emd Ensino da Matemática em Debate

DOI: https://doi.org/10.23925/2358-4122.2021v8i1p61-80

As potencialidades do Tangram no ensino de Geometria por meio do *software* GeoGebra

Tangram's potentials in Geometry teaching through the GeoGebra software

Edivania Augusto dos Santos[1]

André Felipe da Silva[2]

Sumária Sousa e Silva[3]

RESUMO

O presente artigo apresenta os resultados de um projeto de intervenção, realizado no ano de 2018, com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental II, composta por 26 alunos, de uma escola pública, localizada na cidade de Tangará da Serra, estado de Mato Grosso. O projeto teve como objetivo desenvolver uma proposta metodológica de ensino de Geometria, com o uso do jogo Tangram, por meio do software GeoGebra. Metodologicamente, trata-se de uma pesquisa qualitativa e, como aporte teórico, fundamenta-se na teoria de van Hiele para justificar os progressos de construção do conhecimento geométrico, pelos discentes. Foram analisadas as potencialidades do quebra-cabeças envolvendo conteúdos, como: triângulos retângulos, isósceles e congruentes, propriedades do quadrado e do paralelogramo, configurando, assim, nas sete peças do puzzle. O teste de Geometria de van Hiele foi aplicado duas vezes neste estudo e observou-se que, os resultados do pré-teste o nível 1(visual) foi predominante na turma e no pós-teste houve a predominância do nível 2 (descritivo/analítica). Esses resultados expressam a importância do uso de tecnologias, como o software GeoGebra, para fins educativos, que se constituem em elementos essenciais para potencializar a compreensão dos conceitos matemáticos pelos estudantes.

Palavras-chave: *Geometria. Jogo. Software GeoGebra. Teoria de van Hiele.*

ABSTRACT

This article presents the results of an intervention project, carried out in 2018, with a class of 9th grade of Elementary School II, composed of 26 students, from a public school, located in the city of Tangará da Serra, state of Mato Grosso. The project aimed to develop a methodological proposal for teaching Geometry, using the Tangram game, using the GeoGebra software. Methodologically, it is a qualitative research and, as a theoretical contribution, it is based on the theory of van Hiele to justify the progress of construction of geometric knowledge by the students. The potential of the puzzle involving content was analyzed, such as: right, isosceles and congruent triangles, properties of the square and the parallelogram, thus configuring the seven pieces of the puzzle. The van Hiele Geometry test was applied twice in this study and it was observed that, for the pre-test results, level 1 (visual) was predominant in the class and in the post-test there was a predominance of level 2 (descriptive / analytical). These results express the importance of using technologies, such as GeoGebra software, for educational purposes, which are essential elements to enhance students' understanding of mathematical concepts.

Keywords*: Geometry. Game. GeoGebra software. van Hiele Theory.*

[1].Graduada em Matemática, pela Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT).
E-mail:edivaniahenrique23@gmail.com

[2]. Graduando em Matemática, pela Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT).
E-mail: andrefesv@gmail.com

[3]. Doutora em Ciências, pela Universidade de São Paulo (USP).
E-mail: sumariasousa@gmail.com

Introdução

O Tangram é um quebra-cabeças milenar, oriundo da China, formado por sete figuras geométricas (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo) que, justapostas, compõem um quadrado (SANTOS, FRANÇA e SILVA, 2020). Ele foi aqui utilizado como um recurso para o ensino de Geometria, por meio do *software* GeoGebra, envolvendo os seguintes assuntos: triângulo retângulo, triângulo isósceles, propriedades do quadrado e do paralelogramo, de forma a viabilizar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Souza (2010) salienta que o uso das tecnologias para fins educativos são elementos essenciais para a compreensão dos conceitos matemáticos e, de forma involuntária, estimula a criatividade.

Nesse sentido o uso *software* GeoGebra favorece a construção de figuras geométricas (planas e espaciais), além de facilitar a movimentação dos elementos presentes nas figuras, alterando seus formatos e medidas de maneira dinâmica (ABAR e RODRIGUES, 2020; VIEIRA e ESCHER, 2018). Assim, o aluno, pode perceber as relações existentes entre os elementos dessas figuras, facilitando a assimilação dos conceitos e as definições referentes às essas figuras geométricas. Demo (2011) ressalta que todo processo de aprendizagem requer a condição de sujeito participativo, envolvido, motivado, numa posição ativa de desconstrução e reconstrução de conhecimento e informação, e jamais de forma passiva.

Fiorentini e Miorim (1990) afirmam que, antes de optar por um material ou jogo, devemos refletir sobre a nossa proposta político-pedagógica; sobre o papel histórico da escola, sobre o tipo de sociedade que queremos, sobre o tipo de aluno que queremos formar, sobre qual Matemática acreditamos ser importante para esse aluno. Fiorentini (1995) salienta que: "ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um 'aprender' mecânico, repetitivo, do fazer sem saber, mas aquele do que faz e porque faz". O autor enfatiza sobre a importância de um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão fragmentada e parcial da realidade. Pesquisam apontam que o uso do jogo Tangram, por exemplo pode contribuir para desenvolvimento do pensamento geométrico e transformar os sujeitos mais ativos em um processo de contínuo aprendizado (SANTOS, FRANÇA e SILVA, 2020).

Neste contexto, sendo a escola um espaço social e cultural, é imprescindível adaptar-se às mudanças e enfrentar o desafio de confrontar novos conhecimentos (MARTINS, 1991). Desafios esses que, para Corbellini (2012), é o teatro onde os avanços tecnológicos acontecem numa expressiva velocidade, desencadeando contínuas transformações na sociedade e atingindo todos os segmentos. E o uso dessas tecnologias pode interferir diretamente na prática do professor e, consequentemente, gerar uma necessidade de adaptação contínua de ambas as partes: professor e aluno. Kenski (2007), ressalta que os *softwares* educativos permitem a visualização dos objetos matemáticos, auxiliam na sua representação mental, e favorecem a análise e a identificação das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico.

A geometria é um ramo da Matemática que tem por objeto de estudo o espaço e a forma. É inegável a importância da geometria, entretanto, essa relevância nem sempre é refletida no ensino da Matemática. Estudiosos da área como: Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Fainguelernt (1995), entre outros, afirmam que diferentes tipos de investigações geométricas podem contribuir para a compreensão do desenvolvimento intelectual. Para Fainguelernt (1995), o conhecimento geométrico é importante, tanto pelos aspectos intuitivos, que nos levam a pensar sobre situações com as quais nos deparamos diariamente, quanto pela possibilidade de se ter um conhecimento mais elaborado com o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Sobre esta questão a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), estabelece que:

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2017, p. 269)

O desenvolvimento do pensamento geométrico é importante para interpretar e investigar as representações geométricas, não somente no ambiente escolar, mas para uma compreensão do convívio social. Sendo esta uma apreciação defendida por diversos pesquisadores como Lorenzato (1995, p.5), que contribui para a discussão desse tema afirmando que:

> [...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como o fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzidas e a visão da Matemática torna-se incompleta” (LORENZATO, 1995, p. 5).

A realização do presente trabalho baseou-se essencialmente em motivações pessoais, marcadas pela vontade de melhorar a visão que os alunos têm sobre a geometria e mudar essa realidade de seu abandono no Brasil, como menciona Pavanello (1993). A BNCC corrobora com essa concepção e estabelece nos anos finais do Ensino Fundamental, que:

> [...] o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança (BRASIL, 2017, p.270).

É notório as diversas conexões entre a geometria e cotidiano do aluno, evidenciando a importância da consolidação das aprendizagens realizadas nessa área. Vale explicitar que, a BNCC apresenta competência e habilidade dessa disciplina para Ensino Fundamental II. As aprendizagens essenciais definidas pela BNCC, devem assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais, que indicam, na esfera pedagógica, os direitos à aprendizagem. E cada área de conhecimento estabelece competências específicas, que possibilitam a articulação horizontal entre as áreas, perpassando todos os componentes curriculares, e a articulação vertical, ou seja, a progressão entre os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental (ARRUDA, FERREIRA e LACERDA, 2020).

Para que estes objetivos fossem alcançados foram pensadas e aplicadas atividades baseadas na obra de Souza (2006): "A Matemática e as Sete Peças do Tangram", e outras referências disponibilizadas na internet e adaptadas pela professora mediadora do processo. De forma que o projeto de intervenção, teve como objetivo principal desenvolver uma proposta metodológica de ensino de Geometria, com o uso do jogo Tangram, por meio do *software* GeoGebra, considerando o modelo de van Hiele.

Teoria de van Hiele

A teoria de van Hiele foi desenvolvida em 1959, e é baseada nas experiências em sala de aula, vividas por Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, dois professores holandeses de Matemática do Ensino Médio. Essa experiência os levou a estudar a situação em profundidade, de tentar encontrar alguma solução para melhorar a qualidade do ensino de geometria. No desenrolar da teoria, atribuiu-se o desenvolvimento às características socioculturais coincidindo com o processo de ensino-aprendizagem proposto por Vygotsky. A teoria de van de Hiele é considerada por muitos estudiosos da área, um modelo que atende e se adequa melhor às necessidades do currículo escolar desde 1980. Esse modelo construído por van Hiele tem-se consolidado pelo número expressivo de pesquisas acerca do processo de ensino da geometria (CLEMENTS e BATTISTA, 1992).

Para van Hiele os alunos devem passar pelos níveis mais elementares do pensamento geométrico, antes de elevar a níveis que exijam um tempo considerável. Usiskin (1982) salienta que os alunos bem sucedidos não aprendem fatos, nomes ou regras, mas sim, as redes de suas relações que ligam conceitos e processos, eventualmente ligadas a esquemas, como também, afirmam Clements e Battista (1992). Os níveis de Van Hiele têm sido descritos e discutidos de forma exaustiva na literatura, especialmente em Burger e Shaughnessy (1986), Clements e Battista (1992), Fuys, Geddes e Tischler (1988), entre outros. Onde apresentam em seus trabalhos uma descrição pormenorizada de cada um dos cinco níveis propostos por van Hiele em 1986, são eles: Nível 1- Visual; Nível 2- Descritivo/Analítico; Nível 3- Abstrato/Relacional; Nível 4- Dedução Formal e Nível 5- Rigor/Metamatemático.

De modo geral, a presente pesquisa, tem como base a teoria de van Hiele de 1986, direcionando para dois dos cinco níveis presentes na teoria proposta para o raciocínio geométrico. São eles: nível 1 e nível 2, que se referem ao visual e ao descritivo/analítico, respectivamente, sob influência do currículo escolar. Entretanto é importante apresentar de forma sucinta do que se trata todos os níveis de pensamentos geométrico, a saber:

Nível 1- Visual

No nível visual ou nível 1, é considerado como estágio inicial, os alunos identificam formas e outras configurações geométricas na compreensão de uma figura. Neste nível, os alunos não notam a presença das propriedades. Entretanto, o discente percebe a diferença entre duas figuras ou mais sem citar nenhuma propriedade, o raciocínio dos alunos é dominado pela percepção. Assim, conseguem distinguir as figuras por terem a mesma aparência (JUNQUEIRA, 1995).

Para Burger e Shaughnessy (1986), no nível visual, os julgamentos dos alunos baseiam-se na observação das figuras. Geralmente nesse nível básico, na descrição de figuras geométricas, os educandos dispõem de termos do tipo: ". ... parece um...,"," ... lembra ...". Assim, espera-se nesta fase, respostas com ênfase em tamanho, cores ou outros aspectos, como "bicudo", "deitado", achatado", "redondo" (van Hiele, 1986). Notoriamente, nesse estágio inicial, uma vez que os discentes forem questionados quanto à diferença existente entre duas figuras geométricas, podem ocorrer respostas relacionadas as características visuais. Não se espera respostas que estejam embasadas em propriedades ou relações entre as figuras, assim, ocorre a descrição do aspecto físico das figuras: diferenciando-as pelas semelhanças ou diferenças globais (JAIME e GUTIERREZ, 1990).

Segundo Crowley (1994) no nível 1, os discentes apenas têm uma percepção de visualizar ou perceber "o espaço como algo que existe em torno deles". Ainda segundo o autor as figuras geométricas são reconhecidas neste nível como entidades totais, na sua totalidade.

Nível 2 (Descritivo/Analítico)

Segundo Clements e Battista (1992) ao alcançar o nível 2: Descritivo/Analítico, os discentes reconhecem e identificam as características e as formas geométricas pelas propriedades. Vêem a figura como um todo e suas coleções de propriedades que podem ser estabelecidas por meio da observação, medição do tamanho e da modelação. Diferente do nível 1, nessa fase de análise dos componentes das figuras geométricas, os alunos reconhecem as propriedades das respectivas figuras e utilizam as propriedades para resolução de problemas. Entretanto, ainda são vistas de forma independente umas das outras, um fato interessante é a percepção das relações entre as classes de figuras geométricas, visualizam com outro olhar, concebendo as figuras compostas por elementos e certas propriedades, (JUNQUEIRA, 1995). Ainda nesta concepção, no nível descritivo, os educandos despertam para compreensão de que as figuras geométricas, são formadas por elementos e possuem propriedades matemáticas e fomentam informalmente enunciando essas propriedades, diz o modelo de van Hiele (1986). Por exemplo: um quadrado possui quatro ângulos retos e quatro lados de igual comprimento.

Assim, para Burger e Shaughnessy (1986), no nível 2, apesar dos alunos serem capazes de pensar numa classe de figuras como uma coleção de propriedades, não conseguem ainda explicar o que significa dizer que uma propriedade decorre de outra, como também mencionam Clements e Battista (1992). Ou seja, conforme van Hiele (1986) os discentes ainda não denotam habilidade de inclusão de classe, pois neste nível, os alunos não entendem definições, nem expõe capacidade de perceber inter-relações entre figuras geométricas, apesar de já estar capacitado para efetivar generalizações.

Nível 3 (Abstrato/Relacional)

O Nível 3- Abstrato/Relacional van Hiele (1986) descreve que no pensamento geométrico formal dos educandos, o termo teórico é ordenação. Neste nível ocorre a percepção da necessidade de uma definição precisa, e que uma propriedade decorre da outra, sendo assim, os aprendizes são capazes de reconhecer e perceber inter-relações entre as propriedades, mas ainda se apoiam em experimentos, para consumar a ordenação. Portanto, segundo Crowley (1994), os alunos no nível 3 parecem estar capacitados para compreender, por exemplo: que os quadrados estão incluídos no conjunto de quadriláteros e retângulos.

Nível 4 (Dedução Formal)

Neste nível os educandos conseguem envolver o nível formal – visto que foi contemplado parcialmente no nível abstrato, efetuando deduções e compreendendo os principais elementos indefinido, axiomas, postulados teoremas e demonstrações. Sendo assim, para Van Hiele (1986), neste nível o aluno parece estar capacitado para efetuar memorização, produzir provas e conceber as possibilidades de conjecturar provas de maneiras distintas.

Nível 5 (Rigor/Metamatemático)

Neste nível o educando alcança o rigor matemático, e é conduzido à compreensão demonstrações formais, são capazes de entender axiomas, mesmo na ausência de modelos concretos. Ou seja, o aluno absorveu todos os pensamentos geométricos, avançando em cada um dos níveis, e sendo eficiente para comparar sistemas diferentes, desenvolvendo relações topológicas mais complexas van Hiele (1986).

A importância das Tecnologias no Ensino de Geometria

No contexto geral, a importância do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC᾽s) na realidade escolar oferece reflexões de como esses recursos podem ser trabalhados em sala de aula. Corbellini (2012) destaca que precisamos aprender a "teclar", e a utilizar as tecnologias no nosso dia-a-dia. As tecnologias ampliam as possibilidades do docente, a ensinar e do discente, a aprender. Dessa forma, Kenski (2007) afirma a importância das TICs como uma estratégia de ensino para motivar os alunos aprender Matemática.

Kenski (2007) salienta que, diante do cenário atual da educação, as TIC᾽s se fazem presentes e precisam ser direcionadas para caminhos que contribuam para formar o discente atuante na sociedade e no mundo em que vive. Demo (2011), afirma que: "se as novas tecnologias não inventaram a aprendizagem, trouxeram, por outra, muitas novidades úteis à aprendizagem".

Segundo Schmitt (2013):

> Antes de usar o computador o professor precisa selecionar o que vai auxiliá-lo em sua prática pedagógica, pois os recursos são muitos, inúmeros programas são desenvolvidos com vistas a oferecer entretenimento aos usuários, ter clareza dos objetivos. [...] Hoje dispomos de uma verdadeira infinidade de jogos criados com o uso da informática. [...] Basta que o educador tome conhecimento deste material e selecione de acordo com o que vai trabalhar (SCHMITT, 2013, p. 33).

Para Schmitt (2013), selecionar material e trabalhar de forma adequada melhora a compreensão dos alunos por meio da visualização, percepção dinâmica de propriedades, estímulos e descobertas na obtenção de resultados válidos na experimentação, de forma lúdica, construtiva, com o intuito de despertar o interesse dos alunos pela construção do conhecimento matemático, especialmente da geometria. Salientamos que as propostas que envolvem o uso das TIC's na escola, só podem dar certo passando pelas mãos do professor, visto que o transformador da tecnologia em aprendizagem, não é a máquina, o programa ou o *software*, e sim o professor (DEMO, 2011). Além de trabalhar com as TIC's é importante o docente desenvolver atividades lúdicas em todos os níveis de ensino: a ludicidade conduz os alunos a desenvolverem a criatividade, o raciocínio lógico, a autoconfiança e o respeito. Huizinga (1990) e Chauteau (1987) definem as atividades lúdicas como extremamente úteis no processo de ensino-aprendizagem.

Dentro da Matemática, destacamos nesse trabalho o uso do jogo Tangram para o estudo de geometria, que destaca entre outras propriedades, a identificação de figuras planas, propriedades, formas, tamanhos e posições dos objetos, atividades presentes no cotidiano dos alunos. Assim, cabe ao professor levar os discentes a olhar geometricamente o espaço ao seu redor, pois se pensarmos a geometria, é trivial que ela está em toda parte.

Entretanto, vários pesquisadores têm-se mostrado perplexos diante do abandono da geometria nas escolas, como relatam Vianna (1988), Pavanello (1993), Perez (1991), Passos (2000), entre outros. Muitos reconhecem sua presença em livros didáticos e projetos, mas desconhecem a realização do que está previsto. Talvez isso se deva pela maneira como as orientações se apresenta na forma de parâmetros, desacompanhada de uma contextualização com a realidade, perdendo a ênfase que legitime a sua importância reconhecida. De um modo geral, a relevância do ensino de geometria encontra em Lorenzato (1995) a seguinte afirmação:

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que, sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar a Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano (LORENZATO, 1995, p. 5).

Para Lorenzato (1995) a geometria está por toda parte, basta olhar ao redor. Para o autor, esta afirmação é suficiente para justificar o porquê de aprender geometria. Ainda neste contexto, o autor menciona a importância do pensamento geométrico. Por um lado, a geometria é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade (FAINGUELERNT, 1995). Lorenzato (1995) ressalta que:

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e

> questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz (LORENZATO, 1995, p.7).

A geometria é uma conexão eficiente para interligar áreas importantes dentro da Matemática como álgebra e aritmética. Para Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) ao retratar a realidade do ensino deste conteúdo, considerado de grande importância, muitas vezes é deixado de lado, em função da grande dificuldade que muitos professores têm para ensiná-la. Em consequência dessa dificuldade, vem ocorrendo o abandono gradual do ensino da geometria, isso tem preocupado muitos educadores.

Para Pavanello (1993), a ausência da geometria pode estar prejudicando o desenvolvimento cognitivos dos alunos, pois exclui a possibilidade de desenvolver os pensamentos necessários nesta área do conhecimento. Visto que são necessárias mudanças no ensino, existe a possibilidade de o docente utilizar jogos, laboratórios de informática, realizar construções em *softwares* para o ensino de geometria, viabilizando, assim, aulas mais dinâmicas, interativas, criativas e interessantes.

Nesta perspectiva o jogo Tangram enquanto ferramenta de ensino é um potencializador da aprendizagem. Kishimoto (2011), que valoriza o uso do jogo na educação, menciona que o jogo pode sistematizar os conceitos em outras situações que vão além dos próprios jogos. Notoriamente, para autora, o jogo é considerado como um agente potencializador da aprendizagem e se faz mais eficaz quando a intencionalidade dos objetivos do ensino está presente na perspectiva do professor. Assim, os docentes precisam trabalhar com clareza o sentindo do jogo, compreender que para alcançar uma aprendizagem significava por meio do jogo, é importante haver um planejamento evidenciando os objetivos a serem alcançados.

Nesse contexto, Antunes (1998), alerta que jamais se deva avaliar a qualidade de um professor pela quantidade de jogos que emprega, e sim pela qualidade dos jogos que se preocupou em pesquisar e selecionar. Segundo esse autor, é necessário que se compreenda a dinâmica que o jogo assume no contexto escolar e que se perceba a importância de um planejamento, cuidando de cada etapa do jogo, e os impasses a serem superados, seja pelas dificuldades apresentadas pelos alunos diante da Matemática, seja por meio das funcionalidades do jogo na educação.

Metodologia

A presente pesquisa teve como objetivo desenvolver uma proposta metodológica de ensino de Geometria, com o uso do jogo Tangram, por meio do *software* GeoGebra. E para alcançar tal objetivo formulou-se a seguinte questão norteadora: "Como o uso do jogo Tangram, por meio do s*oftware* GeoGebra pode auxiliar os alunos na compreensão dos conteúdos relacionados à geometria?".

Nesse sentido, partiu-se de uma abordagem qualitativa, de forma a buscar o envolvimento dos participantes na produção de dados, e estabelecer harmonia e credibilidade com os sujeitos envolvidos na pesquisa (LINCOLN e GUBA, 1985; BORBA e ARAÚJO, 2012). O público alvo foi uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental II, composta por 26 alunos, de uma escola pública localizada na cidade de Tangará da Serra, estado de Mato Grosso, tendo como mediadora a professora de Matemática, dessa turma.

Tornou-se pertinente, no âmbito desta pesquisa, determinar o nível de van Hiele de cada um dos alunos da turma observada, viabilizando o desenvolvimento do pensamento geométrico. Assim foi utilizado o Teste de Geometria van Hiele. Como já descrito, foram perscrutados apenas dois níveis: nível 1- Visual e nível 2- Descritivo/Analítico, no sentido de obter um indicador do desenvolvimento dos alunos a ser considerado na análise dos dados.

Os alunos realizaram o teste duas vezes, uma no início da investigação, antes da intervenção didática, e outra no final após sua conclusão. O primeiro teste implementado ocorreu em uma aula normal, com duração de noventa minutos, no mês de maio de 2018, antes de iniciar as abordagens dos conceitos direcionados à proposta didática selecionada para investigação. E repetido nos mesmos moldes no mês de junho 2018, depois da realização didática, e, dessa vez, objetivando avaliar a evolução do raciocínio geométrico dos discentes, por meio da comparação com os resultados do pré-teste e pós-teste.

Foram elaboradas três atividades no âmbito do período de exploração dos conceitos que foram abordados dentro do jogo Tangram. Com o intuito de investigar a evolução do pensamento geométrico por meio do *software* GeoGebra e verificar os resultados destes avanços através do Teste de Geometria de van Hiele. As atividades tiveram duração de 90 minutos, e foram realizadas no laboratório de informática da escola. Os conteúdos foram selecionados visando trabalhar as peças do Tangram, como por exemplo: triângulo retângulo, triângulo isóscele, propriedades do quadrado e também do paralelogramo, como descrito no Quadro 1.

Quadro 1 – Atividades propostas durante a fase exploratória.

Atividades	Data	Assuntos
1	18/06/2018	Triângulo Retângulo Triângulo isóscele
2	25/06/2018	Propriedades do Quadrado Propriedades do Paralelogramo
3	02/07/2018	Construção do Tangram no GeoGebra

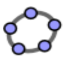
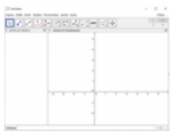
Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Consideramos pertinente para análise da intervenção didática o raciocínio geométrico dos alunos, antes da fase exploratória e na conclusão da investigação, de forma a estabelecer uma comparação entre os resultados. Para justificar os dados dessa análise foi determinado o nível de van Hiele de cada um dos elementos dos alunos. Para tanto utilizou-se o critério de Usiskin (1982), que estabelece um critério em que um aluno que está no nível n deva acertar no mínimo três dos cinco itens do nível 1 a n ($n \leqslant 5$). Caso o aluno não tenha acertado três ou mais itens no nível que foi direcionado a ele, não poderá avançar para o nível seguinte. Considerando que ele deva acertar uma quantidade mínima de itens, iremos aderir ao nível não classificável (NC) - um nível que pode alcançar um número maior de alunos. No presente trabalho este nível foi considerado para os alunos, que não conseguiram alcançar o nível 1.

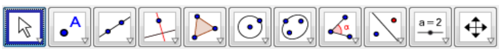
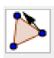
A base de análise das informações se deu pela coleta de dados, por meio de três atividades com respostas justificadas e um relatório final ao término de cada atividade, inclusive da construção do jogo Tangram no *software* GeoGebra. Ressaltamos que os procedimentos na coleta e análise dados foram analisados com base no Teste de Geometria de van Hiele, sistematizados em tabelas e categorizados em níveis: NC, 1 e 2. Logo após a análise, foi realizada a tabulação dos dados e os resultados foram apresentados mediante o uso de gráfico para facilitar sua interpretação.

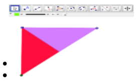
Resultados e discussões

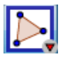
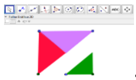
Para a construção do jogo Tangram, utilizando o *software* GeoGebra foi necessário que os alunos seguissem uma série de passos, descritos a seguir:

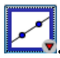
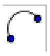
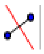
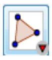
1º Passo: Abrir o GeoGebra clicando no ícone : abrirá a tela inicial  do GeoGebra. Para exibir os eixos, clique com o botão direito do *mouse* na janela de visualização, selecionando o ícone eixos 

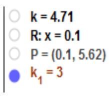
. Ainda na janela de visualização, clicamos em opções, e logo em seguida em rotulagem (apenas pontos novos e em seguida em nenhum novo objeto).

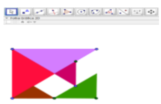
2º Passo: para criar dois triângulos grandes, digitar na barra de endereço a = 6. Na barra de ferramenta , na opção ângulo, com uma dada amplitude no ícone  será construído um triângulo. Logo em seguida clique em cima do triângulo feito, e aperte Ctrl+C/Ctrl+V. Assim, será duplicado este triângulo grande obtendo dois triângulos grandes.

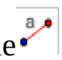
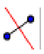
3º Passo: para pintar os dois triângulos grandes, clique nele e, com o botão direito do *mouse* escolher → propriedades → cor, escolha a cor. Ao finalizar os passos 1º, 2º e 3º a figura estará assim: 
.

4º Passo: Agora vamos à barra de ferramenta no ícone polígono  clicando na seta vermelha e escolhendo a opção ângulo com uma dada amplitude  . Em seguida, criar um triângulo retângulo médio com medida para $a/2$. Com os passos os 1º, 2º, 3º e 4º obtêm-se:  .

5º Passo: Para a construção de dois triângulos retângulos pequenos, vamos à barra de ferramentas, na opção reta (reta dois pontos), no ícone . Clicando na seta vermelha escolhemos o segmento de reta (ponto, comprimento), representado pelo ícone a seguir  . Clicando na janela de visualização abrir-se-á uma tela pedindo um comprimento, então coloca-se o mesmo comprimento que foi escolhido no início (valor a = 6). No entanto, usamos o segmento para a/2. Logo após, clicamos em circunferência (centro, ponto) no ícone  . Clicando na seta vermelha escolhemos a semicircunferência no ícone . Dando sequência, clicando na seta vermelha  escolhemos (mediatriz) como mostra o ícone . Neste instante, iremos fazer uma interseção nesta semicircunferência: ainda na barra de ferramenta clicamos na seta vermelha  e escolhemos a intersecção de dois objetos no ícone . Feito isso, ainda na barra de ferramenta, clicamos na seta vermelha  e escolhemos o ícone polígono . Assim, foi construído um triângulo retângulo isósceles pequeno, porém, como precisamos de dois, basta observar o 2º passo e duplicar esse triângulo.

6º Passo: Na Janela de álgebra, precisamos ocultar os pontos K, P e R. Para isso basta clicar nos respectivos pontos que estavam em azul 

. Notem que para ocultarmos tais objetos, os pontos perdem a sua cor azul. A figura construída ficará assim:  .

7º Passo: Agora para a construção do quadrado vamos à barra de ferramenta e clicamos em segmento de reta (ponto, comprimento) no ícone  . Clicar na janela de visualização e, assim, abrirá uma tela pedindo um comprimento. Deve-se, então, ser digitado a/2. Feito isso, obtém-se o segmento AB. Clicamos em (mediatriz) no ícone . Logo após usamos a ferramenta intersecção de dois objetos

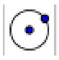
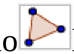
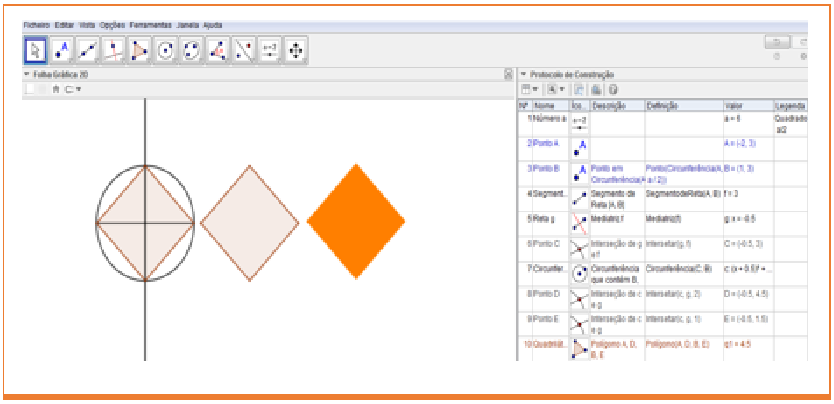
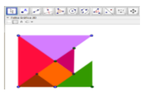
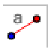
 dando origem ao um ponto X. Na sequência para formar o quadrado, clicamos em semicircunferência no ícone . Clicando na seta vermelha escolhe-se a circunferência (centro, ponto)  . É importante ressaltar que, ao inserir essa circunferência, é necessário clicar no ponto X de intersecção. Realizada essa operação, foram gerados mais dois pontos C e D. Fazemos o uso novamente do ícone , clicando na parte superior e inferior da circunferência nos pontos C e D. Assim, a mesma estará marcada por quatro pontos A, B, C e D. Dando continuidade, clicamos no ícone polígono  ligando os quatro pontos *ABCD* formando um quadrado (Figura 1).

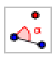
Figura 1 - O quadrado



Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

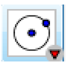
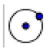
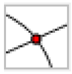
8º Passo: precisamos ocultar os objetos que nos auxiliaram no processo de construção do quadrado: são os respectivos pontos I, L, M, S, A, B, C e D, como realizado no 6º passo. A ilustração após esse processo de construção do quadrado é:  .

9º Passo: Para a construção do paralelogramo, vamos à barra de ferramenta. Clicamos no ícone reta (ponto, comprimento)  . Deve ser clicada a janela de visualização, abrindo uma tela pedindo um comprimento. Então deve ser digitado para a/2. Dando sequência, clica-se na seta vermelha  . Realizada essa operação, escolhemos o ícone ângulo numa dada amplitude  , obtendo-se, assim, um segmento *EF*.

10º Passo: Continuando o 9º passo, precisamos criar dois ângulos. Para isso, vamos clicar no ponto A para inserir o ângulo no ponto *F*, pois nesse ícone ao ângulo é dada uma amplitude  . Tem-se a opção: sentido anti-horário → sentido horário, escolhemos a opção sentido horário de 45º para o ponto *F*.

11º Passo: Continuando o passo anterior, e seguindo a mesma linha do que foi realizado, clicamos primeiramente no ponto *F*, com o intuito de inserir o ângulo no ponto *E*. Assim, escolhemos a opção anti-horária e inserimos 180º- 45º, obtendo um ângulo de 135º no ponto E.

12º Passo: Continuando o 11º passo, vale lembra que, ao formamos esses ângulos, dois pontos ficam paralelo aos pontos *E* e *F*, sendo eles *G* e *H*.

13º Passo: Dando continuidade ao passo anterior, vamos à barra de ferramenta e clicamos no ícone (ponto, comprimento)  . Prosseguindo, clicamos na seta vermelha e escolhemos o ícone reta (dois pontos)  traçando duas retas paralelas passando pelos pontos *EF* e *GH*. Dando sequência na construção, clicamos no ícone (centro, ponto)  . Após, clicamos na seta vermelha e escolhemos o ícone circunferência (centro, ponto)  . Neste momento clicamos na janela de visualização abrindo uma tela pedindo um comprimento, deve-se, então, ser digitado no ponto A - $[a * \text{Sqrt}\ (2)\ /4]$. Obteremos, pois, uma circunferência, clicando no ícone (intersecção)  . Clicamos, então, na intersecção das retas paralelas e com a circunferência.

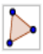
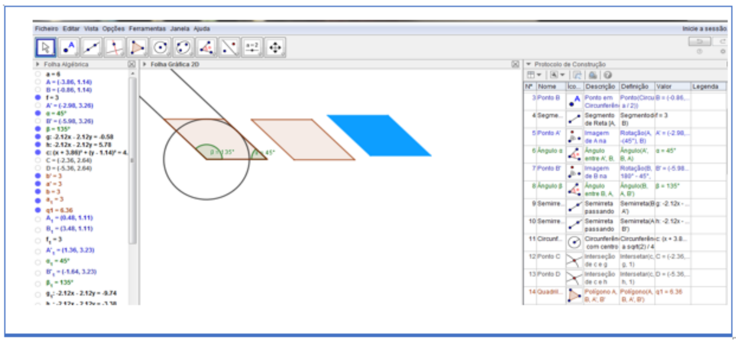
14º Passo: Para finalizar, clicamos no ícone polígono  . Logo após, ligamos os pontos quatro pontos $EFGH$ formando o paralelogramo, peça final do Tangram. A Figura 2, mostra, no lado direito, a janela de álgebra e no esquerdo o protocolo de construção.

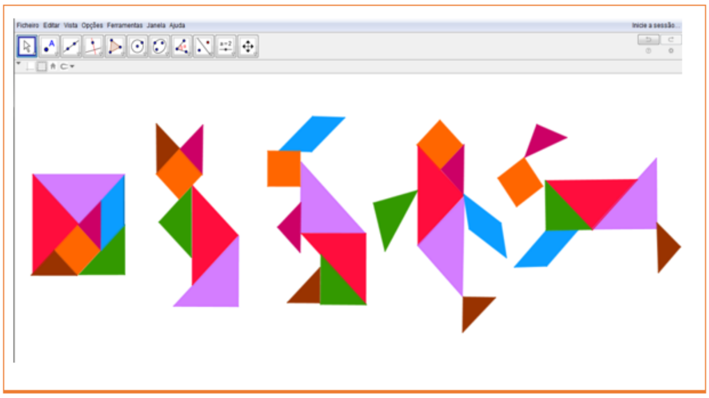
Figura 2 - O paralelogramo.



Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Vale ressaltar que precisamos ocultar os objetos que auxiliaram no processo de construção. Na Figura 3, o Tangram aparece com suas sete peças justapostas compondo um quadrado. Na atividade 3, além da construção do Tangram, os alunos perceberam que, utilizando as sete peças, foi possível representar uma grande diversidade de formas.

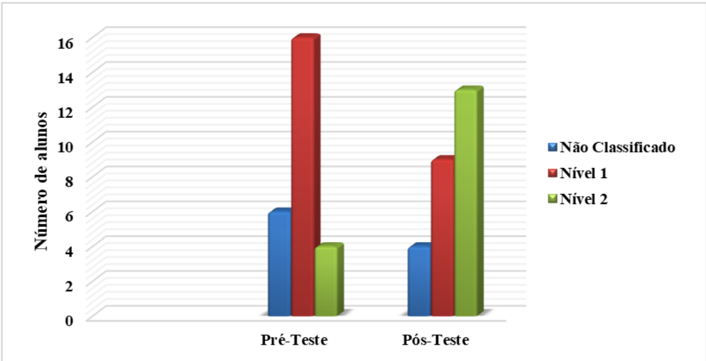
Figura 3 - Algumas figuras geométricas formadas com o uso do software GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

O Gráfico 1 apresenta os níveis de raciocínio geométrico de cada um dos alunos intervenientes no estudo, obtidos nas aplicações do Teste de Geometria de van Hiele.

Gráfico 1- Resultados dos Testes de Geometria de van Hiele.



Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Podemos observar que durante a realização do pré-teste, o nível 1 é predominante na turma. No entanto, a aplicação do pós-teste revela uma predominância do nível 2. Como já foi referido, o Teste de Geometria de van Hiele foi aplicado duas vezes neste estudo.

Neste período, antes da exploração, pretendia-se analisar o nível de conhecimento de cada aluno com relação à geometria no âmbito do jogo Tangram, com as sete peças: um quadrado, um paralelogramo, dois triângulos retângulos isósceles congruentes grandes, dois triângulos pequenos sendo também retângulos isósceles e congruentes e um triângulo retângulo isóscele médio, ambos com área equivalente aos dois triângulos pequenos ou médios.

Se observarmos o resultado apresentado no Gráfico 1, acima 23,7% dos alunos no pré-teste ficaram no nível NC (Não classificado), isso significa que, segundo os critérios de Usiskin (1982), os alunos não acertaram a quantidade mínima de itens, que são três, de cinco itens, para avançar ao nível seguinte. Na comparação entre os resultados pré e pós-teste, 15,3% continuaram no referido nível. Constatamos que, esse número de alunos diminuiu do pré-teste para o pós-teste, consequentemente, houve um avanço significativo, considerando que um aluno que está no nível n deva acertar no mínimo três dos cinco itens do nível 1 a n ($n \leqslant 5$). Caso o aluno não tenha acertado três ou mais itens no nível que foi direcionado a ele, não poderá avançar para o nível seguinte, pelos resultados obtidos, foi o que ocorreu, os educandos não avançaram para nível 1. Da mesma forma, no nível 1, durante a realização do pré-teste, 61,5% alunos alcançaram esse nível. Entretanto, no pós-teste realizado após a mediação didática apenas 34,6% permaneceram no nível 1. Sobretudo, vale ressaltar que nesse modelo van Hiele (1986) adotado para investigação, defende-se a concepção de que, a instrução influência no avanço de um nível para outro. Pois, segundo Van Hiele (1986), existe conceitos que não são compreendidos pelos educandos de imediato, mas após repetidas instruções realizada pelo professor(a), ocorria a compreensão dos alunos. Veja que foi isso ocorreu nesse nível, os alunos avançaram na aprendizagem descobrindo e explicando as principais relações geométricas implícitas no jogo Tangram, entretanto, não estavam embasados em propriedades. Dessa forma, subentende que, houve um avanço do pensamento geométrico seguindo o modelo van Hiele (1986), os aprendizes explicitavam as relações entre as figuras, assim, ocorrendo a descrição do aspecto físico das figuras: diferenciando-as pelas semelhanças ou diferenças globais (JAIME e GUTIERREZ, 1990).

Essa condição foi verificada na transição do pré-teste, onde 15,3% alunos alcançaram o nível 2, para Clements e Battista (1992) ao alcançar o nível 2: Descritivo/Analítico, os discentes reconhecem e identificam as características e as formas geométricas pelas propriedades. Vêem a figura como um todo e suas coleções de propriedades que podem ser estabelecidas por meio da observação, medição do tamanho e da modelação. Diferente do nível 1, nessa fase de análise dos componentes das figuras geométricas, os alunos reconheceram as propriedades das respectivas figuras e utilizaram as propriedades para resolução de problemas. Entretanto, para eles, ainda são vistas de forma independente umas das outras, um fato interessante é a percepção das relações entre as classes de figuras geométricas, visualizaram com outro olhar, concebendo as figuras compostas por elementos e certas propriedades (JUNQUEIRA, 1995).

Ainda nesta concepção, no nível descritivo, os educandos despertaram para compreensão de que as figuras geométricas, são formadas por elementos e possuem propriedades matemáticas e fomentam informalmente enunciando essas propriedades, diz o modelo de van Hiele (1986). Como por exemplo: nas atividades 1, 2 e 3 como mostra Quadro 1. Ou seja, conforme o modelo van Hiele (1986) os discentes ainda não denotaram habilidade de inclusão de classe, pois neste nível, os alunos não entenderam as definições, e não apresentam capacidade de perceber inter-relações entre figuras geométricas, apesar de já estar capacitado para efetivar generalizações.

Após a realização da intervenção didática foi realizado o pós-teste e 50% dos alunos alcançaram o nível 2. É notório que houve um avanço significativo no desenvolvimento do pensamento geométrico, seguindo o modelo de van Hiele (1986), é provável que os alunos tenham conseguido identificar através da observação e manipulação no *software* GeoGebra, a relação das propriedades que serão usadas para formar conceitos referindo-se as figuras geométricas. Constatou-se também que, segundo Van Hiele (1986), existem conceitos que não são compreendidos pelos aprendizes incialmente, mas após uma sequência de instruções realizada pelo professor(a), ocorre a compreensão dos aprendizes.

Neste sentido, Oliveira (1993) afirma que o *software* educacional atua como um suporte para o ensino da geometria, apoiando os alunos no desenvolvimento das suas ideias e permitindo-lhes construir o seu conhecimento geométrico. Pereira (2013) aponta que o uso das tecnologias no contexto educacional e, em especial o software GeoGebra, é um ótimo recurso para o desenvolvimento das atividades com a intenção de contribuir para um ensino mais dinâmico da Matemática. Porém é válido ressaltar que as dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem da Matemática apresentam diferentes origens, e perpassam pela forma que estão sendo abordadas nos livros didáticos e na sala de aula pelo professor (SANTOS, MANFRIM e SILVA, 2020).

Considerações Finais

O estudo da geometria, partindo de atividades com o jogo Tangram, por meio da manipulação do *software* GeoGebra, contribuiu significativamente para o aprendizado dos alunos, onde novos conceitos foram introduzidos utilizando conhecimentos anteriores. Durante o desenvolvimento deste trabalho também relatamos a importância das TIC´s nas aulas de Matemática propiciando uma melhor compreensão da geometria nas atividades propostas, comprovada pelo Teste de geometria de van Hiele. O uso de um *software* para o ensino da geometria permitiu uma abordagem mais interativa e, simultaneamente, com maior significado para os alunos.

Retomando o problema da pesquisa, com base nos estudos citados anteriormente é de suma importância a exploração do uso do jogo Tangram no modelo digital (mediante a utilização dos laboratórios de informática – caso existam nas escolas). Caso a instituição de ensino não tenha laboratório de informática, recomenda-se fortemente o uso de jogos e materiais manipuláveis, adotando assim práticas pedagógicas mais eficientes que possibilitem a construção do conhecimento. Consideremos oportuno reforçar a necessidade de se estimular o uso das tecnologias digitais em nossas propostas pedagógicas, ou seja, não podemos abrir mão de recursos tecnológicos que a escola dispõe, do contrário, pode-se torna um ambiente obsoleto e desvinculado das reais necessidades oriundas da inteligência humana. Sendo assim, o uso do *software* GeoGebra, contribuiu para fornecer aos educandos possíveis ampliações ou novas interpretações no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Vale ressalta ainda que nesta pesquisa foi contemplado a Competência 5 da BNCC, que trata sobre o uso das tecnologias digitais de informação e comunicação, no sentido de serem usadas para facilitar a compreensão, de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares). Além de melhorar a comunicação e disseminação de informações, produção de conhecimento, resolução de problemas, de forma a exercer protagonismo na vida pessoal e coletiva.

Porém é necessário que o docente seja um agente ativo nessa relação com as novas tecnologias de ensino fazendo com que o educando se sinta capaz, e busque cada vez mais expandir o seu conhecimento. Esse é um dos caminhos que muitos pesquisadores indicam para que a aprendizagem da geometria realmente aconteça.

Recebido em: 07/01/2021
Aprovado em: 20/03/2021

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P.; RODRIGUES, R. U. GeoGebra e sala de aula invertida: uma possibilidade para a formação continuada de professores no contexto da Matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, v. 7, n. 1, p. 68-82, 2020.

ANTUNES, C. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**. Rio de Janeiro: Vozes, 1998.

ARRUDA, F. S.; FERREIRA, R. S.; LACERDA, A. G. LETRAMENTO MATEMÁTICO: um olhar a partir das competências matemáticas propostas na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 7, n. 2, p. 181-207, 2020.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2017. Disponível em: <

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em: 06 mar. 2021.

BURGER, W. F.; SHAUGHNESSY, J. M. Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. **Journal for research in Mathematics Education**, v. 17, n. 1. p. 31- 48, 1986.

CHAUTEAU, J. **O Jogo e a Criança**. São Paulo: Summus Editorial, 1987.

CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M. T. **Geometry and spatial reasoning**. New York: Maxwell MacMillan, 1992.

CORBELLINI, S. A Construção da Cidadania Via Cooperação na Educação a Distancia. *In*: I Simpósio Internacional de Educação a Distância e Encontro de Pesquisadores em Educação a Distância (SIED:EnPED), 1, 2012, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Federal de São Carlos, 2012. Disponível em: <http://sistemas3.sead.ufscar.br/ojs/index.php/sied/article/view/59/28>

CROWLEY, M.L. **O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.** Mary M. Lindquist e Albert P. Schulte(orgs).In. Aprendendo e Ensinando Geometria. São Paulo: Atual, 1994.

DEMO, P. Aprendizagens e Novas Tecnologias. **Roteiro**, v. 36, n. 1, p. 9-32, 2011.

FAINGUELERNT, E. K. O ensino de Geometria no 1º e 2º graus. **Educação Matemática em Revista**, n. 4, p. 45-52, 1995.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, v. 3, n. 1, p.1-38, 1995.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concreto e jogos no ensino da matemática. **Boletim da SBEM**, n.7, 1990.

FUYS, D.; GEDDES, D.; TISCHLER, R. The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 3, p. 1-196, 1988.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura.** 2. ed. São Paulo: Perspectiva, 1990.

JAIME, A. P.; GUTIERRES, A. R. **Uma propuesta de fundamentacion para la enseñanza de la geometria**: el modelo de van Hiele. In: CISCAR, S. L. e GARCIA, M. V. S. Teoria y practica em educacion matemática. Sevila: Ediciones Alfar, 1990.

JUNQUEIRA, M. M. B. B. **Aprendizagem da Geometria em ambientes computacionais dinâmicos:** um estudo no 9º ano de escolaridade. 306 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Educação) - Universidade Nova de Lisboa. Lisboa, 1995.

KENSKI, V. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2007.

KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14 ed., São Paulo: Cortez, 2011.

LINCOLN, Y; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry**. Londres: Sage Publications, 1985.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

MARTINS, O. B. **A educação superior à distância e a democratização do saber**. Petrópolis: Vozes, 1991.

OLIVEIRA, M. K. **Aprendizado e Desenvolvimento - Um processo Sóciohistórico**. São Paulo: Spicione, 1993.

PASSOS, C. L. B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na sala de aula**. 348 f. Tese (Doutorado em Educação)- Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.

PAVANELLO, R. M. O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e consequências. **Revista Zetetiké**, v.1, n.1, p. 07-17,1993.

PEREIRA, A. S. **Fractais circulares: algumas considerações e atividades**. 2013. 81f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)- Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2013.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de Geometrias para as camadas populares**. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1991.

SANTOS, E. A.; FRANÇA, G. S. S.; SILVA, S. S. Quebra-cabeças pitagóricocomo material concreto manipulável: um relato de experiência. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n.5,p. 31072-31083, 2020.

SANTOS, E. A.; MANFRIM, M. C. A. T; SILVA, S. S. O uso do cubo de rubik em aulas de matemática do ensino fundamental: um relato de experiência. **Revista Areté |** Revista Amazônica de Ensino de Ciências, v. 14, n. 28, p. 167-179, 2020.

SCHMITT, V. P. **O Jogo Digital:** a Matemática na 4ª Série do Ensino Fundamental. 41 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Mídias na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Cerro Largo, 2013.

SOUZA, E. R. **A matemática das sete peças do tangram**. São Paulo: USP, 2006.
SOUZA, J. R. **Novo olhar matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2010.

USISKIN, Z. **Van Hiele levels and achievment in secondary school geometry**. Chicago: University of Chicago, 1982.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight**: A theory of mathematics education. New York: Academic Press, Inc., 1986.

VIANNA, C. C. de S. **O papel do raciocínio dedutivo no ensino da Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 1988.

VIEIRA, A. A.; ESCHER, M. A. Construções geométricas utilizando régua e compasso e softwares educacionais. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 8, n. 1, p. 195-208, 2018.