emd Ensino da Matemática em Debate

DOI: https://doi.org/10.23925/2358-4122.2021v8i3p130-140

A Epistemologia Implícita das Práticas de Ensino da Matemática[1]

L'Épistémologie Implicite des Pratiques D'Enseignement des Mathématiques

Rudolph Bkouche
Universidade de Lille I - França
Bernard Charlot
Universidade de Paris VII - França
Nicolas Rouche
Universidade de Louvain

Tradução

Saddo Ag Almouloud[2]

Paulo Wichnoski[3]

O que é fazer matemática? Para quem ensina matemática no dia a dia, essa questão pode parecer um luxo, até mesmo um jogo um tanto livre e sem muito interesse. Questão de filosofia, em outras palavras, para muitos professores de matemática, uma questão da qual não se deve intrometer! É isso! Por vinte anos, as reformas do ensino da matemática se sucederam a um ritmo tal que muitos professores de matemáticas não sabem mais o que se espera deles e se perguntam: o que é ensinar matemáticas? e, finalmente, o que são matemáticas? Eu gostaria de propor aqui alguns caminhos e enfatizar o quão é importante entender a epistemologia[4] implícita que sustenta qualquer prática de ensino de matemáticas.

A pedagogia que os textos oficiais e a inspeção geral pedem aos professores de matemática que apliquem agora é muito diferente da que foi implementada durante a reforma das matemáticas modernas no início dos anos setenta. No entanto, seria intelectual e moralmente incorreto comparar diretamente a pedagogia praticada por ocasião do estabelecimento da reforma da matemática moderna e a pedagogia hoje *aconselhada* pelas instruções oficiais. Na verdade, por um lado, a pedagogia praticada não é a recomendada pelos promotores da reforma das matemáticas modernas, e em

[1] Este texto é o capítulo X de um livro intitulado "**Faire des Mathématiques:** le plaisir du sens" (Fazer Matemática: o prazer do significado) da autoria de Rudolph Bkouche, Bernard Charlot e Nicolas Rouche, editora: Armand Colin, p. 171-186, 1991. Este capítulo vem de uma conferência dada por B. Charlot em Cannes, em março de 1986, a convite da A.P.M.E.P. de Nice-Cannes e, mais particularmente, de Christiane Zehren e Christian Frattini. Ch. Frattini escreveu uma primeira versão de uma gravação em fita. Essa versão serviu de base para a redação de um artigo publicado com o título "O que é" fazer matemática "? A epistemologia implícita das práticas de ensino da matemática", no Bulletin de l'A.P.M.E.P., Nº 359, junho de 1987.
[2] Saddo Ag Almouloud. Professor colaborador da Universidade Federal da Bahia-UFBA. E-mail: saddoag@gmail.com
[3] Paulo Wichnoski- Professor da Universidade Federal do Paraná- UFPR. E-mail: wichnoski@gmail.com
[4] Teoria do conhecimento, de seu objeto e de seus métodos.

particular a A.P.M.E.P.[5] e, dentro da A.P.M.E.P. Gilbert Walusinski, por outro lado, nada garante que a pedagogia que deve se desenvolver futuramente nos colégios e no ensino médio se conformará aos desejos oficiais. Portanto, comparemos o que é comparável: intenções com intenções, práticas com práticas.

Não voltarei muito às intenções educacionais dos promotores da reforma das matemáticas modernas[6]. Vou simplesmente relembrar alguns pontos essenciais. A cartilha de Chambéry redigida em 1968 pela A.P.M.E.P. defendeu uma "pedagogia ativa, aberta, a menos dogmática possível, convocando ou trabalhando em grupos quanto à imaginação das crianças" e proibiu o "jargão impenetrável", "simbolismo abstruso", "abstrações austeras" Jean Dieudonné (DIEUDONNÉ, 1974), que muitas vezes é criticado pelo formalismo que incidia sobre o ensino das matemáticas, na verdade pediu que se "trabalhasse por um certo tempo em uma base experimental ou semi-experimental", isto é, constantemente apelando para a intuição. De fato, sabemos, o ensino das matemáticas será levado por uma onda de formalismo, admitido nas classes mais avançadas, mascarado no ensino primário e às vezes no colégio atrás de situações "concretas" muitas vezes artificiais, para não dizer questionáveis. Por que esses "efeitos perversos" da reforma? O que aconteceu? As intenções pedagógicas apresentadas, em minha opinião, excelentes, estavam em contradição com a epistemologia implícita que sustentava a reforma das matemáticas modernas. Os promotores da reforma, com efeito, conceberam *a* Matemática - um singular que em si já é altamente significativo - como uma "língua universal", a língua da lógica, da estrutura, dos símbolos, em suma, do discurso científico e da técnica moderna. Portanto, se os alunos são convidados a realizar uma atividade matemática, esta atividade não consiste em construir conceitos em resposta a problemas, mas em localizar e nomear as estruturas matemáticas fundamentais que permitem a introdução da ordem matemática na realidade natural e social. Também, a atividade dos alunos, quando convocada, o que nem sempre é o caso, é apenas um pretexto para uma interminável aula de vocabulário em que os alunos aprendem a identificar e a nomear estruturas que não conhecem, por não tê-los construído previamente, e usá-las em situações que têm um significado para eles.

A pedagogia recomendada pelas instruções oficiais recentes é, desta vez, inequívoca. Não se propõe a apreender o mais rapidamente possível as estruturas matemáticas fundamentais em situações "concretas", mas centra-se na construção de saberes matemáticos em resposta a problemas matemáticos. A abordagem do ensino das matemáticas não é mais definida por referência a graus de abstração, mas pela construção progressiva de conceitos matemáticos que têm sua validade primeiramente como instrumentos de resolução de problemas. "Uma apropriação matemática, para

[5]Association des Professeurs de Mathématiques de l´Enseignement Publique de la Maternelle à l´Université – Associação de Professores de Matemáticas do Ensino Público do jardim de infância à universidade. <https://www.apmep.fr/L-APMEP-en-quelques-mots>.
[6] Cf. Capítulo II. (Histoire d'une reforme: idées directrices et contexte. In: **Faire des Mathématiques:** le plaisir du sens" (Fazer Matemática: o prazer do significado) da autoria de Rudolph Bkouche, Bernard Charlot e Nicolas Rouche, editora: Armand Colin, p. 25-46, 1991).

um aluno, não pode limitar-se ao conhecimento formal de definições, resultados, técnicas e demonstrações: é essencial que o conhecimento tenha adquirido sentido para ele a partir de questões que lhe são colocadas e que ele saiba mobilizar para resolver problemas" (programa de colégio). "Desejou-se enfatizar a importância do *trabalho pessoal* dos alunos, tanto em sala de aula quanto em casa, e sobre o papel formativo das *atividades de resolução de problemas* (projeto de programa de abril de 1985 para os segundos anos científica e Economia (S&E) do Ensino Médio).

Esta opção pedagógica não é nova em termos absolutos: um certo número de professores a defendiam e já a praticavam há muito tempo. A novidade, porém, é que agora é oficial, define o que a inspeção geral espera (em princípio!) da massa de professores. Mas se não quisermos que esses efeitos perversos que conhecemos durante a reforma das matemáticas modernas, ocorram novamente, ainda seria necessário explicar aos professores quais são os fundamentos epistemológicos dessa reforma e, em consequência, formá-los. Pois, é de fato, uma outra concepção do ensino das matemáticas que é apresentada doravante, e mesmo uma outra concepção da atividade da matemática. As atuais orientações pedagógicas propõem uma ruptura, que as matemáticas "modernas" não tinham conseguido operar, com a epistemologia e mesmo com a ontologia[7] clássica subjacente à concepção cultural e acadêmica das matemáticas e do seu ensino. É esta ruptura que gostaria de definir aqui, sublinhando as suas consequências pedagógicas. Pois, se os professores de matemáticas aplicarem as novas diretrizes pedagógicas sem repensar sua própria concepção da atividade matemática, correremos não apenas para o fracasso, mas para um novo terremoto pedagógico que poderia ser de uma magnitude tão grande quanto aquele que acompanha a reforma das matemáticas modernas.

O que é fazer matemáticas?

O que é fazer matemáticas? Minha resposta geral será que fazer matemáticas é FAZÊ-las, no verdadeiro sentido da palavra, construí-las, fabricá-las, produzi-las, seja na história do pensamento humano ou no aprendizado individual. Obviamente, não é para os alunos reinventarem a matemática já existente, mas para envolvê-los em um processo de produção matemática em que sua atividade tenha o mesmo significado que a dos matemáticos que efetivamente forjaram os conceitos matemáticos novos.

Essa ideia de que fazer matemática é FAZê-las não é a concepção dominante no universo escolar atual. A visão mais comum é que a matemática não precisa ser produzida, mas sim descoberta. Os seres matemáticos já existem, em algum lugar, no paraíso das ideias. A partir daí, o papel do matemático não é criá-los, inventá-los, mas descobri-los, *revelar* verdades matemáticas que já existiam, mas que ainda não eram conhecidas. As verdades matemáticas só podem ser enunciadas por

[7] Teoria do ser.

meio do trabalho do matemático, mas, são o que são dadas desde a eternidade, independentemente deste trabalho. O ensino clássico da matemática baseia-se na epistemologia e ontologia platonianas, que a reforma das matemáticas modernas consolidou ainda mais: as Ideias matemáticas têm uma realidade em si mesmas. O matemático René Thom não hesita em afirmar explicitamente que “a hipótese de ideias platônicas que informam o universo é - apesar das aparências - a mais natural e - filosoficamente - a mais econômica” (THOM, 1974).

Uma vez desvelada, a verdade matemática fica exposta ao olhar de quem consegue olhar alto o suficiente no céu das ideias. O papel do professor de matemáticas consiste então em fazer com que o aluno partilhe a visão a que já teve acesso, a transformar a mente do aluno – “o olho da alma”, dizia Platão – em direção do mundo matemático. Nessa concepção, a verdade matemática é dada a quem pode vê-la, a quem tem suficiente poder de abstração. O vocabulário pedagógico cotidiano permanece muito platônico, veiculando constantemente essa metáfora do olhar, da visão da luz. Como os alunos dizem, “eu vejo” ou “não vejo”, “eu acertei” ou “eu não acertei”, e em questões de matemáticas, não há nada para discutir, hesitar, se não acertamos o alvo, estamos fora do jogo. O vocabulário professoral, para ser mais rico, vem, no entanto, sob o mesmo registro. Alguns alunos são luzes, eles são brilhantes, cintilantes, iluminados e enxerguem à primeira vista. Outros, infelizmente, são bloqueados, até cegos, e para eles tudo permanece obscuro. Em suma, existem alunos de cem watts e alunos de quarenta watts, e o professor não tem como evitar isso tão logo que apresenta sua lição da maneira mais “clara” possível.

Dois discursos interpretativos são enxertados nessa metáfora do olhar. Em primeiro lugar, a interpretação do tipo biológico que hoje se veste de argumentos com afirmações genéticas, mas na verdade retoma o discurso sobre a inteligência que Platão já sustentava há vinte e cinco séculos: as matemáticas são dadas a quem tem um dom, uma capacidade por abstração suficiente para perceber os conteúdos conceituais que lhe são propostos - o que a frenologia[8] chamou há um século e meio de “solavanco das matemáticas”. A segunda interpretação, proposta pela sociologia da educação, explica que algumas crianças sofrem de déficits socioculturais, carecem do capital cultural necessário para manejar uma linguagem abstrata e, assim, acessar o universo matemático. Estas duas teses, biogenética e sociocultural, são muito diferentes, mas partilham, no entanto, um postulado comum: os conceitos, os saberes, as culturas são concebidos como *dadas*, transmitidos a herdeiros sob a forma de dádiva natural ou de capital sociocultural.

A esta ideia de matemáticas dadas, de uma forma ou de outra, oponha-se a ideia de matemática construída, diria mesmo, usando aqui de forma um tanto provocativa o vocabulário da técnica, de matemáticas *fabricadas*. A atividade matemática não é olhar e desvelar, mas sim criação, produção, fabricação. Os conceitos matemáticos não são um bem cultural transmitido hereditariamente como

[8] Teoria que pretendia identificar as aptidões naturais a partir da forma do crânio.

dádiva ou socialmente como capital, mas o resultado de um *trabalho* de pensamento, o dos matemáticos ao longo da história, o da criança através da sua aprendizagem. Dadiva e Capital, por um lado, Trabalho, por outro: é obviamente de propósito que uso esses termos, para deixar claro qual é o problema básico colocado pela democratização do ensino das matemáticas. Esta democratização implica uma ruptura que não atravessa o mundo das competências "naturais" ou o meio sociocultural no sentido amplo do termo, mas que é uma ruptura social no seio das próprias práticas de ensino. Fazer matemáticas é um trabalho do pensamento, que constrói conceitos para resolver problemas, que coloca novos problemas a partir de conceitos assim construídos, que retificam esses conceitos para resolver esses novos problemas, que generaliza esses conceitos e unifica pouco a pouco esses conceitos nos universos matemáticos que se articulam entre eles, se estruturam, se desestruturam e se reestruturam incessantemente. Democratizar o ensino das matemáticas supõe primeiro que se rompa com uma concepção elitista de um mundo abstrato que existiria em si, mas seria acessível apenas a certas pessoas e que se pensa a atividade matemática como um trabalho cujo domínio é acessível a todos, sujeito ao cumprimento de certas regras.

São estas regras, isto é, estas técnicas pedagógicas que permitem ao aluno dominar o trabalho do seu pensamento matemático, que gostaria de explicitar um pouco.

Verdade e atividade matemática

Vamos primeiro examinar as consequências pedagógicas da epistemologia e da ontologia que fundamentam a aprendizagem tradicional das matemáticas. O matemático revela as verdades e o ensino deve voltar os olhos da alma do aluno para essas verdades. Consequentemente, o que o professor retém da atividade do matemático não é esta atividade em si, que na maioria das vezes ele ignora ou que em todo caso passa em silêncio, são os resultados desta atividade, teoremas, demonstrações, definições, axiomas. Além disso, o professor é levado a supervalorizar a forma como esses resultados são apresentados. Se pensarmos na atividade do matemático, essa supervalorização da forma é paradoxal: não é a forma que dá sentido aos resultados, uma vez que ela só é determinada *a posteriori*, quando os resultados forem obtidos por outras maneiras muito mais chocantes: nenhum matemático jamais inventou nada por uma demonstração rigorosa respeitando as regras canônicas.

Mas esse paradoxo pode ser explicado se lembrarmos que o objetivo é apresentar ao aluno a Verdade Matemática em toda a sua pureza e esplendor: o professor tira o diamante de sua matriz e apresenta o ser matemático na definição impecável que deve permitir ao aluno apreenda-o em sua mais brilhante glória. Consequentemente, a virtude essencial da matemática passa a ser o rigor, e em particular o rigor da linguagem, visto que este, quando se deixa de lado a própria atividade matemática, é o único suporte do conceito matemático. Assim o professor exige do aluno, de imediato, desde os primeiros passos, rigor de pensamento e de linguagem, esquecendo que no próprio matemático esse rigor vem apenas no final, ao fim de um longo processo de aproximações e retificações. O saber matemático aparece então para o aluno não como um sistema de conceitos que permite resolver conjuntos de problemas, mas como um grande discurso codificado, padronizado, simbólico e "abstrato".

Essa ruptura entre a atividade matemática e seus resultados, entre problemas e conceitos, gera significativo fracasso escolar, principalmente entre crianças de famílias desfavorecidas, que não foram acostumadas em seu ambiente a esse manejo de uma linguagem explícita, formalizada, codificada[9]. Para explicar esse fracasso, dizemos que as matemáticas são difíceis porque são abstratas e deduzimos que com alunos com dificuldades escolares é necessário ensinar as matemáticas a partir do concreto. Em suma, seria necessário construir um andaime particular que permitisse a quem não tem, ou ainda não tem, poder de abstração suficiente para ascender aos poucos para o mundo matemático. Para tanto, são desenvolvidos materiais, situações e estratégias que, na análise, acabam se revelando pseudo-concretos: blocos lógicos no jardim de infância, relações familiares a serem representadas por diagramas na escola primária, estudo de comprovantes de pagamento em C.P.P.N.[10] e C.P.A.[11], etc. E assim corremos para dificuldades ainda maiores!

Existe aí uma confusão entre pedagogia *ativa* e pedagogia *concreta* que causa muitos prejuízos no ensino. A atividade intelectual do aluno confunde-se com a atividade física do aluno em material manipulável ou a atividade do aluno baseada em situações familiares. O que importa é a atividade intelectual do aluno, cujas características, como Piaget as descreveu, são semelhantes às que os historiadores das matemáticas apontam no matemático criador: o pensamento parte de um problema, coloca hipóteses, opera retificações, transferências, generalizações, rupturas etc., para construir conceitos aos poucos e, por meio dessa construção de conceitos, construir suas próprias estruturas intelectuais. Em crianças pequenas, esta atividade intelectual supõe um suporte manipulável (até cerca de 7 anos), ou então, pelo menos representável (até pelo menos 12 anos). Mas o que é importante é a atividade intelectual neste meio e não o caráter "concreto" dele. Além disso, embora a aprendizagem possa prescindir desse suporte e dirigir-se diretamente às próprias relações, isso só é possível por meio de uma atividade intelectual.

Em suma, se a aprendizagem das matemáticas é tão difícil hoje, não é porque as matemáticas são abstratas, é porque essa aprendizagem não se baseia na atividade intelectual do aluno, mas na memorização e na aplicação dos saberes sem que o aluno realmente entenda o significado. A solução para as dificuldades atuais de professores e alunos não deve ser procurada na dupla abstrato/concreto,

---

[9] Cf. capítulo XIV (L'avenir d'une reforme. In: **Faire des Mathématiques:** le plaisir du sens" (Fazer Matemática: o prazer do significado) da autoria de Rudolph Bkouche, Bernard Charlot e Nicolas Rouche, editora: Armand Colin, p. 47-56, 1991), assim como Charlot, 1982.
[10] Classe Pré-Professionnelle de Niveau - Nível Classe Pré-Profissional.
[11] Classe Préparatoire à l'Apprentissage - Aula Preparatória para Aprendizagem.

que é apenas um álibi ideológico para a seleção, mas do lado de uma aprendizagem das matemáticas a partir da atividade intelectual do aprendiz.

Tudo bem, dir-se-á, mas na prática pedagógica cotidiana, o que isso significa?

Definição e problema

Em primeiro lugar, que o rigor do pensamento e a correção do vocabulário não são, não devem ser requisitos impostos ao aluno desde o início da aprendizagem. Certamente, o rigor do pensamento e da linguagem continua sendo um dos objetivos essenciais da aprendizagem das matemáticas. Mas, precisamente, é um objetivo, e não a base, o ponto de partida da pedagogia das matemáticas. O aluno deve aprender a ser rigoroso, mas só pode consegui-lo se sua própria atividade lhe mostrar a necessidade. O professor deve ajudar o aluno a perceber e integrar a necessidade de rigor, assim como deve ajudá-lo a construir conceitos matemáticos. Esse auxílio não passa por um discurso moralizante, por repetidas objeções ou por uma representação meticulosa do menor desvio fora das normas, mas por um aprofundamento da atividade matemática do aluno. O rigor não deve ser um requisito imposto de fora pelo professor - e, portanto, sentido pelo aluno como arbitrário - mas uma necessidade para quem quer comunicar os resultados da sua atividade, defendê-los de contestações, utilizá-los como instrumentos para a resolução de novos problemas. O rigor, como todo saber, é construído por meio da atividade matemática. Mas ainda é necessário que uma exigência prematura de rigor não esterilize toda a atividade do aluno. Isso significa, em particular, que um ensino das matemáticas nunca deve começar com definições, em qualquer caso com definições estabelecidas nas regras da arte. Na melhor das hipóteses, tal ensino é inútil: se o aluno entende a definição, que condensa as propriedades fundamentais do objeto matemático em questão, é porque já conhece o essencial. Na pior das hipóteses - que também é, infelizmente, o caso mais frequente - um curso que começa com uma definição causa o fracasso escolar. O aluno, por falta de uma atividade matemática prévia, não entende essa definição, mas pelo menos sabe desde o início que não entende nada do que vamos falar e que nem vale a pena tentar entender. Só quem já adquiriu uma confiança sólida nas suas aptidões matemáticas consegue realmente aguentar e, no final do processo de aplicação do exercício do curso, passa a compreender esta definição que lhes foi dada desde o início.

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. Se alguns alunos, apesar de tudo, aprendem matemáticas na estratégia pedagógica atual, é sobretudo quando têm problemas e devem, para resolvê-los, construir um saber matemático por meio de trechos de lições que eles assimilaram e alguns parágrafos do manual que eles podem entender por conta própria. O que é lamentável é que assim aprendem fora da estratégia pedagógica oficial, em casa, quando o ensino não existe para ajudá-los a superar as abstenções e aprofundar seu pensamento. Como podemos nos surpreender, então, com que têm sucessos especialmente aqueles que encontram em seu ambiente familiar um substituto para o professor?

O problema pode ser proposto pelo professor ou é uma violação intolerável dos direitos da criança? Na realidade, não importa por quem o problema é colocado e é importante não entrar no impasse do debate sobre diretividade/não diretividade. O principal não é saber quem propõe o problema, mas se ele tem significado para o aluno, se lhe permite exercer uma atividade intelectual e construir saberes matemáticos. A aula magistral que *precede* o momento de pesquisa ativa do aluno não me parece constituir um método relevante de ensino das matemáticas. Mas seria sem dúvida mais eficaz se o professor, em vez de apresentar conteúdos matemáticos, pelo menos partisse de problemas e introduzisse conceitos como instrumentos de resolução de problemas.

Resta entender o conceito de problema. O problema que pode servir de ponto de partida para a atividade intelectual do aluno não é certamente um exercício em que o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou um processo operatório. Tal exercício constitui uma tarefa altamente rotineira e, portanto, também tranquilizadora para o aluno, não um problema. Não há problema, no sentido estrito do termo, a menos que o aluno seja obrigado a trabalhar no enunciado da questão que lhe é feita, estruturar a situação que lhe é proposta. Isso ocorre porque os alunos raramente são confrontados com tais problemas que respondem a perguntas absurdas sobre a idade do capitão[12] ou são tomados de angústia ao descobrir que responderam às perguntas e não utilizaram um dado numérico. Pensar não é apenas encontrar uma resposta para uma pergunta bem formulada, é também, e antes de tudo, formular a pergunta relevante quando se depara com uma situação problemática.

A atividade matemática não é, portanto, simplesmente uma busca pela resposta correta. É também a elaboração de hipóteses, conjecturas, que são confrontadas com as dos outros e testadas na resolução do problema. Um conceito aproximativo é forjado para resolver um certo tipo de problema. Depois o pensamento quica quando o aluno usa esse conceito para resolver outros problemas, que requerem transferências, correções, rupturas etc., em um processo análogo ao que pode ser observado na história das matemáticas. Parece-me, então, essencial compreender que o aluno não constrói *um* conceito em resposta a *um* problema, mas, segundo a excelente fórmula dos investigadores de Louvain-la-Neuve[13], *um campo de conceitos* que ganha sentido num *campo de problemas*. Um conceito matemático é construído em conjunto com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações tornadas necessárias por seu uso em um campo de problemas relacionados. Também me parece essencial compreender que o conceito matemático existe sob vários

[12] Em 1980, uma equipe do IREM de Grenoble ofereceu às crianças do ensino fundamental o seguinte problema: "Em um barco, há 26 ovelhas e 10 cabras. Quantos anos tem o capitão?" 76 alunos de 97 deram uma resposta. O experimento foi repetido, com afirmações semelhantes, em cursos elementares e intermediários; os resultados são semelhantes. Igualmente perturbador: perguntados a professores de segundo grau, a partir, é claro, de problemas mais elaborados, perguntas tão estúpidas obtiveram respostas esmagadoramente. Cf. Baruk, 1985.
[13] Cf. capítulo XII (Formation des concepts et construction du savoir. In: **Faire des Mathématiques:** le plaisir du sens" (Fazer Matemática: o prazer do significado) da autoria de Rudolph Bkouche, Bernard Charlot e Nicolas Rouche, editora: Armand Colin, p. 195-215, 1991).

status, que correspondem a tantos momentos da atividade matemática. Vou retomar uma fórmula, também excelente, de G. Brousseau: ação, formulação, validação, institucionalização (BROUSSEAU, 1972). Quando um estudante é capaz de dizer se uma regra matemática se aplica a vários exemplos e contraexemplos sem ser capaz de formular claramente essa regra, ou mesmo de explicar sua resposta, ele entendeu algo. Ele é capaz de usar o conceito como instrumento de ação, mas ainda não consegue formulá-lo e tentar validá-lo. A segunda etapa, a da formulação, vem a seguir, se pelo menos o professor conseguir colocar o aluno em uma situação em que essa formulação pareça necessária. Mesmo que essa formulação apresenta vários graus: regra grosseira expressa em um jargão pouco rigoroso, regra correta, mas correspondendo a casos particulares, regra geral. O estudante terá que passar de um nível de formulação a outro quando tiver que validar sua regra, isto é, comunicá-la a "outros, a quem deve convencer porque eles próprios a defendem. Outras formulações." Por fim, vem a institucionalização realizada pelo professor: esta estabelece a regra como se aplica na comunidade matemática. O rigor, como podemos ver, não é sacrificado, assim como a palavra “oficial” do mestre não é excluída. Mas o rigor vai se construindo aos poucos, como uma exigência interna da própria atividade matemática, e a exposição magistral coroa a pesquisa dos alunos, como um momento de ordenação, de estruturação, de síntese.

Esta descrição da atividade matemática põe em causa duas ideias, que circulam como pseudo-evidências entre os que contestam a pedagogia dominante da matemática: a do jogo e a da utilidade.

Jogo matemático e matemáticas úteis

Se por jogo matemático designamos uma atividade em que o aluno tem prazer – o que não exclui o esforço, mas o apoia -, uma atividade que permite o funcionamento do pensamento não coagido por regras externas vividas pelo aluno como artificial e arbitrário, tenho nenhuma objeção a fazer. Ainda que o aluno tenha o direito de ver sua atividade socialmente reconhecida como um trabalho sério e não como um jogo e que alguns alunos estejam preocupados com a ideia de que brinquem na escola em vez de trabalhar! Mas, se por jogo matemático, designamos uma atividade pontual não articulada em torno de um campo de problemas, não ancorada em um programa, sem futuro nem intelectual nem institucional, não concordo mais. Esses momentos de aventura matemática não podem ser descartados, mas não podem, em minha opinião, constituir a base para o aprendizado das matemáticas. Esse aprendizado supõe a articulação entre situações de pesquisa que, pelo menos para o professor, são ricas em progressões futuras. O aluno deve sentir que está progredindo e o professor, por sua vez, não pode se livrar de toda dependência dos programas.

A ideia de dar aos alunos em situação de recusa escolar uma matemática "útil" é, de certo modo, uma contrapartida à ideia de um jogo matemático. Falar de jogo é reorientar a aprendizagem para a atividade em si, considerando o resultado dessa atividade como, em última análise, insignificante.

Falar de utilidade, ao contrário, é ocultar novamente a atividade matemática e insistir no valor do resultado, mas no mundo da vida quotidiana e não mais em um universo matemático abstrato. É interessante notar que quem ensina matemáticas a alunos que *a priori* suspeitam dela muitas vezes, oscila entre a estratégia do jogo e a do útil. Essas estratégias, de certa forma inversas, ambas desarticulam uma atividade matemática que é uma atividade que leva a *resultados*. Essa atividade não pode ser definida como um jogo, pois seu significado é gerar resultados, e não satisfazer dela em si. Esses resultados também não podem ser definidos por sua utilidade na vida cotidiana, pois derivam seu significado da atividade que os criou. Essas duas atividades, por fim, resignam-se à relação negativa dos alunos com o trabalho matemático, que elas procuram contornar por meio da ideia de jogo ou utilidade, em vez de reconstruir essa relação dando vida à atividade matemática como um trabalho criativo. No fundo, elas endossam, cada uma à sua maneira, a incapacidade de certos alunos de FAZER matemáticas, uma porque faz, mas não coloca o que faz como sério, a outra porque quer dotar os alunos de ferramentas matemáticas, mas deixe-os acreditar que não é essencial que eles próprios as tenham forjado.

Portanto, é muito difícil ensinar matemáticas "úteis". Passamos rapidamente sobre o caráter frequentemente artificial dessa proclamada utilidade. O essencial não está aí, mas em uma contradição fundamental. Visar o útil é visar o resultado, e o que interessa ao aluno, neste caso, é possuir a solução, que o professor também poderia, e muito mais simplesmente, propor diretamente para ele. Mas o que, apesar de tudo, interessa ao professor é o processo para se chegar a esse resultado tanto quanto o próprio resultado. Porém, quanto mais se insiste na utilidade das matemáticas, mais a urgência da solução corre o risco de obscurecer para o aluno o interesse em descobri-la ele mesmo. É claro que o argumento da utilidade pode engajar o aluno, motivá-lo, na medida em que garante que o problema proposto pelo professor é um verdadeiro problema, um problema que tem um significado, e não um exercício escolar que não tem nenhum significado fora da escola. Mas é preciso entender que, pedagogicamente, o que interessante no problema útil não é que seja útil, mas que é um verdadeiro problema, apresentando sentido ao aluno.

Há, acredito, uma motivação mais fundamental do que a utilidade: o *desafio* que o problema representa para o aluno. O importante para o aluno não é saber a solução, é ser capaz de encontrá-la *por conta própria* e assim construir para si, por intermédio da sua atividade matemática, uma imagem tão positiva, gratificante, frente às matemáticas. A recompensa do problema resolvido não é a solução do problema, é o sucesso de quem o resolveu pelos seus próprios meios, é a imagem que pode ter de si mesmo como qualificado, capaz de resolver problemas, de fazer matemática, para aprender.

A imagem de si frente às matemáticas e, de um modo mais geral, frente ao saber e à escola, face ao mundo adulto e ao futuro: esta é uma aposta terrivelmente séria, que não deve ser contornada falando de jogo ou a lucratividade imediata das matemáticas. Essa aposta é psicológica, muito profunda e cultural, porque o que é cultura senão, antes de tudo, a capacidade de *se* situar como autônomo, ativo e criador no mundo que o cerca? Essa aposta também é social e política. Diante de estatísticas, pesquisas, índices, do uso cada vez mais frequente do argumento matemático no discurso social e político, não é sem importância que os alunos concebam as matemáticas como um universo muito particular que só é acessível a alguns ou como uma atividade que gera seus resultados de acordo com certas regras, nem verificáveis por todos. Da educação cívica por meio das matemáticas? Claro, já que a aprendizagem das matemáticas é baseada em uma epistemologia implícita que define o homem em relação ao saber, à cultura, história e aos outros homens.

Referências

BARUK, S. **L'âge du capitaine, de l'erreur em mathématiques**. Paris, Seuil, 1985.

BKOUCHE, R.; CHARLOT, B.; ROUCHE, N. **Faire des Mathématiques:** le plaisir du sens. Paris: Armand Colin, 1991.

BROUSSEAU, G. Les processus de mathématisation. In: **La mathématique à l'école élémentaire**, nº spécial du Bulletin de l'A.P.M.E.P.

CHARLOT, B. Je serai ouvrier comme papa, alors à quo iça me sert d'apprendre Échec scolaire, démarche pédagogique et rapport social au savoir. In: G.F.E.N., **Quelles pratiques pour une autre école?** Paris: Casterman, 1982.

CHARTE DE CHAMBÉRY. In: Supplément au **Bulletin de l'A.P.M.E.P.**, nº 263-264, juillet-octobre, 1968.

DIEUDONNÉ, J. Devons-nous enseigner les mathématiques modernes? In: **Bulletin de l'A.P.M.E.P.**, nº 292, février.

THOM, R. Les mathématiques "modernes": une erreur pédagogique et philosophique? In: **Pourquoi la mathématique?** Paris, 10/18, 1974.

WALUSINSKI, G. **Pourquoi une mathématique moderne?** Paris: Armand Colin, 1970.