

## Um percurso metodológico para constituição de sequências didáticas: o ensino do conceito de função

*A methodological path for the constitution of didactic sequences:  
the teaching of the concept of function*

Edna Machado da Silva<sup>1</sup>

Miguel Chaquiam<sup>2</sup>

Natanael Freitas Cabral<sup>3</sup>

### RESUMO

*Apresenta-se recorte de uma pesquisa de mestrado em ensino de matemática, cujo objetivo foi investigar as potencialidades de uma sequência didática para o ensino do conceito de função, a partir da questão: As atividades de uma sequência didática, estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual, potencializam o processo de ensino e de aprendizagem do conceito de função? O método incluiu percepções de alunos e professores sobre o tema; fundamentação teórica sobre a temática e teorias de apoio; oficina com pré-requisitos e elaboração, aplicação e validação da sequência didática. Replicações desse método noutras pesquisas num curso de mestrado profissional tem gerado produtos educacionais diferenciados. Os resultados marcam a evolução nas concepções dos alunos, a superação de obstáculos e aprendizagem em regime de colaboração e a percepção de regularidades e generalizações em torno do objeto de estudo.*

**Palavras-chave:** *Ensino de Matemática; Sequência Didática, Conceito de Função.*

### ABSTRACT

*This article presents an excerpt from a master's degree research in mathematics teaching, its objective was to investigate the potential of a didactic sequence for teaching the concept of function, based on the question: Do activities of a didactic sequence, structured according to the Articulated Units of Conceptual Reconstruction enhance the process of teaching and learning the concept of function? The method included perceptions of students and teachers on the topic; theoretical foundation on the subject and supporting theories; workshop with prerequisites and preparation, application and validation of the didactic sequence. Replications of this method in other researches in a professional master's degree course have generated differentiated educational products. The results mark the Evolution in the students' conceptions, the overcoming of obstacles and collaborative learning and the perception of regularities and generalizations around the object of study.*

**Keywords:** *Teaching of Mathematics; Didactic Sequence, Function Concept, Research.*

---

<sup>1</sup>. Professora da SEDUC-PA e Técnica Administrativa em Educação da UFPA. E-mail: ednamachado@ufpa.br.

<sup>2</sup>. Professor do Departamento de Matemática (DMEI-UEPA) e do PPGEM-UEPA. E-mail: miguelchaquiam@gmail.com.

<sup>3</sup>. Professor do Departamento de Matemática (DMEI-UEPA) e do PPGEM-UEPA. E-mail: natanfc61@yahoo.com.br.

## Introdução

Este trabalho apresenta recortes e resultados finais de uma pesquisa realizada no âmbito do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, do Programa de Pós-Graduação (PPGEM) em Ensino de Matemática, da Universidade do Estado do Pará (UEPA), sobre o ensino do conceito de função no Ensino Médio, que teve por objetivo *investigar as potencialidades didáticas de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem do conceito de função no ensino médio, com atividades estruturadas segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual*. Contudo, em decorrência da exiguidade de espaço, limitamo-nos ao foco na apresentação da sequência didática (SD) a partir de comentários sobre os aportes que balizaram a elaboração das atividades, aplicação e análise das potencialidades da sequência didática, apontando, sobretudo, e seus resultados.

Assim, por exigência do PPGEM, a pesquisa deveria girar em torno da elaboração de uma SD construída especificamente para o ensino de um tema curricular de Matemática do Ensino Fundamental ou Médio. O conceito de função, foi assim, o tema que mais nos parecia desafiador no momento tendo em vista o que enfatizam as diretrizes da educação brasileira:

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problemas de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 1999, p. 43)

Na legislação educacional brasileira o conceito de função integra o currículo de Matemática, que consta na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esse conceito também figura na Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e, a nível estadual, na Matriz de Referência do Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SISPAE).

Além disso, existem dificuldades no processo ensino-aprendizagem do conceito de função e de outros objetos matemáticos relacionados a ele, como por exemplo, o conceito de variável que:

(...) desenvolveu-se ao longo da história à medida que a utilização de uma letra para representar uma variável difundiu-se e generalizou-se. Porém, esta ideia é considerada complexa e de difícil assimilação por estudantes das mais diferentes idades, inclusive por estudantes do Ensino Médio. Estes, frequentemente, costumam não diferenciar incógnitas de variáveis, apesar de lidarem com letras, desde o terceiro ano do ciclo do Ensino Fundamental, [...]. Talvez, o principal motivo seja pouca importância atribuída a esse conceito

durante todo o ciclo escolar. (CEOLIM; REZENDE; WELLINGTON, 2019, p. 32).

Uma das formas de superação desses obstáculos é investir na articulação entre diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático para sua apreensão (PELHO, 2003). Na mesma direção, Cunha; Souza; Chaquiam (2010) sugerem equilibrar o tratamento mecânico e abstrato dado ao ensino das funções com a valorização de situações do cotidiano do aluno e, Cruz (2015), associar o trabalho interdisciplinar como estratégia de ensino, e, por fim, Souza (2016) recomenda a aplicação de atividades com os objetivos específicos visando à construção do novo conceito a partir das leituras individuais e em grupo até a formalização do conteúdo.

As discussões na esfera do Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ) foram determinantes para os ajustes necessários no projeto inicial da pesquisa, na consolidação da SD e, sobretudo, na escolha dos aportes teórico-metodológicos que corroboraram com elementos e na obtenção de dados para responder ao questionamento: Atividades de uma sequência didática estruturadas segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual potencializam o processo de ensino e de aprendizagem do conceito de função?

Para responder essa questão, optou-se em estruturar a pesquisa a partir da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1996, 2008), elaborar a SD a partir de Cabral (2017) e, por fim, analisar os dados e apontar resultados segundo a perspectiva da Microgenética de Góes (2000) e da Análise do Discurso de Mortimer e Scott (2002).

## **Fundamentos teóricos**

Visitamos a literatura no sentido de identificar dificuldades de aprendizagem e possibilidades metodológicas de superação a partir de estudos relacionados tanto a levantamentos diagnósticos, realização de experimentos, quanto em livros didáticos. Além disso, elegemos lentes teóricas para consolidação estrutural da pesquisa, para a organização da SD e, por fim, para a análise dos dados e sistematização dos resultados.

Por um lado, com os estudos diagnósticos foi possível reunir elementos quanto as dificuldades relacionadas à aprendizagem do conceito de função. Neste sentido, a articulação entre diferentes registros de representação de um objeto matemático, segundo Pelho (2003), pode contribuir para a aprendizagem desse objeto; Cunha; Souza; Chaquiam (2010) recomendam romper a forma mecânica e abstrata, muitas vezes restritas aos conjuntos numéricos, a partir do preceito da utilidade das funções dentro do contexto sociocultural do aluno e Cruz (2015) indica a necessidade do estabelecimento na noção de dependência entre variáveis a partir de situações onde seja possível coletar, investigar, interpretar, criticar e propor soluções.

Por outro lado, os estudos experimentais indicaram, a partir de Silva (2014), a necessidade de metodologias que façam uso de estratégias capazes de tornar as aulas mais atrativas ao aluno de modo a incentivar sua participação no desenvolvimento das

atividades. Seguindo esse viés, Maciel (2014) propõe aliar história da matemática e tecnologia visando promover uma aprendizagem significativa e humanizada do conceito de função e sugere a partir do experimento realizado um estudo histórico e iconográfico.

Além desses, Brito e Almeida (2005) sugerem o uso da modelagem matemática para tornar compreensíveis os conceitos construídos, cuja sistematização atual se distancia da linguagem empregada pelas pessoas no cotidiano. Por fim, Souza (2016) sugere a construção do conceito de função a partir de situações do dia a dia.

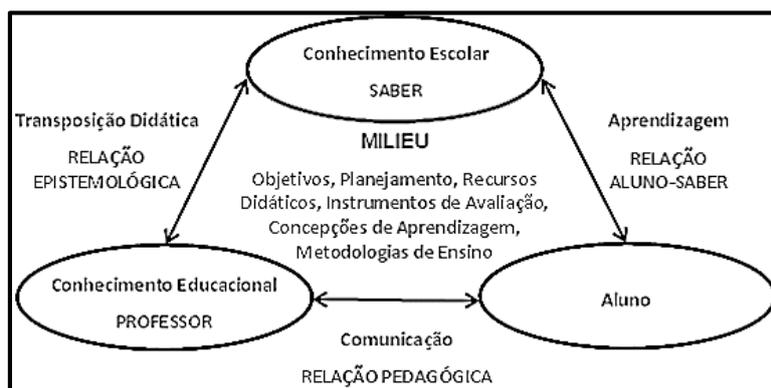
No sentido das indicações de Silva (2014) foi introduzido na atividade inicial o uso de material concreto manipulável pelo aluno, com vistas a engajá-lo, tanto intelectualmente, quanto emocionalmente, onde ele observa e manuseia o objeto para atender ao solicitado nas atividades e, posteriormente, é induzido a abstrair das situações vivenciadas atributos que o direcionem ao objetivo estabelecido.

Em relação a presença do conceito de função nos livros didáticos amparados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), observou-se que Iezzi (2016) inicia com a noção intuitiva de função a partir de situações expostas em quadros que envolvem tempo, distância percorrida, temperatura, preço, quantidade, e finaliza com a apresentação de fórmulas ou regras que descrevem o comportamento das variáveis envolvidas. Segue com a noção de função como relação entre conjuntos e representa as associações entre os elementos de conjuntos por meio de diagramas, quadros e equações.

No livro de Paiva (2015) consta um exemplo de situação aplicada ao contexto industrial, seguido de contextualização de coordenadas cartesianas no dia a dia com exercícios. Prossegue com variações de grandezas por meio de exercícios resolvidos e propostos e, por fim, sugere a elaboração e a resolução de atividade pelo aluno. Balestri (2016) explorou as diferentes linguagens de função e as diversas formas de dar significado a função, dependência de variáveis, correspondência, regra, transformação, causa-efeito e, generalização. Ademais, atividades resolvidas exploram o conceito de função por meio de contraexemplos como meio para fixação e os exercícios propostos envolvem situações da própria matemática e do cotidiano, com representações e conversões de linguagens.

Para além dessas contribuições iniciais trazidas pelos trabalhos que retratam estudos diagnósticos e experimentos e dos livros didáticos, buscou-se na TSD a consolidação estrutural da pesquisa. Essa teoria apresenta uma tríplice aliança entre elementos essenciais desse fenômeno: o professor (conhecimento educacional), o saber (conhecimento escolar) e o aluno. Segundo a TSD em uma *situação didática* existe a composição desses sujeitos e elementos, cujas interferências internas e externas, esperadas ou não, influenciam o processo de ensino e de aprendizagem. O esquema a seguir ilustra as interações e relações entre sujeitos e elementos que constituem uma situação didática, professor-saber-aluno.

Figura 1 – Triângulo Didático: Professor-Saber-Aluno.



Fonte: Brousseau (2008)

Nessa perspectiva o professor representa o conhecimento educacional e organiza o conhecimento escolar a ser trabalhado por meio de uma troca de interações (comunicação) entre ele e o aluno em um meio didático (*milieu*) planejado, onde o aluno deve atuar de forma ativa e, em alguns momentos, com intervenções do professor no processo. Nesse processo, existe uma intencionalidade nas ações do professor, cujo objetivo, é de criar condições favoráveis à aprendizagem considerando as influências do *milieu* (BROUSSEAU, 2008).

As situações devem ser planejadas e elaboradas pelo professor de modo a viabilizar a mobilização e a construção de conhecimentos pelo aluno com vistas alcançar os objetivos postos, perpassando por um *contrato didático*, nem sempre tão explícito. Em consonância com Brousseau (1996; 2008) e Almouloud (2014), as situações mobilizadas pelos alunos na consecução das interações professor-aluno compreendem quatro fases, expostas no quadro a seguir.

#### Quadro 1 – Classificação das Situações Didáticas

Situação de <b>ação</b>	Interação entre aluno, professor e o <i>milieu</i> a partir das proposições iniciais do professor.
Situação de <b>formulação</b>	Interações entre alunos, com intervenções objetivas do professor e discussão em busca de consonância com o objetivo estabelecido e mobilização das linguagens oral e escrita.
Situação de <b>validação</b>	Apresentação de “modelo” de resolução comum às atividades propostas, justificando-o por meio de verificações ou demonstrações.
Situação de <b>institucionalização</b>	Alunos assumem o significado do conhecimento elaborado e é conferida ao professor a tarefa formalizar ou generalizar os conceitos pretendidos.

Fonte: Adaptado de Almouloud, 2014, pp. 37-40.

E o que tudo isso tem a ver com as SD? As sequências didáticas podem ser adaptadas às diferentes áreas do conhecimento para atender objetivos específicos, vistas como um conjunto de atividades dispostas de forma ordenada, estruturadas de acordo com tipo de intervenção a serem implementados e articulados entre si, de modo a contemplar os objetivos pedagógicos inerentes ao processo de ensino e de aprendizagem, pode ser entendida, por exemplo, como:

Uma sequência didática é um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero oral ou escrito. [...] Quando nos comunicamos, adaptamo-nos à situação de comunicação. [...] Os textos escritos ou orais que produzimos diferenciam-se uns dos outros e isso porque são produzidos em condições diferentes. (ROJO e GLAÍS, 2010 apud CABRAL, 2017, p. 32).

Atentos a polissemia do termo “sequência didática”, apoiamo-nos na definição de Cabral (2017) que, por meio do constructo denominado de Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC), organiza as intervenções do professor no processo de planejamento, elaboração e aplicação da sequência didática. Esse autor esclarece o significado que atribui ao termo sequência didática ao afirmar.

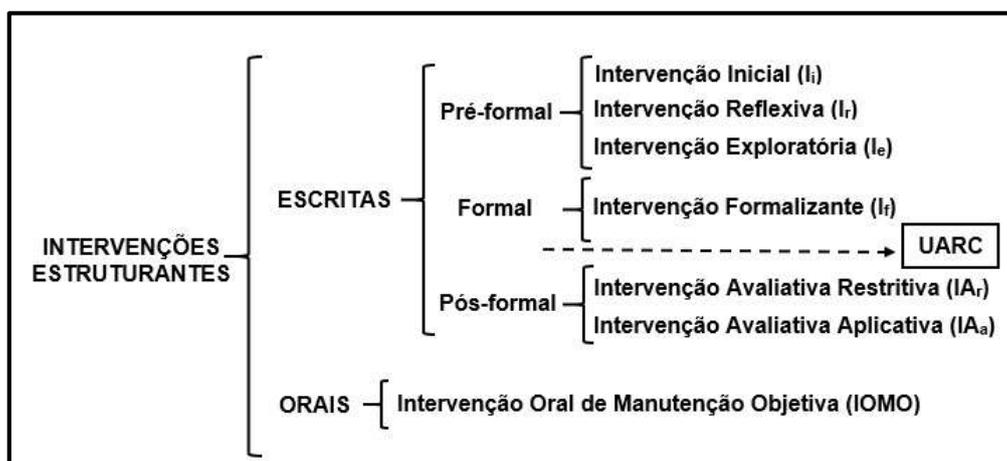
Estou usando esse termo polissêmico no livro como sendo um conjunto articulado de dispositivos comunicacionais de natureza escrita ou oral que sistematiza as intervenções de ensino com a intencionalidade objetiva de estimular a aprendizagem de algum conteúdo disciplinar de Matemática a partir da percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações adotando-se uma dinâmica de interações empírico-intuitivas (CABRAL, 2017, p.12).

Neste sentido, três perguntas são necessárias: O que significa estruturar uma sequência didática de acordo Cabral (2017)? O que é uma intervenção de ensino para esse autor? E, por fim, o que é afinal uma UARC?

Inicialmente é necessário compreender o significado que esse autor atribui ao termo “intervenção”. Cabral (2017) considera que todas as ações do professor no sentido do “fazer aprender”, tanto as escritas quanto orais, que surgem durante as interações verbais com os alunos estão impregnadas de intencionalidade. Essa intencionalidade – ação diretiva de “fazer aprender” – é transformada em intervenções que estruturam o processo de aprendizagem. Daí o uso da expressão Intervenções Estruturantes.

Portanto, estruturar uma sequência didática (SD), segundo Cabral (2017), equivale a definir as ações interativas que serão eleitas e dirigidas pelos professores – *Intervenções Estruturantes* – com a intenção de promover de acordo com os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural (Vygotsky), as chamadas Zonas de Desenvolvimento Proximal (ZDP), que permitem ao aprendiz avançar de um Nível de Desenvolvimento Potencial (NDP) para um Nível de Desenvolvimento Efetivo (NDE). Neste sentido, Cabral (2017) define sete intervenções estruturantes para elaboração de uma sequência didática para o ensino de matemática voltado à Educação Básica, classifica todas as intervenções estruturantes em dois grupos, escritas e as orais:

Figura 2 – Estrutura da UARC.



Fonte: Extraído de Cabral, 2017, p. 97.

Dentre as escritas, as intervenções pré-formais são de três tipos – Intervenção inicial (Ii), Intervenção Exploratória (Ie) e Intervenção Reflexiva (Ir) – utilizadas antes que o professor formalize o objeto matemático na Intervenção Formalizante (If).

Essa primeira intervenção (Ii) é o ponto de partida e pode ser proposta de duas maneiras distintas. A primeira, a partir de uma situação rica em possibilidades investigativas na qual os alunos possam fazer conjecturas, levantar hipóteses, fazer simulações, etc. Em geral, envolve uma situação problema na qual o aluno não tem condições de resolvê-la de imediato, mas consiga ter avanços em colaboração com os demais e supervisão do professor. Modalidade denominada de *Exploração Potencial*.

A segunda consiste na apresentação um conjunto de comandos para a realização de “pequenas tarefas” dentro do domínio cognitivo dos alunos. Essas tarefas, vistas isoladamente parecem não ter nenhuma relação com o objetivo da atividade, mas quando observadas integralmente exibem “repetições” dentro de um processo que estimula a percepção de regularidades e, é justamente essa percepção, que leva o aluno a generalização, ainda que intuitivamente. Esse modelo é chamado de *Conexão Pontual*.

Segue-se com as intervenções Exploratórias (Ie) e as Reflexivas (Ir), que funcionam de modo sincronizado com objetivo intensificar o estímulo aos alunos às generalizações de regularidades a partir de um ambiente empírico-intuitivo. Por um lado, a (Ie) dirige o aluno por meio da execução de alguma “tarefa” e o leva a refletir sobre dados observáveis que, em geral, envolve preenchimento de tabelas, medições, contagens, construção de figuras, ordenação de sequências, etc. Por outro lado, a (Ir) é sempre uma pergunta que direciona o aluno a refletir sobre o que fez e sobre os resultados obtidos. Em suma, os alunos são levados a “fazer” com as Ie e levados a “refletir” sobre os resultados obtidos pelas Ir, até verbalizarem suas percepções de regularidades que descrevem o objeto em estudo, contudo, sem o rigor da linguagem matemática em seu aspecto mais formal.

O professor ao acolher as construções dos alunos resultantes do conjunto de todas as intervenções pré-formais e revestir o objeto reconstruído pelos alunos com a linguagem formal, adequada ao nível de ensino, institui a Intervenção Formalizante (If) estreada nesse conjunto de intervenções pré-formais. Ao fim dessa intervenção está constituído uma unidade articulada de reconstrução conceitual (UARC), ou seja, *uma UARC compreende o conjunto de todas as intervenções pré-formais (Ii, Ie e Ir) e a Intervenção Formalizante (If) correspondente* (CABRAL, 2017). Além disso, considera que esse conjunto de intervenções escritas até a formalização são transversalizadas pelas manifestações orais do professor, denominadas de Intervenções Oraís de Manutenção Objetiva (IOMO), ou seja, intervenções que inevitavelmente ocorrem durante todo o processo e contém o material genético da aprendizagem de objeto ou parte dele. Temos, portanto, uma unidade cognitiva que conta a história de aprendizagem.

Para Cabral (2017) as Intervenções Oraís são utilizadas pelo professor para estimular a circunscrição dos alunos aos objetivos da aprendizagem. São as falas do professor que complementam oralmente o processo, balizam o aluno de modo que este permaneça numa

trajetória próxima a pré-estabelecida e suprimem as lacunas inevitáveis do protocolo escrito, imprevistos que precisam de reorientação por parte do professor.

Assim, a SD fica estruturada a partir das diversas UARC's definidas ao longo do processo, até que a última intervenção formalizante seja concluída pelo professor, mediadas pelas interações orais. Em relação a avaliação da aprendizagem, esta ocorre ao longo do processo a partir das provocações escritas e intervenções orais, que denunciam as formas de pensar dos alunos. Além dessas, Cabral (2017) considera outros dois tipos de intervenções avaliativas, a Restritiva (IAR) e a Aplicativa (IAa).

Considera Intervenção Avaliativa Restritiva (IAR) quando o foco da avaliação é o conceito em (re)construção ou algoritmos decorrentes dessa compreensão e Intervenção Avaliativa Aplicativa (IAa) quando o foco é a mobilização do conceito e algoritmos na resolução de problemas. Cabe ao professor valer-se dessas intervenções avaliativas (IAR / IAa) após cada intervenção formalizante ou, ao final, após concluir a última UARC.

Assim, a análise das interações verbais que acontecem dentro de cada UARC tanto revela o tecido discursivo que conta a história das aprendizagens em torno de um objeto de conhecimento, quanto permite identificar a estrutura argumentativa que sistematizou a sequência didática envolvida nas redescobertas realizadas pelos alunos.

Definido o modelo estrutural da sequência utilizada, elucidamos agora os aspectos teóricos utilizados para análise dos dados e identificação de indícios de aprendizagem. Os resultados estão apoiados na análise microgenética por tratar-se de uma análise que relaciona campos da educação e da psicologia para investigar processos em contextos educativos que, segundo Goés (2000), de um modo geral:

Trata-se de uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. (GOÉS, 2000, p. 9-10).

Nesse sentido, a análise minuciosa referida por Goés (2000) trata-se de um estudo de recortes ou trechos de eventos decorrentes do processo de aplicação das atividades da sequência didática que passam a ser objeto de análise como microunidades que revelam características e propriedades do todo, em nosso caso, os indícios de aprendizagem. Para efetivação dessa análise todas interações verbais ocorridas durante a aplicação da SD foram registradas em áudio e vídeo e, posteriormente, transcritas e categorizadas em Turnos (registro de verbalização individual), Seguintes (conjunto de turnos sinalizadores de aprendizagem) e os episódios (conjunto de segmentos nos quais os indícios de aprendizagem são explicitamente evidentes). A partir dessa categorização foram investigados aspectos intersubjetivos nos dialógicos revelados no cenário didático planejado, sempre numa perspectiva enunciativa-discursiva para identificar as potencialidades da sequência didática voltada para o ensino do conceito de função.

Foi considerada também a análise do discurso pautada por Mortimer e Scott (2002), que a definem como uma ferramenta para estudar a forma como os professores podem

guiar as interações em sala de aula para que resultem na construção de significados. Nessa perspectiva foi possível agregar maior intencionalidade às intervenções do professor a fim de conduzir o aluno à apreensão dos conceitos pretendidos. Aspectos da análise do discurso estão sintetizados no quadro a seguir.

**Quadro 2 – Síntese dos aspectos da Análise do Discurso - Mortimer e Scott (2002)**

<b>Foco no Ensino</b>	<b>Intenções do professor</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Engajar os estudantes; explorar ideias e situações específicas; oportunizar aos estudantes de falar e pensar frente novas ideias; dar suporte para aplicar ideias noutros contextos, etc.</li> </ul>
	<b>Conteúdo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Descrição; Explicação; Generalização.</li> </ul>
<b>Abordagem</b>	<b>Abordagem comunicativa</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interativo / dialógico: Professor e estudantes exploram ideias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista.</li> <li>Não-interativo / dialógico: Professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças.</li> <li>Interativo/de autoridade: Professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico.</li> <li>Não-interativo / de autoridade: Professor apresenta um ponto de vista específico.</li> </ul>
		<b>Padrões de interação</b>
<b>Ações</b>	<b>Intervenções do professor</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interações entre professor e aluno que tem por finalidade, dentre outras, introduzir um termo novo; diferenciar significados; compartilhar resultados dos grupos; solicitar esclarecimentos; sintetizar resultados, etc.</li> </ul>

Fonte: Adaptado de Mortimer e Scott, 2002, pp.285-289.

Os diferentes aportes mobilizados exercem papéis subsidiários que vão da elaboração das atividades até sua aplicação e avaliação, além de seguirem ao mesmo tempo convergindo para as intenções do professor e para as interações professor-aluno ao longo do processo de ensino e de aprendizagem acerca do saber matemático em questão.

No quadro a seguir foram estabelecidas possíveis interrelações entre a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC) e a Análise do Discurso (AD), onde a palavra-chave é *intenção*, ou seja, a intenção do professor em conduzir o aluno do momento inicial (pré-formal) por meio de uma comunicação interativa/dialógica, passar pela formulação (exploratória e reflexiva) e formalização até atingir o pós-formal com avaliações restritivas e aplicativas, subsidiado pelo uso de interações, diálogos, exercício de autoridade e uso de recursos didáticos.

**Quadro 3 – Teoria das Situações Didáticas (TSD) x UARC x Análise do Discurso (AD)**

<b>TSD Situação</b>	<b>UARC Intervenção</b>		<b>A D Interação</b>		<b>Intenção do Professor</b>
Ação	Inicial	Pré-Formal	Interativa Dialógica	Ênfase no Perceptivo / Intuitivo	<ul style="list-style-type: none"> <li>Engajar os alunos tanto intelectual quanto emocionalmente.</li> </ul>
Formulação	Exploratória	Pré-Formal	Interativa Dialógica	Ênfase no Empírico	<ul style="list-style-type: none"> <li>Apresentar o problema e explorar as ideias e argumentos dos alunos.</li> </ul>
Validação	Reflexiva	Pré-Formal	Interativa Dialógica / Interativa de Autoridade	Ênfase no Perceptivo / Intuitivo	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dar oportunidades ao aluno de falar, refletir e expor suas ideias em pequenos grupos ou turma.</li> </ul>
Institucionalização	Formalizante	Formal	Não-Interativa /de Autoridade	Ênfase no Teórico	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estabelecer a visão científica por meio da formalização e generalização dos conceitos pretendidos do saber escolar disciplinar;</li> </ul>

					<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transferir para o aluno o significado do saber escolar elaborado e controle pelo uso e aplicação desse saber.</li> </ul>
Monitoramento Processual das aprendizagens	Avaliativa	Pré-Formal Pós-Formal	Interativa Dialógica / Interativa de Autoridade	Perceptivo / Intuitivo Empírico e Teórico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliar a mobilização de conceitos, definições e propriedades do saber escolar elaborado em situações reais e/ou fictícias.</li> </ul>
Ação Formulação Validação	IOMO	Pré-Formal Pós-Formal	Interativa Dialógica / Interativa de Autoridade	Perceptivo / Intuitivo Empírico e Teórico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Balizar o aluno de modo que este permaneça numa trajetória próxima a pré-estabelecida pelo professor.</li> </ul>

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Esses foram os parâmetros que balizaram teoricamente a estrutura da pesquisa, a organização da SD e a eleição das categorias de análise e sistematização dos resultados obtidos após sua aplicação. Reiteramos que detalhes e aprofundamentos a respeito dessa sequência didática encontram-se no relatório de pesquisa e no produto educacional disponibilizado no site do PPGEM-UEPA.

### Aspectos metodológicos

Em linhas gerais, o método adotado incluiu, como sujeitos, os alunos de uma turma de 1º ano do ensino médio da rede pública estadual no município de Belém (PA) e, antecedendo a aplicação das atividades, foi aplicado teste envolvendo elementos conceituais mínimos necessários para minorar prováveis dificuldades da reconstrução conceitual no momento da aplicação da SD. Após aplicação do teste e antes da aplicação da SD foi realizado uma oficina para se avaliar o domínio desses elementos mínimos.

Procurou-se também identificar as percepções de alunos egressos e professores relacionadas ao processo de ensino e de aprendizagem do conceito de função. Para tanto, foram ouvidos 118 alunos do 3º ano do ensino médio, entretanto, descartou-se 18 questionários devido apresentarem informações incompletas ou insuficientes. Quanto aos professores, foram consultados 37 licenciados em Matemática que atuam ou atuaram no Ensino Médio, dentre os quais, cerca de 80% trabalham em escola pública estadual e em torno de 50% tem mais de dez anos de experiência em sala de aula.

Para identificar as percepções dos alunos foi elaborado um quadro contendo objetivos relacionados ao processo de ensino e de aprendizagem do conceito de função, balizador na formulação dos questionamentos a respeito das habilidades, competências e dificuldades no que tange ao conceito de função em consonância aos documentos oficiais e as dificuldades apontadas na literatura.

No Quadro 04 a seguir estão contemplados os dez objetivos correlacionados as habilidades e competências constantes nos documentos oficiais, tendo em vista suprimir as dificuldades identificadas na literatura. No segundo quadro consta a percepção dos alunos quanto a aprendizagem dos elementos investigados juntamente com os resultados em relação ao desempenho destes no teste de verificação.

**Quadro 4 – Objetivos relacionados ao ensino e a aprendizagem do conceito de função**

OBJETIVOS RELACIONADOS AO CONCEITO DE FUNÇÃO		
O-1	Identificar variáveis envolvidas em situação-problema.	BNCC - (EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.
O-2	Identificar a natureza das variáveis (velocidade, tempo, peso, preço)	ENEM - Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano. H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
O-3	Identificar a relação entre variáveis (independentes x dependentes).	ENEM- Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano. H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas. H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais. H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação. H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.
O-4	Transcrever uma situação-problema (real/fictícia) da linguagem escrita (língua materna) para a linguagem matemática e vice-versa.	ENEM - Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas. H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas. H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas. H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos. H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação. H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos. PCN - Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.); Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa; Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
O-5	Utilizar símbolos diferentes de x e de y para representar variáveis independente e dependente.	PCN - Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa
O-6	Calcular o valor de uma variável a partir de outra variável.	PCN - Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa
O-7	Definir função.	PCN
O-8	Identificar/definir/calcular o conjunto de partida (domínio) e o conjunto de chegada (contradomínio).	BNCC - (EM13MAT403) Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas. (EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
O-9	Identificar diferentes representações de funções.	BNCC - (EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT405) Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de

		uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.
O-10	Resolver situação-problema (real/fictícia) envolvendo conceito de função.	PCN - Investigação e compreensão; Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc); Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; Formular hipóteses e prever resultados; Selecionar estratégias de resolução de problemas; Interpretar e criticar resultados numa situação concreta; Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos; Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades; Discurrir ideias e produzir argumentos convincentes.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da literatura e documentos oficiais, 2018.

A partir desse quadro (Quadro 04) foi elaborado um teste para verificação dos conhecimentos apreendidos associados ao conceito de função, onde cada questão estava em correspondência direta com um dos itens constantes nesse quadro. Observada a quantidade de itens a serem contemplados pelas questões do teste, dez itens, optou-se por um teste misto, composto por questões de múltipla escolha e também por questões discursivas, essas foram inseridas com o intuito de avaliar a capacidade dos alunos quanto a argumentação frente aos conhecimentos matemáticos em tela.

#### Quadro 5 – Percepção dos estudantes e os resultados do teste de verificação

ALTERNATIVAS FACILIDADE/DIFICULDADE	PERCEPÇÃO DOS ALUNOS (%)									
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10
Não lembra	15	16	31	11	10	37	25	26	24	26
Considera Muito Fácil	20	28	13	18	35	11	20	15	12	16
Considera Fácil	10	9	3	6	10	5	5	5	1	2
Nem Fácil e Nem Difícil	47	34	42	50	39	33	40	39	51	40
Considera Difícil	7	12	11	13	5	14	10	15	12	12
Considera Muito Difícil	1	1	0	2	1	0	0	0	0	4
DESEMPENHO NO TESTE	QUESTÕES DO TESTE (%)									
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Não fez	1	0	5	49	24	37	55	10	11	74
Fez e errou totalmente	72	12	15	20	40	9	30	11	12	13
Fez e acertou parcialmente	1	1	72	13	0	19	13	75	73	11
Acertou totalmente	26	87	8	18	36	35	2	4	4	1

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da literatura e documentos oficiais, 2018.

Embora os resultados acima não sejam o foco da discussão, é fácil observar em termos estatísticos que a moda figura na linha *Nem Fácil e Nem Difícil (Média)*, exceto o item O6 - Calcular o valor de uma variável a partir do valor de outra variável. Entretanto, em relação a esse item, 54% demonstraram conhecimento sobre o assunto abordado. Em relação ao desempenho observa-se que as modas alternam em sua maioria entre *Não Fez* ou *Fez e errou totalmente*, destoando apenas em relação ao item O2 - Identificar a natureza das variáveis (velocidade, tempo, peso, preço), onde 87% dos alunos acertaram completamente a questão. Outras correlações podem ser constatadas no relatório de pesquisa disponível no site do PPGEM da UEPA. Ressaltamos que as atividades que compõem a SD foram elaboradas com vistas a atenuar as dificuldades apresentadas e consolidar elementos relacionados ao conceito de função.

Aos professores foram apresentados os mesmos questionamentos efetuados aos alunos com o intuito de comparar percepções e resultados acerca da temática em pauta.

**Quadro 6 – Percepção dos professores**

ALTERNATIVAS FACILIDADE/DIFICULDADE	PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES (%)									
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10
Considera Muito Fácil	2,7	8,1	2,7	2,7	0,0	8,1	0,0	0,0	0,0	0,0
Considera Fácil	45,5	35,1	24,3	8,1	32,4	24,3	10,8	10,8	18,9	8,1
Nem Fácil e Nem Difícil	<b>48,6</b>	<b>40,5</b>	<b>37,8</b>	35,1	<b>40,5</b>	<b>54</b>	<b>37,8</b>	<b>51,5</b>	<b>45,9</b>	29,7
Considera Difícil	8,1	16,2	29,7	<b>51,3</b>	24,3	13,5	<b>37,8</b>	29,7	29,7	<b>51,3</b>
Considera Muito Difícil	0,0	0,0	5,4	2,7	2,7	0,0	13,5	8,1	5,4	10,8

Fonte: Silva, 2018, p. 67.

Com relação ao nível de facilidades/dificuldades assinalados, associados ao ensino (professores) e aprendizagem (alunos), observou-se que dos dez itens, sete coincidiram em relação ao posicionamento da moda, ou seja, moda localizada em *Nem Fácil e Nem Difícil*, com média em torno de 40%, diferindo apenas nos itens O4, O6 e O10.

Em geral, alunos e professores consideraram o tema de média complexidade, entretanto, observou-se que o desempenho dos alunos no teste é insatisfatório. Ressalta que cerca de 15% em média afirmam não lembrar dos conteúdos relativos aos cinco primeiros itens – a saber: identificar variáveis, sua natureza e relação entre estas em situação-problema (real/fictícia), bem como, transcrever essas situações para linguagem matemática e utilizar simbologias para as variáveis dependentes e independentes diferentes de  $x$  e  $y$  – e cerca de 25% dos cinco últimos itens – a saber: definir função, calcular o valor de uma variável a partir de outra, identificar/calcular domínio e contradomínio de uma função, bem como, identificar diferentes representações para função e resolver situação-problema (real/fictícia) envolvendo o conceito de função. Esses dados revelam a pouca importância dada a um dos conceitos mais relevantes e importantes da matemática. Além disso, os alunos apresentam dificuldades em interpretar textos e apresentar argumentos ou representações em linguagem matemática quanto na língua materna. Discussões e análises detalhadas encontram-se no relatório final de pesquisa de Silva (2020). Esses resultados foram decisivos para constituir uma primeira visão a respeito das condições iniciais circunscritas ao problema de pesquisa e, certamente, considerados durante a elaboração das atividades da sequência didática.

Neste sentido, as atividades foram elaboradas considerando que o aluno deve passar por situações de ação, de formulação e de validação, onde são estabelecidos os modelos explicativos e os esquemas teóricos em consonância com as intervenções objetivas do professor para validar ou refutar modelos e esquemas constituídos ao longo do processo, de tal modo, que ao final, o professor possa formalizar o conhecimento com adequado rigor matemático

Optou-se por duas turmas, uma para aplicação das atividades da sequência didática (TA) e a outra turma para controle (TC). Em relação ao tempo demandado no processo de ensino e verificação da aprendizagem das turmas, que compreende a aplicação do teste de verificação de conhecimentos básicos necessários para aplicação da sequência didática, o desenvolvimento das atividades e a verificação da aprendizagem após aplicação da sequência didática, houve uma maior demanda de tempo na turma de

aplicação, ou seja, foram utilizadas 4 horas/aula a mais para concluir o processo, provavelmente em decorrência do emprego da metodologia não familiarizada pelos alunos, embora as turmas tivessem passado pelos conteúdos abordados no início do ano.

No quadro a seguir estão correlacionadas as atividades da sequência didática e os dez objetivos de aprendizagem apresentados antes, de modo a revelar a preocupação na elaboração das atividades quanto a articulação entre professor-saber-aluno.

**Quadro 7 – Objetivos – Ensino e Aprendizagem x Atividades da Sequência Didática**

OBJETIVOS		ATIVIDADES
O-1	Identificar variáveis envolvidas em situação-problema.	A-1, A-2
O-2	Identificar a natureza das variáveis (velocidade, tempo, peso, preço)	A-1, A-2
O-3	Identificar a relação entre variáveis (independentes x dependentes).	A-2, A-3
O-4	Transcrever uma situação-problema (real/fictícia) da linguagem escrita (língua materna) para a linguagem e vice-versa.	A-1, A-2
O-5	Utilizar símbolos diferentes de x e de y para representar variáveis independente e dependente.	A-2
O-6	Calcular o valor uma variável a partir de outra variável.	A-2
O-7	Definir função.	A-1
O-8	Identificar/definir/calcular o conjunto de partida (domínio) e o conjunto de chegada (contradomínio).	A-1, A-2, A-3
O-9	Identificar diferentes representações de funções.	A-1, A-2, A-3
O-10	Resolver situação-problema (real/fictícia) envolvendo conceito de função.	A-1, A-2, A-3

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Tendo em vista a reprodução dos materiais, foram anexadas as folhas de atividades e oficina, os testes de verificação de conhecimentos e aprendizagem e o molde das fichas manipuláveis. Recomenda-se a leitura desses materiais para melhor entendimento dos processos de aplicação e de avaliação, expostos a seguir.

Antes da aplicação da sequência didática foi verificado se os alunos detinham os conhecimentos básicos necessários para iniciar a aplicação da sequência didática. Neste caso, as duas turmas passaram pelo mesmo teste de verificação individual, sem a intervenção ou colaboração do professor, e oficina em decorrência dos resultados do referido teste. Observado o desempenho dos alunos durante a aplicação do teste, logo após o recolhimento do mesmo foi distribuída a mesma folha de atividades para discussão e resolução dessas atividades de forma colaborativa e exposição-dialogada.

Em relação aos conteúdos ministrados após a oficina na turma de controle (TC) – turma que seguiu com as atividades previstas pelo professor colaborador e avaliada ao final tal qual a turma de aplicação (TA) da sequência didática – estes foram ministrados pelo referido professor por meio de exposição dialogada, seguindo o percurso definição, exemplos e exercícios, com apoio do livro didático Balestri (2016), em 2 h/a, sem interferência ou indicações metodológicas por parte da professora-pesquisadora. Ressalta-se que o professor colaborador teve acesso apenas aos objetivos de aprendizagem pretendidos e que o *conceito de função* havia sido ministrado nas turmas no primeiro semestre letivo, porém, numa perspectiva diferente das adotadas.

Na turma de aplicação (TA) as atividades foram desenvolvidas pela professora-pesquisadora, incluindo-se aí a experimentação da sequência didática em três episódios, totalizando 6 h/a. As atividades da sequência didática foram desenvolvidas em grupos de cinco/seis alunos que foram orientados a realiza-las de forma colaborativa, sendo que

todos os alunos receberam todas as folhas de atividades. Os líderes de cada grupo foram escolhidos a partir da observação e desempenho durante o teste e a oficina. Coube ao professor promover a socialização das conclusões dos grupos e promover discussão a fim de chegar ao consenso que permitiu a formalização dos conceitos previamente definidos, em alguns casos às discussões das atividades ocorreram de forma imediata e, noutros, foram necessárias as intervenções orais, haja vista a formalização conceitual do objeto matemático e objetivo a serem atingidos.

### **Aplicação, análise e resultados**

A sequência didática completa foi composta por três conjuntos de atividades, relacionadas a seguir com o respectivo objetivo geral: ATIVIDADE 1 (A-1): O que é função? Objetivo: Definir função, domínio, contradomínio e conjunto imagem; ATIVIDADE 2 (A-2): Função e a relação de dependência entre variáveis. Objetivo: Identificar variáveis de uma função e a relação de dependência entre elas e ATIVIDADE 3 (A-3): Função e suas representações. Objetivo: Reconhecer e representar função em diferentes linguagens matemáticas.

ATIVIDADE 1: Após a distribuição da folha de atividades e das doze peças do material para manipulação, a professora orientou os alunos quanto ao pareamento das cartas em atendimento aos comandos das atividades e, em seguida, incentivou-os a explicar os procedimentos adotados em cada uma das doze atividades. Como previsto, as intervenções exploratórias e reflexivas conduziram os alunos à construção dos conceitos pretendidos, promoveu a observação de padrões que convergiram para a generalização do conceito que caracteriza o comportamento funcional. Depois da formalização os conceitos pré-formais emergidos ao longo do processo foram retomados e relacionados ao formal, tendo em vista a promoção da conversão da linguagem intuitiva empregada pela linguagem matemática e simbólica, além disso, garantir a solidificação desse conceito e a consecução das próximas atividades. Por fim, foram propostas duas atividades para verificação da aprendizagem, uma restritiva e outra aplicativa, com o intuito de assegurar a apreensão dos conceitos envolvidos.

ATIVIDADE 2: Foi utilizada uma imagem de um jornal para gerar reflexões, possibilitar o reconhecimento das variáveis envolvidas e o estabelecimento de relações algébricas entre elas, para posterior generalização algébricas entre as variáveis e cálculo de uma variável a partir da outra, bem como a identificação da variável dependente e da independente. Essa atividade destacou as variáveis no comportamento funcional, com a diferenciação entre variáveis numa relação funcional e incógnitas de uma equação. Sua formalização dependeu da articulação com as atividades anteriores e, após a formalização, fez-se uso das intervenções avaliativas restritivas e aplicativas para verificação da aprendizagem.

ATIVIDADE 3: Partiu-se das conversões de diagramas e quadros para gráficos de pontos para ilustrar a não-ambiguidade e não-exceção em termos gráficos, ou seja, diferenciou-se quando uma correspondência representada por meio de diagramas, tabelas

ou gráficos é, ou não, função. As argumentações mobilizadas pelos alunos foram coerentes e assim como o uso de linguagem apropriada, materna e matemática. Embora as situações propostas no início dessa atividade contemplassem apenas gráficos discretos, na formalização as ilustrações elucidaram os casos relativos aos gráficos contínuos, evidenciando-se as ambiguidades e de exceções. Além disso, nas ilustrações utilizadas no processo de formalização foi identificado no eixo das abscissas o conjunto de partida (domínio) a ser considerado. As avaliações restritiva e aplicativa contemplaram todo estudo desenvolvido.

Quanto aos procedimentos para avaliação da sequência didática, antes da aplicação os membros dos grupos foram identificados com crachás e códigos, a exemplo, o grupo A foi composto pelos alunos A1, A2, A3, A4 e A5, sendo o número 1 designado ao líder do grupo, aluno escolhido em função do seu bom desempenho no teste de conhecimentos básicos e oficina. Além da professora pesquisadora (PA), cada grupo contou com o apoio de um professor colaborador (PC) – aluno do programa de mestrado que colaborou na aplicação da sequência didática – responsável pelas interações e orientações junto de um grupo. Os registros de áudio foram efetuados por meio de gravador posicionado no centro da mesa de cada grupo, cujas interações aluno-aluno e aluno-professor foram transcritas, codificadas e analisadas segundo os parâmetros da análise microgenética e análise do discurso, exemplificado a seguir.

A título de ilustração, após filtragem das falas fora do contexto, foram gerados 669 Turnos no total, a exemplo, T28-C3 representa o turno 28 da transcrição e refere-se à manifestação do aluno 3 do grupo C. Neste caso, foram compostos três Episódios conforme previsto inicialmente em decorrência das atividades previstas.

#### Atividade 2 – Item 5 – Intervenção Reflexiva (Ir)

A fotografia retrata a venda da tradicional farinha de mandioca na feira do Ver-o-Peso em Belém do Pará. Observe as informações sobre essa iguaria paraense expressas na imagem.

Figura 3: Venda de farinha de mandioca na feira do Ver-O-Peso



Fonte: Ney Marcondes-Diário do Pará - Belém,07/04/2019

- Qual a expressão que estabelece a correspondência entre valor a pagar e litros de farinha a ser adquirida em cada caso?

Segmento (S): T413–T438

T413-PA: Que expressão eu posso fazer para cada tipo de farinha para expressar quanto pagar dependendo da quantidade de farinha?

T414-PC: Vocês podem discutir.

T415-A1: Vamos representar com letras, A é quantidade e x é preço/

T416-PC: Reflitam melhor sobre isso.

T420-A1: Aqui é 4 vezes 1, 4 vezes 2, 4 vezes 3.

T421-A2: Fica como se fosse uma lei né.

T422-PC: Isso! Mas você precisa saber o que cada letra representa.

T423-D1: Vai ficar 4 vezes alguma coisa.

T424-D4: Eu não entendi nada.

T425-D3: Professora, aqui seria o preço vezes a quantidade.

T426-PC: Isso! Faça assim com todos os outros. Explique para suas colegas.

T427-D3: Então vai ficar T, que significa total a pagar, igual ao P, que é o preço, vezes Q que é a quantidade.

T428-D1: Sim, mas vai ficar tudo igual?

T429-D3: Não para cada um vai ser um preço diferente. Nesse aqui fica  $T = 5Q$ .

T430-D2: E essa de 6 reais fica  $6Q$ .

T431-D4: Ah tá.

T332-PC: Como você fez aqui para obter o 20?

T433-E2: Fiz  $4 \times 5$ .

T434-E2: 4 é o preço e 5 é a quantidade.

T435-PC: Então você sempre multiplica a quantidade pelo preço, certo? Represente por letra o valor a pagar e a quantidade.

T436-E3: E o 4?

T437-PC: Esse quanto não muda, então não precisa de uma letra pra ele. Você só põe a letra para as quantidades que variam.

T438-E2: Então vou chamar de X para quantidade e Y para o valor a pagar.

Observa-se segmento acima a ocorrência de uma abordagem comunicativa do tipo interativo / de autoridade, visto que o professor inicia o processo (T413-PA) propondo nova atividade e, por meio de perguntas e respostas, proporciona feedback (T422-PC, T332-PC) e atinge o objetivo a partir das respostas evidenciadas em T423-D1, T429-D3, T430-D2 e T438-E2. Na sequência de turnos T423-D1, T429-D3, T430-D2 e T438-E2 é possível observar que o aluno formula inicialmente apoiado em base numérica, muda para formulações literais  $5Q$  e  $6Q$ , e atinge certa generalização em termos de X e Y. Fica evidente que os alunos conseguem estabelecer relações entre variáveis, bem como fazer uso das expressões obtidas. A mudança da linguagem numérica para a algébrica, as intervenções do professor balizando o processo e estimulando reformulação, associado ao feedback aos alunos, caracteriza um padrão não triádico de interação I-R-F-R-F.

### Quadro 8 – Aspectos analisados no Segmento T413 – T438

Abordagem	Professor-Aluno: Interativa / dialógica Aluno-Aluno: Interativa / de autoridade
Padrões de Interação	I-R-F-R-F
Turnos indicativos de indícios de aprendizagem	T423-D1, T429-D3, T430-D2 e T438-E2.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

#### Atividade 2 – Item 7 e 8 – Intervenções Exploratórias (Ie)

- Considerando as expressões estabelecidas anteriormente, quanto uma pessoa deve pagar se comprar 10 litros de farinha?

Segmento (S): T461–T475

T461-PC: Se a pessoa comprar 10 litros de farinha vai pagar quanto?

T462-A2: Vai ser a mesma coisa daqui ó. É só substituir o 10.

T463-A1: É só colocar aqui no lugar do X o 10 né?

T464-A5: Tem que fazer de todos?

T465-A2: Dos três né.

T466-PC: Se vocês substituírem nas expressões que vocês criaram.

T467-A1: Então fica, 4 vezes 10, 5 vezes 10 e 6 vezes 10.

T468-PC: Como ficou o Item 8? Quanto se pode comprar com R\$ 60?

T469-A5: Fui dividindo por cada preço. 60 dividido por 4 deu 15, 60 dividido por 5 deu 12, e 60 dividido por 6 deu 10.

T470-D1: Ei D3 volta aqui. A gente não tá entendendo esse aqui.

T471-D3: É só você substituir o 10 na expressão e multiplicar.

T472-D1: Olha aqui de dois é assim no lugar do que tu vais colocar o 10, aí vai ficar quatro vezes 10, 5 vezes 10, 6 vezes 10.

T473-PC: Conseguiram fazer tudo?

T474-D3: Olha eu fiz assim: Aqui eu já tenho o total o que é o valor, 60 reais aí no caso eu vou dividir esse total pelo preço da farinha que vai me dar a quantidade comprada.

T475-PC: Isso! Tá certinho!

Observa-se segmento acima a ocorrência inicial de uma abordagem comunicativa do tipo interativo / dialógico, em seguida, muda-se para uma abordagem do tipo interativo / de autoridade, visto que o professor inicia o processo (T461-PA) e propõe reflexão em T466-PC, fato que gera manifestação correta do aluno. Abre novo questão em T468-PC e, a partir do feedback dos alunos, informa os alunos que atingiram o objetivo no T475-PC. A partir da sequência de turnos T467-A1, T469-A5, T472-D1 e T474-D3 é possível inferir que os alunos entenderam e resolveram as atividades propostas, bem como encontraram um padrão geral par determinar a quantidade de farinha com 60 reais. Pode-se inferir também que os alunos são capazes de realizar a operação inversa por meio da expressão por eles construída, ou seja, que a partir do conhecimento de uma variável é possível obter o valor correspondente da outra variável.

### Quadro 9 – Aspectos analisados no Segmento T461 – T475

Abordagem	Professor-Aluno: Interativa /de autoridade
Padrões de Interação	I-R-A
Turnos indicativos de indícios de aprendizagem	T467-A1, T469-A5, T472-D1 e T474-D3.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Sobre os aspectos qualitativos observados ao longo do processo, sintetizamos no quadro a seguir as contribuições da sequência didática validada no que tange os três elementos relacionados no triângulo didático: aluno, professor e saber.

**Quadro 10 – Contribuições ao Aluno, ao Professor e ao Saber**

CONTRIBUIÇÕES		
AO ALUNO	AO PROFESSOR	SABER
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Torna-se protagonista da construção do próprio conhecimento;</li> <li>• Integra milieus propícios ao diálogo, argumentação, investigação e tomada de decisão.</li> <li>• Promove valores sociais de autonomia, autoconfiança, cooperação e senso crítico.</li> <li>• Promove interações, diálogos, discussões e validações conjuntas;</li> <li>• Alcança três níveis epistemológicos de aprendizagem: perceptivo/intuitivo, empírico e teórico, revelados em seu discurso;</li> <li>• Desenvolve habilidades de comunicação e argumentação em língua materna e linguagem matemática a partir da elaboração, interpretação e conversão de diferentes representações;</li> <li>• Agrega habilidades e competências curriculares associadas ao conceito de função;</li> <li>• Aprende com os próprios erros ao longo do processo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Possibilita visão sistêmica do processo;</li> <li>• Agrega à sua práxis diferentes formas de fazer, tornando-o mais experiente frente às dificuldades no processo de ensino;</li> <li>• Permite intervenção a partir do monitoramento processual da aprendizagem;</li> <li>• Aproxima e integra professor e aluno, além de reforçar os laços de confiança;</li> <li>• Promove outros aspectos do contexto didático: emocionais, afetivos, atitudinais e procedimentais.</li> <li>• Realiza atividades planejadas com possibilidades de adequações e improvisos no decorrer do processo;</li> <li>• Utiliza recurso didático-pedagógico fundamentado, validado e com potencial para o ensino do tema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aproxima o saber científico ao epistemológico.</li> <li>• Possibilita aplicação dos conhecimentos adquiridos em outros contextos didáticos.</li> <li>• Possibilita (re)elaborar diferentes esquemas mentais sobre o mesmo conceito.</li> <li>• Amplia o saber individual e coletivo a partir das linguagens escrita e oral e da prática do indivíduo.</li> <li>• Deu significado e diferentes abordagens e aplicações para um mesmo conhecimento.</li> <li>• Ampliar o campo conceitual associado ao conceito de função a partir de diferentes invariantes e representações do mesmo conceito matemático.</li> </ul>

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Em relação ao teste de verificação final, participaram desse teste 26 alunos da turma de aplicação (TA) e 30 alunos da turma de controle (TC). No quadro abaixo estão expressos o desempenho dos alunos das turmas TA e TC em relação ao objetivo estabelecido inicialmente, composto de 7 questões, sendo atribuído às questões 1, 6 e 7 o valor de dois pontos e as demais o valor de um ponto. Essa distribuição diferenciada ocorreu em decorrência do nível epistemológico e do desenvolvimento de argumentos escritos em linguagem matemática ou materna.

**Quadro 11 – Comparação por objetivos de aprendizagem**

OBJETIVO		QUESTÕES	TC (%)	TA (%)
O-1	Identificar variáveis envolvidas em situação-problema.	Q1-A	60,00	61,53
O-2	Identificar a natureza das variáveis (velocidade, tempo, peso, preço)	Q1-A	60,00	61,53
O-3	Identificar a relação entre variáveis (independentes x dependentes).	Q1A; Q4	58,00	60,38
O-4	Transcrever uma situação-problema (real/fictícia) da linguagem escrita (língua materna) para a linguagem e vice-versa.	Q1-B; Q2; Q6	16,55	37,72
O-5	Utilizar símbolos diferentes de x e de y para representar variáveis independente e dependente.	Q4	56,00	59,23
O-6	Calcular o valor de uma variável a partir de outra variável.	Q1-C; Q1-D	48,33	64,41
O-7	Definir função.	Q7, Q6	12,91	25,93
O-8	Identificar/definir/calcular o conjunto de partida (domínio) e o conjunto de chegada (contradomínio).	Q1-B; Q4; Q6;	27,55	44,04
O-9	Identificar diferentes representações de funções.	Q3; Q5	29,25	74,82
O-10	Resolver situação-problema (real/fictícia) envolvendo conceito de função.	Q1, Q6	40,83	52,65
<b>% Geral por Turma</b>			<b>40,94</b>	<b>54,22</b>

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Esse quadro retrata apenas a avaliação final da aprendizagem, não evidencia as potencialidades da sequência didática, embora seja possível observar aumento dos

percentuais em todos os níveis, em alguns, bastante acentuado. As discussões e análises relativas as transcrições, identificação do tipo de discurso ocorrido e identificação dos indícios de aprendizagem (turnos-segmentos-episódios) ocuparam cerca de 35 páginas do relatório final de pesquisa, o que torna inviável sua apresentação completa num artigo.

Quanto aos problemas enfrentados elencamos: flutuação dos participantes ao longo dos episódios; não possibilitar atividades extras a título de exercício antes da aplicação do teste de verificação de aprendizagem e o não recolhimento de todas as atividades escritas devido alguns alunos terem manifestado apenas oralmente suas estratégias e conclusões. Por outro lado, o uso de crachá facilitou a interação entre aluno-professor, visto que na transcrição da gravação dos áudios foi possível identificar com precisão os sujeitos e suas falas. Uma variável externa ao processo que pode ter influenciado a aprendizagem dos alunos foi que no decorrer da aplicação da sequência didática a escola estava envolvida na preparação de um evento educacional, fato que gerou um fluxo de entrada e saída da sala de aula durante todo o desenvolvimento do processo, principalmente durante a aplicação da sequência didática.

### **Considerações Finais**

Os dados apresentados respondem a questão de pesquisa *Atividades de uma sequência didática estruturadas segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual potencializam o processo de ensino e de aprendizagem do conceito de função?* Os objetivos foram contemplados a partir dos indícios de aprendizagem identificados e a sequência didática apresenta potencial para o ensino do conceito de função e suas linguagens nos aspectos discursivos em níveis epistemológicos: perceptivo/intuitivo, empírico e teórico. Para além dos níveis qualitativos inerentes à pesquisa, foram constatados avanços percentuais em relação aos aspectos quantitativos expressos nas avaliações restritivas, aplicativa e teste final de verificação da aprendizagem.

A visita à literatura proporcionou uma ampla visão sobre o espectro do processo de ensino e aprendizagem do conceito de função, bem como orientou a formulação dos objetivos de aprendizagem utilizados ao longo da pesquisa a partir dos obstáculos identificados e propostas de ensino do referido conceito. Em relação as pesquisas diagnósticas com alunos egressos e professores, observa-se as distorções entre as duas manifestações, entretanto, nos revelam os problemas no ensino e na aprendizagem desse conceito.

O uso colaborativo dessas intervenções ao longo da situação didática imposta estimula o aluno na percepção de regularidades e possibilita a configuração de modelos e de generalizações na reconstrução de conceitos matemáticos. Em certa medida esse

caminho proporciona mais agilidade ao processo de ensino e pode transparecer que há contradições em relação à questão temporal quando comparada sob o prisma da teoria das situações didáticas, pautadas nas ideias piagetianas, e das unidades articuladas de reconstrução conceitual, assentadas nas ideias vygotskyanas.

As atividades estruturadas segundo as UARC's de Cabral (2017) proporcionaram aos alunos a construção autônoma do conhecimento em gradativos níveis de formalização e oportunizou ao professor balizar o direcionamento por meio de intervenções orais objetivas e complementares. É possível constatar no quadro relativo às contribuições para o professor-saber-aluno quanto aos aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais que a sequência didática proposta demonstra potencial no ensino do conceito de função.

Por fim, os aportes e o caminho adotado nesta pesquisa revelaram-se adequados, respondem à questão de pesquisa e contemplam os objetivos estabelecidos. Essa forma de caminhar nos proporcionou a sequência didática aqui apresentada e as atividades que se encontram expostas em anexo. Percursos similares empregados noutras pesquisas têm gerado produtos educacionais diferenciados, a saber: função modular, função quadrática, simetria e inscrição e circunscrição de sólidos geométricos (<https://ccse.uepa.br/ppgem/>).

Recebido em: 18/11/2021

Aprovado em: 29/05/2022

## Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática Matemática**. Curitiba: UFPR, 2014.

BALESTRI, Rodrigo. **Matemática: Interação e Tecnologia**. Vol 1. 2. Ed. Leya. São Paulo. 2016

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de referência ENEM**. Brasília: MEC/INEP, 2018. Disponível em :< [http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz\\_referencia.pdf](http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf)>

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. MEC/SEB, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 1999

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministérios da Educação. **Lei de diretrizes e Bases da Educação Brasileira**. Brasília: MEC/SEM, 1996.

BRITO, D. S.; ALMEIDA, L. M. W. **O conceito de função em situações de modelagem.** In: ZETETIKÉ. v.13, n. 23, jan.-jun. 2005.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas:** conteúdos e métodos. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da Matemática. In: BRUM, J. (Org.). **Didática das Matemáticas.** Lisboa: Horizontes Pedagógicos, p. 35-114. 1996.

CABRAL, N. F. **Sequências didáticas:** estrutura e elaboração. Belém: SBEM-PA, 2017.

CEOLIM, A. J.; REZENDE V.; HERMANN, W. **Diálogos entre a educação básica e a universidade:** reflexões acerca do conceito de função nas salas de aula. Curitiba: CVR, 2019.

CHAQUIAM, M.; CABRAL, N. F. **Funções:** Uso, desuso e reflexos no ensino. Belém: SINEPEM-IFPA, 2019.

CRUZ, P. J. D. **Interdisciplinaridade como prática para a construção do conceito de função.** 118 f. Dissertação (Mestrado Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Rural do Semiárido. Mossoró, 2015.

CUNHA, C. V. L.; SOUSA, T. D. V.; CHAQUIAM, M. **Função:** um pouco de história. ANAIS do VII Encontro Paraense de Educação Matemática - EPAEM. Belém, 2010.

GOÉS, M. C. R. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural:** uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. v. 20, Campinas: Cadernos Cedes, 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v20n50/a02v2050.pdf>>. Acesso em: 02 de Nov. 2017.

IEZZI, G. et al. **Matemática:** Ciência e Aplicações. v.1. São Paulo: Saraiva, 2016.

LIMA, E. L. **Matemática e Ensino.** Rio de Janeiro: SBM, 2007.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio.** v1. Rio de Janeiro: SBM, 1997.

MACIEL, P. R. C. **A História do Conceito de Função em Vídeo:** uma proposta para a aprendizagem. In: BOLEMA. v.28, n.50, p. 1348-1367, dez. 2014.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências:** uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. Investigações no ensino de ciências. Porto Alegre: UFRGS, 2002.

PAIVA, M. **Matemática.** v.1. São Paulo: Moderna, 2015.

PARÁ. Secretaria de Educação do Estado do Pará. **Revista do sistema paraense de avaliação educacional:** referências e resultados. Belém, 2016. Disponível em:<[https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2016/SumarioExecutivo\\_2016.pdf](https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2016/SumarioExecutivo_2016.pdf)> Acesso em: 10 nov. 2018.

PELHO, E. B. B. **Introdução ao conceito de função:** A importância da compreensão das variáveis. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

SILVA, E. M. **O conceito de função e suas linguagens**. 2019, 179f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

SILVA, E. M.; MIRANDA, D. S. P.; CABRAL, N. F. **FUNÇÃO**: Uma reconstrução histórica do conceito. ANAIS do XIII Seminário Nacional de História da Matemática. Fortaleza: SBHMat, 2019.

SILVA, E. M.; FELIX, A. P. N.; CHAQUIAM, M. **Aprendizagem do conceito de função no ensino médio**. ANAIS do Congresso Pan-Amazônico de Matemática. Belém: UFPA, 2018.

SILVA, C. F. **O Pibid e o ensino de função**: investigando como professores ensinam função no ensino médio com a finalidade de elaborar intervenções pedagógicas. Reflexões pedagógicas: cenários de iniciação a docência. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2014.

SOUZA, R. P. **A construção do conceito de função através de atividades baseadas em situações do dia a dia**. 98 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2016.

## **Anexos**

*Teste / Oficina – Conhecimentos Básicos;*

*Atividade 1: O que é função?*

*Atividade 2: Função e a relação de dependência entre variáveis;*

*Atividade 3: Função e suas representações e*

*Teste de Verificação.*

Tendo em vista as limitações de páginas, disponibilizamos todos os citados anexos no Produto Educacional disponível no link abaixo.

*<https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/597729/1/EDNA%20MACHADO%20DA%20SILVA%20Produto%20Educatonal.pdf>*

Figura 4: Capa do Produto Educacional



Fonte: Silva e Chaquiam (2020)