

Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas: reflexões sob o enfoque da aprendizagem significativa crítica

*Mathematics Teaching-Learning via Problem Solving: reflections from the focus of
critical meaningful learning*

Luiz Otavio Rodrigues Mendes¹

Marcelo Carlos de Proença²

Marco Antonio Moreira³

RESUMO

Partindo do pressuposto que é essencial que professores de Matemática busquem subsídios para fundamentar seu processo de ensino e aprendizagem, este estudo tem como objetivo evidenciar os princípios da Aprendizagem Significativa Crítica que podem ser favorecidos no Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Por meio de um estudo teórico descritivo, buscamos analisar as cinco ações de Proença (2018) à luz dos 11 princípios de Moreira (2010). Percebemos que a principal relação se encontra em trabalhar os conhecimentos prévios dos alunos, a partir de uma situação de matemática dada, para buscar promover uma articulação, voltada à construção do conteúdo/conceito/assunto que se deseja ensinar. Neste processo de ensino da Matemática, identificamos que todos os princípios da Aprendizagem Significativa Crítica são valorizados pelo EAMvRP. Acreditamos que as relações por nós identificadas fornecem subsídios para fundamentar um trabalho em sala de aula que se baseie no Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de problemas.

Palavras-chave: *Aprendizagem Subversiva; Solução de problemas; Teoria de Ensino; David Ausubel.*

ABSTRACT

Based on the assumption that it is essential that mathematics teachers seek subsidies to support their teaching-learning process, this study aims to highlight the principles of Critical Meaningful Learning that can be fostered in Mathematics Teaching-Learning via Problem-Solving (MTLvPS). Through a descriptive theoretical study, we seek to analyze the five actions of Proença (2018) in light of the 11 principles of Moreira (2010). We realized that the main relation is to work the previous knowledge of the students, based on a given mathematical situation, in order to promote an articulation, focused on the construction of the content/concept/subject that is desired to be taught, that is, the new knowledge. In this process of teaching mathematics, we have identified that

¹. Professor Colaborador no Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG). E-mail: mendesluizotavio@hotmail.com

². Professor Doutor Associado do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: mcproenca@uem.br

³. Professor Titular Emérito do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). E-mail: moreira@if.ufrgs.br

all the principles of Critical Meaningful Learning are valued by MTLvPS. We believe that the relationships we have identified provide the foundation for classroom work that is based on Mathematics Teaching-Learning via Problem-Solving.

Keywords: *Subversive Learning; Problems solution; Teaching Theory. David Ausubel.*

Introdução

Compreender como os alunos aprendem e, em específico, como aprendem conteúdos de Matemática, é um ponto importante para entendermos como podemos ensiná-los em sala de aula. Em virtude disso, diversos pesquisadores se debruçaram a buscar entender aspectos relacionados à aprendizagem. Um destes pesquisadores foi David P. Ausubel que propôs a Teoria da Aprendizagem Significativa – TAS em 1963. Seus estudos apontam, como essência, a importância de valorizar e trabalhar com o conhecimento prévio dos alunos, buscando fazer relações ao novo conhecimento que será ensinado.

Esta teoria auxilia diversos professores e pesquisadores das áreas educacionais no entendimento do processo ensino-aprendizagem. Moreira (2010), ao compreender sua importância, aprofundou seus estudos buscando abordar esta teoria no processo de ensino e aprendizagem de forma crítica. Para tanto, o autor apresenta em 11 princípios, o que chama de Aprendizagem Significativa Crítica – ASC. Tais princípios podem ser abordados no ensino da Matemática, fornecendo subsídios aos professores que desejem promover uma aprendizagem significativa e criticidade aos seus alunos.

Neste sentido, independentemente da estratégia didática a ser utilizada pelo professor que tenha em vista valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, acreditamos ser importante que os princípios de Moreira (2010) estejam presentes. Uma possibilidade de estratégia didática que pode ser abordada nesta perspectiva – de valorização dos conhecimentos prévios – é a baseada na resolução de problemas, no sentido de sua abordagem por meio do uso do problema como ponto de partida no ensino de Matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; PROENÇA, 2018; MENDES; PROENÇA, 2020).

O enfoque do uso do problema como ponto de partida está relacionado a uma forma de abordá-lo em sala de aula, de modo que se possa levar os alunos a construírem ideias a serem relacionadas ao novo conteúdo. Um autor que propôs encaminhamentos para tal foi Proença (2018), o qual apresenta em cinco ações de ensino o que denomina de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas – EAMvRP, a saber: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Consideramos que essas cinco ações deveriam ser relacionadas à luz da ASC, uma vez que esta é uma proposta para favorecer a aprendizagem significativa do conteúdo de Matemática em sala de aula (SEIXAS; SANTAROSA; FERRÃO, 2020; CHIRONE; MOREIRA; SAHELICES, 2021).

Diante do exposto, esta pesquisa busca responder a seguinte questão: que princípios da Aprendizagem Significativa Crítica podem ser favorecidos no Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas? Entendemos ser importante responder a esta questão, porque Proença (2018) traz o seu olhar sobre a abordagem da resolução de problemas em sala de aula, tendo em vista levar os alunos a compreenderem Matemática. Assim, nosso objetivo nesta pesquisa é evidenciar os princípios da Aprendizagem Significativa Crítica que podem ser favorecidos no Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas. Para tanto, seguimos a perspectiva de análise teórica (BARROS; LEHFELD, 2000). Para conduzirmos a discussão e reflexão sobre o tema, nos apoiamos a partir de uma análise descritiva (GIL, 2007).

Após esta introdução, estruturamos o artigo nas seguintes seções: na primeira seção, apresentamos os 11 princípios da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira (2010), envolvendo aspectos sobre os conceitos da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011, 2012, 2017; AUSUBEL, 1963, 2002). Na segunda seção, focamos o ponto central da pesquisa quando discutimos e refletimos sobre o EAMvRP de Proença (2018) à luz da ASC. Por fim, tecemos considerações finais.

Os onze princípios da Aprendizagem Significativa Crítica

Ao compreender que a educação está além de somente propiciar o conhecimento de conteúdos e que, às vezes, estes são desconectados da realidade, Moreira (2010, p. 20) apresenta em 11 princípios o que denomina de Aprendizagem Significativa Crítica (subversiva) “[...] que permitirá ao sujeito fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, estar fora dela, manejar a informação, criticamente, sem sentir-se impotente frente a ela”.

1º - Princípio do conhecimento prévio. Moreira (2010, p. 8) aponta que “para ser crítico de algum conhecimento, de algum conceito, de algum enunciado, primeiramente o sujeito tem que aprendê-lo significativamente e, para isso, seu conhecimento prévio é, isoladamente, a variável mais importante”. Moreira (2011, p. 26) elucida a aprendizagem significativa como “[...] o processo através do qual uma nova informação (um novo

conhecimento) se relaciona de maneira não-arbitrária e substantiva (não-litera) à estrutura cognitiva do aprendiz”.

Com ênfase, o não arbitrário é compreendido no sentido de que a nova informação que irá se relacionar a uma já existente na estrutura cognitiva da pessoa não deve ser de forma arbitrária, ou seja, não é com qualquer conhecimento prévio, deve haver uma forte relação entre o que se sabe e o que se está a aprender. Quanto ao não-litera, concerne à substância da palavra (seu significado) e não pela sua simples representação. Com este entendimento, o aluno que obtém uma aprendizagem significativa não repete o que aprendeu, mas explica com suas próprias palavras. No entanto, esta repetição não é vista como uma dicotomia da teoria, mas sim, um *continuum* (AUSUBEL, 1963).

A repetição, ou seja, a mecanização da aprendizagem é valorizada por Moreira (2011) no início do desenvolvimento humano, a infância. O autor destaca a importância de tal aprendizagem para o surgimento de conceitos cognitivamente relevantes, os subsunçores como os denomina Ausubel (1963). Desta forma, até um conceito ser aprendido de forma significativa, o aluno se apropria de ‘organizadores prévios’ que servem como pontes cognitivas entre o que se sabe – subsunçores – e o que está a se aprender (MOREIRA, 2012).

2º - Princípio da interação social e do questionamento. Tal interação se dá tanto pelo professor-aluno como aluno-aluno de forma que ocorra por meio de questionamentos. Moreira (2010, p. 9) aponta que “quando um aluno formula uma pergunta relevante, apropriada e substantiva, ele utiliza seu conhecimento prévio de maneira não-arbitrária e não-litera, e isso é evidência de aprendizagem significativa”. Portanto, nesse processo o professor deve ter uma postura dialógica, comunicativa e questionadora que de fato aflore a curiosidade.

A respeito desta evidência de aprendizagem significativa, Ausubel (2002) destaca que ela pode ocorrer de três tipos, representacional, conceitual e proposicional. A representacional consiste na forma básica de aprendizagem quando ocorre a significação dos símbolos por meio de uma associação simbólica primária. A conceitual configura-se como uma extensão da aprendizagem representacional em que o aprendiz evidencia regularidades e por isso é mais abrangente já que não depende de um referencial concreto para aprender. Por fim, a proposicional configura-se como o inverso da representacional, pois necessita de conhecimentos prévios dos conceitos e símbolos, e por isso objetiva uma compreensão sobre uma proposição com a soma de conceitos mais ou menos abstratos.

3º - *Princípio da não centralidade do livro texto*. Outros materiais educativos também devem ser utilizados e não somente os livros didáticos. Isso significa que não é necessário banir os livros didáticos das escolas, mas dar a oportunidade a outros materiais. “A utilização de materiais diversificados, e cuidadosamente selecionados, ao invés da ‘centralização’ em livros texto é também um princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica” (MOREIRA, 2010, p, 10). A utilização apropriada de um material potencialmente significativo é importante, pois é um dos fatores para que ocorra a aprendizagem significativa.

Com ênfase, entendemos que a não centralidade do livro texto deve adotar como princípio que as situações matemáticas presentes no livro não devem ser trabalhadas apenas no sentido de exercícios. Nesse sentido, o aluno pode apenas acabar decorando o processo de resolução, mas não o entendendo. Desta forma, segundo Ausubel (1963), deve se ter cuidado com a simulação da aprendizagem significativa, uma vez que o aluno pode ter decorado possíveis respostas e, então, apenas repeti-las. Para evitar tal simulação, a forma de avaliar o aprendizado é um ponto crucial. Uma possibilidade consiste da não repetição das situações matemáticas que já foram trabalhadas, mas sim a utilização de situações matemáticas com contextos diferentes em que seja preciso uma nova interpretação (MOREIRA, 2012).

4º - *Princípio do aprendiz como perceptor/representador*. Para este princípio, o aluno deve perceber a realidade a sua volta e o que está a ser ensinado, de forma que procure representar em sua mente, conforme suas percepções passadas e suas convicções do que está dando certo, uma vez que as pessoas veem as coisas em suas perspectivas e não como elas são. Moreira (2010, p. 11) ressalta que “[...] como as percepções dos alunos vêm de suas percepções prévias, as quais são únicas, cada um deles perceberá de maneira única o que lhe for ensinado. Acrescente-se a isso o fato que o professor é também um perceptor e o que ensina é fruto de suas percepções”. Para que professores e alunos possuam uma percepção semelhante, a comunicação é fundamental.

5º - *Princípio do conhecimento como linguagem*. Tanto em sua estrutura como em seu léxico, a linguagem representa uma forma de ver o mundo, pois está intrinsecamente ligada ao conhecimento. Moreira (2010, p. 12) aponta que “aprender um conteúdo de maneira significativa é aprender sua linguagem, não só palavras – outros signos, instrumentos e procedimentos também – mas principalmente palavras, de maneira substantiva e não-arbitrária”.

O processo de aprender significativamente inclui, segundo Ausubel (2002), o conceito de ‘assimilação’ que ocorre quando uma informação que se caracteriza como potencialmente significativa se relaciona a outra informação e é por ela assimilada, ou seja, pelo subsunçor na estrutura cognitiva do aluno. Desta forma, os dois conceitos se modificam e formam uma ideia mais complexa, pois “[...] baseia-se na manipulação eficaz das variáveis existentes na estrutura cognitiva, de forma a maximizar a aprendizagem e a retenção de materiais verbais novos e potencialmente significativos” (AUSUBEL, 2002, p. 62).

Esse processo de aquisição do conhecimento ocorre de três formas: subordinada, superordenada e combinatória. Na primeira, o novo conceito se subordina em uma interação cognitiva, ao conhecimento subsunçor. Por exemplo, o aluno tem um conhecimento do que é função afim (conceito mais amplo ao subsunçor) e, após, aprende a encontrar a raiz da função afim por meio do zero da função (conceito menor). Logo, o conceito mais específico irá se subordinar ao conceito mais amplo e este ficará mais rico em significado, mais estável e diferenciado. Na segunda, a superordenada, o novo conceito já é mais potencialmente significativo que o subsunçor, ou seja, esta ideia de amplitude entre os conceitos ocorre ao contrário. Dessa forma, a superordenada, em nosso exemplo, implica, a partir de saber encontrar a raiz da função afim, de compreender que isso está relacionado justamente ao conceito de função afim. Por fim, a combinatória acontece quando a aprendizagem não ocorre nem por meio de subordinação ou superordinação, sendo, assim, um conceito relacionado à estrutura cognitiva de modo geral, por meio de muitos subsunçores. Entendemos que isso ocorreria quando o aluno, ao aprender sobre como obter a raiz de uma função afim, relaciona essa informação não apenas ao conceito de função afim (principal subsunçor), mas ainda relaciona isso a outros conceitos seus como identificar que obter essa raiz não é da mesma forma para funções quadráticas, de terceiro grau, quarto grau etc. (outros subsunçores).

De acordo com Ausubel (2002) quando o novo conhecimento é disposto por meio da subordinação na estrutura cognitiva, em que modifica e pode ampliar o conhecimento subsunçor uma ou mais vezes, ocorre o processo de diferenciação progressiva. No entanto, se o novo conhecimento adentra a estrutura cognitiva por meio da superordenação ou pela combinatória, em que é reorganizado e adequado um novo significado, ocorre um processo denominado de reconciliação integrativa.

6º - Princípio da consciência semântica. O ponto crucial é que “[...] o significado está nas pessoas e não nas palavras” (MOREIRA, 2010, p. 12). A partir disso é que se

compreende que os alunos não conseguirão dar significado às palavras que estejam além de sua experiência, ou seja, além dos seus conhecimentos prévios. Por tanto, o significado das palavras é muito importante em um processo de ensino.

7º - Princípio da aprendizagem pelo erro. Tal princípio se baseia na não consideração da verdade absoluta. Para isto, é considerado que os indivíduos aprendem errando de modo que este erro deve ser considerado como parte do processo, mas não como uma forma punitiva. Assim, é pertinente pensar no aprender a aprender e, que por meio do erro também é possível aprender.

8º - Princípio da desaprendizagem. Dois pontos são fundamentais: o primeiro relaciona-se à aprendizagem significativa subordinada no sentido de não apagar um conhecimento (impossível se ele for significativo), mas de não o usar como conhecimento prévio. Moreira (2010) cita como exemplo alunos que não conseguem aprender mecânica quântica pois não conseguem desaprender (não usar) conceitos da mecânica clássica. O segundo refere-se às mudanças que ocorrem cotidianamente e, portanto, é fundamental desaprender conceitos e estratégias antigas e impróprias a tais mudanças. Por exemplo, quando alunos aprendem o conjunto dos números naturais, são levados a pensar que os números presentes naquele conjunto traduzem o mundo. No entanto, quando passam a aprender o conjunto dos números inteiros, devem desaprender esta ideia que os números são todos inteiros positivos e, assim, devem adicionar uma ideia mais complexa.

9º - Princípio da incerteza do conhecimento. Moreira (2010, p. 16) considera que a aprendizagem significativa só é concebida como crítica quando “[...] o aprendiz perceber que as definições são invenções ou criações humanas, que tudo o que sabemos tem origem em perguntas e que todo nosso conhecimento é metafórico”. É preciso perceber o mundo por meio das perguntas de um conhecimento incerto, que as definições não são o fim, mas apenas uma forma para determinado contexto e que o mundo está envolto por metáforas.

10º - Princípio da não utilização do quadro-de-giz. Moreira (2010) explica esse princípio no intuito de que a utilização apenas do quadro-de-giz, se trata do trabalho com um conhecimento pronto e acabado que o professor (detentor do saber) transmite aos alunos. No entanto, para uma Aprendizagem Significativa Crítica este meio se vale da mesma forma que os livros didáticos, no sentido que também há outras opções, outros materiais. Desta forma, Moreira (2010, p. 17) considera como um ensino anti aprendizagem significativa quando “o professor escreve no quadro, os alunos copiam, decoram e reproduzem”. Tal abordagem pode assim propiciar um ensino mecânico.

11º - Princípio do abandono da narrativa. O ponto principal aqui é deixar o aluno falar. Ao invés de passar um conhecimento pronto e acabado, é mais pertinente deixar que os alunos façam sua interpretação. Moreira (2010, p. 19) apontou que isso é preciso quando o “ensino centrado no aluno tendo o professor como mediador é ensino em que o aluno fala mais e o professor fala menos”. Tal fala ocorre por meio de estratégias em que os alunos possam discutir com os colegas, negociar significados e, para tanto, implica em uma busca por outras formas de ensinar, que não o ensino tradicional.

Desta forma, para viabilizar a aprendizagem significativa, Moreira (2017) aponta que quatro fatores devem ser levados em consideração, a saber:

- a) Organizar a matéria de forma hierarquicamente, observando conceitos que podem ser explicados mais facilmente.
- b) Identificar o conhecimento que os alunos devem ter para a aprendizagem desse novo conhecimento.
- c) Identificar o conhecimento que os alunos já têm, ou seja, o conhecimento subsunçor.
- d) Ensinar procurando materiais que facilitem o entendimento de uma forma significativa (MOREIRA, 2017, p. 159-172).

Simplificando esse processo, Ausubel, Novak e Hanesian (1978, p. 4) explicam que “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine-o de acordo”, dando assim uma maior relevância para o conhecimento prévio e, que a partir de tal conhecimento, é possível traçar estratégias, de forma organizada, para facilitar a aquisição do novo conhecimento. Diante de tais conceitos desvelados, apresentamos na próxima seção como estes princípios podem ser favorecidos a partir do EAMvRP.

Reflexões sobre os princípios da Aprendizagem Significativa Crítica e o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas

Dentre os aspectos da aprendizagem significativa apresentados por Ausubel (1963, 2002), e os da Aprendizagem Significativa Crítica - subversiva - defendidos por Moreira (2010), evidencia-se que um ponto chave para o sucesso é o trabalho com os conhecimentos prévios dos alunos. Com ênfase, outros elementos propiciam a facilitar tal aprendizagem, tais como a postura do professor, o formato de desenvolvimento da aula, o material ser potencialmente significativo, o papel ativo do aluno, a integração entre os alunos, etc.

Entendemos que tais elementos podem ser favorecidos por meio das cinco ações de ensino de Proença (2018), a partir de um processo de Ensino-Aprendizagem de

Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Desta forma, buscamos assim refletir sobre esse processo pela lente da Aprendizagem Significativa Crítica (ASC). De forma sintética, a Figura 1 a seguir mostra como os 11 princípios da ASC estavam relacionados ao EAMvRP.

Figura 1 – Relação entre as cinco ações do EAMvRP e os 11 princípios da ASC.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Destacamos que em nossa reflexão teórica, consideramos as relações que poderiam existir com maior ênfase no sentido de justificar a prática de ensino por meio da resolução de problemas à luz da teoria da ASC em seus vários momentos no EAMvRP. No entanto, entendemos que todos os princípios da ASC podem aparecer nas ações do EAMvRP, uma vez que o processo de ensino da Matemática não é estático, mas dinâmico, o que exigiria maior destaque de um ou outro princípio.

1ª Ação – escolha do problema. A primeira ação acontece antes da realização da aula propriamente dita, quando o professor se coloca a prepará-la. Para tanto, deve ser escolhida uma situação de matemática que se configure, posteriormente, como um possível problema aos alunos. Segundo Proença (2018), três aspectos devem ser considerados pelo professor para a elaboração da situação de forma relevante:

[...] direcionar os alunos a utilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente [...] levá-los a construir o conteúdo/conceito/assunto a ser introduzido [...] propiciar condições para que

os alunos estabeleçam relações entre os conhecimentos matemáticos utilizados e entre estes e o novo conhecimento (PROENÇA, 2018, p. 46).

Verifica-se a importância que o autor dá ao trabalho com o conhecimento prévio do aluno e a sua relação com o conhecimento que está a ser aprendido quando se leva em consideração que, ao se trabalhar nesta perspectiva, o conhecimento de tal conteúdo não deve ser “dado” ou “exemplificado” pelo professor, conforme acontece na perspectiva do ensino tradicional. Além disso, Proença (2018) considera relevante que o possível problema possa ser resolvido por mais de uma estratégia.

Para isso, é pertinente que o professor tenha conhecimento sobre as possíveis estratégias de resolução de problemas matemáticos para que, assim, possa identificá-las no processo de aprendizagem dos seus alunos, sem desconsiderar possíveis caminhos que os alunos possam ter tomado. Proença (2018) comenta a respeito disso que:

A intenção é evitar um trabalho que não leve em consideração o que os alunos fazem pelo fato de o próprio professor desconhecer um conceito ou procedimento empregado como estratégia ou mesmo por não tentar entender o raciocínio utilizado em uma estratégia (de cunho heurístico) que foge à aplicação de uma fórmula matemática (PROENÇA, 2018, p. 47).

Nesta primeira ação, um dos pontos mais importantes, segundo Proença (2018), é a escolha do possível problema a ser utilizado em sala de aula. De acordo com o autor, “[...] uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a resposta” (PROENÇA, 2018, p. 17). Em vista disso, é possível considerar que se o problema é o ponto principal e este se associa de forma intrínseca aos conhecimentos aprendidos anteriormente, os conhecimentos prévios também são a base para tal abordagem.

Com ênfase, Proença (2018) sugere que a situação de matemática possa ser escolhida de três formas: na íntegra, quando é importada de algum livro/material didático; reelaborada, quando se adapta a situação, fazendo, assim, aperfeiçoamentos; ou por meio da elaboração de uma nova situação. O autor dá exemplos desse processo no quarto capítulo de seu livro, quando apresenta estes três tipos de abordagens de escolha do problema. Tais escolhas são pertinentes para que o professor possa utilizá-las para planejar o enfoque dado às outras ações, dependendo dos conhecimentos prévios dos alunos que queira trabalhar.

Diante disso, consideramos que o *1º princípio do conhecimento prévio* da ASC de Moreira (2010) está presente na característica principal da primeira ação, a do trabalho com os conhecimentos prévios dos alunos por meio da escolha de uma situação de matemática. A partir desta escolha é que a situação se torna intimamente ligada aos conhecimentos prévios dos alunos, já que o professor deve fazer o ato de “pensar o que o aluno pensaria” para, então, obter o máximo possível de estratégias de como resolver o possível problema. Concomitantemente, o professor deve ter noção do que os alunos sabem e precisam saber. Portanto, considerar os organizadores prévios que serão abordados no possível problema é um ponto crucial para que as pontes cognitivas, entre estes e os subsunçores, sejam estabelecidas (AUSUBEL, 2002).

Proença (2018, p. 46) deixa claro nesta primeira ação que dentre os objetivos pretendidos “o principal consiste em direcionar os alunos a utilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente, durante a escolarização para resolver a situação de Matemática”. Desta forma, deve se dar ênfase na valorização dos conhecimentos prévios na ação de escolha do problema. Outro princípio que também consideramos que pode ser favorecido nesta ação é o *3º princípio da não centralidade no livro didático*. Ao lembrarmos que a escolha do possível problema pode ser na íntegra, sendo retirado, por exemplo, de um livro didático, pode ser reelaborado ou pode ser elaborado, percebemos que no EAMvRP o livro didático não é abordado como sustentação central de uma aula, mas sim como sugere Proença (2018, p. 55) “[...] que o professor os utilize com um olhar diferenciado [...]”, no sentido de um material complementar, indo ao encontro do que sugere este princípio. Cabe ressaltar que esta situação de matemática (possível problema) pode configurar-se como parte do material cuidadosamente selecionado, apontado por Moreira (2010), e, desta forma, transformar-se em um material potencialmente significativo.

Vale ressaltar que os livros didáticos, em sua maioria, não são preparados para serem trabalhados na perspectiva da EAMvRP e, portanto, propiciam certa dificuldade na escolha do problema, fazendo, assim, que o processo de reelaboração ou elaboração seja mais propício aos professores. Isso fica claro na pesquisa de Mendes e Proença (2020) quando os autores propuseram uma formação a licenciandos de Matemática para desenvolverem uma proposta de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas. Mendes e Proença (2020 p. 22) apontam que uma “[...] dificuldade que foi evidenciada refere-se aos livros didáticos não estarem preparados para serem trabalhados na abordagem da resolução de problemas. Desta maneira, os estudantes têm que se

adaptar e reformular os problemas existentes”. Segundo os autores, tais livros usados na formação e, em geral, para o ensino da matemática, estão preparados de forma conteudista e que se adaptam perfeitamente ao ensino tradicional, ou seja, possivelmente são mais propícios a uma aprendizagem mecânica. Nesta linha de pensamento, o *3º princípio da não centralidade no livro didático* também é valorizado na EAMvRP.

Por fim, na ação de escolha do problema, consideramos pertinente o favorecimento do *4º princípio do aprendiz como perceptor/representador*. Na preparação/elaboração do possível problema para trabalhar com o EAMvRP, Proença (2018) manifesta a necessidade e preferência de se optar por uma situação de matemática (possível problema) que tenha mais de um caminho para sua resolução. Isto propicia que mais estratégias de resolução possam ser utilizadas pelos alunos, estratégias que advém de suas percepções prévias. Proença (2018, p. 47) comenta que “o objetivo principal é levar os alunos a compreender que resolver um problema não implica em uma única resposta”. Essa compreensão faz-se pertinente, uma vez que os alunos consideram que a resolução de um problema só é possível por meio de um caminho linear e único, no entanto, a discussão tem que ser apresentada de outra forma, no sentido que por vários caminhos podemos chegar a uma mesma resposta. Moreira (2010, p. 11) aponta que “[...] o perceptor decide como representar em sua mente um objeto ou um estado de coisas do mundo e toma essa decisão baseado naquilo que sua experiência passada (i.e., percepções anteriores) sugere que irá ‘funcionar’ para ele”. Assim, problemas que tenham mais de um caminho para serem resolvidos contribuem para que o aluno o perceba da forma que melhor preferir e o resolva buscando subsídios em seus conhecimentos prévios. No EAMvRP, isso ocorre no sentido de o aluno entender que a situação a ser resolvida se torna um problema e que assim, não é exercitação, mas o desenvolvimento de um raciocínio, de uma reflexão.

2ª ação – introdução do problema. Esta ação é desenvolvida no ambiente da sala de aula. O professor deve solicitar aos alunos a se dividirem em grupos para que iniciem a resolução da situação de matemática proposta, da forma que acharem conveniente. Para Proença (2018, p. 51), “é nesse momento de início da tentativa de resolução que a situação pode se configurar como algo difícil ao grupo, isto é, pode se tornar um problema”. Com ênfase, esse processo reforça a relevância da escolha apropriada do possível problema.

Cabe aqui fazermos um primeiro adendo, referente a como ocorre o ensino tradicional. Em específico, primeiro o docente se apropria do quadro-de-giz e transcreve um determinado conceito matemático. De seu próprio conhecimento, ilustra sua aplicação na resolução de um exercício-exemplo e, por fim, os alunos resolvem uma lista de

“exercícios” mais ou menos parecidos com o exemplo (MIZUKAMI, 1986). De acordo com Moreira (2010), um processo de ensino desta forma propicia a simulação da aprendizagem onde os alunos apenas decorariam o conteúdo, ou seja, favorece a aprendizagem mecânica.

Por outro lado, no EAMvRP o processo é o contrário, uma vez que o ponto de partida é o problema (possível problema). Proença comenta que (2018, p. 17-18) “[...] não se trata, assim, do uso direto de uma fórmula ou regra conhecida – quando isso ocorre, a situação tende a se configurar como um exercício”. À vista disso, o conteúdo/conceito/princípio a ser trabalhado é sempre algo novo aos alunos, o que se distingue da repetição, da resolução de exercícios análogos ao exemplo dado pelo professor.

Essa desvinculação do formato de ensino tradicional é uma característica pertinente da EAMvRP que se relaciona ao *10º princípio da não utilização do quadro-de-giz*, ou seja, o papel se inverte, o professor não é mais o protagonista, mas sim os alunos, tendo em vista a sua organização de ensino. Nesse sentido, Moreira (2010) comenta que a autoridade do professor, de onde emana o conhecimento e por quem ocorre a transmissão (professor copia no quadro e os alunos copiam do quadro no caderno), não ocorre mais. No EAMvRP, os alunos sempre trabalham em grupos, são estimulados a buscarem formas de resolver a situação proposta, a discutirem com os colegas e, portanto, há de fato uma desvinculação da não utilização do quadro-de-giz presente no 10º princípio da ASC.

Além disso, o trabalho em grupo pelos alunos nesta ação possibilita que eles explorem a situação às suas maneiras. Isso implica no *5º princípio do conhecimento como linguagem*, uma vez que não consiste em apenas o aluno ler, mas compreender, interpretar e discutir com seus colegas a linguagem matemática ou outra forma de representação que pode ser utilizada para representar o contexto da situação. Em síntese, o aluno desenvolve o processo de aprendizagem da sua forma e, em específico, de maneira não literal e não arbitrária, conforme sugere Moreira (2010) para este princípio.

3ª ação – auxílio aos alunos durante a resolução. Na terceira ação, enquanto os alunos resolvem o problema proposto em seus grupos, potencializando seu papel ativo no processo de aprendizagem, o professor realiza uma conduta auxiliar, configurando-se como “[...] observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, apoiando os alunos a desenvolver autonomia frente ao processo de resolução” (PROENÇA, 2018, p. 51). Concomitantemente, ocorre a avaliação do processo de aprendizagem no sentido de que o professor deve identificar as possíveis dificuldades dos alunos. Caso haja dificuldades

em algum dos grupos para buscar algum caminho de resolução, o professor pode direcioná-los a seguir um dos caminhos (estratégias) previamente pensadas na primeira ação, mas sem apresentá-las na íntegra e sem dar respostas, pois seu papel é de incentivar, fazendo questionamentos e dando dicas (PROENÇA, 2018).

Esta ação concretiza o papel do aluno como um ser autônomo, que reflete sobre suas ações, que discute com os colegas, que pergunta, que busca uma solução. Tais pressupostos e, em específico, o trabalho em grupo, reafirmam o 2º *princípio da interação social e do questionamento*, quando o aluno busca uma estratégia para resolver o problema. Além disso, para Proença (2018, p. 51), o trabalho em grupo também colabora ao desenvolvimento do trabalho do professor nesta ação. Os alunos interagem entre si em seus respectivos grupos, buscam estratégias, se apropriam de suas heurísticas para encontrar uma solução do problema. O questionamento entre os colegas e com o professor acontece naturalmente. Além disso, o professor tem nesta ação de ensino que não pode apresentar a resposta do problema, mas mostrar caminhos, direcionar os alunos para as estratégias previamente pensadas. Moreira (2010, p. 9) ressalta que “um ensino baseado em respostas transmitidas primeiro do professor para o aluno nas aulas e, depois, do aluno para o professor nas provas, não é crítico e tende a gerar aprendizagem não crítica, em geral mecânica”. Logo, as respostas não são apresentadas pelo professor nesta ação, o que propicia o 9º *princípio da incerteza do conhecimento*.

O 11º *princípio do abandono da narrativa* também é abordado nesta ação, uma vez que os alunos são instigados a conversarem entre si, a perguntarem, a expressarem suas dificuldades, ou seja, a relatarem o que estão fazendo/sentido. Moreira (2010, p. 19) comenta que “deixar o aluno falar implica usar estratégias nas quais os alunos possam discutir, negociar significados entre si, apresentar oralmente ao grande grupo o produto de suas atividades colaborativas, receber e fazer críticas”. Desta forma, consideramos que o trabalho em grupo, defendido por Proença (2018), é um meio de se alcançar tal princípio. Esse processo de verbalização dos alunos ao grande grupo implica diretamente na próxima ação, quando os alunos têm que apresentar suas resoluções.

4ª ação – *discussão das estratégias dos alunos*. Esta ação ocorre conforme os grupos finalizam a resolução dos problemas e o professor propicia um momento de socialização das respostas encontradas entre toda a turma. A partir disso, o professor pode avaliar os alunos em relação às etapas de resolução de problemas. Proença (2018) descreve em seu livro que o professor deve observar o processo de resolução do problema pelos alunos, o

qual consiste em quatro etapas, a saber: representação, planejamento, execução e monitoramento.

Para esse processo, Proença (2018) considera também os conhecimentos matemáticos de Mayer (1985) presentes na resolução de um problema. Na etapa de *representação*, o aluno deve interpretar o problema a partir de seus conhecimentos linguísticos e semânticos que se referem, respectivamente, a verificar se ele compreende as palavras dentro de seu vocabulário e os conceitos matemáticos. Ainda nesta etapa, há o conhecimento esquemático, que implica no aluno conhecer de que tipo é o problema, por exemplo, se é algo geométrico, algébrico etc. Na etapa de *planejamento*, o aluno deve traçar um plano, o que está relacionado ao seu conhecimento estratégico, o qual pode ajudá-lo a identificar qual caminho/opção irá utilizar. Na etapa de *execução*, ocorre a execução correta do plano quando o conhecimento procedimental do aluno o permite fazer os cálculos de forma adequada. Por fim, é na etapa de *monitoramento* que o aluno deve verificar a racionalidade de sua resposta.

Em consonância com estas etapas, nesta quarta ação, o “[...] professor deve apontar [aos alunos] as dificuldades que tiveram e os equívocos cometidos em uma resolução inadequada” (PROENÇA, 2018, p. 52). Para isso, Proença (2018, p. 52) aponta que “[...] o objetivo principal é promover uma socialização da resolução feita por cada grupo”. Para tanto, um representante de cada grupo expõe no quadro quais foram as estratégias utilizadas para chegar a uma possível solução. Nesse processo de discussão e reflexão, uma vez que pode haver várias estratégias utilizadas e, assim, os possíveis erros cometidos pelos alunos são discutidos, é que o *7º princípio da aprendizagem pelo erro* pode ocorrer. Conforme os alunos apresentam suas soluções, o professor “deve levar os alunos a perceber a necessidade de se avaliar a racionalidade da resposta encontrada, ou seja, se a resposta está de acordo com a natureza do contexto do problema” (PROENÇA, 2018, p. 52).

Neste momento, os alunos podem perceber onde erraram ao comparar suas respostas com a dos colegas, discutindo-as também pelas mediações do professor. Portanto, são essenciais à discussão e o processo de reflexão dos alunos nesta ação, ou seja, deixá-los falar. Moreira (2010, p. 14) destaca que “o humano aprende corrigindo seus erros. Não há nada errado em errar. Errado é pensar que a certeza existe, que a verdade é absoluta, que o conhecimento é permanente”. E esse processo possibilita esta aprendizagem pelo erro. Assim, no EAMvRP, caso haja algum erro que os alunos tiveram em relação à compreensão problema, às estratégias que adotaram, dentre outros, é possível revê-los no

sentido que o professor pode favorecer uma reestruturação de seu pensamento, tendo em vista a estratégia prévia que foi pensada por cada grupo.

Simultaneamente, o 8º *princípio da desaprendizagem* também é favorecido neste momento. Com o auxílio do professor, para que os alunos cheguem a uma racionalidade da resposta do problema, é possível que os alunos observem e reflitam, individualmente e coletivamente, sobre o que fizeram. Assim, um grupo que tomou um caminho errado e não encontrou uma solução para o problema pode perceber que tal conhecimento prévio utilizado não estava de acordo para aquele problema, sendo possível que revejam/readequem o que entendiam sobre o conhecimento utilizado.

Nesse sentido, conhecimentos relacionados ao uso de conceitos e procedimentos matemáticos que foram percebidos pelos alunos como mal formados podem ser reestruturados nesta ação, diante das discussões feitas coletivamente. Esse fato é visto por Moreira (2010) no sentido de que não ocorre o esquecimento de certo conhecimento prévio, mas sim que tal conhecimento não é prudente para ser utilizado, pois incorre em erro.

5ª ação – *articulação da estratégia dos alunos ao conteúdo*. Após os alunos mobilizarem seus conhecimentos prévios, discutirem com base em suas estratégias, argumentarem, trocarem informações com os colegas, debaterem suas soluções, compreenderem o que era necessário para resolver tal problema, é que o professor pode apresentar aos alunos o novo conteúdo. Esse processo ocorre quando o docente se apropria das estratégias dos alunos que foram discutidas na quarta ação para então fazer a articulação ao novo conhecimento. Assim, a ponte cognitiva dos alunos para a nova aprendizagem é preservada, pois conforme aponta Proença (2018, p. 52), “neste momento, o papel do professor é utilizar pontos centrais de uma estratégia e tentar relacioná-la ao conceito ou a uma expressão matemática”. Há então uma ligação entre o que já se sabe e o que será ensinado. Consideramos que desta forma, o processo de assimilação, defendido por Ausubel (2002), possa ocorrer de forma mais facilitada.

Um exemplo dado de articulação foi apresentado por Proença (2018) para o conteúdo de sistema de equações de primeiro grau com duas incógnitas quando abordou a seguinte situação de matemática “Num quintal há 20 animais, entre porcos e galinhas. Sabe-se que há, no todo, 64 pés. Quantos são os porcos e quantas são as galinhas?” (PROENÇA, 2018, p. 64). Nesse caso, a resolução dos alunos pode ocorrer por meio de simbologias/representações em termos de desenhos desses animais e as respectivas quantidades de pés, bem como distribuir e organizar as informações em um quadro/tabela,

ambas pelo uso das letras *p* e *g* para porcos e galinhas, respectivamente. Assim, segundo Proença (2018) a articulação a ser feita pelo professor deve aproveitar esses ‘pontos centrais’ das estratégias dos alunos para introduzir o formato matemático de sistemas de equações de primeiro grau com duas incógnitas.

Tal articulação, feita pelo professor, pode favorecer o *6º princípio da consciência semântica*, dado que um conteúdo apresentado de forma direta sem os subsídios dos conhecimentos prévios dos alunos possa não os levar a compreendê-lo. Compreendemos que deste modo, no EAMvRP, é possível conceber a articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo como um caminho que favorece a aprendizagem significativa. Este entendimento é melhor enfatizado quando Moreira (2010, p. 12) destaca que “sejam quais forem os significados que tenham as palavras, eles foram atribuídos a elas pelas pessoas. Contudo, as pessoas não podem dar às palavras significados que estejam além de sua experiência”.

Isto posto, a articulação que é feita apresenta-se como um meio para obtenção desse significado pelos alunos, pois têm seus conhecimentos prévios valorizados, facilitando, assim, esse processo de construção do conhecimento que visa à compreensão da estrutura matemática do novo conteúdo que, no exemplo acima, seria o de sistema de equações de primeiro grau com duas incógnitas. Faz-se pertinente também destacar o modo como os alunos representam a ideia matemática do novo conteúdo em suas estratégias de resolução, sendo algo oposto ao simples ato de exigir/esperar a definição matemática. Diante disso, vemos presente o *9º princípio da incerteza do conhecimento*, uma vez que a partir das simbologias utilizadas em suas estratégias os alunos poderão perceber que as definições (novo conteúdo articulado/apresentado) são construções matemáticas para explicar o mundo. Trata-se assim, da compreensão por parte dos alunos de que são válidas suas representações do mundo (a partir do contexto do problema), constituindo-se como as metáforas apontadas por Moreira (2010), para a construção de novas ideias matemáticas.

Considerações Finais

Buscamos neste estudo evidenciar os princípios da Aprendizagem Significativa Crítica podem ser favorecidos ao longo das cinco ações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas. Para tanto, descrevemos os aspectos centrais

das cinco ações do EAMvRP de Proença (2018), buscando associá-los à ASC de Moreira (2010).

Percebemos que a principal relação evidenciada se refere à utilização dos conhecimentos de Matemática que os alunos já possuem, advindos de anos anteriores, para propiciar pontes cognitivas e caminhos ao novo conhecimento que se quer ensinar. Esta relação se fez bastante clara em todo o processo, uma vez que o trabalho com o problema como ponto de partida se mostrou como a base principal do EAMvRP. Bem como o trabalho com os alunos em grupo, a postura que o professor deve tomar, as discussões das estratégias de resolução com a turma e a articulação ao novo conteúdo são essenciais para favorecer uma Aprendizagem Significativa Crítica.

Sob esta ótica e, em respostas a nossa questão de pesquisa, consideramos, conforme mostra a Figura 1, os momentos mais propícios das ações de Proença (2018) que favorecem a ASC. No entanto, destacamos que não são apenas aqueles determinados momentos em cada ação de ensino que favorecem aqueles princípios, mas o processo da EAMvRP como um todo, sendo as relações por nós indicadas uma perspectiva do que analisamos. Com ênfase, como estamos tratando do processo de ensino da Matemática e, como este é dinâmico, consideramos que outros princípios, além dos que apontamos, podem se mostrar com maior ou menor intensidade nas ações de Proença (2018) a depender das diversas constantes que influenciam o processo de ensino da Matemática, tais como: conteúdo, características da turma, conhecimentos do professor entre outros.

Contudo, é possível apontar que o EAMvRP envolve todos os princípios da ASC, evidenciando características importantes que podem levar os alunos à aprendizagem significativa e, em específico, na perspectiva crítica. Acreditamos que nosso estudo contribui para que futuros professores, professores de Matemática, formadores de professores, pesquisadores, dentre outras pessoas da área educacional possam se apropriar de tais relações, servindo de subsídios para fomentar a realização do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas. Portanto, entendemos que estudos futuros podem ser feitos no sentido de compreendermos melhor como os princípios da ASC são evidenciados quando se trabalha *in loco* na perspectiva do EAMvRP em sala de aula.

Recebido em: 03/09/2021

Aprovado em: 11/08/2022

Referências

AUSUBEL, David Paul. **The psychology of meaningful verbal learning**. 1. ed. New York: Grune e Stratton, 1963.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. 1. ed. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002. 243 p. Tradução Lígia Teopisto.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph. D.; HANESIAN, Helen. **Educational psychology: a cognitive view**. 2. ed. New York: Holt Rinehart e Winston, 1978.

BARROS, Aidil Jesus Paes; LEHFELD, Neide Aparecida de Souza. **Fundamentos de Metodologia: um guia para a iniciação científica**. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

CHIRONE, Adriana Regina da Rocha; MOREIRA, Marco Antonio; SAHELICES, Concesa Caballero. Aprendizagem significativa crítica no ensino dos números e seus conjuntos. **Revista Dynamis**, [S.l.], v. 27, n. 2, p. 03-19, set. 2021.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MAYER, Richard Edward. Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. IN: SILVER, E. A. (Ed.) **Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspective**. Hillsdale: LEA, 1985. p. 123-138.

MENDES, Luiz Otavio Rodrigues.; PROENÇA, Marcelo Carlos de. O Ensino de Matemática via resolução de problemas na formação inicial de professores. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo: v. 17, p. 01-24, 2020.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem Significativa Crítica**. Porto Alegre: Instituto de Física, 2005. Publicada também em *Indivisa*, Boletín de Estudios e Investigación, n°6, p. 83-101, 2005, com o título *Aprendizaje Significativo Crítico* 2ª edição, 2010.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio. O que é afinal, aprendizagem significativa? **Qurrriculum**, Laguna: v. 2, n. 3, p. 1-27, 2012.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de Aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 2017.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino**: as abordagens do processo. 1. ed. São Paulo: EPU, 1986.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa.; ALLEVATO, Norma Suely. Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, São Paulo, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. 1. ed. Maringá: Eduem, 2018.

SEIXAS, Geovânia dos Santos; SANTAROSA, Maria Cecília Pereira; FERRÃO, Naíma Soltau. Educação Financeira na EJA: proposta de uma sequência didática à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 11, p. 1-24, 2020.