

## Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas nos anos iniciais do Ensino Fundamental

### *Mathematics Teaching-learning-assessment through Problem Solving in early grades of Elementary School*

Cidimar Andreatta<sup>1</sup>

Norma Suely Gomes Allevato<sup>2</sup>

#### RESUMO

*Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa<sup>3</sup> de doutorado realizada com estudantes do 5º ano do ensino fundamental de uma Escola Municipal Comunitária Rural, cujo objetivo é investigar como ocorre a aprendizagem com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas – RP. Os dados, com abordagem qualitativa, foram construídos por meio de pesquisa-ação e análise documental e registrados por audiogravações, fotos e diário de campo, referindo-se a situações envolvendo problemas geradores, levando em consideração o plano de estudo da escola, cuja organização didático-pedagógica adota a Pedagogia da Alternância. A análise textual discursiva valeu-se dos registros escritos das resoluções dos problemas. Os resultados indicam que a aprendizagem dos estudantes ocorreu em um ambiente de diálogo e participação coletiva, principalmente quando expressaram o pensamento e compartilharam e discutiram as resoluções que construíram para os problemas.*

**Palavras-chave:** *Aprendizagem matemática; Resolução de problemas; Educação do campo.*

---

1. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL. Membro do Grupo de Pesquisa de Estudos Avançados em Educação Matemática – GPEA-EM/UNICSUL. E-mail: [cidimarc@col@gmail.com](mailto:cidimarc@col@gmail.com)

2. Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP. Professora e Pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL. E-mail: [normallev@gmail.com](mailto:normallev@gmail.com).

3. A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética via plataforma Brasil pelo Parecer número 2.439.347, em 14 de dezembro de 2017 e faz parte de um trabalho de doutoramento (ANDREATTA, 2020), organizado no formato *multipaper*.

## ABSTRACT

*The present article shows results of a doctoral research conducted with fifth grade students of a Municipal Rural Community School, in order to investigate how learning occurs when the methodology of Mathematics Teaching-learning-assessment through Problem Solving – RP is used. It is a qualitative approach research and the data were built through research-action and document analysis and were registered by audio recordings, photos and field diary. They are related to situations involving generator problems, considering the school study plan, whose didactic and pedagogical organization uses the Alternation Pedagogy. The discursive textual analysis was based on the written records of problem resolutions. Results show that the students' learning occurred in an atmosphere of dialogue and collective participation, especially when they expressed their thoughts and shared and discussed the resolutions they built for the given problems.*

**Keywords:** *Mathematics Learning; Problem Solving; Rural Education.*

## 1. Introdução

O foco da pesquisa aqui descrita será analisar como ocorre a aprendizagem da matemática através da Resolução de Problemas (RP) com uma turma do 5.º ano do ensino fundamental de uma Escola Municipal Comunitária Rural, localizada no município de Colatina, estado do Espírito Santo, que adota a Pedagogia da Alternância em sua organização didático-pedagógica de trabalho.

A escola *locus* da pesquisa emprega a modalidade de ensino da Educação do Campo, amparada pelas Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas Escolas do Campo (BRASIL, 2002), assim como pela Lei Municipal de Colatina-ES, n.º 6.362, de 03 de novembro de 2016 (COLATINA, 2016).

A identidade da escola do campo é definida pela vinculação com as questões inerentes à sua realidade, com propostas pedagógicas que contemplam sua diversidade em todos os aspectos – sociais, culturais, políticos, econômicos, de gênero, geração e etnia (BRASIL, 2010).

A Pedagogia da Alternância – PA, de acordo com o Parecer do Conselho Nacional de Educação (BRASIL, 2006), é uma possibilidade metodológica de ensino da Educação do Campo em que o centro do processo escolar é o estudante, e não o programa de conteúdos a ser transmitido. Nessa pedagogia, os estudantes alternam períodos letivos

de aprendizagem no espaço familiar e comunitário com períodos na escola,<sup>4</sup> interligados por meio de instrumentos pedagógicos específicos. Essas alternâncias de períodos de formação permitem a integração entre experiência e teoria.

Nesse ambiente de relação entre experiência e teoria propusemos o desenvolvimento da presente pesquisa, buscando conexão entre Educação do Campo e RP, pois ambas possibilitam aos estudantes o questionamento de situações relacionadas ao seu contexto e ao seu cotidiano. A utilização dos conhecimentos prévios dos estudantes e a liberdade para escolherem a melhor estratégia para resolver os problemas são fundamentais nesse processo de conexão.

Para apresentar a trajetória da pesquisa, estruturamos este artigo em seis seções, incluindo esta introdução e as referências. Na introdução pontuaremos o contexto de definição da modalidade de ensino *Educação do Campo* e da *Pedagogia da Alternância*. Na segunda seção apresentaremos considerações acerca da Metodologia de *Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*. Na terceira seção explicitaremos os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, alinhados às seções e subseções subsequentes, em que se encontram a descrição e a análise dos problemas geradores desenvolvidos com os estudantes. Por fim, apresentaremos as considerações finais e as referências.

## **2. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**

Antes de abordarmos especificamente a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, é oportuno considerar as contribuições teóricas e curriculares que conduziram à referida metodologia. Elas se originaram em 1980, quando o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, dos EUA, publicou o livro *Problem solving in schools Mathematics*,<sup>5</sup> com resultados de pesquisas que puderam orientar o trabalho de professores

---

4. Na Pedagogia da Alternância os períodos letivos de aprendizagem que ocorrem na escola são chamados de Sessão, e de Estadia os que ocorrem no ambiente familiar/comunitário/laboral.

5. A obra possui uma tradução em português intitulada *A resolução de problemas na matemática escolar* (KRULIK & REYS, 1997).

em sala de aula de Matemática, apoiado na RP. No mesmo ano, o documento *An agenda for action – Recommendations for School Mathematics for the 1980s*, também propôs que a RP fosse foco para a Matemática Escolar, apontando que o problema não poderia ser pensado de forma isolada, sendo necessário direcionar o olhar para um futuro incerto, bem como para o presente (NCTM, 1980).

A partir desse período houve muitas críticas de pesquisadores que destacaram que a RP se tornou um modismo, pois faltaram direcionamentos claros que mostrassem como fazer da RP o “foco” do ensino da Matemática, embora com algumas discussões ancoradas em Polya (1978[1945]). Mesmo com as críticas e as dificuldades que são comuns em contextos de mudanças curriculares, muitas pesquisas direcionadas à RP continuaram sendo produzidas para a sala de aula, porém ainda insuficientes para fazer com que os objetivos de aprendizagem se concretizassem claramente por meio do ensino com a RP.

A pesquisa de Morais e Onuchic (2014), que retoma ideias de Schroeder e Lester (1989), apresenta uma discussão relacionada a três tipos de abordagens de ensino com a RP, que mostram a falta de consenso no entendimento e no direcionamento do trabalho docente com a RP. São eles: “(1) ensinando sobre resolução de problemas, (2) ensinando para resolver problemas, (3) ensinando via resolução de problemas” (SCHROEDER & LESTER, 1989 *apud* MORAIS & ONUCHIC, 2014, p. 29).

O ensino “sobre” Resolução de Problemas refere-se a teorizar acerca da RP e está muito voltado para o método de ensino de Polya (1945), ao destacar as quatro fases que um resolvedor de problemas executa durante a resolução de qualquer problema. No ensino “para” resolver problemas, o trabalho docente se concentra sobre as formas como a Matemática ensinada na escola pode ser aplicada na resolução de problemas, que podem ser rotineiros ou não. Nessa perspectiva, primeiro se “ensina” a Matemática que, depois, terá sua utilidade ratificada por sua aplicação na RP. A terceira abordagem, referente ao ensino “via” RP, e tida por muitos pesquisadores como a mais pertinente, considera que os problemas precisam ser trabalhados não só com o objetivo de se aprender Matemática, mas, também, com o intuito de fazer Matemática.

No Brasil, Onuchic e Allevato (2011) ressaltam que foi a partir dos *Standards*<sup>6</sup> (NCTM, 2000) que os professores passaram a pensar, de fato, numa Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da RP. Tal metodologia amplia e engloba os três tipos anteriores de abordagem de ensino de RP e se concretiza nas seguintes etapas: “(1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) Registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas” (ALLEVATO & ONUCHIC, 2014, p. 45).

Nesse contexto de trabalho para a sala de aula, por etapas, para se chegar à formalização de conteúdos/conceitos matemáticos através da RP, é que propomos investigar como ocorre a aprendizagem matemática de estudantes em uma Escola Municipal Comunitária Rural que adota a Pedagogia da Alternância em sua organização didático-pedagógica.

A perspectiva de ensinar matemática através da RP indica que se deve proporcionar um contexto – de ensino pelo professor e de aprendizagem aos estudantes –, desencadeado por um problema gerador, através do qual poderão ser abordados novos conceitos ou aprofundados e desenvolvidos conceitos já conhecidos e prévios dos estudantes, possibilitando o uso de diferentes representações, raciocínios e comunicação matemática, além de permitir o estabelecimento de conexões entre diferentes temas da matemática; entre esta e outras áreas curriculares; e na vida cotidiana (ALLEVATO & ONUCHIC, 2019).

Partindo dessa premissa, de que o ponto de partida para as aprendizagens de conteúdos/conceitos matemáticos pode ser um problema (*problema gerador*), conduzimos a presente pesquisa, propondo e desenvolvendo problemas geradores no trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, de acordo com o esquema proposto por Allevato e Onuchic (2014).

---

6. Publicação com orientações para o trabalho com a Matemática Escolar até os 12 anos de idade – *Principles and Standads for School Mathematics*. Seu público-alvo inclui professores, dirigentes escolares, elaboradores de materiais didáticos e curriculares, legisladores, pesquisadores, entre outros.

### 3. Procedimentos Metodológicos

Nesta seção, faremos inicialmente uma breve apresentação do percurso metodológico da pesquisa, ancorada nos referenciais metodológicos que fundamentam a utilização dos instrumentos de registro e análise dos dados. Reiteramos que a pesquisa em questão é de abordagem qualitativa, do tipo pesquisa-ação. Entre as características de uma pesquisa qualitativa apontadas por Bogdan e Biklen (1994), destacamos, a partir daquilo que se apresenta na pesquisa que realizamos, que os dados são coletados em um ambiente natural e, posteriormente, os relatos e as análises são bem detalhados, no que se refere a descrições de lugares, pessoas, documentos, conversações, entre outros.

A presente pesquisa converge com as características ressaltadas por Bogdan e Biklen (1994), ao propor investigar como ocorre o processo de aprendizagem matemática de uma turma específica de estudantes através da RP, em uma Escola Comunitária Rural.

É, também, pesquisa-ação, pois os professores e os estudantes nela envolvidos estiveram em constante discussão, ação e cooperação, participando ativamente no desenvolvimento dos problemas geradores, conforme considera Thiollent (2008, p. 18):

Em geral, a ideia de pesquisa-ação encontra um contexto favorável quando os pesquisadores não querem limitar suas investigações aos aspectos acadêmicos e burocráticos da maioria das pesquisas convencionais. Querem pesquisas nas quais as pessoas implicadas tenham algo a ‘dizer’ e a ‘fazer’. Não se trata de simples levantamento de dados ou de relatórios a serem arquivados. Com a pesquisa-ação os pesquisadores pretendem desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados.

O registro de dados foi realizado pelo pesquisador imediatamente após cada sessão de trabalho com os problemas, através de anotações no diário de campo, que acolheu suas descrições e impressões sobre os fatos ocorridos nos problemas geradores. Foram utilizadas também audiografações dos diálogos entre os professores e os estudantes, assim como as resoluções escritas dos problemas, organizadas em um caderno de pesquisa para cada estudante.

Para analisar os dados, utilizamos procedimentos da Análise Textual Discursiva-ATD, segundo Moraes e Galiazzi (2016), considerado um modelo qualitativo de análise de textos. No caso da pesquisa em questão, podemos considerar como texto as resoluções escritas dos problemas, construídas pelos estudantes, além das transcrições no diário de campo.

Moraes e Galiazzi (2016, p. 33) ressaltam que é importante compreender que a ATD “não pretende testar hipóteses para comprová-las ou refutá-las ao final da pesquisa; a intenção é a compreensão, a reconstrução de conhecimentos existentes sobre os temas investigados”. A ATD é organizada em torno de três elementos principais: (i) *unitarização*; (ii) *categorização*; (iii) *comunicação*.

De acordo com Moraes e Galiazzi (2016), o processo de unitarização está relacionado à desmontagem dos textos, etapa em que o pesquisador os examina em seus detalhes, no intuito de atingir unidades de significado. A categorização corresponde à reunião das unidades de significado semelhantes, podendo gerar vários níveis de categorias de análise, as quais emergem desse processo de busca por aspectos comuns, regularidades e padrões a partir da unitarização dos textos fragmentados. Por último, ocorre o processo de comunicação, que está relacionado à produção de um metatexto, decorrente de um movimento intenso de interpretação e produção de argumentos entre o pesquisador e os dados que foram revelados na pesquisa. A comunicação torna-se fundamental na análise textual discursiva que realiza/envolve uma junção dos elementos construídos no decorrer do processo de unitarização e categorização (MORAES & GALIAZZI, 2016).

#### **4. Apresentação dos Problemas, Discussão e Análise dos Dados**

Nesta seção apresentaremos os procedimentos de desenvolvimento e resolução dos problemas geradores conforme as etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da RP, de Allevato e Onuchic (2014). Inicialmente explicitaremos as etapas desenvolvidas com os estudantes pelo professor regente e pelo professor pesquisador, e, posteriormente, a discussão e a análise dos dados.

#### 4.1. Primeiro Problema Gerador e a Dinâmica do seu Desenvolvimento

O primeiro problema gerador envolveu o conteúdo Medidas de Massa e esteve relacionado ao tema gerador *Terra*, previsto no Plano de Estudos da escola *locus* da pesquisa.

##### Quadro 1. Problema das Sacas de Café

No final da colheita de café o Senhor Alfredo conseguiu colher 55 sacas de café de 60 kg cada saca e precisa guardar o café no Armazém da Coaabriel em São Gabriel da Palha. Alfredo alugou um caminhão que suporta até 3 toneladas de peso e não sabe se poderá transportar todo o café que produziu de uma só vez. Alfredo, sem saber o que fazer, foi até a Escola Padre Fulgêncio e pediu aos estudantes do 5.º Ano para ajudá-lo a descobrir se o café poderá ser transportado em uma única viagem, para não pagar muito frete. E agora? Como podemos ajudar o Senhor Alfredo?

Fonte: Elaborado pelos autores a partir do tema gerador Terra

Iniciamos o processo de desenvolvimento do problema em um cenário de ação-reflexão-ação conjunta entre professor pesquisador, professor regente e estudantes, no horário regular das aulas. Esse cenário foi se constituindo no desenvolvimento das etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO & ONUCHIC, 2014), proporcionando liberdade e autonomia aos estudantes na construção das ideias e das argumentações, de modo que agimos como mediadores e incentivadores em busca da solução do problema.

Na primeira etapa do processo (proposição do problema), o professor pesquisador fez considerações com os estudantes sobre o contexto do problema, apresentando-o a eles e propondo análises iniciais e resoluções individuais.

Na segunda etapa (leitura individual), os professores (pesquisador e regente) acompanharam a leitura individual e silenciosa do problema. Após esse momento, um estudante pediu para ler em voz alta. Isso feito, a professora regente estimulou os estudantes a utilizarem os conhecimentos que já possuíam sobre medidas de massa, principalmente em relação à unidade tonelada.

No terceiro momento/etapa (leitura em conjunto), os professores envolvidos observaram as primeiras tentativas individuais de resolução do problema. Depois, em trios, os estudantes começaram a discutir as



primeiras resoluções e os raciocínios que desenvolveram. Alguns queriam apagar o que haviam feito, ao verem a resolução do colega, porém o professor pesquisador valorizou a resolução de cada estudante, destacando que todas eram importantes, de forma que não se preocupassem, naquela fase, com resoluções certas ou erradas. Queríamos que os estudantes considerassem o erro como um fato natural do processo e que aprendessem a partir dos erros também. Mas, ainda assim, alguns apagaram o que haviam desenvolvido.

Na quarta e na quinta etapas (resoluções), com a observação das resoluções individuais e coletivas, percebemos que a maior parte dos estudantes conseguiu realizar o algoritmo da multiplicação e determinar o produto do número de sacas de café pelo peso de cada uma. Entretanto, os estudantes realizavam os cálculos com as informações trazidas pelo problema, sem parar para refletir qual o sentido do que faziam, ou sem estabelecer estratégias para a resolução.

Vale destacar que alguns deles, ao encontrarem a quantidade de café produzida pelo Senhor Alfredo, multiplicaram o resultado por três, referindo-se às três toneladas correspondentes ao limite de peso que pode ser transportado pelo caminhão, conforme Figura 1 a seguir:

**Figura 1.** Resolução do problema das sacas de café

The image shows a handwritten mathematical calculation. At the top, it shows a multiplication: 60 multiplied by 55, with a horizontal line underneath. Below this, there is an addition: a plus sign followed by 300, and another horizontal line. Underneath the plus sign, the number 300 is written. Below that, there is another multiplication: 3.300 multiplied by 3, with a horizontal line underneath. The final result, 9.900, is written below the last multiplication.

Fonte: Dados da pesquisa

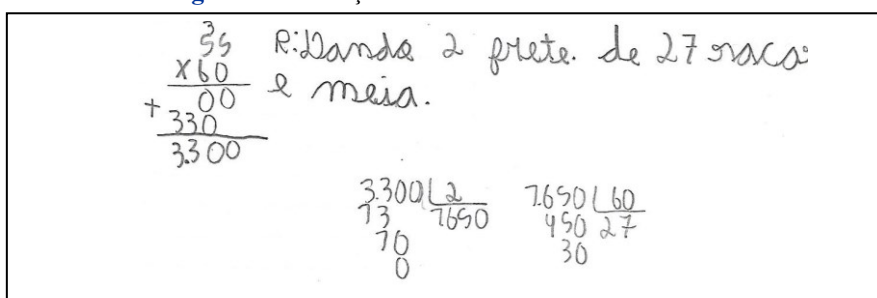
Essa resolução sugere fragilidades na compreensão do problema e falta de reflexão e de atenção na leitura e durante o processo de resolução, levando a inferências equivocadas acerca das informações fornecidas.

Na etapa seis (registro), ocorreu o registro das resoluções do problema na lousa pelos estudantes e, em seguida, discutimos as resoluções em plenária (etapa sete). O diálogo e a troca de ideias nessas etapas são importantes, pois permitem reflexões e percepções que, possivelmente, não ocorreriam em um ambiente de aprendizagem individual.

Mas, precisamente na etapa sete (plenária), após vários estudantes apresentarem suas resoluções na lousa, aos poucos os professores regente e pesquisador foram intervindo e provocando questionamentos, na busca de um consenso sobre a solução do problema e sobre a melhor ajuda possível ao Senhor Alfredo. Essa busca de consenso faz parte da oitava etapa e proporciona elementos para a formalização do conteúdo matemático.

A maioria dos estudantes conseguiu calcular corretamente a quantidade total de café produzida pelo Senhor Alfredo, porém divergiram as respostas dadas pelos estudantes às perguntas propostas no problema. Alguns foram bem gerais na resposta, destacando que seria necessária a realização de duas viagens com o caminhão para transportar o café até o armazém. Outros foram mais específicos e explicitaram a quantidade de peso em quilogramas e em sacas de café que poderia ser transportada em cada viagem. Um estudante preferiu dividir a quantidade de peso total das sacas de café pela metade, fazendo um ‘balanceamento’ de peso entre as viagens a serem realizadas pelo caminhão, conforme presenciamos na Figura 2:

**Figura 2.** Resolução do Problema das Sacas de Café



Fonte: Dados da pesquisa

O entendimento e a compreensão do conteúdo matemático envolvendo medidas de massa ocorreu na nona etapa, após reflexões e compreensão das convenções das unidades de massa, principalmente em relação à tonelada. Essa compreensão foi importante, pois alguns estudantes ainda não tinham percebido que a quantidade de toneladas de café produzidas não podia ser transportada em uma única viagem pelo caminhão. A professora regente finalizou as discussões, ratificando, conforme todos já haviam percebido, que o problema apresenta diversas possibilidades de resolução e de respostas que poderão ser encaminhadas ao Senhor Alfredo, desde que o limite de peso do caminhão seja respeitado.

Na décima e última etapa (formalização do conteúdos), após duas horas de desenvolvimento das etapas anteriores, o professor pesquisador propôs um novo problema, envolvendo o custo médio em reais para cada saca de café produzida. A professora regente informou que cada saca de café custa, em média, na região, R\$ 306,00 (trezentos e seis reais). Foi proposto aos estudantes descobrirem qual o valor em dinheiro que o Senhor Alfredo poderia faturar com a venda do café. Pedimos ainda que pesquisassem em casa, com familiares ou vizinhos, quais despesas são necessárias para a produção do café e quais precisam ser ‘descontadas’ após a sua venda. A professora regente se comprometeu a retomar essa discussão no dia seguinte com os estudantes, a partir dos resultados das pesquisas que realizariam em casa.

#### **4.2. Segundo Problema Gerador e a Dinâmica do seu Desenvolvimento**

O segundo problema gerador envolveu a temática Alimentação Saudável, relacionada ao tema gerador *Saúde*, também previsto no Plano de Estudos da escola *locus* da pesquisa.

## Quadro 2. Problema dos Copos de Suco

Luana programou um piquenique com as amigas Bárbara e Lara e estabeleceu como critério que cada uma delas teria que levar um alimento natural. Bárbara levou maçãs e goiabas, Lara levou bolinhos de mandioca cozidos e Luana levou doze copos de suco de laranja natural, sendo que quatro copos estavam cheios, quatro estavam vazios e quatro copos com suco pela metade. As três amigas querem receber a mesma quantidade de suco. Como essa divisão poderá ser feita de modo que as três amigas recebam a mesma quantidade de copos e de suco sem transportar suco de um copo para o outro?

Fonte: Elaborado pelos autores a partir do tema gerador Saúde

Com este problema pretendemos explorar as operações fundamentais e a ideia de equivalência, que são noções fundamentais da Matemática. Um condicionante importante neste problema é que o suco não pode ser transportado de um copo para outro.

Retomando as etapas/passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, apresentaremos considerações um pouco mais resumidas sobre tais etapas envolvendo o segundo problema, tendo em vista que as etapas já foram especificadas com mais detalhes no primeiro problema gerador.

Neste problema gerador, em articulação com a primeira e a segunda etapas, o professor pesquisador realizou a leitura do problema pausadamente e, ao mesmo tempo, foi incentivando os estudantes a pensarem estratégias para resolvê-lo. Após observações, percebemos que os estudantes apresentavam dificuldades para estabelecer que a quantidade de água que preenche dois copos até a metade equivale à quantidade de água em um copo cheio. Foi nesse momento que o professor pesquisador sugeriu que os estudantes se agrupassem em trios, a fim de poderem discutir e aprimorar compreensões sobre o problema, cumprindo assim a terceira etapa.

A professora regente direcionou os agrupamentos de forma que os estudantes que não haviam conseguido estabelecer inicialmente a equivalência da quantidade de suco entre os copos ajudassem os demais, sem apresentar respostas prontas. Mesmo com esse direcionamento, a maior parte dos estudantes não conseguiu determinar a mesma quantidade de suco para todas as personagens do problema.

Após os agrupamentos, na quarta e na quinta etapas, os professores pesquisador e regente observaram as discussões que iam se constituindo entre os estudantes, ao passo que iam ajudando os alunos a articular estratégias de resolução para o problema. Mesmo com os agrupamentos, ainda era evidente a dificuldade em estabelecer a mesma quantidade de suco para todas sem transportar suco de um copo para outro.

Dada a dificuldade apresentada, a professora regente incentivou os estudantes a estabelecer uma associação com a produção de café, pois os produtores de café vão juntando os grãos em sacos, na época da colheita, e nem sempre conseguem enchê-los. Nesse momento, ao invés de pedir para os estudantes apresentarem as resoluções na lousa, a professora regente teve a ideia de representar a situação proposta no problema de forma concreta, com copos de água e, assim, convidou os estudantes que ainda não haviam compreendido a equivalência de suco entre os copos para simularem a situação. Smole (1996) destaca a importância da utilização de símbolos e diferentes representações de materiais/objetos no processo de aprendizagem da Matemática; isso pode ser percebido nessa situação envolvendo a RP.

Enquanto alguns estudantes iam construindo e demonstrando, com os materiais concretos, a relação de equivalência proposta no problema, os professores regente e pesquisador foram envolvendo os demais estudantes, promovendo uma plenária com discussões e reflexões sobre o problema. Esse momento de discussão e reflexão em plenária faz parte da sétima etapa da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da RP e constitui-se como etapa importante para a próxima, que é a busca de um consenso sobre os processos de resolução e sobre a solução do problema.

Na nona etapa, a partir das simulações utilizando materiais concretos, os estudantes puderam identificar a quantidade de água que colocavam nos copos com a situação proposta no problema. Conseguiram nesse momento, também, alternar a quantidade de água entre os copos, perceber e compartilhar com todos os estudantes que a quantidade de água que preenche dois copos até a metade corresponde à quantidade de água em um copo cheio. A partir dessa compreensão, conseguiu-se chegar a um consenso para resolver a situação apresentada no problema, estudantes e professora regente ilustraram a resolução em cartolina.

Na última etapa, a professora regente sugeriu aos estudantes que determinassem novos arranjos de quantidade de água com os copos, incluindo todos os estudantes da turma, levando em consideração que há diferentes formas de organização dos copos que satisfazem o problema. No final, a docente organizou uma cartolina com a identificação das personagens do problema, colou a mesma quantidade de copos para cada personagem, desenhando hipoteticamente a representação de copos cheios, vazios e pela metade, e fixou no mural da sala de aula.

Exposta a estrutura de desenvolvimento dos problemas geradores que seguiu as etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da RP, faremos a seguir a discussão e a análise dos dados dos problemas geradores na perspectiva da Análise Textual Discursiva – ATD, de Moraes e Galiuzzi (2016). Seguiremos as etapas do processo dessa análise – unitarização, categorização e comunicação. A partir da unitarização dos dados relativos ao problema gerador, procuraremos estabelecer as relações e as conexões entre as unidades de significado e apresentaremos as categorias. Por fim, ao final da seção, comporemos um metatexto, explicando como as categorias emergidas ajudaram a compreender como ocorre o processo de aprendizagem matemática através da RP em uma turma do 5.º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Comunitária Rural.

### **4.3. Fragmentando os Textos**

A primeira etapa do ciclo da ATD é o momento de desmontagem dos textos, também denominada de *unitarização*. Na pesquisa em questão, foi um momento de recorte dos diálogos e das discussões estabelecidos com os estudantes durante o desenvolvimento dos problemas geradores, assim como das conversas realizadas com os estudantes na semana posterior à aplicação dos problemas.

De acordo com Moraes e Galiuzzi (2016), o processo de unitarização como um todo deve ajudar a refletir e atingir os objetivos da pesquisa. Sendo assim, visando a uma melhor organização das unidades de significado, utilizaremos as ideias de organização da fragmentação de Vieira (2016), com adaptações. Nesse contexto, a sigla U.S. indicará ‘Unidade de Significado’, seguida de um primeiro símbolo com algarismos romanos para designar o problema gerador e um segundo símbolo formado por algarismos indo-arábicos para

designar as unidades de significado extraídas dos diálogos e das discussões. Por exemplo: o código I.2 indica a segunda unidade de significado extraída de um diálogo durante o desenvolvimento do primeiro problema gerador.

As unidades de significado extraídas dos diálogos foram organizadas em quadros com três colunas, também a partir da ideias de organização de Vieira (2016). A primeira coluna representa o código da unidade de significado; a segunda coluna contém as falas/discussões dos estudantes e dos professores pesquisador e regente; e a terceira coluna reúne interpretações preliminares do pesquisador. No Quadro 3 apresentamos as unidades de significado ocorridas durante as etapas iniciais de desenvolvimento do primeiro problema gerador.

**Quadro 3.** Primeira parte das Unidades de Significado do Problema das Sacas de Café

U.S.	Falas/Discussões dos estudantes <sup>7</sup> e professores <sup>8</sup>	Interpretação preliminar do pesquisador
I.1	Estudante: <i>Professor, o Senhor Alfredo é daqui da comunidade mesmo?</i> Professor: <i>Sim.</i>	Envolvimento e disposição para resolver o problema.
I.2	Estudante: <i>Só isso que o Senhor Alfredo produziu?</i> Professor: <i>Por quê, você acha pouco?</i> Estudante: <i>Sim. Lá em casa meu pai produz muito mais. Já colheu 700 sacas de café.</i>	Estabelece relação com outras dimensões de quantidades a partir dos dados do problema.
I.3	Professor: <i>De que unidades de medidas de massa estamos falando?</i> Estudante: <i>Quilograma.</i> Professor: <i>Só quilograma?</i> Estudante: <i>Sim.</i>	Não identifica ainda outras unidades de medidas exploradas no problema.
I.4	Professor: <i>Estamos falando também de tonelada, vocês já ouviram falar em tonelada?</i> Estudantes: <i>Sim.</i>	Estabelecem aproximações com outra unidade de medida a partir da intervenção do professor.
I.5	Estudante: <i>Uma tonelada é 1.000 quilos, professor?</i> Professor: <i>O que você acha?</i> Estudante: <i>Acho que sim.</i>	Aproximações e conexões iniciais com os dados do problema.

Fonte: Dados da pesquisa

A primeira parte das unidades de significado está relacionada à primeira e à segunda etapas da metodologia de desenvolvimento propostas para os problemas geradores. Conforme discutido na seção

7. Utilizaremos a palavra ‘estudante’ para designar os diversos estudantes, do gênero masculino e feminino, participantes da pesquisa.

8. Optamos por utilizar somente o termo ‘professor’ para designar falas tanto do professor pesquisador quanto do professor regente.

de apresentação dos problemas, nessas etapas o professor expõe o problema e incentiva/desafia os estudantes a utilizarem os conhecimentos prévios para resolvê-los. Os estudantes, logo no início da proposição, estiveram motivados a solucionar o problema, pois sentiram-se familiarizados e perceberam proximidade com o Senhor Alfredo e com a situação proposta.

Nessas primeiras etapas, as provocações e o incentivo por parte dos professores são fundamentais para os estudantes estabelecerem conexões com o problema, compreendendo-o e identificando as partes principais, a incógnita e a condicionante do problema (POLYA, 2006).

No Quadro 4 trazemos a segunda parte das unidades de significado que estão relacionadas às etapas três, quatro, cinco e seis de desenvolvimento do primeiro problema gerador.

**Quadro 4.** Segunda parte das Unidades de Significado do Problema das Sacas de Café

U.S.	Falas/Discussões dos estudantes e professores	Interpretação preliminar do pesquisador
I.6	Professor: <i>Quantos quilos de café o Senhor Alfredo produziu?</i> Estudante: <i>3.330 quilos.</i> Professor: <i>Por que você multiplicou essa quantidade de café por 3?</i> Estudante: <i>Porque o caminhão suporta 3 toneladas.</i>	Considera a quantidade resultante de toneladas como quantidade de viagens.
I.7	Professor: <i>Se você encontrou 9.900 quilos com essa multiplicação, está correta a quantidade de café produzida pelo Senhor Alfredo?</i> Estudante: <i>Sim.</i> Professor: <i>Mas se você me disse inicialmente que o Senhor Alfredo produziu 3.300 quilos, como você agora apresenta 9.900 quilos?</i> Estudante: <i>Acho que está errado, então.</i>	Confunde a quantidade total de café produzida com o limite de peso do caminhão.
I.8	Professor: <i>Por que você multiplicou 60 quilos por 3?</i> Estudante: <i>Porque é a quantidade de peso que o caminhão suporta.</i> Professor: <i>E está correto? Observe no problema o que representa 60 quilos.</i> Estudante: <i>Acho que está errado, deve ser de divisão.</i>	Considera o peso de cada saca de café como se fosse a quantidade total de café produzida, principalmente quanto menciona que a operação deve ser de divisão.
I.9	Estudante: <i>Professor, eu peguei o 60 e multipliquei por 55 porque cada saca pesa 60 quilos.</i> Professor: <i>Muito bom! E o que você encontrou de resultado?</i> Estudante: <i>Encontrei 3.300 quilos.</i>	Consegue identificar a operação fundamental da multiplicação para encontrar o total de café produzido.



U.S.	Falas/Discussões dos estudantes e professores	Interpretação preliminar do pesquisador
I.10	Professor: <i>E agora, o que fazer com essa quantidade? Como podemos orientar o Senhor Alfredo, se o caminhão suporta até 3 toneladas em uma viagem?</i> Estudante: <i>Seu Alfredo tem 300 quilos a mais.</i>	Consegue estabelecer a relação da quantidade de café em quilos para a quantidade em toneladas.
I.11	Professor: <i>Se o Senhor Alfredo produziu 300 quilos a mais, como vamos orientá-lo então?</i> Estudante: <i>Tem que dar duas viagens porque deu 3 toneladas e 300 quilos. Ele vai levar na primeira viagem 3 toneladas e na segunda 300 quilos.</i>	Consegue identificar o limite de peso do caminhão em relação à quantidade total de café produzida.
I.12	Estudante: <i>Dando 2 fretes de 27 sacas e meia.</i> Professor: <i>Como assim, 27 sacas e meia?</i> Estudante: <i>Eu peguei 3.300 quilos e dividi por 2 e o total dividi por 60.</i>	Consegue identificar a quantidade total de café produzida e apresenta um balanceamento de peso entre as viagens.
I.13	Estudante: <i>Professor! Encontrei 600 quilos.</i> Professor: <i>Como assim, 600 quilos? O que você fez?</i> Estudante: <i>Multipliquei 55 por 60 e encontrei 300 mais 300 que dá 600.</i>	Não consegue organizar os procedimentos da operação de multiplicação.

Fonte: Dados da pesquisa

Na etapa de apresentação das resoluções pelos estudantes percebemos a dificuldade de alguns deles com o algoritmo da multiplicação, ao encontrar 600 quilos com a multiplicação da quantidade de café produzida (55 sacas) pelo peso de cada saca (60Kg). Essa dificuldade estendeu-se também aos aspectos fundamentais da multiplicação. Na Figura 3, expomos algumas dessas dificuldades relacionadas à unidade de significado I.13.

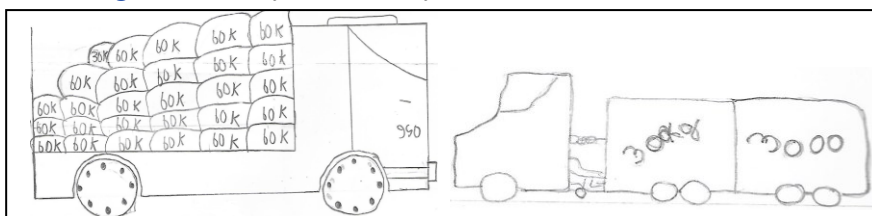
**Figura 3.** Resoluções do problema das sacas de café

The image shows two handwritten multiplication problems. The left problem is:
$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 60 \\ \hline 300 \\ + 300 \\ \hline 600 \end{array}$$
The right problem is:
$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 60 \\ \hline 3000 \\ + 00 \\ \hline 3300 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Outra consideração importante nessa etapa de apresentação dos resultados foi a representação ilustrativa e pictórica das situações. Quase a totalidade dos estudantes ilustraram o problema desenhando o caminhão e representando-o com a quantidade de café produzida. A utilização de estratégias como o desenho de figuras e representação de imagens pode ajudar a melhorar diversos processos envolvidos no pensamento matemático. Proença (2018) aponta que o estudante ao vivenciar a busca por padrões tendo a chance de supor, testar e desenhar pode melhorar a habilidade de formular hipóteses. Na figura 4 apresentamos representações ilustrativas do problema elaboradas pelos estudantes.

**Figura 4.** Ilustrações de resolução do Problema das Sacas de Café



Fonte: Dados da pesquisa

Na terceira etapa das unidades de significado relacionadas ao primeiro problema, agrupamos os diálogos/discussões ocorridos entre os estudantes e professores nas etapas sete, oito, nove e dez de desenvolvimento do problema. O Quadro 5 expõe tais unidades.

**Quadro 5.** Terceira parte das Unidades de Significado do Problema das Sacas de Café

U.S.	Falas/Discussões dos estudantes e professores	Interpretação preliminar do pesquisador
I.14	Professor: <i>Pessoal, a partir da demonstração do estudante A, o que ele sugeriu ao Senhor Alfredo?</i> Estudantes: <i>Dar duas viagens.</i> Professor: <i>Como assim, duas viagens?</i> Estudantes: <i>Uma viagem de 300 quilos e outra de 3.000 quilos</i>	Consegue identificar a quantidade de quilos de café permitida em uma viagem pelo caminhão
I.15	Professor: <i>Por que uma viagem só não dá para transportar o café?</i> Estudante: <i>Porque deu 3.300 quilos de café e o caminhão só pode levar 3000 quilos.</i>	Consegue estabelecer a relação entre as unidades quilos e toneladas.
I.16	Estudante: <i>Porque sobrou 300 sacas.</i> Professor: <i>Sobraram 300 sacas?</i> Estudante: <i>Ah, não, 300 quilos.</i>	Confunde a quantidade de café produzida com a quantidade de sacas.
I.17	Professor: <i>Mas quantas sacas de café então o Senhor Alfredo poderá levar em cada viagem?</i> Estudante: <i>Muitas sacas em uma viagem e poucas na outra.</i> Professor: <i>Precisamos descobrir quantas sacas de café o Senhor Alfredo levará em cada viagem.</i>	Identifica a quantidade de viagens, mas ainda não associa a quantidade de quilos e sacas de café em cada viagem.
I.18	Estudante: <i>Ele poderá levar 27 sacas e meia em cada viagem.</i> Professor: <i>Como você chegou a essa quantidade?</i> Estudante: <i>Dividi 55 sacas ao meio.</i> Professor: <i>Muito bom! Podemos dizer de outra forma? Acho que as sacas de café já estão todas amarradas.</i>	Consegue apresentar possibilidades diferenciadas de transporte do café em sacas.
I.19	Estudante: <i>Então poderia levar 28 sacas numa viagem e 27 em outra.</i> Professor: <i>Muito bom! Mas, então, quantos quilos daria para levar nessas viagens?</i>	Consegue apresentar outras possibilidades de transporte para o café.
I.20	Estudante: <i>Pode levar 1.650 quilos em cada viagem.</i> Estudante: <i>Ele pode levar 50 sacas em uma viagem e 05 na outra.</i> Professor: <i>O que você fez para encontrar 50 sacas?</i>	Consegue apresentar outras possibilidades de transporte para o café.
I.21	Estudante: <i>Tem que fazer divisão.</i> Professor: <i>Como assim?</i> Estudante: <i>Eu peguei 3000 e dividi por 60.</i> Professor: <i>Muito bom!</i>	Consegue realizar os procedimentos da divisão para encontrar a quantidade de sacas de café para uma viagem.
I.22	Professor: <i>Percebemos que o Senhor Alfredo tem algumas possibilidades de respostas que podemos dar a ele. Vamos encaminhar essas respostas?</i>	Encaminhamentos e formalizações de respostas para o problema.
I.23	Professor: <i>Vocês sabem, aqui na região, quanto custa em reais uma saca de café?</i> Estudantes: <i>Acho que 300,00 reais.</i> Professor: <i>Então vocês vão pesquisar quanto custa uma saca de café e descobrir quantos reais o Senhor Alfredo terá com a venda do café.</i>	Proposição de novos problemas.

Fonte: Dados da pesquisa

Nas etapas finais de desenvolvimento dos problemas é importante a mediação do professor no intuito de proporcionar situações e reflexões sobre ideias e concepções que ajudarão na formalização do conteúdo matemático. De modo especial, neste primeiro problema gerador, a maior dificuldade inicialmente foi identificar a quantidade de toneladas que representasse a quantidade de café produzida. Nesse momento, foi necessário retomar com os estudantes as converções entre as unidades de massa. “[...] O professor deve incentivar os estudantes na resolução dos problemas levando-os a seguir caminhos em que possam participar do processo de resolução, e não um em que o professor simplesmente resolva o problema por eles” (PROENÇA, 2018, p. 51).

Finalizamos as discussões, ressaltando que o problema proposto apresenta diversas possibilidades de respostas que poderão ser encaminhadas ao Senhor Alfredo, desde que o limite de peso do caminhão seja respeitado. Alguns estudantes sentiram-se tão importantes e motivados em poder ajudar o Senhor Alfredo que chegaram a perguntar se ele teria vindo mesmo à escola solicitar ajuda.

Dando continuidade à organização das unidades de significado, apresentaremos, a seguir, a fragmentação dos textos referente ao Problema dos Copos de Suco, envolvendo equivalência e divisão em um contexto de alimentação referente ao tema gerador *Saúde*.

A primeira parte das unidades de significado do Problema dos Copos de Suco está relacionada às quatro primeiras etapas metodológicas (ALLEVATO & ONUCHIC, 2014) que envolveram a proposição do problema, assim como o incentivo e a observação do professor nos primeiros momentos de discussão e aprimoramento de compreensões do problema pelos estudantes.

**Quadro 6.** Primeira parte das Unidades de Significado do Problema dos Copos de Suco

U.S.	Falas/Discussões dos estudantes e professores	Interpretação preliminar do pesquisador
II.1	Estudante: <i>Professor posso passar o suco de um copo para outro?</i> Professor: <i>Não podemos, o problema que acabamos de ler já apresenta esta informação. Vamos pensar como podemos ajudar as amigas Luana, Bárbara e Laura?</i>	Compreensões e entendimentos iniciais sobre o problema.
II.2	Professor: <i>Com quantos copos cada amiga poderá ficar, se temos três pessoas?</i> Estudante: <i>Quatro copos.</i>	Compreensão inicial acerca da distribuição/divisão de copos entre as personagens do problema.
II.3	Professor: <i>Como você descobriu que cada amiga poderá ficar com quatro copos.</i> Estudante: <i>Como são 12 copos e três amigas, cada uma ficará com quatro.</i>	Consegue estabelecer a divisão correta de copos para cada personagem do problema.
II.4	Professor: <i>Como chamamos essa operação que você acabou de realizar?</i> Estudante: <i>Divisão.</i> Professor: <i>Muito bom! Agora vamos pensar como vamos fazer para cada amiga receber a mesma quantidade de suco.</i>	Consegue identificar a operação fundamental necessária para a distribuição de copos.

Fonte: Dados da pesquisa

Após discussão inicial de apresentação do problema, a maior parte dos estudantes identificou que cada amiga poderá receber quatro copos. A necessidade de realizar a operação de divisão foi logo percebida por eles. Nas próximas unidades de significado traremos a fragmentação de textos envolvendo as etapas de resolução, apresentação, plenária e consenso do problema.

**Quadro 7.** Segunda parte das Unidades de Significado do Problema dos Copos de Suco

U.S.	Falas/Discussões dos estudantes e professores	Interpretação preliminar do pesquisador
II.5	Estudante: <i>Professor, já distribui os quatro copos para cada amiga.</i> Professor: <i>Agora distribui a mesma quantidade de suco para cada uma delas.</i> Estudante: <i>Cada uma vai ficar com um copo de suco cheio?</i>	Compreensões iniciais entre os dados e a incógnita do problema.
II.6	Professor: <i>Será? Quantas amigas são?</i> Estudante: <i>São três pessoas, então não dá.</i>	Consegue identificar que não será possível distribuir somente um copo cheio para cada personagem.
II.7	Estudante: <i>Vou colocar dois copos cheios para Luana e dois para Lara.</i> Professor: <i>E para Bárbara?</i> Estudante: <i>Os outros copos pela metade.</i>	Consegue estabelecer a quantidade certa de suco para cada personagem.

II.8	<p>Estudante: <i>Utilizei números para representar as amigas em relação aos copos.</i></p> <p>Professor: <i>Como assim?</i></p> <p>Estudante: <i>A Luana ficou com número 1 e um copo cheio, dois pela metade e um vazio; Bárbara com número 2 e um copo cheio, dois copos pela metade e um copo vazio; Lara com número 3 e dois copos cheios e dois vazios.</i></p>	<p>Apresenta estratégias diferenciadas para distribuir a quantidade de suco entre as personagens do problema.</p>
II.9	<p>Estudante: <i>Coloquei dois copos cheios, um vazio e um pela metade para Lara.</i></p> <p>Professor: <i>Qual a quantidade de suco que Lara ficou? Você consegue distribuir essa mesma quantidade de suco para as demais colegas?</i></p>	<p>Ainda não estabelece a mesma quantidade de suco entre as personagens do problema.</p>
II.10	<p>Estudante: <i>Desses 12 copos, tem um que vai ficar vazio.</i></p> <p>Professor: <i>Quantos copos vazios temos ao todo? Observe que não podemos transportar suco de um copo para outro.</i></p>	<p>Ainda não estabelece a mesma quantidade de suco entre as personagens do problema.</p>
II.11	<p>Professor: <i>Quando você coloca quatro copos de suco pela metade para a Lara, como você vai distribuir os demais copos?</i></p> <p>Estudante: <i>Vou colocar quatro copos cheios para a Bárbara.</i></p> <p>Professor: <i>E a Luana ficará com quantos copos de suco, se você já gastou todos os copos de suco?</i></p>	<p>Ainda não estabelece a equivalência correta de suco entre as personagens do problema.</p>
II.12	<p>Estudante: <i>Essa metade com essa metade vai dar um copo cheio.</i></p> <p>Professor: <i>Muito bom.</i></p>	<p>Consegue estabelecer a equivalência correta da quantidade de suco entre os copos.</p>
II.13	<p>Estudante: <i>Ah, professor! Vou colocar dois copos pela metade e um copo cheio para Lara, dois copos pela metade e um cheio para Bárbara e dois copos cheios para Luana.</i></p> <p>Professor: <i>Muito bom!</i></p>	<p>Apresenta estratégias diferenciadas para distribuir a quantidade de suco entre as personagens do problema.</p>
II.14	<p>Professor: <i>Percebemos que podemos distribuir diversas possibilidades de copos de sucos entre as amigas do problema. Vamos formalizar e relacionar essas possibilidades?</i></p>	<p>Encaminhamentos e formalizações de respostas para o problema.</p>
II.15	<p>Professor: <i>Se aumentarmos a quantidade de copos para 24, sendo mais 4 copos vazios, 4 copos pela metade e 4 copos cheios de suco, como faremos a distribuição da mesma quantidade de suco e copos entre as amigas?</i></p>	<p>Proposição de novos problemas.</p>

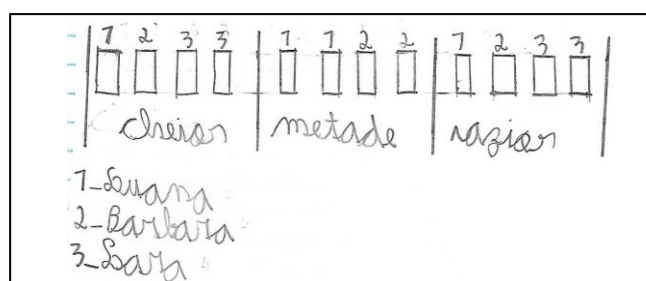
Fonte: Dados da pesquisa

Mesmo após as reflexões e as discussões em plenária, relacionadas à resolução do problema, alguns estudantes ainda não reconheceram a relação de equivalência da quantidade de suco entre as amigas. Nesse momento, a professora regente teve a ideia de fazer a demonstração concreta da situação do problema com copos de água na sala de aula. Essa etapa contribuiu para que chegássemos à formalização da equivalência da quantidade de suco entre as amigas, concluindo, assim, a nona etapa da sequência de ações no desenvolvimento do problema gerador.

De fato, com isso os estudantes puderam perceber que cada amiga precisaria ficar com dois copos de sucos cheios, com diversas possibilidades de agrupamentos e quantidade de sucos entre elas.

A resolução de um estudante chamou-nos a atenção, pois apresentou uma sequência numérica para identificar as personagens do problema, relacionando essa sequência à distribuição de suco entre elas, conforme presenciamos na Figura 5. Ela ilustra a situação expressa na U.S. II.8:

**Figura 5.** Resolução do Problema dos Copos de Suco



Fonte: Dados da pesquisa

A partir da demonstração concreta da situação do problema em sala de aula, a professora regente foi propondo novas quantidades de sucos e de copos entre as amigas. Desafiou os estudantes com a proposição de novos problemas e cumpriu o ciclo com a décima etapa de desenvolvimento do problema (formalização do conteúdo).

#### 4.4. Construindo as Subcategorias e as Categorias de Análise

A organização das categorias de análise, ou seja, a categorização, é a segunda etapa do processo da Análise Textual Discursiva – ATD, em que procuramos reunir as unidades de significado dos dois problemas geradores de acordo com as características comuns entre elas. Esse processo de categorização, de acordo com Moraes e Galiazzi (2016), pode encaminhar-se a partir de dois processos: um deles, de natureza mais objetiva e dedutiva, direciona as categorias denominadas *a priori*; o outro, mais subjetivo, conduz as categorias que emergem dos dados originados na pesquisa.

Em nosso estudo, caminhamos pelo processo subjetivo de categorização, emergente dos dados. “A categorização constitui um processo de classificação em que elementos de base – as unidades de significado - são organizadas e ordenadas em conjuntos lógicos, possibilitando o início de um processo de teorização em relação aos fenômenos investigados” (MORAES & GALIAZZI, 2016, p. 31).

Direcionando o olhar para as unidades de significado construídas nos dois problemas geradores, percebemos semelhanças nas discussões, algumas delas direcionadas à apropriação de pensamentos e conteúdos matemáticos e outras, aos procedimentos e às estratégias adotadas pelos estudantes no desenvolvimento dos problemas. Esse processo de categorização exige esforço e dedicação às unidades de significado, sem perder o foco e a atenção aos objetivos traçados para a pesquisa. A totalidade do objeto da pesquisa também precisa estar em foco e articulada aos elementos comuns que possibilitarão a construção dos metatextos, última etapa do processo da ATD.

Nesse contexto de categorização, exporemos, a seguir, o Quadro 8, que resume o processo de categorização originado das unidades de significado referentes aos dois problemas geradores – Sacas de Café e Copos de Suco.

**Quadro 8.** Organização das subcategorias e categorias de análise envolvendo os problemas geradores

Unidades de Significado	Aspectos em comum	Subcategorias	Categorias de análise
I.9; I.21	Demonstra segurança ao explicar o raciocínio.	Critérios utilizados para ordenar o pensamento matemático	Aspectos relacionados à apropriação de formas de pensamento e de conteúdos matemáticos
II.7	Apresenta possibilidades de resolução para a incógnita do problema.		
I.17	Faz afirmações gerais e ingênuas.	Raciocínio/Pensamento matemático em construção	
I.6; I.7; I.8; I.16; II.5; II.9; II.10; II.11	Faz confusão entre os dados e os resultados encontrados.		
I.13	Apresenta procedimentos incorretos em operações matemáticas.		
I.10; I.15; II.12	Estabelece relações entre os dados do problema e os resultados encontrados.	Argumentações, justificativas, hipóteses, ordenação do pensamento matemático	
II.6	Identifica hipóteses de solução para o problema.		



Unidades de Significado	Aspectos em comum	Subcategorias	Categorias de análise
I.22, II.14	Encaminhamentos e formalizações de respostas para os problemas.	Raciocínio/Pensamento matemático	Procedimentos e estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas
I.11; I.14; I.18; I.19; I.20, II.13	Apresenta possibilidades de respostas coerentes com o problema.	Argumentações, justificativas, hipóteses, ordenação do pensamento matemático	
I.12; II.8	Explica o raciocínio utilizado durante a exploração do problema.		
I.1; I.2; I.3; I.4; I.5; II.1; II.2; II.3; II.4	Pensamentos e aproximações iniciais com os problemas.		
I.23; II.15	Pensamentos e aproximações com novos problemas.		

Fonte: Dados da pesquisa

Direcionando o olhar para o Quadro 8, identificamos 38 unidades de significado, distribuídas na primeira coluna. Essas unidades foram agrupadas de acordo com a identificação de aspectos em comum entre elas, organizados na segunda coluna. Na terceira coluna estão as subcategorias que serviram de referência para construção das categorias de análise relacionadas na última coluna.

Nas duas últimas linhas do Quadro 8, registramos unidades de significado relacionadas aos encaminhamentos iniciais e finais das etapas metodológicas de desenvolvimento dos problemas geradores. Essas unidades não foram utilizadas diretamente na construção das categorias de análise, mas foram fundamentais para o desenvolvimento da metodologia de RP utilizada neste artigo, principalmente em relação às etapas iniciais, nas quais os estudantes têm a possibilidade de colocar-se em contato com a linguagem matemática e de desenvolver suas próprias compreensões sobre o problema (ALLEVATO & ONUCHIC, 2014).

Na próxima seção, reportaremos a última etapa do processo de ATD, denominado de *comunicação* ou *metatexto*, cujo objetivo é expor as principais ideias, compreensões e análises que emergiram das categorias de análise.

#### 4.5. Comunicação dos Dados

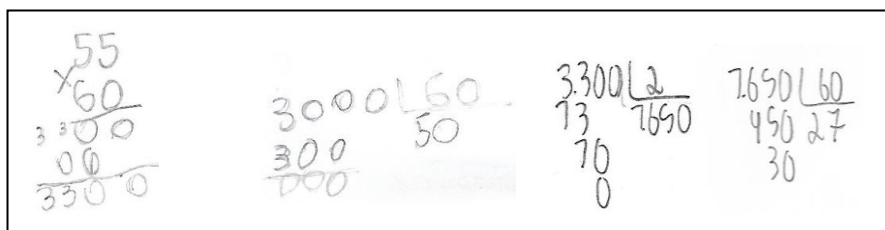
Em relação à primeira categoria de análise, denominada de *Aspectos relacionados à apropriação de formas de pensamentos e de*

*conteúdos matemáticos*, nas falas e nas discussões com os estudantes surgiram várias unidades de significado (I.6, I.7, I.8, I.9, I.10, I.13, I.15, I.16, I.17, I.21, II.5, II.6, II.7, II.9, II.10, II.11, II.12) relacionadas à ordenação e à construção do pensamento matemático, assim como à elaboração de argumentações, justificativas e hipóteses envolvendo os conteúdos relacionados às unidades de massa, operações fundamentais e equivalência.

No primeiro problema, que trata das sacas de café, alguns estudantes demonstraram segurança, ao explicarem seu raciocínio nos procedimentos adotados para multiplicar o valor correspondente ao peso de cada saca de café pela quantidade de café produzida, assim como para encontrar a quantidade de café que poderia ser transportada em uma viagem. Quando o estudante diz: “*tem que fazer divisão. Eu peguei 3.000 e dividi por 60*”, identificamos essa segurança.

Na figura 6, a seguir, apresentamos algumas possibilidades de resolução do primeiro problema que demonstram aspectos relacionados a apropriação de conteúdos e conceitos matemáticos envolvendo a multiplicação, divisão, equivalência e as unidades de massa, quilo e tonelada.

**Figura 6.** Resoluções envolvendo o Problema das Sacas de Café



Fonte: Dados da pesquisa

A resolução dos estudantes possibilitou a concentração e a organização do pensamento matemático que emergiu nessa categoria de análise. Isso demonstrou que a RP pode desenvolver sua convicção de que são capazes de fazer matemática e de que a matemática ‘faz sentido’. Toda vez que um estudante consegue resolver um problema e desenvolve sua compreensão, a autoconfiança e a autoestima são ampliadas e fortalecidas (VAN de WALLE, 2009).

Ainda em relação à categoria de análise envolvendo aspectos de apropriação de formas de pensamentos e de conteúdos matemáticos, quatro unidades de significados (I.10, I.15, II.6, II.12) são vinculadas à identificação de hipóteses para solução do problema, e apontam justificativas e argumentações que estabelecem relações entre os dados e a incógnita do problema.

Isso pode ser percebido na U.S. I.10, quando um estudante encontra 3.300 quilos e o professor o questiona sobre qual seria a orientação dada ao Senhor Alfredo, considerando que o caminhão suporta até 3 toneladas de peso em cada viagem. Nesse momento, de forma bem rápida, um estudante respondeu: “Seu Alfredo tem 300 quilos a mais”.

Passando ao do problema relacionado à alimentação saudável, quase a totalidade dos estudantes conseguiu estabelecer a divisão correta da quantidade de copos para cada personagem do problema; porém a dificuldade maior estava em relacionar a mesma quantidade de suco para cada amiga, sem que fosse transportado suco de um copo para outro. Diante dessa condição, vários estudantes apresentaram dificuldades para distribuir a quantidade correta de suco entre as personagens. A unidade II.5 expressa essa dificuldade, quando um estudante responde que já conseguiu distribuir quatro copos para cada amiga, destacando que cada amiga ficará com um copo cheio.

Pensamentos como esses são comuns e importantes no início do processo de construção do pensamento e dos conceitos matemáticos, momento que representa uma oportunidade para incentivar os estudantes a estabelecerem conexões iniciais entre os dados e as incógnitas do problema. É importante que o professor faça perguntas e provocações, a partir das próprias perguntas dos discentes. Van de Walle (2009) destaca que momentos como esse podem ajudar a promover aprendizagens que incluam todos os alunos, pois a dúvida de um pode ser a dúvida dos demais.

A unidade de significado II.6 representa essa indagação importante pelo professor nas etapas iniciais de resolução dos problemas. Quando o estudante responde que cada amiga ficará com um copo de suco cheio, o professor o questiona, perguntando quantas amigas são; e, assim, neste momento, o estudante retoma o pensamento e responde que são três pessoas e que não daria para cada amiga ficar com a

mesma quantidade de copos cheios de suco, pois o problema apresenta quatro copos cheios de suco.

Quanto às hipóteses de organização do pensamento matemático, a unidade de significado II.12 representa construção de conhecimento matemático relacionado à equivalência. Um estudante, ao responder: “essa metade com essa metade vai dar um copo cheio”, consegue demonstrar que dois copos de suco pela metade equivalem a um copo cheio, o que favoreceu a construção desse conhecimento. Esses pensamentos e hipóteses demonstram o que Polya (2006) destaca como sendo uma ideia importante e decisiva para a solução do problema, pois indica, em um curto período de tempo, caminhos para se chegar aos resultados desejados.

Em continuidade à comunicação dos dados, há dez unidades de significado (I.11, I.12, I.14, I.18, I.19, I.20, I.22, II.8, II.13, II.14) que emergiram a partir das falas e das discussões entre estudantes e professores pesquisador e regente, relacionadas à segunda categoria de análise: *procedimentos e estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas*.

Nos dois problemas geradores propostos, analisados neste artigo, diversos procedimentos e estratégias de resolução foram apresentados pelos estudantes, a maior parte dos quais direcionadas à subcategoria que envolveu argumentações, justificativas e hipóteses de encaminhamentos de respostas coerentes para os problemas. As unidades de significado I.11, I.14, I.18, I.19, I.20 e II.13 estão incluídas nessa subcategoria, a maior parte pertencente ao primeiro problema gerador.

Nesse contexto, a maioria dos estudantes respondeu que o Senhor Alfredo teria que realizar duas viagens com o café até o armazém, uma com 3.000 quilos e a outra com 300 quilos, conforme as unidades de significado I.11 e I.14.

No intuito de proporcionar-lhes oportunidades para utilizar outras estratégias de resolução para o segundo problema, a fim de que tivessem consciência do processo empregado na resolução, implementamos, de acordo com as ideias de Charles e Lester (1982 *apud* PROENÇA, 2018), a ação de fazer perguntas para ajudar os estudantes a superar a crença de que há somente uma única possibilidade de resposta, o que poderá favorecer a coordenação dos

processos de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Assim, o professor pesquisador perguntou para o estudante que apresentou a resposta identificada na U.S. I.18 se “poderíamos encaminhar para o Senhor Alfredo outra possibilidade de resposta”.

A partir dessa pergunta, surgiram mais duas unidades de significados (I.19 e I.20), com outras possibilidades de respostas para a questão do transporte do café até o armazém. No Quadro 9 as discussões e os diálogos entre o professor e o estudante demonstram essas estratégias.

**Quadro 9.** Estratégias de resolução do Problemas das Sacas de Café

Estudante: <i>Então poderia levar 28 sacas numa viagem e 27 em outra.</i>
Professor: <i>Muito bom! Mas, então, quantos quilos daria para levar nessas viagens?</i>
Estudante: <i>Pode levar 1.650 quilos em cada viagem.</i>
Estudante: <i>Ele pode levar 50 sacas em uma viagem e 05 na outra.</i>
Professor: <i>O que você fez para encontrar 50 sacas?</i>

Fonte: Dados da pesquisa

Incentivos e perguntas por parte do professor podem proporcionar momentos de aprendizagem para os estudantes. Freire e Faundez (1985) destacam a importância de promover momentos como esse, pois no decorrer da elaboração de respostas, poderão surgir outras perguntas que podem ser fundamentais para o processo de aprendizagem. Com efeito, os diálogos e as discussões que identificamos ao longo do desenvolvimento dos problemas geradores foram importantes para a construção de conhecimento matemático.

Ao direcionarmos o olhar para as U.S. I.22 e II.15, ressaltamos que os momentos de encaminhamentos e formalizações de respostas e estratégias de resolução para os problemas são importantes. Quando os estudantes têm oportunidade de apresentar na lousa as resoluções que desenvolveram, aos poucos a timidez e a insegurança vão diminuindo. E isso pode contribuir para sua maior segurança, autonomia e construção de argumentações durante o processo de aprendizagem (FREIRE, 1981).

Tais procedimentos podem ajudar, ainda, na avaliação do processo de resolução do problema e da aprendizagem, ratificando a articulação na tríade Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Em discussão plenária, o

docente pode refletir com os estudantes, perceber as dificuldades que tiveram e ajudar a superá-las, corrigir os equívocos cometidos, apontar o uso inadequado de procedimentos e conceitos matemáticos, ou seja, ajudar os estudantes a identificar se a resposta está coerente com o contexto do problema e a sintetizar o que aprenderam (PROENÇA, 2018).

Por fim, consideramos importante abordar as unidades de significado I.23 e II.15, mesmo que não estejam ligadas diretamente às categorias de análise. A última etapa da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, *proposição de novos problemas*, é importante, tendo em vista que a partir dela poderão surgir conexões e aproximações com novas situações didáticas (ALLEVATO & ONUCHIC, 2014).

Na próxima seção, teceremos as considerações finais, apresentando também uma síntese dos principais aspectos que consideramos oportuno pontuar após o processo de categorização e análise dos problemas.

## 5. Considerações Finais

A Metodologia de Resolução de Problemas configura-se como uma prática e precisa estar alicerçada nas relações que se estabelecem entre os sujeitos, fundamentadas na sala de aula, no conhecimento que o docente possa ter dos estudantes que a compõem, considerando que cada estudante é singular e possui características que, não raro, divergem no contexto da sala de aula (LEAL JUNIOR & ALLEVATO, 2018).

A esse propósito, destacamos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da RP ocorreu nesse ambiente, alicerçada nas relações estabelecidas entre os estudantes e os professores pesquisador e regente, e entre o professor orientador<sup>9</sup> e o professor pesquisador. Para a construção dessas relações, desenvolvemos encontros de preparação, estudos e discussões com os professores da escola *locus* da pesquisa, antes de iniciar o processo de resolução dos problemas geradores em sala de aula.

---

9. Trata-se do 2º autor deste artigo, orientador do 1º autor no desenvolvimento da pesquisa de doutorado em que se insere o recorte apresentado no presente trabalho.

Durante essa fase, a aprendizagem dos conteúdos e dos conceitos matemáticos ocorreu em um ambiente metodológico diferente do habitual da escola. Diferente porque a unidade escolar ainda não conhecia a metodologia de RP desenvolvida na pesquisa e, principalmente, por percebermos um ‘envolvimento’ dos demais professores da escola<sup>10</sup> com a metodologia de Resolução de Problemas: desejavam conhecê-la e queriam trabalhar com ela. A professora regente, inclusive, ressaltou que, doravante, adotaria tal metodologia em suas aulas, quando possível.

Percebemos que houve sintonia entre a metodologia da RP e a modalidade de Ensino da Educação do Campo, pois ambas proporcionam aos estudantes oportunidades de diálogo, reflexões, discussões e de enfrentamento de situações desafiadoras, o que os leva a refletir, discutir e expor suas ideias sobre aspectos e questões ligadas ao seu contexto de vida.

Nesse ambiente de discussão, reflexão, problematização e ação conjunta entre professores e estudantes, em que esses têm oportunidade de expressar seus pensamentos, raciocínios e resoluções, os conteúdos passam a fazer mais sentido para eles e a aprendizagem matemática ocorre (VAN de WALLE, 2009).

Inicialmente, alguns estudantes tinham receio de falar e de apresentar o que tinham pensado sobre um determinado procedimento matemático. Os diálogos, a troca de ideias e a valorização do pensamento de cada um deles, permitiram que ganhassem mais desenvoltura, autonomia e segurança durante as etapas de desenvolvimento dos problemas, o que, possivelmente, não ocorreria no ambiente de aula expositiva a que estavam habituados. Quando um estudante não tem mais receio de expressar-se e de apresentar seu raciocínio, o desenvolvimento de sua autonomia e do processo de aprendizagem são estimulados (FREIRE, 1981).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da RP proporcionou momentos de discussão e aprendizagens, principalmente quando os estudantes tiveram a oportunidade de demonstrar as resoluções na lousa, e a mediação dos

---

10. Durante os meses em que estivemos na escola desenvolvendo a pesquisa, fomos abordados várias vezes pelos professores dos anos iniciais do ensino fundamental, pedindo para conhecer e trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas utilizada na turma *locus* da pesquisa.

professores favoreceu um forte envolvimento por parte dos estudantes para resolver o problema, mesmo diante das dificuldades em identificar as ideias de equivalência presentes e exigidas para a resolução do problema dos copos de suco.

Direcionando o olhar para as categorias de análise emergidas a partir das resoluções dos problemas: *aspectos relacionados à apropriação de formas de pensamento e de conteúdos matemáticos; procedimentos e estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas*, concluímos que houve, por parte da maioria dos estudantes, segurança no raciocínio e na organização do pensamento matemático, ao argumentar e validar hipóteses de resolução para os problemas, principalmente em relação ao problema das sacas de café. As discussões e as reflexões que surgiram na etapa da plenária foram fundamentais para o encaminhamento de respostas e estratégias coerentes para solucionar os problemas e formalizar os conteúdos matemáticos.

É importante considerar, também, que foi bastante explorada pelos estudantes a representação ilustrativa e pictórica das situações propostas nos problemas, o que contribuiu no processo de compreensão, identificação dos dados, representação das situações e resolução dos problemas, principalmente na segunda categoria de análise relacionada aos procedimentos e às estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver os problemas.

Desenhos, representação de imagens e materiais concretos são recursos que estão em sintonia com o ensino de Matemática proposto pelo atual documento de orientação curricular – *Base Nacional Comum Curricular – BNCC* (BRASIL, 2017). A *BNCC* destaca que o trabalho com desenhos, modelagens, manipulação de diversos materiais e recursos tecnológicos contribui para que, desde pequenas, as crianças desenvolvam senso estético e crítico, o conhecimento de si mesmas, dos outros e da realidade que as cerca.

O desenvolvimento dos problemas oportunizou também, aos estudantes, a elaboração de justificativas e argumentos para validarem seus pensamentos e raciocínios, tão evidentes no processo de categorização realizada com os dados construídos na resolução dos problemas. A argumentação e a comunicação possibilitaram que os estudantes aprimorassem a linguagem matemática e compartilhassem



diferentes estratégias de resolução para os problemas (SMOLE, 1996).

Percebemos, finalmente, que houve um ‘outro’ olhar para a aprendizagem dos estudantes, quando a professora regente destacou que, doravante, seguiria com as atividades/conteúdos com mais calma e paciência. Por esse novo olhar e atenção às aprendizagens dos estudantes, assim como pelas discussões estabelecidas em conjunto, é que percebemos evidências do processo de avaliação ocorrendo de forma integrada, ratificando a composição Ensino-Aprendizagem-Avaliação.

Recebido em: 07/08/2020

Aprovado em: 28/10/2020

## Referências

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. *In: ONUCHIC, L. R. et al. (org.). Resolução de problemas: teoria e prática.* Jundiaí: Paco, 2014.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática. *REnCiMa*, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 01-14, 2019.
- ANDREATTA, C. **Aprendizagem Matemática através da Elaboração e Resolução de Problemas em uma Escola Comunitária Rural.** 2020. 203f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Tradução de M. J. Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Resolução CNE/CEB n.º 1, de 3 de abril de 2002. **Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas escolas do campo.** Brasília: MEC/CNE/CEB, 2002.
- BRASIL. Parecer CNE/CEB n.º 1, de 1 de fevereiro de 2006. **Dias letivos para a aplicação da Pedagogia de Alternância nos Centros Familiares de Formação por Alternância (CEFFA).** Brasília: Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade. SE-CAD/MEC, 2006.

- BRASIL. Resolução CNE/CEB n.º 4, de 13 de julho de 2010. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica**. Brasília: Câmara de Educação Básica. MEC/CNE/CEB, 2010.
- BRASIL. Resolução CNE/CEB n.º 2, de 22 de dezembro de 2017. **Institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Conselho Pleno. MEC/CNE, 2017.
- COLATINA. Lei n.º 6.362, de 3 de novembro de 2016. **Regulamenta a Lei Municipal n.º 5.864, de 10 de julho de 2012, que institui a Educação do Campo no município de Colatina**. Colatina, ES, 2016. Disponível em: <https://leismunicipais.com.br/ES/COLATINA/LEI-6362-2016-COLATINA-ES.pdf>. Acesso em: 21 ago. 2019.
- FREIRE, P. **Educação como prática de liberdade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.
- FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.
- KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.
- LEAL JUNIOR, L. C.; ALLEVATO, N. S. G. Momento pedagógico e pedagogia da pergunta: deslocamento conceitual para a prática em resolução de problemas. In: PINHEIRO, J. M. L.; LEAL JUNIOR, L. C. (org.). **A matemática e seu ensino: olhares em educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2018.
- MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. 3. ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2016.
- MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. R. et al. (org.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco, 2014.
- NCTM - NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **An agenda for action**. Reston: NCTM, 1980.
- NCTM - NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: NCTM, 2000.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática – BOLEMA**, Rio Claro, v. 25, n. 41, dez. 2011.

- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. e adapt. de H. L. Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978 [1945].
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- PROENÇA, M. C. **Resolução de problemas: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula**. Maringá: Eduem, 2018.
- SHROEDER, T. L.; LESTER Jr., F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (org.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.
- SMOLE, K. C. S. **A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2008.
- VAN de WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de P. H. Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- VIEIRA, G. **Tarefas exploratório-investigativas e a construção de conhecimentos sobre figuras geométricas espaciais**. 2016. 169f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016.