

# UM ESTUDO SOBRE O RACIOCÍNIO DEDUTIVO NO ENSINO DE TEORIA DOS CONJUNTOS

## *A STUDY ON THE DEDUCTIVE REASONING IN THE TEACHING OF SET THEORY*

Edislaine de Almeida Franco<sup>1</sup>

Andreia Sartori Tomé<sup>2</sup>

Isabela de Fátima Halila Marcondes<sup>3</sup>

Márcio André Martins<sup>4</sup>

### Resumo

Neste estudo investigamos as maneiras em que três estudantes da primeira série do Ensino Médio, de um colégio público, organizam as informações presentes em tarefas de Teoria de Conjuntos e quais as bases e formas inerentes ao raciocínio dedutivo que aparecem em suas respostas. Neste sentido, buscamos identificar a utilização de definições, axiomas, propriedades, representações ou combinações de definições, próprias do processo de justificação. Utilizamos a abordagem da pesquisa qualitativa e interpretativa em Educação, recolhendo informações em sala de aula por meio da observação participante e da produção escrita dos discentes. Como resultado, embora percebemos certa dificuldade dos estudantes em elaborar uma argumentação consistente, observamos indicadores como a utilização de coerência lógica, definições e representações.

**Palavra-chave:** Ensino Médio; Método Dedutivo; Experiência de Ensino.

### Abstract

*In this study we investigate the ways in which three students of the 1st year of high school of a public school organize the information present in tasks of Set Theory, and which bases and forms inherent to deductive reasoning takes place in their answers. In this sense, we seek to identify the use of definitions, axioms, properties, representations, or combinations of definitions, specific to the process of justification. We used the qualitative and interpretative research approach in Education, collecting information in the classroom through participant observation and students' written production. As a result, although we realized some difficulty of students in elaborating a consistent argumentation, we saw indicators such as the use of logical coherence, definitions, and representations.*

*Keyword: High School; Deductive Method; Teaching Experience.*

## INTRODUÇÃO

A partir do Movimento da Matemática Moderna, MMM, a datar da década de 60, houve uma unificação das “Matemáticas”, provocando muitas mudanças na estrutura, forma, conteúdo e ensino, trazendo a Teoria dos Conjuntos tratada de forma mais introdutória, com uso de axiomas e regras definidas, mediadas pela abstração de símbolos e correspondência entre elementos. A Teoria dos

---

<sup>1</sup>Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Mestrado Profissional. E-mail: [edisaline@hotmail.com](mailto:edisaline@hotmail.com); <https://orcid.org/0000-0002-6894-613X>

<sup>2</sup>Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Mestrado Profissional. E-mail: [andreiasartori0107@gmail.com](mailto:andreiasartori0107@gmail.com); <https://orcid.org/0000-0002-0079-0407>

<sup>3</sup>Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Mestrado Profissional. E-mail: [halilaisabela@gmail.com.br](mailto:halilaisabela@gmail.com.br); <https://orcid.org/0000-0002-3813-1343>

<sup>4</sup>Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – Mestrado Profissional. E-mail: [mandre@unicentro.br](mailto:mandre@unicentro.br); <https://orcid.org/0000-0002-7094-1215>

Conjuntos passou então a ser um conteúdo obrigatório no currículo das escolas públicas brasileiras, sendo de grande importância no ensino da matemática (ARRUDA, 2011).

Atualmente, os processos de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente são citados nas orientações curriculares como uma forma de letramento matemático, no Referencial Curricular do Paraná (PARANÁ, 2018) e na BNCC (BRASIL, 2018), favorecendo o estabelecimento de conjecturas, formulações e resolução de problemas, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. Tais orientações deixam claro que o letramento matemático deve favorecer o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimulando a investigação, a criatividade, as descobertas, a imaginação e a intuição, transformando então o ensino da matemática em uma prática prazerosa para o aluno. Quando o professor propõe uma problematização, este deve ter o objetivo de que o estudante aprenda a compreender o conhecimento matemático e não apenas memorizar as regras ou aplicar um algoritmo. Ponte, Branco e Matos (2008) afirmam a importância do raciocínio dedutivo, que ocupa um lugar fundamental na Matemática, “raciocinar dedutivamente envolve sobretudo encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento” (p. 89).

Com essa perspectiva, Martins *et al.* (2018) exploraram o Método Dedutivo.

No âmbito do Ensino da Matemática, o Método Dedutivo pode ser explorado em nível elementar visando à identificação e a compreensão de estruturas de pensamento envolvidas no estudo dos conteúdos da disciplina. Dentre essas estruturas estão a capacidade de organização das ideias, a formalização de conceitos, a generalização, e o estabelecimento de contra argumentações. Neste sentido os raciocínios de afirmação (*Modus Ponens*), negação (*Modus Tollens*) e transitividade (Silogismo Hipotético) devem ser investigados. (MARTINS *et al.*, p. 29).

A partir desse ideário, neste estudo procuramos identificar aspectos do raciocínio dedutivo presentes na resolução de algumas tarefas propostas a três alunos da primeira série do Ensino Médio considerando a Teoria dos Conjuntos. Como pergunta norteadora da investigação delimitamos: **quais aspectos do raciocínio dedutivo os estudantes mobilizam ao solucionar tarefas envolvendo a Teoria dos Conjuntos?** Para contribuir com essa discussão, apresentamos na sequência os fundamentos teóricos e metodológicos observados.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para Oliveira (2008 p. 3), o raciocínio matemático pode ser entendido como “um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições, a partir de proposições conhecidas ou assumidas”. Os três tipos de raciocínios matemático, segundo Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020) são: dedutivo, indutivo e abduutivo. O raciocínio indutivo envolve a observação de padrões, e segundo Oliveira (2002) este raciocínio é heurístico, pois se expande do particular para o geral. O raciocínio abduutivo pode compreender as causas e um fato ocorrido e o levantamento de

hipóteses e, a partir disso, para Peirce (2003, p. 207) "todas as ideias da ciência a ela advém através da abdução". Dentre as formas de raciocínio, o dedutivo, que também é conhecido como lógico ou lógico dedutivo, ocupa papel de destaque nas Ciências Exatas e Naturais, especialmente na Matemática. Em sua elaboração são inerentes os princípios da Lógica, a sistematização sobre a validade ou invalidade de uma argumentação por meio do estudo das inferências, com base no método dedutivo.

Conforme Alencar (1975), o método dedutivo envolve o cálculo proposicional mediante a realização de operações ou relações entre proposições, considerando-se a implicação,  $\Rightarrow$ , e a equivalência,  $\Leftrightarrow$ , estabelecidas em oito postulados conhecidos por regras de inferência, conforme apresentados no quadro 1, considerando-se as notações:  $c$  para uma contradição e  $t$  para uma tautologia.

Quadro 1 - Regras de inferência utilizadas no método dedutivo.

Regra	Caracterização
$R_1$ ) Elementar	$c \Rightarrow p; p \Rightarrow t$
$R_2$ ) Simplificação	$p \wedge q \Rightarrow p$
$R_3$ ) Adição	$p \Rightarrow p \vee q$
$R_4$ ) <i>Modus Ponens</i>	$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$
$R_5$ ) <i>Modus Tollens</i>	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$
$R_6$ ) Silogismo Disjuntivo	$(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$
$R_7$ ) Redução ao Absurdo	$p \rightarrow q \Leftrightarrow p \wedge \sim q \rightarrow c$
$R_8$ ) Exportação-Importação	$p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r$

Fonte: autores (2022).

Estas regras permitem a estruturação de uma infinidade de raciocínios, em um encadeamento prescrito por um processo lógico e dedutivo. Nesse arquétipo, dentre as diversas possibilidades, alguns aspectos explicitados em relação às regras de inferência ( $R$ ) são os seguintes:  $R_1$ ) uma contradição implica uma proposição qualquer, assim como uma proposição implica uma tautologia – estas afirmações consideram a estrutura do operador condicional que admite a falsidade apenas mediante a situação  $V \rightarrow F$ , em outras palavras, não somente o caso  $V \rightarrow V$  é considerado uma dedução válida, mas também  $F \rightarrow F$  e  $F \rightarrow V$ , pois, se o início de uma argumentação conta com uma proposição falsa, qualquer resultado é esperado. Por outro lado, ao se outorgar a validade à premissa não se pode assentir um resultado falso;  $R_2$ ) ao se considerar um raciocínio condicional que envolve uma conjunção entre proposições como hipótese, em que uma delas é assumida como tese, obviamente não há a possibilidade da ocorrência  $V \rightarrow F$ , e, portanto é uma tautologia;  $R_3$ ) a terceira regra admite um raciocínio análogo ao anterior, isto é,  $p \rightarrow p \vee q$  corresponde a uma tautologia pois neste caso é impossível o resultado  $V \rightarrow F$ ;  $R_4$ ) o modo de afirmação é um silogismo, um raciocínio que envolve

duas premissas e uma conclusão. O *Modus Ponens* é muito utilizado na dedução, e consiste na conjunção entre a validade da premissa e da condicionante, permitindo, assim, a conclusão sobre a validade da tese;  $R_5$ ) por sua vez, o modo de negação tem como princípio a conjunção entre a negação da tese e a validade da condicionante, resultando na obrigatoriedade da negação da hipótese. O *Modus Tollens* também é visto sob a perspectiva da contraposição do modo afirmativo;  $R_6$ ) a disjunção silogística é elementar, pois elenca duas possibilidades e apresenta a sua conjunção com determinada restrição, que é a negação de uma delas, permitindo assim uma conclusão direta;  $R_7$ ) o princípio do absurdo possibilita uma visão alternativa para um raciocínio condicionante, ao elucidar que a conjunção entre a validade da hipótese e a falsidade da tese corresponde a uma contradição;  $R_8$ ) ao se admitir a possibilidade de exportar e importar proposições, são inerentes as manipulações cognitivas envolvendo as propriedades de transitividade operatória.

Segundo Smith (2018), uma das maiores conquistas de Aristóteles em seu estudo sobre a Lógica foram os silogismos, que são afirmações com duas premissas, em que cada premissa é uma sentença categórica, tendo exatamente um termo em comum. A partir delas, é possível chegar a uma conclusão, também uma sentença categórica, composta pelos dois termos não compartilhados pelas premissas. O termo em comum entre as premissas é chamado termo médio, o sujeito da conclusão é o termo menor e o predicado da conclusão é o termo maior (FEITOSA; PAULOVICH, 2005). Um exemplo de silogismo:

- (i) Todas as aves têm asas (premissa maior);
- (ii) Todos os patos são aves (premissa menor);
- (iii) Todos os patos têm asas (conclusão).

No exemplo acima, "aves" seria o termo médio, "patos", o termo menor, e "asas", o termo maior. O método dedutivo parte das teorias verdadeiras para o caso particular.

O método proposto pelos racionalistas, como exemplo, Descartes, Spinoza e Leibniz pressupõe que só a razão é capaz de levar ao conhecimento verdadeiro”. O raciocínio dedutivo tem o objetivo de explicar o conteúdo das premissas. Por intermédio de uma cadeia de raciocínio em ordem descendente, de análise do geral para o particular, chega a uma conclusão. Usa o silogismo, a construção lógica para, a partir de duas premissas, retirar uma terceira logicamente decorrente das duas primeiras, denominada de conclusão. (PRODANOV, FREITAS, 2013, p. 27).

Ao observarmos a Teoria dos Conjuntos, conforme a sua organização enquanto conteúdo curricular do Ensino Básico, percebemos sempre a utilização de uma proposição geral e de um particular, como exemplos: todo brasileiro é sul-americano (premissa maior); ora, todo paranaense é brasileiro (premissa menor); logo, todo paranaense é sul-americano (conclusão); “todo homem é mortal (premissa maior). Pedro é homem (premissa menor). Portanto, Pedro é mortal (conclusão)” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 27). Nesses casos, a conclusão final se baseia em um silogismo.

Para Ponte, Branco e Matos, “[...] raciocinar envolve sobretudo encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento” (2008, p. 89). Um raciocínio dedutivo, como ponto de partida, aceita premissas que são proposições admitidas como verdadeiras e envolve o encadeamento de ideias, a realização de inferências mediante um processo lógico até a obtenção de uma conclusão. Há a presença de um método, embora muitas vezes implícito. Ao se admitir, entretanto, a acurácia desta organização, as conclusões obtidas são irrefutáveis, diferentemente de um pensamento que envolve apenas a descrição de um acontecimento ou de um objeto, sem a necessidade dessa estruturação.

Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020) caracterizam os tipos de raciocínio matemático considerando-se os processos, as bases e as formas utilizadas. Em específico no que se refere ao raciocínio dedutivo, consideram nomeadamente o processo de justificar. Com o intuito de se caracterizar tal processo, são apresentados no quadro 2 alguns elementos de base e de formato.

Quadro 2 – justificação como um processo do raciocínio dedutivo.

Processo	Base	Forma
Justificar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Definições;</li> <li>- Axiomas, propriedades, princípios gerais;</li> <li>- Representações;</li> <li>- Combinações de definições, propriedades e representações.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coerência lógica;</li> <li>- Uso de exemplos genéricos;</li> <li>- Uso de contraexemplos;</li> <li>- Por exaustão;</li> <li>- Por absurdo.</li> </ul>

Fonte: elaborado pelos autores com base em Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020, p. 10).

## METODOLOGIA

Esta investigação é de caráter qualitativo e interpretativo. Moreira (2016) afirma que uma pesquisa dessa natureza busca interpretar os significados concedidos pelos participantes e seus atos, através de uma observação participativa em um ambiente socialmente construído. A observação participante acontece a partir do contato direto do observador com o observado para obter informações sobre a realidade dos atores sociais em seu próprio contexto (NETO, 2002). Nesta perspectiva, realizamos uma experiência de ensino em sala de aula *on-line* com três alunos da primeira série do Ensino Médio de um colégio da rede pública de ensino do Estado do Paraná. Os alunos participantes da pesquisa estavam na faixa etária entre 14 e 16 anos, sendo um menino e duas meninas que aqui denominamos ficticiamente de Abraão, Betina e Cecília.

Durante quatro aulas de 50 minutos da disciplina de Matemática, ministrada pela segunda autora deste texto no primeiro semestre de 2021, a Teoria dos Conjuntos foi explorada com foco nas relações e operações elementares, baseada na resolução de tarefas propostas, com o intuito de se identificar aspectos inerentes ao raciocínio dedutivo em ações movidas pelos estudantes.

As informações foram coletadas por meio dos seguintes instrumentos: gravação de áudio e imagem das produções escritas dos estudantes. A professora assumiu o papel de mediadora e orientadora do trabalho. Os dados coletados foram analisados com base nos preceitos teóricos explanados anteriormente, mais especificamente no método dedutivo (quadro 1) e no processo de justificação (quadro 2) que pode assumir a forma de: coerência lógica; uso de exemplos genéricos; uso de contraexemplos; por exaustão ou por absurdo. E, podendo ocorrer com base em: definições; axiomas; propriedades, princípios gerais; representações; combinações de definições, propriedades e representações.

## **EXPLORAÇÃO DAS ATIVIDADES PELOS ESTUDANTES**

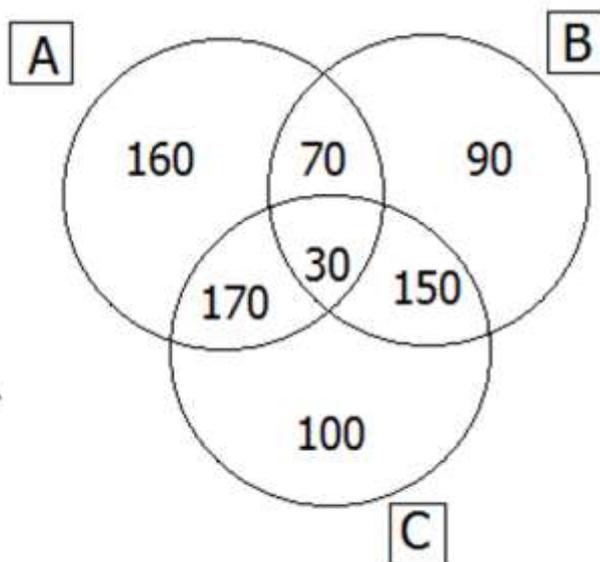
Nesta experiência de ensino foram aplicadas três tarefas explanadas na sequência, assumindo como princípios para promover o raciocínio dedutivo: 1) A primeira tarefa admite como princípio geral a inclusão de questões que solicitam a identificação justificada da verdade ou falsidade de uma afirmação que contempla a interpretação da solução com base na sua verificação; 2) A segunda tarefa tem como princípio questões que pedem a justificação com base na identificação das características apresentadas no enunciado; 3) A terceira tarefa tem como princípio a justificação, a forma de contraexemplos e exemplos genéricos tendo por base as representações.

### **TAREFA 1**

A primeira tarefa, Figura 1, apresenta um diagrama para análise dos alunos e questões interpretativas requerendo as representações e a justificação das soluções. A resolução envolve a intersecção de conjuntos através da representação do diagrama de Venn. Esta tarefa foi desenvolvida em aula síncrona, *on-line*, individualmente em que cada estudante se encontrava em sua residência. Primeiramente, a professora leu o enunciado certificando-se que haviam entendido.

Figura 1: Apresentação da primeira tarefa.

Foram entrevistadas algumas pessoas sobre 3 canais de Tv que assistem, os dados estão apresentados no diagrama abaixo.



Fonte: Autores (2022)

As questões seguintes foram propostas aos alunos.

- a) É verdade que 150 pessoas assistem a TV A e a TV B? Justifique.

Figura 2: Apresentação das respostas da primeira questão da primeira tarefa.

Abraão

a) Não; porque somente 70 pessoas assistem a TV A e a TV B.

Cecília

Não; 100 pessoas assistem a TV A e a B.

Betina

É verdade que 150 pessoas assistem a TV A e a TV B. Justifique: 150 pessoas assistem a TV A e B.

Fonte: diário de bordo dos autores, Alunos participantes da pesquisa (2021).

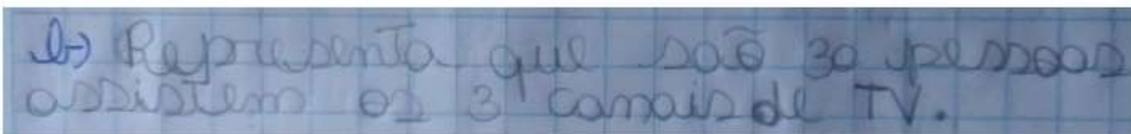
Cecília respondeu demonstrando que apresenta conhecimento de intersecção de conjuntos, fazendo uso do conectivo lógico ‘e’, correspondente à conjunção. Já na resposta de Abraão não há clareza sobre o conceito de intersecção e do diagrama de Venn, visto que não identificou a intersecção entre os conjuntos referentes aos expectadores das três TVs como satisfazendo a condição necessária – a soma de setenta com trinta. Betina, por sua vez, somou todos os valores correspondentes indicando em princípio que não possui conhecimento sobre o assunto.

Nas respostas de Abraão e Betina houve um equívoco em relação à intersecção, pois o conectivo lógico ‘e’ é empregado de forma incorreta. Já Cecília conseguiu negar a proposição proposta inicialmente para testagem, argumentando de modo consistente, e, chegou à resposta correta usando a organização em *Modus Tollens* (modo de negação).

b) Explique o que representa o número 30 no centro do diagrama.

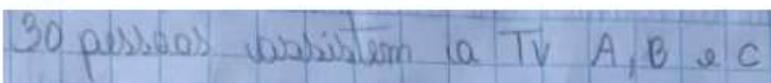
Figura 3: Apresentação das respostas da segunda questão da primeira tarefa.

Abraão



b) Representa que são 30 pessoas assistem os 3 canais de TV.

Betina



30 pessoas assistem a Tv A, B e C

Cecília



representa os canais

Fonte: diário de bordo dos autores, Alunos participantes da pesquisa (2021).

Abraão e Betina apresentam a resposta correta (Figura 3), demonstrando que compreendem o conteúdo de intersecção de conjuntos, conseguiram identificar a conjunção entre os três conjuntos. Entretanto, Betina explicitou em sua justificativa o conectivo lógico ‘e’, relacionado à conjunção. Aqui, os estudantes justificaram na forma de coerência lógica, com base na representação. A resposta de Cecília foi incompleta, portanto, não podemos concluir que a aluna disse que o ‘trinta’ representava os expectadores dos três canais de TV.

## TAREFA 2

Nesta tarefa, Figura 4, apresentamos aos estudantes um enunciado, solicitamos a solução e buscamos compreender o seu conhecimento sobre subconjuntos e intersecção. Cada aluno foi solicitado a explicitar as suas resoluções, considerando-se os seus conhecimentos prévios a respeito do conteúdo em tela.

Figura 4: Apresentação da segunda tarefa

No nosso Sistema Solar são conhecidos 8 planetas, portanto, são os elementos do conjunto(A), 4 destes são considerados planetas rochosos sendo elementos do conjunto(B) e os outros 4 são classificados como planetas gasosos fazendo parte dos elementos do conjunto(C). Dos oito planetas, apenas 2 deles não tem lua. A Terra é um planeta, é classificado como rochoso e tem lua.

- a. Analise e justifique se o planeta Terra pertence ao conjunto A.
- b. Verifique se o planeta Terra está no conjunto B, porque?
- c. O planeta Terra faz parte do conjunto C. Como chegou a esta solução?

Fonte: Autores (2021)

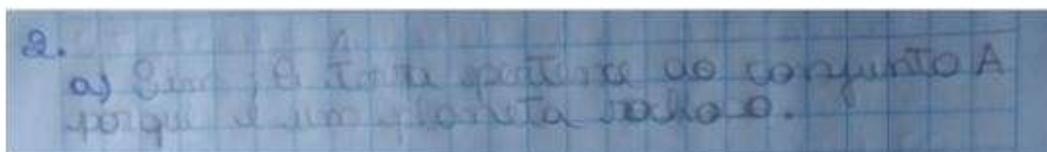
Nesta tarefa percebemos que os alunos tiveram mais dificuldade em compreender o que estava sendo solicitado, então realizamos a leitura mais de uma vez para nos certificarmos sobre o seu entendimento. Na questão a., num primeiro momento, podemos considerar que os três alunos responderam corretamente (Figura 5). Porém, percebemos algumas especificidades em relação às suas justificações. Abraão não argumentou de modo consistente, Betina não justificou e Cecília justificou considerando o modo de afirmação. Cecília partiu de uma premissa por meio de uma definição “Terra é um planeta, portanto faz parte do sistema solar”, justificando por coerência lógica, com base em propriedades ou princípios gerais. Esquemáticamente, conforme o método dedutivo, o raciocínio utilizado pode ser representado como: *Modus Ponens*, como justificativa, sendo representado simbolicamente por  $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ .

Na questão b., da segunda tarefa, somente Cecília respondeu corretamente (Figura 6). Abraão argumentou por coerência lógica, justificando, porém, partiu de uma premissa que não era correta, o que não garante um processo dedutivo válido, não permitindo uma conclusão por implicação. Na mesma linha de inconsistência, Betina não conseguiu concluir corretamente por coerência lógica.

Figura 5: Apresentação das respostas da questão a. da tarefa 2

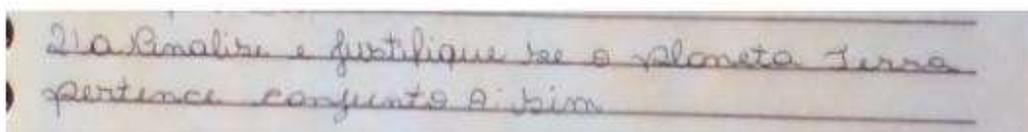
a) Analise e justifique se o planeta Terra pertence ao conjunto A:

**ABRAÃO**



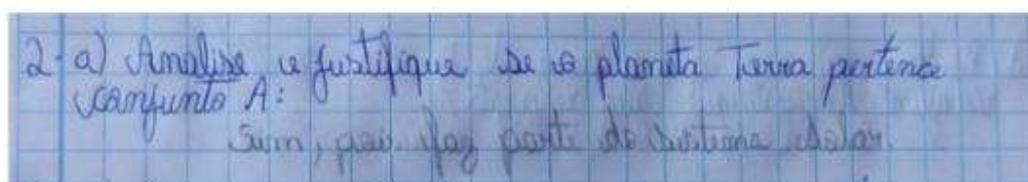
2. a) Sim; a Terra pertence ao conjunto A porque é um planeta rochoso.

**BETINA**



2) Analise e justifique se o planeta Terra pertence conjunto A. Sim.

**CECÍLIA**



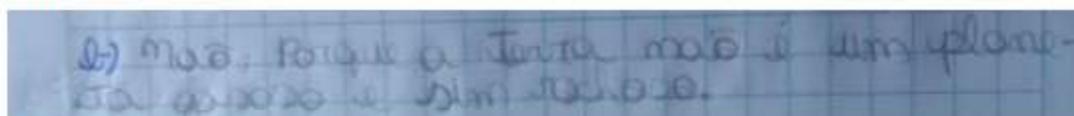
2. a) Analise e justifique se o planeta Terra pertence conjunto A: Sim, pois faz parte do sistema solar.

Fonte: diário de bordo dos autores, Alunos participantes da pesquisa (2021).

b) Verifique se o planeta Terra está no conjunto B, por quê?

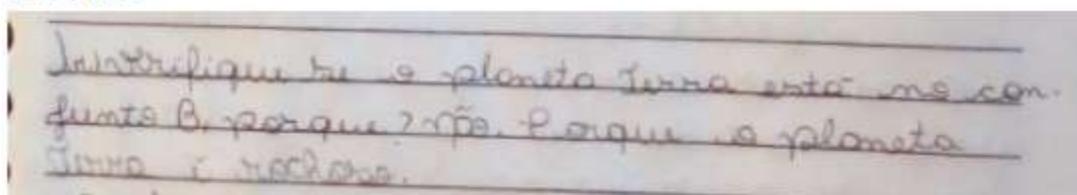
Figura 6: Apresentação das respostas da questão b. da tarefa 2

**ABRAÃO**



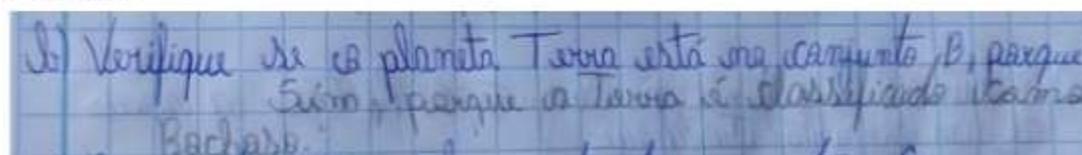
b) Não, porque a Terra não é um planeta gasoso e sim rochoso.

**BETINA**



Justifique se o planeta Terra está no conjunto B, porque? Não. Porque o planeta Terra é rochoso.

**CECÍLIA**



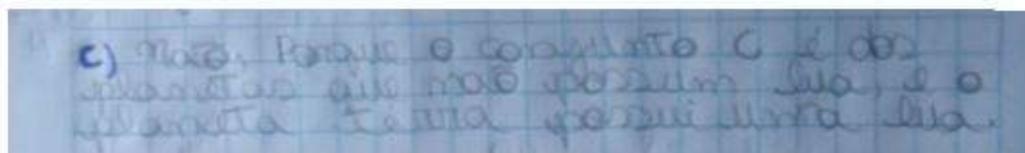
b) Verifique se o planeta Terra está no conjunto B, porque? Sim, porque a Terra é classificada como Rochoso.

Fonte: diário de bordo dos autores, Alunos participantes da pesquisa (2021).

c) O Planeta Terra faz parte do conjunto C? Como chegou a esta solução?

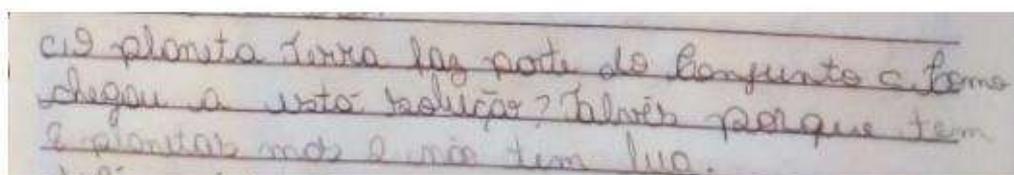
Figura 7: Apresentação das respostas da questão c. da tarefa 2

### ABRAÃO



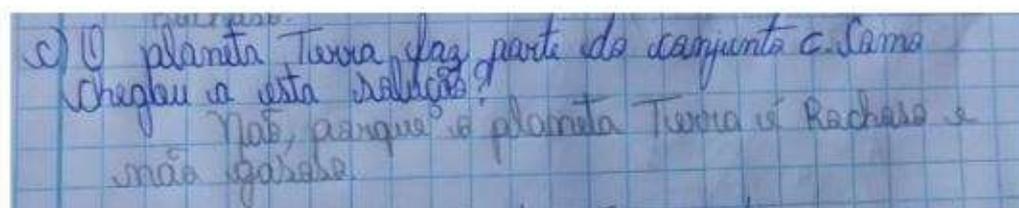
c) Não, porque o conjunto C é dos planetas que não possuem lua, e o planeta Terra possui uma lua.

### BETINA



c) O planeta Terra faz parte do conjunto C, como chegou a esta conclusão? Talvez porque tem 2 planetas mas o não tem lua.

### CECÍLIA



c) O planeta Terra faz parte do conjunto C. Como chegou a esta conclusão? Não, porque o planeta Terra é Rochoso e não gasoso.

Fonte: diário de bordo dos autores, Alunos participantes da pesquisa (2021).

Em princípio, em relação à questão c. da tarefa 2 (Figura 7), podemos compreender que as respostas negativas de Abraão e Cecília estão corretas, e que Betina não acertou pois respondeu afirmativamente. No entanto, quando passamos a observar as suas justificativas, notamos que Abraão não utilizou corretamente a premissa, e, portanto, a sua argumentação não é consistente. Conforme explanado anteriormente, o método dedutivo preceitua que uma argumentação que parte de uma proposição falsa pode resultar em uma conclusão qualquer, podendo inclusive ser verdadeira (Regra da Adição). Já Cecília utilizou a coerência lógica, com base em combinações de definições e propriedades conhecidas, resultando em um argumento válido e estruturado pelo modo de negação (*Modus Tollens*). Enquanto isso, Betina mencionou sobre as luas, que não é uma característica do conjunto C, o que inviabilizou a sua argumentação (premissa inconsistente). Observamos aqui um equívoco correspondente à capacidade de abstração, de extrair informações realmente relevantes para o desenvolvimento da resposta. Isso pode caracterizar um limitador para o desenvolvimento de uma argumentação consistente, no sentido em que as premissas devem ser estabelecidas de modo que a sua relevância e validade sejam garantidas.

### TAREFA 3

Nesta tarefa, Figura 8, apresentamos alguns conjuntos aos alunos e buscamos explorar suas capacidades de raciocínio dedutivo em relação ao seu conhecimento prévio sobre as relações e representações entre conjuntos.

Figura 8: Apresentação da terceira tarefa

3) Dados os conjuntos:

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\};$$
$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \text{ e } C = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\};$$

a) Podemos dizer que há alguns números que fazem parte do conjunto A e do conjunto B ao mesmo tempo? Justifique.

b) Represente o conjunto no Diagrama de Venn:

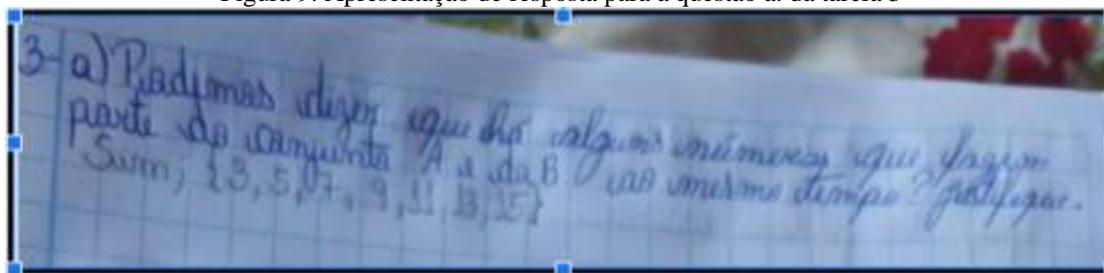
c) Existe um ou mais de um número que fazem parte dos três conjuntos? Explique como pode chegar a essa conclusão.

d) Podemos afirmar que o conjunto B está contido no conjunto A? Justifique sua resposta?

e) O número 16 pertence ao conjunto A? Pertence a mais de um conjunto? Justifique.

Fonte: Autores (2021)

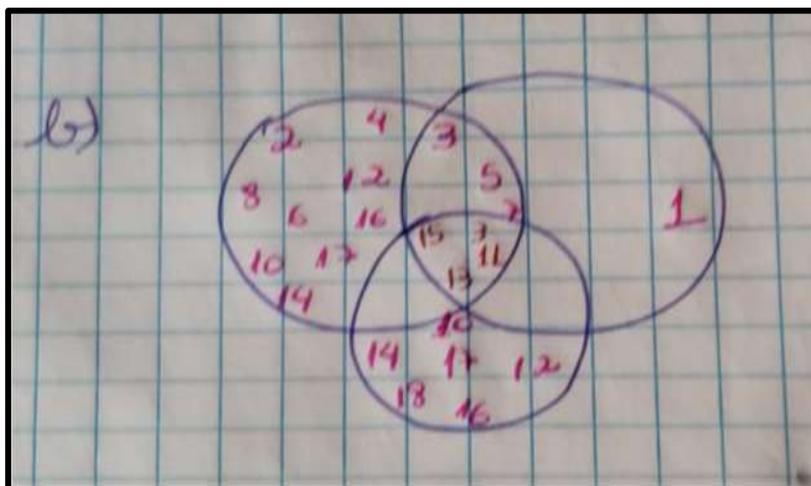
Figura 9: Apresentação de resposta para a questão a. da tarefa 3



Fonte: diário de bordo dos autores, aluna Cecília participante da pesquisa (2021).

Como exemplo de resposta apresentada para a questão a. da terceira tarefa consideramos a Figura 9, pela aluna Cecília, que apresentou uma resposta correta. Porém, não registrou sua justificativa. Verbalmente, afirmou que “representou os números que pertenciam a ambos os conjuntos”. Assim, iniciou seu raciocínio a partir de premissas válidas e argumentou de modo consistente. Para esta questão, os demais estudantes apenas afirmaram, responderam “sim”, porém não justificaram verbalmente ou por alguma outra representação.

Figura 10: Apresentação de resposta para a questão b. da tarefa 3



Fonte: diário de bordo dos autores, aluna Betina participante da pesquisa (2021).

Em relação à questão b. da tarefa 3, Betina representou o Diagrama de Venn, correspondendo a um conhecimento prévio, um conteúdo já estudado em sala de aula, porém não conseguiu retratar corretamente (Figura 10) a situação apresentada no enunciado da tarefa. Notamos algumas incompreensões ao representar os conjuntos no diagrama, como exemplo, o número 18 pertence somente ao conjunto C. Os outros dois alunos não apresentaram resposta para esta questão. Assim, nesta questão a análise sobre o raciocínio dedutivo ficou limitada.

Figura 11: Apresentação de resposta para a questão c. da tarefa 3

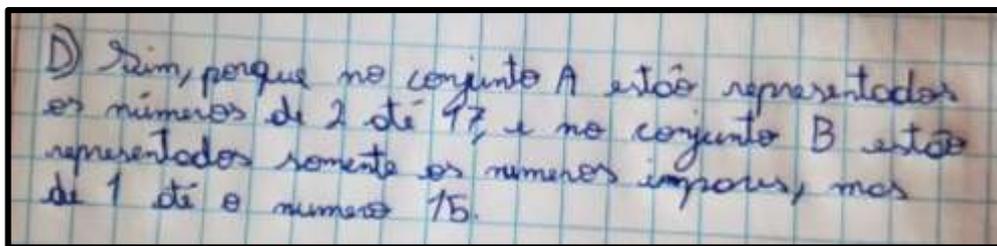
Fonte: diário de bordo dos autores, aluna Betina participante da pesquisa (2021).

Assim como os demais estudantes, Betina respondeu corretamente à questão c. da tarefa 3 (Figura 11), assumindo como base a definição de intersecção e a forma de coerência lógica para justificar sua argumentação. O método dedutivo esteve caracterizado pela ocorrência da conjunção e do modo de afirmação (*Modus Ponens*).

Ao responder à questão d. da tarefa 3 (Figura 12), Abraão tomou como base a definição de intersecção de conjuntos, justificando a sua resposta na forma de coerência lógica. Porém, desconsiderou que um dos elementos, o número 1, não faz parte do conjunto B, caracterizando uma limitação na sua capacidade de abstração e implicando na invalidação de uma das premissas utilizadas, assim, tornando a sua argumentação inconsistente. As respostas dos outros dois alunos

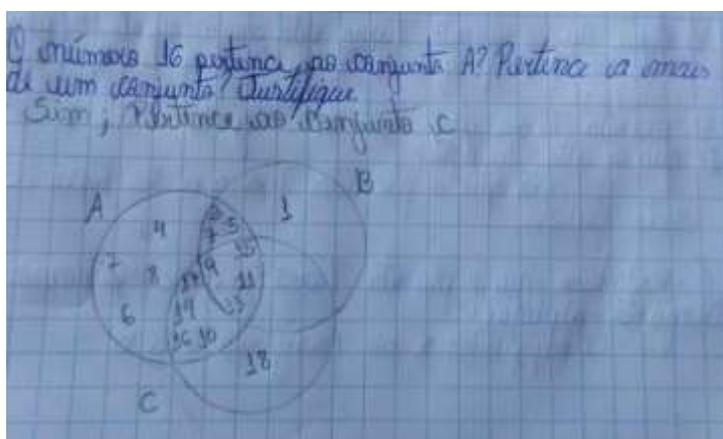
também resultaram em situação semelhante, ou seja, em inconsistência no encadeamento das proposições.

Figura 12: Apresentação de resposta para a questão d. da tarefa 3



Fonte: diário de bordo dos autores, aluno Abraão participante da pesquisa (2021).

Figura 13: Apresentação de resposta para a questão e. da tarefa 3



Fonte: diário de bordo dos autores, aluna Cecília participante da pesquisa (2021).

À questão e. da tarefa 3, Cecília respondeu corretamente (Figura 13). Utilizou como base a combinação de definição e representação, desenhou o diagrama de Venn para fazer a sua justificação da resposta afirmativa sob a forma de coerência lógica, especificamente, pelo modo de afirmação (*Modus Ponens*). Neste caso, os outros dois alunos apenas responderam “*sim*”, sem a explicitação da justificativa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do referencial teórico adotado, neste trabalho procuramos caracterizar aspectos inerentes à consistência da argumentação desenvolvida por três estudantes do Ensino Médio ao responder questões envolvendo elementos básicos da Teoria dos Conjuntos. Neste encaixe, nos ativemos a analisar o raciocínio dedutivo e o processo de justificação, identificando suas bases e formas. Buscamos, também, caracterizar elementos do método dedutivo presentes no encadeamento de proposições que geraram conclusões.

A primeira tarefa proposta aos estudantes admitiu como princípio geral a inclusão de questões que solicitavam a identificação da verdade ou falsidade de uma afirmação que contemplava a interpretação da solução por meio de sua verificação. Com base na representação por Diagrama de Venn, os estudantes responderam justificando na forma de coerência lógica, notadamente empregando o modo de negação – *Modus Tollens*. Ainda, durante a argumentação desenvolvida, apresentaram conhecimento de correlação entre o conectivo lógico ‘e’ e a conjunção enquanto operação entre conjuntos.

A segunda tarefa teve como princípio a utilização de questões que promovem a justificação com base na identificação das características apresentadas no enunciado – representação textual. Assim, a interpretação e o estabelecimento de premissas admitiram um papel fundamental. Embora em alguns momentos os estudantes não identificaram corretamente tais premissas, conduziram uma argumentação por coerência lógica, com base no modo de afirmação – *Modus Ponens*.

A terceira tarefa com princípio específico na justificação, na forma de contraexemplos e em exemplos genéricos, com base nas representações, acarretou a resolução pelos estudantes com a ocorrência da conjunção e da intersecção, enquanto conhecimentos prévios, e do modo de afirmação – *Modus Ponens*. Todavia, percebemos na resolução desta tarefa uma certa limitação dos estudantes em relação à capacidade de abstração o que ocasionou em alguns momentos a invalidação de uma das premissas utilizadas, comprometendo assim o encadeamento de proposições de modo a se caracterizar uma argumentação consistente.

Como limitação do trabalho consideramos que o formato síncrono *on-line* com alunos da primeira série do Ensino Médio pode ter caracterizado condições que dificultaram a interação entre os estudantes e a professora, em alguns momentos, também, prejudicada pela oscilação de sinal da Internet. Neste sentido, ainda, destacamos a falta de experiência discente em operar o microfone e a câmera para o registro das imagens. Salientamos, contudo, a importância da realização de experiências investigativas desta natureza, com vistas à promoção da capacidade de raciocínio próprio do estudante. Recomendamos, portanto, práticas em sala de aula com a abordagem de tarefas exploratórias em que o professor e alunos trabalham em um ambiente interativo e colaborativo, e, como trabalho futuro, indicamos como tópicos de estudo os raciocínios abdução e indutivo, assim como o ensino exploratório na abordagem de conteúdos matemáticos específicos.

Recebido em: 27/07/2022  
Aprovado em: 17/08/2022

## REFERÊNCIA

- ARRUDA, J.P., **Histórias e práticas de um ensino na escola primária**: Marcas E Movimentos Da Matemática Moderna. 2011. 312 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- AZEVEDO, N. M. **Ensino da Matemática em Debate** (ISSN: 2358-4122), São Paulo, v. 7, n. 2, p. 303-307, 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- FILHO, E.A. **Introdução à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 1975.
- HENRIQUES, A.; PONTE J.P. **As representações como suporte do raciocínio matemático dos alunos quando exploram atividades de investigação**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 28, n. 48, p. 276-298, abr. 2014.
- MARTINS, M.A. *et al.* **O raciocínio lógico dedutivo nas operações com números inteiros**. [S.l.]: Experiências em Ensino de Ciências V.13, No.2, 2018.
- MAZZI. L. C. AMARAL-SCHIO. M. R. B. **Diferentes tipos de raciocínio na Geometria dos Livros Didáticos de Matemática**, Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) ISSN 2359-2842 Volume 13, número 32 – 2020.
- MINAYO, M.C.S; DESLANDES, S.F; NETO, O.C.; GOMES, R. **Pesquisa social**. Teoria, Método e Criatividade. 21° Edição, Editora Vozes, Petrópolis, 2002.
- MOREIRA, M.A; ROSA, P.R.S. **Pesquisa e Ensino: Métodos Qualitativos e Quantitativos**: Subsídios Metodológicos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências. Porto Alegre 2009/2016.
- OLIVEIRA, P. **O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia**. Educação e Matemática, Lisboa, n.100, p. 3-9, nov./dez.2008.
- PONTE, J. P., BRANCO, N., MATOS, A. **O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos**. Educação e Matemática, Lisboa, v. 100, 2008.
- PONTE, J. P., QUARESMA, M., MATA-PEREIRA, J. M. **Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?** Educação e Matemática, Lisboa, n. 56, p. 07-11, 2020.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3°. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 2° reimpressões da 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2015. (Estudos, 46).
- PRODANOV, C.C.; FREITAS, E.C. **Metodologia do Trabalho Científico**: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico. 2° ed. Novo Hamburgo, Feevale, 2013, 277 p.
- PARANÁ (Estado). **Referencial Curricular do Estado do Paraná**: Princípios, Direitos e Orientações. Apresenta a contextualização legal para implementação da BNCC, os princípios orientadores que devem balizar a elaboração dos currículos escolares. 2018.