emd Ensino da Matemática em Debate

DOI: https://doi.org/10.23925/2358-4122.2021v8i1p19-41

Operação aritmética de multiplicação: compreensão de estudantes do 5º e 6º anos do ensino fundamental

The understanding of multiplication by 5th and 6th-grade students

Rafaella Matos dos Santos[1]

Sônia Bessa[2]

RESUMO

*Esta investigação averiguou condutas e compreensão da operação aritmética de multiplicação por estudantes do ensino fundamental. Participaram 40 estudantes de duas escolas públicas de Planaltina (DF), sendo 20 do 5º ano e 20 do 6º ano do ensino fundamental. O instrumento utilizado para averiguar as condutas foi uma situação de aprendizagem que permite encontrar seis níveis de compreensão da multiplicação, do mais elementar ao mais complexo. Os resultados mostraram que os estudantes têm dificuldade com a multiplicação e divisão com números naturais, o que inviabiliza a inserção dos números racionais conforme proposto na Base Nacional Comum Curricular para esses anos escolares. Somente quatro estudantes alcançaram o nível mais elevado das condutas de multiplicação, compreendendo a relação quantitativa "*n *vezes* x*" sem necessidade de recorrer a comprovação empírica, antecipando todas as composições possíveis e operando mentalmente por procedimentos aditivos e multiplicativos. Não foram verificadas diferenças significativas entre estudantes de 5º e 6º anos quanto a gênero, idade ou ano escolar. Este estudo abre discussões sobre o ensino da matemática nos anos iniciais, as metodologias de ensino-aprendizagem e a formação inicial de professores.*

Palavras-chave: *Aritmética; Multiplicação; Ensino Fundamental, Base Nacional Comum Curricular.*

ABSTRACT

*This study aimed to investigate the understanding of the arithmetic operation of multiplication by elementary students in two public schools in Planaltina, Federal District, Brazil. 20 students from the 5th year and 20 students from the 6th year of elementary school participated in the investigation. The instrument used was a learning situation that allows to classify six levels of understanding of multiplication. The results revealed that students have difficulty with multiplication and division with natural numbers, which makes it impossible to teach them rational numbers, as proposed in the Common National Curriculum Base for these school years. Only four students reached the highest level of understanding of multiplication, which comprises the quantitative relationship "*n *times* x*", without the need to use empirical evidence, anticipating all possible compositions and doing mental calculation, by means of additive and multiplicative procedures. There were no significant differences between 5th and 6th year students regarding gender or school year. This study opens discussions on the teaching of mathematics in the early years, the methodologies, and teacher training.*

Keywords*: Arithmetic; Multiplication; Elementary School; Common National Curriculum Base.*

1. Graduada em Pedagogia pela Universidade Estadual de Goiás. Atuou como professora dos anos iniciais na Secretaria de educação do DF. Durante a graduação foi educadora social voluntária na mesma secretaria, e atuou como monitora de ensino em escola Municipal de Formosa-GO. É Colaboradora do grupo de pesquisas LIMA - Laboratório Interdisciplinar em Metodologias Ativas LIMA/CNPQ/UEG. E-mail: rafaellamatos2008@hotmail.com.

2. Pós-doutora em Educação pela Universidade Federal do Triangulo Mineiro (UFTM), doutora e mestre pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Professora titular do Departamento de Educação da Universidade Estadual de Goiás (UEG). Coordenadora do Laboratório Interdisciplinar em Metodologias Ativas (Lima/ UEG/CNPq). Colaboradora no Laboratório de Psicologia Genética da Faculdade de Educação da Unicamp. Desenvolve pesquisas nas áreas de Educação Econômica/consumo, Educação Matemática e Formação de professores. E-mail: soniabessa@gmail.com.

Introdução

Historicamente a matemática foi ensinada nas escolas como um conhecimento a ser adquirido. Metodologias de ensino e aprendizagem nem sempre priorizavam a construção dos esquemas cognitivos do estudante, porque se acreditava que este aprendia decorando a tabuada, fórmulas e algoritmos. Com tais procedimentos, muitos estudantes foram privados de sua capacidade de raciocínio, criando concepções negativas a respeito da matemática. Nogueira (2007, p. 35) descreve alguns procedimentos iniciais para o ensino da matemática nas décadas de 1950 e 1960 que até hoje predominam em muitas instituições de ensino:

> O número era transmitido como se fosse um conhecimento social, se comunicava um saber já constituído. O número se confundia com a coleção, sendo ao mesmo tempo, um signo e uma palavra. A contagem era enfatizada mediante a memorização da sequência numérica. O objetivo era ensinar os números mediante a apresentação de objetos pré-existentes, dos quais se pode destacar determinadas características que o aluno deveria conhecer e memorizar. Nessa perspectiva a aprendizagem era considerada efetiva quando o aluno fosse capaz de reconhecer o número em seus diferentes aspectos: conhecer seu nome, seu algarismo, seu antecessor e seu sucessor (NOGUEIRA, 2007, p. 35).

A ênfase estava na transmissão social do conceito de número. Repetia-se exaustivamente, verbalmente ou por meio de cópias, a sequência numérica até obter a memorização. Para Gómez-Granell (2008, p. 275), no entanto, “[…] se queremos ensinar matemática de uma forma significativa, devemos conhecer os usos e as funções que o conhecimento matemático cumpre em nossa sociedade e situar a aprendizagem dos conceitos e procedimentos matemáticos no contexto de tais usos e funções”.

Em 1997, foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que propuseram dois aspectos básicos para o ensino da matemática: relacionar observações do mundo real com representações, tais como esquemas, tabelas e figuras; e relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Os PCNs enfatizaram ainda a importância de jogos, livros, vídeos, calculadoras e computadores, entre outros, desde que integrados a situações que levam ao raciocínio, à análise e à reflexão. Esse documento foi referência para as escolas brasileiras por um longo período.

No ano seguinte, foi elaborado pelo Ministério da Educação o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI) com o intuito de auxiliar o professor de educação infantil (BRASIL, 1998). Esse documento enfatizou a importância de trabalhar o desenvolvimento de estruturas do pensamento lógico-matemático, com ênfase na construção das noções de seriação e classificação para a aquisição da ideia de número. Além disso, admitiu que a construção desses conhecimentos é importante não só para a matemática, mas para várias outras áreas do conhecimento. É possível que a ênfase nas classificações, seriações e correspondência termo a termo tenha sido inspirada nas experiências de Piaget e Szeminska (1981). Advindas de uma formação tradicionalista, essas atividades se transformaram em uma espécie de preparação do aluno para realizar com êxito as provas descritas no livro *A gênese do número na criança*. Contudo, o RCNEI chamou a atenção para o caráter espontâneo dessas atividades: “as operações de classificação e seriação necessariamente são exercidas e se desenvolvem, sem que haja um esforço didático especial para isso” (BRASIL, 1998, p. 210).

Mais recente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que propõe o que deve ser aprendido durante a educação básica e fornece direcionamentos pedagógicos para as etapas de ensino infantil, fundamental e médio (BRASIL, 2017). Ela faz alusão a habilidades e competências que precisam ser desenvolvidas ao longo da vida escolar. No campo da matemática, é proposto o desenvolvimento de competências e habilidades como

> […] raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017, p. 264).

O documento salienta habilidades específicas para a matemática do ensino fundamental, como enfrentar situações-problemas dos mais variados contextos, de modo a saber se expressar valendo-se de diferentes registros e linguagens. A BNCC foca no que o aluno precisa desenvolver a fim de que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade (BRASIL, 2017). A matemática é vista como uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos. É uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e alicerçar descobertas e construções.

Em relação aos anos iniciais do ensino fundamental, a BNCC propõe que o ensino da matemática deve reaver as vivências do cotidiano das crianças com números, formas e espaço, de modo a iniciar uma sistematização dessas noções na educação infantil (BRASIL, 2017). Ele não deve se restringir às “quatro operações” como habilidades, apesar da sua importância, pois é necessário desenvolver a capacidade de “efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, […] decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo” (BRASIL, 2017, p. 274).

Mantovani de Assis e Ribeiro, numa perspectiva mais geral, corroboram esta perspectiva:

> É por meio da ação educativa que a criança aprende […]. Elas precisam aprender a pensar, e conhecer a realidade física e social em que estão inseridas, ser capazes de analisar e resolver problemas que correspondem a essas necessidades, a aprender a ser e conviver (2019, p. 138).

Para essas autoras, a contribuição da escola é imprescindível para que crianças e jovens se tornem homens livres, moral e intelectualmente autônomos, críticos, íntegros e capazes de transformar a realidade em que vivem.

Retornando à BNCC, na unidade temática “Números” para o 5º ano, é proposto que o aluno desenvolva a habilidade de resolver problemas de multiplicação e divisão com números naturais e racionais com representação decimal finita, envolvendo princípios multiplicativos na resolução e elaboração de problemas (BRASIL, 2017).

Já nos anos finais do ensino fundamental, a proposta para o ensino da matemática na BNCC ainda está relacionada à compreensão dos objetos matemáticos. Esta é uma fase em que é necessário destacar a importância da “comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação” (BRASIL, 2017, p. 296). Entretanto, é fundamental que os estudantes “desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, aprendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos” (BRASIL, 2017, p. 297).

> […] Na fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada (BRASIL, 2017, p. 297).

Isso remonta a Vergnaud, ao recomendar que não se subestime o papel da linguagem e de outras formas simbólicas na conceitualização e na comunicação, incluindo-se, nesse caso, a comunicação didática:

> O professor é um mediador […], mas seu papel não se limita a acompanhar a atividade dos alunos, tutelando-os. […] Na profissionalização do professor, são essenciais as duas funções, a da escolha das situações a serem propostas aos alunos, e a da representação de sua estrutura conceitual por meio de formas simbólicas acessíveis (2011, p. 26).

Na unidade temática “Números” da BNCC para o 6º ano, é proposto que o aluno desenvolva a habilidade de elaborar e resolver problemas que incluam múltiplos e divisores: “classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos ‘é múltiplo de’, ‘é divisor de’, ‘é fator de’, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000” (BRASIL, 2017, p. 299).

O texto da BNCC apresenta o objetivo de levar o aluno a pensar a partir de informações recebidas, analisá-las e responder com uma postura ativa. Tem um espectro bem amplo – os temas são tratados em diferentes momentos da trajetória escolar, aumentando a complexidade e profundidade a cada ano. Os procedimentos estão inseridos em uma rede de significados que tira o foco do cálculo e estabelece relações entre conhecimentos que o estudante já detém.

A multiplicação

De acordo com a BNCC, no 6º ano o estudante deve desenvolver habilidades que envolvam a resolução de problemas com potenciação, frações e números racionais, entre outras, o que requer conhecer as quatro operações aritméticas básicas – adição, subtração, divisão e multiplicação (BRASIL, 2017). Ou seja, a criança precisa sair do 5º ano com pleno domínio dessas quatro operações aritméticas; entretanto, será que os estudantes de fato dominam tais operações ao término do 5º ano?

Para Piaget e Inhelder (2011), nenhum conhecimento parte do zero. Um novo conhecimento será sempre reorganizado a partir do anterior. Essa reorganização acontece quando o estudante assimila as informações externas às suas estruturas intelectuais, e isso só será possível se tais estruturas existirem anteriormente, isto é, uma nova aprendizagem precisa sempre de uma aprendizagem anterior, que servirá de base para a nova, e assim por diante.

Mantovani de Assis corrobora essa perspectiva acerca da aquisição das quatro operações:

> […] para aprender as noções matemáticas mais simples, como, por exemplo, a noção de número e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, o sujeito precisa ter à sua disposição estruturas mentais que lhe possibilitem adquirir essas noções e as operações numéricas (2013, p. 20).

Os conhecimentos envolvendo a compreensão lógica, inclusive os de multiplicação e divisão, são frutos de estruturas mentais construídas por uma sequência que não pode pular fases e que pode acontecer num ritmo diferente para cada um de acordo com a mediação feita pelo professor ou adulto cuidador da criança (BESSA; COSTA, 2017).

É importante compreender que há um processo em que as ações devem ser coordenadas progressivamente, um passo a passo de como a criança age para compreender algo. Bessa e Costa, ao se referirem à relação entre a adição e a multiplicação, afirmam que:

> Por desconhecer os processos de construção do conhecimento e a tomada de consciência, alguns professores concluem que os processos de adição e multiplicação são a mesma coisa. Se isso fosse verdade, no momento em que o estudante compreendesse a adição, a compreensão da multiplicação seria simultânea, contudo, essa compreensão pode demorar até dois anos para que de fato aconteça (2017, p. 132).

Mantovani de Assis (2013, p. 79) corrobora essa perspectiva e afirma com um exemplo na construção do número: “a conservação do número não é abstraída dos objetos, pois para chegar a essa operação o estudante precisa basear o seu julgamento num raciocínio dedutivo que supõe a coordenação de suas próprias ações”. São ações exercidas sobre o objeto não de uma forma material, mas por relações estabelecidas na mente.

Conforme a BNCC, as crianças terão seu primeiro contato com a multiplicação no 2º ano do ensino fundamental, e este contato envolverá a capacidade de “resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais” (BRASIL, 2017, p. 281). Segundo Kamii (2015), desde o 1º ano é possível trabalhar com princípios multiplicativos, ou seja, trabalhar problemas envolvendo multiplicação e divisão, mas estes devem fazer referência a situações do cotidiano, como dividir o lanche, as figurinhas, os pontos do jogo etc. Embora ainda não tenham desenvolvido pensamentos multiplicativos, crianças dessa faixa etária resolverão seus problemas usando a adição repetida. Para Molinari (2013, p. 166)

> […] A diferença básica entre adição e multiplicação é que esta última envolve raciocínio

> hierárquico, no qual a criança deve fazer inclusões hierárquicas simultaneamente, por exemplo: 4x5 corresponde a 4 grupos de 5 elementos simultaneamente e, portanto, mais abstrato do que uma somatória de 4 cinco vezes.

Nessa lógica, deixar que o estudante utilize a adição repetida pode ser um bom caminho para chegar a um resultado. É importante que não se diga à criança quando aplicar tal fórmula, pois ela o fará por si mesma (KAMII; JOSEPH, 2008). Piaget (1995, p. 31) esclarece que

> […] parece ser incontestável que a compreensão da multiplicação numérica é bem menos natural que a da adição. […] Na adição o pensamento está centrado sobre os objetos que se reúnem a outros enquanto na multiplicação trata-se de depreender o número de vezes que se reúnem e de desmembrar, então, as operações como tais, e não mais somente seus resultados enquanto número de objetos transferidos […].

Piaget e Szeminska (1981) explicam que a adição das relações assimétricas (diferenças) é a sua seriação em ato ou pensamento, e a multiplicação das mesmas relações é a sua seriação do ponto de vista de duas ou várias relações ao mesmo tempo. As diferenças assimétricas implicam mais e menos e assinalam assim o início da quantificação, por exemplo é a compreensão que numa série de objetos de tamanhos diferentes, por exemplo: "A1 é maior que B1"ou "A1 é menos largo que P". Para Nogueira (2007, p. 213),

> […] as operações aditivas e multiplicativas estão implícitas na própria construção do número (iteração das unidades e multiplicação de relações assimétrica). Isso implica na possibilidade de reunir os elementos dispersos numa totalidade ou de decompor esta totalidade em partes. […] A lógica, tanto das classes quanto das proposições consiste no algoritmo da parte e do todo.

Vergnaud (2011, p. 22) assegura que na "aprendizagem da multiplicação os estudantes realizam operações de pensamento que diferem das operações numéricas, mas que implicam também raciocínios sobre quantidades e grandezas, um tipo precedente de análise dimensional". Para Nogueira (2007, p. 205) "na multiplicação lógica o que está implícito é a qualidade e na adição em extensão A+A'=B é a quantidade, o que está, então, em jogo, é uma implicação recíproca entre qualidade e quantidade; entre compreensão e extensão, ou, de maneira mais apurada, de classe e número".

Na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1981, 1990, 1994), as operações de adição e subtração são vistas como parte do campo conceitual das estruturas aditivas, e as de multiplicação e divisão, como parte do campo das estruturas multiplicativas.

> Configuram-se essas operações como sistemas de esquemas de várias ordens, aplicáveis a diversas situações, e que se coordenam progressivamente em uma construção complexa, em níveis psicogenéticos diferentes, não limitados aos da aritmética. Logo, têm um processo de compreensão que vai além do período da escolaridade fundamental (MORO, 2004, p. 252).

Segundo Nunes et al. (2002, p. 75), "quando resolvemos um problema de raciocínio aditivo, estamos sempre deduzindo algo que está baseado na relação parte-todo. […] O raciocínio aditivo refere-se a situações que podem ser analisadas a partir de um axioma básico: o todo é igual à soma das partes”. Vergnaud (2011, p. 22) faz menção à multiplicação como situações de proporcionalidade, porque o “[…] raciocínio obriga necessariamente que se faça uma multiplicação ou uma divisão, ou uma sequência dessas operações”, e acrescenta que “as situações de multiplicação e de divisão são analisadas quase sempre como relações entre quatro termos, logo, como situações de quarta proporcional”.

As operações de multiplicação e divisão têm significados diferentes, como comparação (dobro, metade), proporcionalidade (comparação entre razões e divisão por distribuição – exemplo: se um pacote de balas tem quatro balinhas, dois pacotes têm oito, três têm 12 e assim sucessivamente) ou combinação (possibilidades de combinar elementos de diferentes conjuntos – exemplo: quatro irmãs posam para uma fotografia. Quantas fotos diferentes poderão ser tiradas se elas se organizarem em diferentes posições?).

Assim, e considerando esses autores, conclui-se que mesmo que o estudante consiga resolver problemas por meio dos sistemas convencionais com a utilização de técnicas e exercícios, não significa que tenha compreendido o sentido da questão. Conhecer os símbolos convencionais não é suficiente para que o estudante utilize essas grafias e, consequentemente, do procedimento convencional de cálculo de maneira apropriada. Como afirma Gómez-Granell (2008, p. 274), “saber matemática implica dominar os símbolos formais independentemente das situações específicas e, ao mesmo tempo, poder devolver a tais símbolos o seu significado referencial e então usá-los nas situações e problemas que assim o requeiram”. Nessa perspectiva, esta investigação tem como objetivo averiguar condutas e a compreensão da operação aritmética de multiplicação de estudantes do 5º e 6º anos do ensino fundamental.

Metodologia

Este é um estudo de natureza descritiva e qualitativa, com o objetivo de investigar a compreensão da multiplicação por estudantes do 5º e 6º anos do ensino fundamental. A pesquisa foi realizada com 40 estudantes, sendo 20 de cada ano. Todos tinham idade entre 10 e 12 anos. Foram 20 meninos e 20 meninas divididos igualmente: 10 do 5º ano e 10 do 6º ano de escolas diferentes em Planaltina (DF). A indicação dos participantes ficou a critério dos professores, uma vez que não foi permitido às pesquisadoras constituir amostra aleatória. Os 40 participantes foram designados pelas iniciais de seus nomes, de modo a preservar sua identidade. Na apresentação dos dados, serão usadas essas iniciais e a letra P, para designar a pesquisadora.

Como instrumento de avaliação das condutas de multiplicação e divisão, foi utilizada uma situação de aprendizagem adaptada de Zaia (1996, 2013) com ênfase na multiplicação e divisão a qual a autora denomina de Prova dos Palitos. À medida que vai sendo desafiado, o estudante utiliza procedimentos aditivos ou multiplicativos para resolver a situação-problema. Ao professor cabe a tarefa de lançar desafios e contra-argumentos e estimular o pensamento do estudante. Trata-se do método clínico, que, segundo Castorina (1988, p. 60), se caracteriza “por um movimento dialético, as respostas às perguntas ou dão lugar a novas perguntas com o fim de completar a informação que possibilite testar a hipótese ou, então, promovem uma verificação ou reformulação da mesma”. A atividade foi realizada de forma individual, com duração de aproximadamente 30 minutos, entre março e abril de 2019.

A Prova dos Palitos está dividida em duas partes. A primeira averigua a compreensão da multiplicação pelos estudantes e solicita que estes elaborem representações de adição ou multiplicação com dois, três e quatro palitos, de tal forma que sejam capazes de perceber o todo e as partes, bem como os processos implicados nas operações. A segunda parte consiste em averiguar a operação inversa da multiplicação, a divisão. Os estudantes identificam os divisores de 12 e 15 e os processos implicados nas operações de multiplicação e divisão.

Sobre uma mesa, a pesquisadora dispõe aproximadamente 50 palitos de picolé e pede ao estudante que faça o maior número de figuras usando dois, três e quatro palitos por vez no tempo de 15 segundos. Quando o aluno termina de fazer utilizando dois palitos de cada vez, a pesquisadora pergunta-lhe quantos palitos ele usou ao todo, como chegou àquele resultado e se havia outra maneira de descobrir o total de palitos. Após realizar essa atividade com dois, três e quatro palitos, propõe-se ao estudante fazer o movimento inverso. É apresentada uma quantidade *x* de palitos (12 ou 15) e pergunta-se ao aluno quantas figuras ele pode fazer usando essa quantidade, sem sobrar nem faltar palitos. Inicia-se com 12 palitos, utilizando contra-argumentos, como questionar o estudante se tem certeza de que usou o mesmo número de palitos em cada figura, e como fez para descobrir. Em seguida, realiza-se o mesmo procedimento com 15 palitos.

A atividade foi registrada em áudio e vídeo mediante autorização da direção da escola e dos pais dos estudantes, exclusivamente para posterior análise das pesquisadoras. A partir das respostas das crianças, Zaia (2013) organizou seis níveis: IA, IB, IIA, IIB, IIIA e IIIB. Esses níveis progridem desde o pensamento mais elementar até o mais complexo:

- Nível IA – O estudante não chega à consciência do número de vezes que pegou determinada quantidade de palitos para fazer figuras com dois, três e quatro palitos.
- Nível IB – O aluno não acredita que, com a mesma quantidade total, possa construir figuras de quantidades diferentes, sem sobrar ou faltar palitos.
- Nível IIA – A multiplicação é parcialmente compreendida como adição de adições, mas o estudante não tem consciência da operação “*n* vezes *x*”. Utiliza tentativa e erro, e não consegue realizar antecipações. Predomina o pensamento intuitivo quanto à multiplicação.

- Nível IIB – O aluno antecipa composições possíveis, realiza cálculos mentais, mas ainda predominam procedimentos aditivos, embora se utilizem procedimentos multiplicativos com suporte empírico.
- Nível IIIA – O estudante utiliza procedimentos multiplicativos por cálculo mental, mas não compreende ou usa a reversibilidade necessária à operação de divisão.
- Nível IIIB – Fechando o raciocínio, o aluno alcança a reversibilidade necessária à operação de divisão. Em outras palavras, tem pensamento reversível e capacidade de compreender a operação de divisão.

Resultados e discussão

A partir dos dados coletados, as respostas foram categorizadas com referência nos níveis propostos por Zaia (2013) e considerando-se as variáveis idade, gênero e ano escolar dos estudantes. Os dados foram examinados de forma quantitativa com a utilização do programa estatístico SPSS-22.0 e qualitativamente através da análise de conteúdo das respostas dos estudantes.

A Tabela 1 apresenta a distribuição das condutas de multiplicação encontradas. Foram encontrados cinco níveis: IB, IIA, IIB, IIIA e IIIB. No nível mais elementar, IA, não havia estudantes. Algumas respostas foram interpretadas como pertencentes a dois níveis simultaneamente; assim, acrescentou-se um “nível de transição”, que não aparece na proposta de Zaia (1996).

Tabela 1 – Distribuição da amostra quanto às condutas de multiplicação

Condutas de multiplicação	Frequência	Porcentagem
IB	7	17,5
IIA	6	15,0
IIB	7	17,5
IIIA	10	25,0
IIIB	4	10,0
Transição entre dois níveis	6	15,0
Total	40	100,0

Fonte: Dados organizados pelas pesquisadoras.

Entre os estudantes que participaram da investigação, verifica-se homogeneidade na distribuição dos níveis. Os níveis IB e IIB agregam 14 (35%) estudantes, o nível IIA e o nível de transição têm 12 (30%), e os níveis mais evoluídos, IIIA e IIIB, agregam 35% da amostra (14 alunos). O nível IIIA, com 10 estudantes, representou o maior percentual (25%), e somente quatro (10%) estudantes alcançaram o nível IIIB.

No Nível IB, o mais elementar, estão aqueles estudantes que já conseguem tomar consciência do número de figuras feitas ou do número de vezes que pegaram determinada quantidade de palitos, mas ainda não acreditam que, com a mesma quantidade total, possam construir figuras de quantidades diferentes sem sobrar ou faltar palitos. A seguir, será analisada a situação de um estudante que estava nesse nível. Na parte inicial da atividade, F, do 5º ano, fez as formas pausadamente. Parecia estar pensando na melhor maneira de organizar os palitos. Quando terminou, foi perguntado:

P: *Quantos palitos tem ao todo?*

F (Parou, contou de um em um e respondeu): *Seis.*

P: *Como você fez para descobrir que deu seis palitos ao todo?*

F: *Contei de um em um. Contei. Aqui tem dois, quatro e seis.*

P: *Existe outro jeito de descobrir quantos palitos tem ao todo?*

F: *Não…* (pensou um pouco). *Ou contando de um em um.*

P: *Um aluno de outra escola da sua idade disse que poderia fazer 2 × 3. O que você acha? Ele está certo ou errado?*

F: *Não dá pra ser multiplicação.*

Sucederam-se outras tentativas com três e quatro palitos. F chegou a admitir que poderia descobrir contando de três em três, mas em nenhum momento reconheceu a multiplicação como possibilidade de calcular o total dos palitos. Após essa primeira parte com figuras de dois, três e quatro palitos, foram entregues 15 palitos a F para que os reorganizasse em figuras de modo que não faltassem nem sobrassem palitos. F teve dificuldade, mas começou a organizar os palitos de dois em dois. Quando percebeu que sobrariam palitos, desfez toda a organização e reiniciou com agrupamentos de três palitos. Embora tenha alcançado sucesso, o fez intuitivamente por tentativa e erro. Após a conclusão, foi-lhe solicitado que explicasse o que havia feito.

P: *Você tem certeza que usou o mesmo número de palitos em cada figura?*

F (deteve-se olhando e contando as figuras de uma em uma e respondeu): *Sim, três.*

P: *Como você fez para descobrir?*

F: *Porque eu fiz de dois e não deu, e aí eu fiz com três e deu certo.*

P: *Quantas figuras você fez?*

F (parou e contou novamente, parecia querer ter certeza de que havia feito cinco agrupamentos de três): *Cinco.*

P: *Quantos palitos você usou ao todo?*

F (Contou novamente e respondeu): 15.

P: *Como fez para descobrir?*

F: *Contei de um em um.*

P: *Você poderia contar de outra forma?*

F (pensou, olhou novamente os agrupamentos e parecia estar contando): *3+3+3+3+3.*

P: *Outro menino da sua idade me disse que poderia contar multiplicando, que aqui seria 3 × 5. O que você acha?*

F: *Não dá para fazer multiplicação, o menino está errado.*

P: *Com esses palitos, você poderia fazer figuras com outras quantidades em cada uma sem sobrar nem faltar?*

F (parou e pensou por algum tempo antes de responder): *Não.*

P*:* *Por quê?*

F: *Porque teria que pegar mais palitos para fazer.*

O estudante F não percebe a possibilidade de multiplicação nem admite a possibilidade de construir figuras com quantidades diferentes sem sobrar ou faltar palitos, o que o classifica no nível IB. Ao calcular o número total de palitos utilizados, contou de um em um. Kamii e Housman (2002) explicam que, quando a criança adiciona números, pode apresentar o comportamento de “contar tudo”. Como é difícil pensar simultaneamente em dois totais (por exemplo, 3 + 5) e em um total de ordem superior, elas “homogeneízam” o 3 e o 5 transformando ambos em 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.

Sete (17,5%) estudantes estavam no nível IB, o que representa um número alto, correspondente a quase 20% da amostra investigada. Como são estudantes do 5º e 6º anos do ensino fundamental, verifica-se uma acentuada defasagem em relação aos componentes curriculares propostos para esses anos escolares. Esperava-se que estudantes dessa faixa etária e ano escolar fossem capazes de operar com reversibilidade de pensamento, utilizando o cálculo mental e compreendendo os conceitos de múltiplos e divisores.

Na perspectiva de Piaget (2002, p. 26), é necessária a determinação do “todos” e do “alguns” para que se efetive a reversibilidade: “para compreender que A<B, é necessária a reversibilidade de A=B-A’ e a conservação do todo B, uma vez dissociada a parte A de sua complementar A’”. A inexistência da reversibilidade e da conservação do todo B impossibilita as conservações das quantidades, contínuas ou descontínuas.

Existem duas formas de reversibilidade indissociáveis: a inversão ou negação, que culmina na anulação do termo (em matemática, classificada como a existência do elemento oposto, ou simbolicamente +A-A=0), e a reciprocidade (em matemática, classificada como propriedade simétrica, ou seja, se A=B, então B=A), que redunda numa equivalência e, portanto, numa supressão de diferenças. Mantovani de Assis (2013) afirma que a reversibilidade é a capacidade de executar mentalmente a mesma ação nos seus dois sentidos (ida e volta).

Como vimos anteriormente, a BNCC propõe que o aluno de 5º ano seja capaz de resolver problemas de multiplicação e divisão com números naturais e racionais com representação decimal finita. Os resultados desta investigação constataram, porém, que os estudantes têm dificuldade com a multiplicação e divisão com números naturais, o que inviabiliza a inserção dos números racionais.

O nível IIA representa uma pequena evolução em relação ao IB, pois nele estão aqueles estudantes que passam a acreditar na possibilidade de obter a mesma quantidade total a partir de figuras com outras quantidades de palitos, contudo, só conseguem por tentativa e erro, isto é, ainda não fazem antecipações. Há início de tomada de consciência do número de operações correspondente a "*n* vezes *x*", sendo *n* o número de vezes que se pega os palitos ou o número de figuras e *x* o número de palitos de cada figura. Esse aluno não sabe, antes de construí-las, quantas figuras poderá montar com determinada quantidade total. Nesse nível, ele descobre a compensação necessária, embora intuitiva e, portanto, qualitativa, pela qual se conclui que para obter, com a mesma quantidade de palitos, o maior número de figuras, é necessário que cada uma tenha menos palitos, ou que uma quantidade menor de figuras tenha mais palitos cada. A multiplicação é parcialmente compreendida como adição de adições, sendo que o sucesso é alcançado por via aditiva, sem plano e sem tomada de consciência da operação *n* vezes *x*. 15% dos estudantes investigados estão nesse nível, como pode ser verificado na Tabela 1.

O estudante G, de 11 anos, está no nível IIA. Foram entregues a ele 12 palitos e solicitou-se que fizesse figuras usando a mesma quantidade, sem deixar sobrar ou faltar palitos. Esperava-se que ele montasse figuras com um, dois, três, quatro, seis e 12 palitos, que são os divisores de 12. G pegou os palitos, contou e foi separando em agrupamentos de três em três, obtendo assim quatro figuras.

P: *Quantas figuras você fez?*

G: *Fiz quatro de três.*

P: *Qual é o total de palitos?*

G: *12.*

P: *Como fez para descobrir?*

G: *Contando de três em três.*

P: *Poderia contar de outra forma?*

G (pela primeira vez, G admitiu a possibilidade de utilizar a multiplicação)**:** *Só se for 4 × 3.*

P: *Com seus palitos, você poderia fazer figuras com outras quantidades em cada uma, sem sobrar nem faltar? Por quê?*

G: *Sim, mas não sei por quê.*

P: *E se você tentasse com dois palitos, daria?*

G: *Sim, com dois dá, porque esses que sobrar eu junto com os outros.* (Fez seis figuras com dois palitos cada, mas não soube explicar por que deu certo).

Como G alegou que só poderia fazer figuras usando dois palitos, mesmo mediante contra-argumentos, foram-lhe entregues 15 palitos para que fizesse a mesma coisa. Era esperado que ele fizesse figuras utilizando um, três, cinco e 15 palitos. Depois de alguns tateios, G fez cinco figuras com três palitos.

P: *Você tem certeza de que usou o mesmo número de palitos em cada figura? Como você fez para descobrir?*

G: *Tentei com dois palitos, não deu. Então tentei com quatro e também não deu, aí deu com três.*

P: *Como você fez para descobrir?*

G: *Contei de três em três.*

P: *Será que teria outro jeito de você contar? Um menino da sua idade me disse que poderia ser 5 × 3. O que você acha disso?*

G: *Sim poderia ser. Dá pra contar 5 × 3.* (Nesse momento ficou meio eufórico, parece que ficou feliz com a descoberta).

P: *Tem certeza?*

G: *Sim, porque eu contei 5 × 3 de três em três. Sim, mas não tenho certeza, mas dá para fazer com três palitos* (embora feliz por ter descoberto outro caminho, teve um recuo e não admitiu que poderia fazer três figuras de cinco ou cinco figuras de três).

G teve dificuldade no cálculo mental e recorreu muitas vezes ao suporte empírico. Na segunda parte da atividade, teve princípio de tomada de consciência quanto à possibilidade de utilizar a multiplicação. Hesitou diante de algumas questões e retornava o raciocínio mediante contra-argumentos. Em algumas situações, não conseguiu perceber outras possibilidades de cálculo utilizando a multiplicação.

No nível II B estão aqueles estudantes que conseguem fazer uma compensação entre o "número de figuras, vezes número de palitos em cada figura", o estudante percebe a relação quantitativa "n vezes x", antecipa as composições possíveis, opera mentalmente, contudo seus procedimentos são mais aditivos que multiplicativos, pode recorrer aos palitos para concluir o raciocínio. Sete estudantes estavam no nível IIB, cinco deles do 5º ano e dois do 6º ano. A seguir será analisada a situação de um estudante que estava nesse nível. Na parte inicial da atividade o estudante I do 5º ano com 11 anos de idade recebeu uma quantidade de palitos e fez quatro figuras cuidadosamente, mas com rapidez.

P: Q*uantas palitos tem ao todo?*

I: O*ito.*

P: C*omo fez para descobrir que deu oito palitos ao todo?*

I: *Contei de um em um.*

P: *Teria outro jeito de descobrir a quantidade de palitos?*

I: *Sim, de dois em dois ou de três em três.*

P: *Uma colega sua me disse que poderia ser 4 X 2, o que você acha ela está certa ou errada?*

I: *Sim tá certa, tem duas figuras que se repetem quatro vezes. Mas dá pra fazer um monte de coisas diferentes, mas pode ser 4 X 2 também.* (falou confirmando e mostrando com as mãos a quantidade nos palitos).

Quando solicitado a fazer figuras utilizando três e quatro palitos deu explicações similares, e mediante o contra-argumento admitia a possibilidade da multiplicação como possibilidade de calcular o total de palitos. Mas sempre recorria aos palitos para refazer as formas. Na segunda parte da atividade foi-lhe entregue 12 palitos para que ele os reorganizasse em figuras de modo que não faltassem e nem sobrassem palitos. I pegou os palitos, contou e foi separando em agrupamentos de três em três, obtendo assim quatro figuras.

P: *Quantas figuras fez?*

I: *4*

P: *Quantos palitos você usou ao todo? Como fez para descobrir?*

I: *12, fui contando assim* (separando as fichas em agrupamentos de três) *3+3+3+3*

P: *Você poderia fazer de outra forma?*

I: P*ensou, mas não respondeu nada*

P: *Com seus palitos você poderia fazer figuras com outras quantidades em cada uma, sem sobrar ou faltar?*

I: *Sim, de dois em dois ou de quatro em quatro*

P: *Porque daria pra fazer com dois e quatro?*

I: *Porque daria para dividir.*

P: *Como?* (ficou em silêncio algum tempo olhando para os palitos e movimentando-os em agrupamentos, de dois, três e quatro) *pode ser 4 X 3, ou 4 X 2.*

O estudante foi progredindo ao longo da atividade e ao manusear os palitos e fazendo diferentes agrupamentos foi fazendo a relação entre o número de figuras e o número de palitos. Embora fizesse menção a possibilidade de divisão, recorria a multiplicação. Admitiu que com 12 palitos poderia fazer agrupamentos de dois, três e quatro, mas não fez menção de um, seis e 12. A atividade seguinte consistiu na mesma proposta, mas agora com 15 palitos. I fez três agrupamentos de cinco e disse que havia contado os palitos e dividido em grupos de três, ele admitiu o uso da divisão.

P: *Quantas figuras você fez?*

I: *Três figuras.*

P: C*omo fez para descobrir?*

I: *Fiz 3 X 5*.

P: *Teria outro jeito de descobrir diferente desse?*

I: *Dividindo 15 por três*

P: *Você poderia fazer figuras com outras quantidades em cada uma, sem sobrar, nem faltar? Por quê?*

I: *Não daria ficou faltando*. (Antes de responder pegou os palitos e foi fazendo agrupamentos de seis, mas logo percebeu que não daria).

P: *E se você tentasse com cinco palitos, daria?*

I: (Com ar de surpresa falou) *dá pra fazer com outros números que sejam impares*. (Recomeçou a fazer cinco formas com três palitos).

O estudante I teve dificuldade com a divisão, embora demonstrasse domínio na multiplicação, utilizou cálculo mental, mas preferiu utilizar procedimentos aditivos ou multiplicativos. Recorreu aos palitos para comprovar a relação quantitativa, conseguiu antecipar algumas composições como 4 X 2, 3 X 4 e 3 X 5. Ao final da atividade percebeu que com números impares ficaria mais fácil fazer os cálculos. Admitiu a possibilidade da divisão, mas não conseguiu explicar o procedimento por antecipação mental, recorreu ao suporte empírico. Admitiu que os divisores de 15, são 3 e 5, mas não fez menção aos números 1 e 15.

Piaget (2003) esclarece que o conhecimento lógico-matemático se torna rapidamente independente da experiência física, uma vez que são coordenações gerais das ações exercidas pelo sujeito sobre os objetos. O autor propõe que a origem da lógica deve ser procurada nas coordenações gerais da ação: "no caso da experiência lógico-matemática, os conhecimentos obtidos não são tirados dos objetos como tais, mas das ações exercidas sobre eles" (PIAGET, 2003, p. 350). Segundo Piaget, conhecer não consiste em copiar o real, mas em agir sobre ele e transformá-lo (na aparência ou na realidade), de maneira a compreendê-lo em função dos sistemas de transformação aos quais estão ligadas essas ações – "todo conhecimento, em todos os níveis, está ligado à ação" (2003, p. 16).

No nível IIIA verifica-se a presença de procedimentos multiplicativos por cálculo mental, mas com pouco uso da reversibilidade (divisão). O estudante compreende ou utiliza parcialmente a reversibilidade necessária à operação de divisão e reconhece alguns divisores mesmo recorrendo a multiplicação para explicá-los. Nesse estudo 10 estudantes estavam no nível IIIA sendo cinco do 5º ano e seis do 6º ano. Seis meninas e quatro meninos. Será apresentado a transcrição do estudante L de 11 anos que está no 6º ano. Foi entregue a L uma porção de palitos para que ele fizesse o maior número possível de figura com 2 palitos, ele fez quatro figuras de dois palitos.

P: *Quantas figuras você fez?*

L: *4*

P: *Como fez para descobrir?*

L: *Contando de dois em dois.*

P: *Teria outro jeito de contar diferente desse?*

L: *De um em um.*

P: *Um garoto da sua idade da outra turma falou que poderia ser 4 X 2, o que você acha disso?*

L: *Sim pode ser.*

A seguir reorganizou os palitos e fez duas figuras com seis e respondeu que contou de 6 em 6. Mediante a pergunta sobre outra forma de contar, disse que poderia ser, de 6 em 6, ou 6 + 6.

P: *Teria outro jeito de fazer diferente desses dois que você me falou?*

L: *poderia ser 6 X 2, dependendo da forma de como a pessoa sabe a tabuada contaria de 1 em 1.*

Ao fazer formas com 3 e 4 palitos utilizou com propriedade a adição e a multiplicação, fez antecipação e utilizou cálculo mental, não se referiu a divisão e explicou o procedimento pelo conhecimento da tabuada. Na segunda parte da atividade, foram entregues a L, 12 palitos para que fizesse figuras sem faltar ou sobrar. L fez seis figuras com dois palitos.

P: *Com seus palitos você poderia fazer figuras com outras quantidades em cada uma, sem sobrar, nem faltar? Por quê?*

L: *Sim, de seis em seis dá duas figuras. De dois em dois dá seis figuras de dois palitos.*

P: *Daria para fazer mais figuras?*

L: *Sim, com 1, 2, 3, 4, 6 e 12.* (Antes de responder parou, ficou olhando para os palitos, parecia estar calculando mentalmente).

P: *Como você fez para descobrir?*

L: *Sim. Porque o 12 tem na tabuada deles.*

P: *Como assim? Não entendi.*

L: *Porque o 12 tem na tabuada do dois e do três. três figuras com quatro palitos e duas de seis.*

O estudante reconheceu todos os divisores de 12, por cálculo mental, sem recorrer aos palitos, mas atribuiu a tabuada, o mesmo ocorreu quando utilizou 15 palitos. Recebeu os palitos e organizou em três agrupamentos de cinco.

P: *Quantas figuras você fez?*

L: *3.*

P: *Como fez para descobrir?*

L: *3 X 5*

P: *Teria outro jeito de descobrir?*

L: *5 X 3*

P: *Um colega seu de outra turma disse que poderia dividir 15 por três, o que você acha? Ele está certo ou errado?*

L: *Está certo, pode dividir também, mas pela tabuada de multiplicação é mais fácil.*

P: *Daria para fazer outras formas, sem sobrar ou faltar palitos?*

L: S*im com três e cinco palitos.*

O estudante L reconheceu a multiplicação de 3 X 5, e 5 X 3, mas, não fez referência a divisão, embora a reconhecesse preferiu utilizar a multiplicação. Diferente do estudante I que está no nível IIB, L reconheceu todos os divisores de 12 e parcialmente os divisores de 15, e em nenhum momento recorreu ao suporte empírico, fazia os cálculos mentalmente.

No nível IIIB, o mais evoluído, foram encontrados quatro estudantes, sendo três do 6º ano e um do 5º. A seguir, faremos a transcrição da fala da aluna JG, do 5º ano. Ela recebeu o conjunto de palitos para que fizesse o maior número de figuras possíveis com dois palitos.

P: *Quantas figuras você fez?*

JG: *Sete.*

P: *Quantos palitos usou ao todo? E como fez para descobrir?*

JG: *14. Contei de um em um.*

P: *Teria outro jeito de descobrir?*

JG: *Sim, contando de dois em dois.*

P: *Uma menina da sua idade me disse que poderia multiplicar. O que você acha disso?*

JG: *Ela tá certa. Poderia ser 7 × 2, porque tem sete figuras com dois palitos.*

P: *Teria outro jeito?*

JG: *Pode ser 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2, ou 2 × 7.*

Em todas as situações com dois, três e quatro palitos, JG utilizou argumentos de adição e multiplicação. Fazia os cálculos com rapidez, sem necessidade de suporte empírico. Na segunda parte da atividade, foram entregues a ele 12 palitos para que fizesse figuras sem faltar ou sobrar. JG fez seis figuras de dois.

P: *Como você descobriu que daria seis figuras de dois palitos?*

JG: *Contei de um em um. Também somei de dois em dois e fiz 6 × 2.*

P: *Com seus palitos, você poderia fazer figuras com outras quantidades em cada uma, sem sobrar nem faltar? Por quê?*

JG: *Sim, porque o valor dos palitos pode ser representado com outro número, com outra forma.*

P: *Com quantos palitos poderia fazer cada figura? Por quê?*

JG: *3 e 4. Porque 4 × 3 = 12 e 3 × 4 é a mesma coisa.*

P: *Quantas figuras faria então?*

JG: *Com dois, três, quatro e seis.*

A estudante não mencionou figuras com todos os 12 palitos e com um palito. Quando perguntado se poderia utilizar um e 12, ela admitiu que sim. Recebeu então 15 palitos e fez rapidamente cinco figuras de três palitos.

P:*Você tem certeza de que usou o mesmo número de palitos em cada figura? Como você fez para descobrir?*

JG: *Sim, cinco. Contando quantos tinha e dividi para três pessoas e deu cinco palitos para cada.*

Nas jogadas subsequentes, admitiu todos os divisores de 15 (1, 3, 5, 15) sem dificuldade e utilizou argumentos de adição, multiplicação e divisão.

JG conseguiu compreender o processo inverso da multiplicação e utilizá-lo por meio de cálculo mental. Essa foi a única estudante do 5º ano que chegou ao nível IIIB. Como essa estudante chegou à compreensão da multiplicação e divisão e os demais de sua turma não conseguiram? Sabem os professores do nível de compreensão de multiplicação e divisão dessa estudante? Essas foram algumas das inquietações das pesquisadoras.

Mantovani de Assis (2013) explica que, na perspectiva construtivista, para compreender ou conhecer, é preciso que o dado exterior seja assimilado às estruturas intelectuais do estudante, o que só é possível se tais estruturas existirem anteriormente. Por conseguinte, para construir as noções matemáticas mais simples, por exemplo, a noção de número e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, o estudante precisa ter à sua disposição estruturas mentais que lhe possibilitem adquirir essas noções e as operações numéricas. Isso ocorre porque uma aprendizagem não parte jamais do zero; um novo elemento é reorganizado internamente a partir das aquisições anteriores. Dessa reorganização, surgem combinações que abrem possibilidades para a aprendizagem de novos dados com os quais o estudante se defronta à medida que interage com o meio.

A seguir, serão analisados os níveis de multiplicação e as variáveis idade, gênero e ano escolar dos estudantes investigados.

Os estudantes foram classificados em três idades (10, 11 e 12 anos). Nove têm 10 anos, seis têm 12 anos e a maioria, 25, tem 11 anos. Encontramos crianças das três idades no nível IB. No nível IIA, a maioria tem 11 anos. Entre os sete estudantes no nível IIB, cinco têm 11 anos. Nos níveis IIIA e IIIB, só há estudantes de 10 e 11 anos. Os estudantes de 12 anos estão em idade fora do padrão para o ano cursado, pois repetiram de ano; contudo, repetência não foi garantia de melhores níveis de compreensão da multiplicação. A presença de três estudantes de 12 anos na conduta IB pode implicar que esses estudantes têm dificuldades em compreender as operações aritméticas elementares. Esses dados estão sintetizados na Tabela 2.

É possível que os estudantes da amostra coletada apresentem dificuldades em atingir as metas propostas pela BNCC – para o 5º ano, a resolução de problemas com multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais e, para o 6º ano, a solução de problemas que envolvem as quatro operações com números naturais e racionais e os múltiplos e divisores de um número natural. É possível que a complexidade e os conteúdos propostos pela BNCC não levem em conta a maturidade intelectual das crianças dessa faixa etária e desse nível de escolaridade. Morais (2019) critica o texto final da BNCC alegando que a mesma foi imposta, por um Conselho Nacional de Educação cujo compromisso principal era enriquecer empresas multinacionais e institutos de empresários que enriquecem com a educação, assim estaria vinculada a interesses mercadológicos. Michetti (2020, p. 2) assinala que "[...] as disputas acerca da criação da base curricular nacional se dão no seio de um espaço social em que vários agentes - com acúmulos desiguais de variados capitais e com ethos , interesses e estratégias diversos - buscam fazer valer sua posição como legítima e encaminhar seus desígnios". Esse autor descreve algumas críticas relevantes a BNCC e faz menção a crítica do Sindicato Nacional dos Docentes das Instituições de Ensino Superior (Andes-SN) que se posicionou contrariamente à BNCC por considerá-la um instrumento centralizador, autoritário, reducionista e de controle dos conteúdos a serem ministrados por professores/as da Educação Básica. Os argumentos utilizados foi por entender que ela está vinculada a uma proposta de centralização da seleção de conteúdos e sua uniformização, baseada no argumento de autoridade dos especialistas das disciplinas, a instituição de um conhecimento dito oficial e de um único saber que será considerado o legítimo, ou seja, aquele que consta dos componentes curriculares desse instrumento e responsabilizando os professores e os gestores pelos resultados da aprendizagem, desconsiderando as condições efetivas da realização das atividades educacionais.

Considerações finais

A BNCC propõe, para o 5º e 6º anos do ensino fundamental, o trabalho com resolução de problemas de multiplicação e divisão com números racionais, e para o 6º ano o domínio das quatro operações com números naturais e racionais e os múltiplos e divisores (BRASIL, 2017). Pelos resultados encontrados nesta investigação, os estudantes têm dificuldade até mesmo com a multiplicação e divisão com números naturais, o que dificultaria a inserção dos números racionais. É possível que os estudantes do 5º ano tenham dificuldade na resolução de problemas com multiplicação e divisão, bem como a representação decimal por números naturais, seus múltiplos e divisores.

Cabe destacar que as exigências do BNCC estão longe da maturidade intelectual das crianças dessa faixa etária e desse nível de escolaridade. Corre-se o risco de excluir ainda mais as crianças que divergem do padrão curricular e culpabilizar escolas e professores pelo fracasso dos estudantes. Como afirma Branco et al. (2018, p. 60) a elaboração e a implantação da BNCC "[...] consolida-se como mais um avanço da hegemonia e dos ideais neoliberais no contexto das políticas curriculares nacionais, [...] na contramão daquilo que se espera da escola pública que é garantir às novas gerações os conhecimentos historicamente sistematizados e uma formação humana emancipatória".

O nível IIIB representa o nível esperado para todas as crianças desse ano escolar; porém, somente quatro estudantes da amostra, ou seja, 10% dos estudantes, chegaram a esse nível. Pelo ano escolar e a idade desses estudantes, esperava-se que um número maior fosse capaz de utilizar procedimentos aditivos e multiplicativos, como tabelas de dupla entrada que envolvem classificações segundo dois critérios simultâneos, ou correspondências seriais, ou ainda seriações duplas.

É possível que muitos estudantes cheguem até o 5º ou 6º ano sabendo apenas as "continhas" treinadas, ou as tabuadas decoradas. Esse é o resultado do ensino baseado no treino precoce de algoritmos, sem reflexão e discussão de suas regras, e/ou através do uso de situações-problema que desempenham o papel de exercício, não apresentam desafios e não permitem a elaboração de diferentes estratégias. Desta forma, os alunos acabam abandonando sua forma própria de pensar, apenas memorizando a regra, sem compreender o processo implícito.

Esperava-se que estudantes do 6º ano estivessem em níveis mais elevados que as crianças do 5º ano, mas os dados revelaram que a diferença foi pequena entre os dois grupos, embora com percentuais mais altos para o 6º ano. É possível que a aprovação acadêmica não resulte num processo efetivo de ensino e aprendizagem.

No ensino de qualquer componente curricular, é importante considerar a perspectiva de quem aprende. Em especial no ensino de matemática na educação básica, é necessário priorizar métodos ativos que permitam aos alunos pensar por si mesmos. Os jogos, os desafios, as situações-problema são exemplos de estratégias de ensino da aritmética nessa faixa etária, porque apelam ao lúdico, simbólico e representativo. Os jogos podem ou não estar relacionados com os componentes curriculares dos anos iniciais, mas é necessário que promovam a aprendizagem das operações e permitam situações de interação social e desenvolvimento da autonomia.

O meio físico e social influencia todas as culturas. Assim, segundo Mantovani de Assis e Ribeiro (2019), a escola pode oferecer à criança a oportunidade de se defrontar com situações-problema que geram conflitos cognitivos e contradições para que tenha necessidade de se adaptar a situações novas e desenvolver sua inteligência.

Embora elementar e com um número pequeno de participantes, esta investigação abre uma perspectiva ampla de outros estudos, com outros anos escolares, de escolas públicas e particulares.

Além disso, fica a sugestão de averiguar a questão do gênero na aprendizagem da matemática e a proposta de intervenções pedagógicas que priorizem metodologias ativas e enfatizem o protagonismo dos estudantes.

Recebido em: 11/06/2020
Aprovado em: 06/03/2021

Referências

BESSA, S.; COSTA; V. G. Operação de multiplicação: possibilidades de intervenção com jogos. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 98, n. 248, p. 130-147, jan./abr. 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i248.2576. Acesso em: 26. ago. 2019.

BRANCO, E.P; BRANCO, A. B. G; IWASSE, L. F. A; ZANATTA, S.C. uma visão crítica sobre a implantação da base nacional comum curricular em consonância com a reforma do ensino médio. **Debates em Educação**, Vol. 10 Nº. 21 Maio/Ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. PDF. Brasília, 1997. v. 3.

______. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil**. Brasília, 1998. v. 3.

CASTORINA, J. Antônio. **Psicologia genética**: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1988.

CASTRO, E.; RICO, L.; CASTRO, E. **Números y operaciones**: fundamentos para una aritmética escolar. Madrid: Síntesis, 1996.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. *In:* TEBEROSKY, A.; TOCHINKI, L. (Orgs.). **Além da alfabetização:** a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. 4. ed. Tradução: Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 2008. p.67-94.

KAMII, C. Frações: encorajando estudantes do primeiro ano do EF a inventá-las e a realizarem operações de adição e subtração com elas. *In:* MOLINARI, A. et al. (org.). **Novos caminhos para ensinar e aprender matemática**. Campinas: Book, 2015. p. 55-79.

KAMII, C.; HOUSMAN, L, B. **Crianças pequenas reinventam a aritmética**. Tradução: Cristina Monteiro. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2002.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais)**: implicações da teoria de Piaget. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MANTOVANI DE ASSIS, O. Z. Direito à educação e prática pedagógica. *In:* ASSIS, M. C. de; MANTOVANI DE ASSIS, O. Z. (org). **PROEPRE**: fundamentos teóricos da educação infantil. 4. ed. São Paulo: Unicamp, 2013. p. 18-34.

MANTOVANI DE ASSIS, O. Z; RIBEIRO, C. P. Construção do conhecimento. **Revista Scheme,** Marília, v. 11, n.especial, 2019.

MICHETTI, M. Entre a legitimação e a crítica: As disputas acerca da Base Nacional Comum Curricular. **Rev. bras. Ciências. Sociais**, São Paulo, vol.35 no.102. Fev 03, 2020 disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbcsoc/v35n102/0102-6909-rbcsoc-35-102-e3510221.pdf. Acesso em 15 de jan. 2021.

MOLINARI, A. M. C. Multiplicação e divisão além da tabuada. *In:* MANTOVANI DE ASSIS, O. Z. (org). **PROEPRE**: fundamentos teóricos para o ensino fundamental. 2. ed. Campinas: Book, 2013. p. 165-186.

MORAIS, Artur. Gomes. Análise crítica da PNA (política nacional de alfabetização) imposta pelo MEC através de decreto em 2019. **Revista Brasileira de Alfabetização** – ABAlf. Belo Horizonte, MG | v. 1 | n. 10 (Edição Especial) | p. 66-75 | jul./dez. 2019.

MORO, M. L. F. Notações da matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 17, n. 2, 2004. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/prc/v17n2/22477.pdf. Acesso em: 27 jan. 2020.

NOGUEIRA, C. **Classificação, seriação e contagem no ensino do número**. Marília: Oficina Universitária Unesp, 2007.

NUNES, T.; MENDONÇA, T. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Introdução à educação matemática**. São Paulo: Proem, 2002.

PIAGET, J. **Psicologia da inteligência**. São Paulo: Zarah, 1977.

______. **Biologia e conhecimento**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 2003.

______. **Epistemologia genética**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

______. **Abstração reflexionante**. Porto Alegre: Artmed, 1995.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A psicologia da criança**. 5. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2011.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. Tradução: Christiano Monteiro Oiticica. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

______. Le rôle de l’enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. *In:* ARTIGUE, M.; GRAS, R.; LABORDE, C.; TAVIGNOT, P. (Orgs.). **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1994. p. 177-191.

______. Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 2, n. 2, p. 215-232, 1981.

______. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, n. especial, p. 15-27, 2011.

ZAIA, L. L. **A solicitação do meio e a construção das estruturas operatórias em crianças com dificuldades de aprendizagem**. 1996. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Campinas, 1996.

ZAIA, L. L. Estruturas operatórias concretas – os agrupamentos. *In*: MANTOVANI DE ASSIS, O. Z. (org.). **PROEPRE**: fundamentos teóricos para o ensino fundamental. 2. ed. Campinas, SP: Book, 2013. p. 187-197.