademais, "as ideias matemáticas não podem ser "despejadas" em um estudante passivo. As crianças devem estar mentalmente ativas para que a aprendizagem aconteça" (WALLE, 2009, p.43, grifo do autor).

Lembramos que nos anos iniciais do ensino fundamental I, há bastante preocupação em dinamizar as aulas, apresentando brincadeiras, músicas, histórias, entre outros, para que dessa forma as aulas se tornem mais interessantes e atrativas para os alunos, e o mesmo devendo ocorrer com o ensino da matemática. Contudo, os professores precisam estar atentos ao que será proposto, para garantir que realmente essas atividades farão a diferença para o aprendizado do aluno.

O trabalho desenvolvido durante o curso de formação continuada procurou reforçar ao professor que sua prática deve propiciar e incentivar em seus alunos a investigação, procurando apresentar os conteúdos de diferentes maneiras, além disso, ressaltando que é preciso esforço e dedicação para que haja um bom entendimento do que lhe é apresentado.

Percebemos que os professores, em sua maioria, buscam durante o processo de alfabetização dos seus alunos ensinar a ler e escrever na linguagem matemática, porém, observamos diferenças significativas na forma e profundidade de compreensão de certos conceitos entre professores dos primeiros anos das séries iniciais e os professores dos anos finais, deste primeiro ciclo. Isso faz com que o ensino da matemática ocorra de forma estanque, sem uma continuidade, pois o entendimento da própria matemática é distinto, donde a necessidade de incentivar, seja por meio de cursos de formação continuada ou ações pedagógicas, um diálogo constante entre estes profissionais.

Ainda, para que o processo de alfabetização matemática ocorra com sucesso, deve haver um conjunto de ações bem definidas entre professores, alunos e pais, ou seja, que envolva toda a comunidade escolar, permitindo que se estabeleça a continuidade dos conceitos, sendo desenvolvidos de forma gradual do primeiro ao último ano.

Por fim, por se tratar de um curso de formação continuada, a troca de experiências com estes professores nos permitiu conhecer um pouco de seus anseios no que tange ao ensino da matemática, especificamente as questões relacionadas ao tópico de frações e discussões a este respeito oportunizaram reavaliar a forma como este tema deva ser trabalhado nas escolas, de maneira a contribuir para a uma formação mais crítica. Neste ponto, o conhecimento destes temas geradores de dificuldades nos leva a acentuarmos os cuidados com relação a estes conteúdos na formação inicial dos professores de matemática, que precisam olhar com mais cuidado para estes conteúdos, para que eventuais dúvidas dos alunos possam ser redimidas.

Diante da elaboração e com a aplicação do curso, percebemos o quão vasto e abrangente é o assunto de frações dentro do tópico de numeração, uma parte de toda a matemática que deve ser trabalhada nos anos iniciais. Assim, acreditamos que o próprio currículo deveria ser repensado e alguns pontos básicos iniciais sobre frações poderiam ser adiantados, permitindo um amadurecimento antecipado sobre certas questões que são fundamentais para o trabalho de formalização dos algoritmos.

Recebido em: 30/05/2020
Aprovado em: 13/12/2020

Referências

ALVES, L. L. A Importância da Matemática nos Anos Iniciais. In: **EREMATSUL** – Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul, 22., 2016, Curitiba. Anais ... Curitiba, 2016. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/geemai/files/ 2017/11/A-IMPORT%C3%82NCIA-DA-MATEM%C3%81TICA-NOS-ANOS-INICIAS.pdf. Acesso em: 25 fev. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCEIEF110518versaofinalsite.pdf. Acesso em: 11 mai. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática**, Brasília, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 11 mai. 2020.

CENTURIÓN, M. **Conteúdo e Metodologia da matemática:** Números e Operações. São Paulo: Scipione, 1994.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** São Paulo: Ática, 2007.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

LÜBECK, K. R. M. Reflexos da formação acadêmica na docência universitária. **REVEMAT:** Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.12, n. 2, 2017, p. 262-273.

MALDANER, A. **Educação Matemática:** Fundamentos teórico-práticos para professores dos anos iniciais. Porto Alegre: Mediação, 2011.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. A **Formação Matemática do Professor:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

ROQUE, T. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

STEWART, I. **O Fantástico Mundo dos Números:** a matemática do zero ao infinito. Tradução G. Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.

WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.