

## Docência e Aprendizagem de Matemática: humanos e não humanos

### *Mathematics Teaching and Learning: humans and non-humans*

Fernando Becker\*

#### RESUMO

*O texto apresenta a terceira parte da pesquisa Epistemologia do Professor de Matemática, cujos dados foram coletados no Peru, no Chile e no Uruguai, mediante entrevistas a 17 professores. O objetivo é o de identificar as concepções epistemológicas que fundamentam o ensino de Matemática e verificar se tais concepções assemelham-se às encontradas no Brasil: empiristas, fundamentadas por aprioristas e raras construtivistas. Os objetivos específicos são saber como os docentes explicam as capacidades de aprendizagem de seus alunos, cotejando-as com as de mamíferos não humanos, as dificuldades de aprendizagem e como compreendem as funções de professor e de aluno na sala de aula. Analisam-se, para isso, as respostas às questões 9 a 11, dentre as 24 da pesquisa, feitas a docentes de todos os níveis de ensino. Como nas análises anteriores, as respostas obtidas assemelham-se às de docentes brasileiros quanto à predominância de concepções epistemológicas empiristas, fundadas por aprioristas, sem consciência da contradição, e raras construtivistas que aparecem esparsas. A afirmação de que as capacidades racionais são a priori ou inatas e o ensino, formal ou informal, as aperfeiçoa é recorrente; nada aparece que dialetize hereditariedade e meio. Evidencia-se contexto propício para se confundir percepção e razão, atribuindo àquela o que é próprio desta. Dali a dificuldade de distinguir matemática humana de “matemática” de outros mamíferos. Desfazem-se, por isso, concepções de aprendizagem e de ensino que valorizam a ação constitutiva do sujeito epistêmico. Os dados afirmam a hegemonia do ensino frente à aprendizagem. A referência teórica básica é a Epistemologia Genética. A pesquisa é qualitativa, de tipo exploratória, e os dados são organizados de acordo com categorias retiradas das respostas dos docentes tendo em vista suas concepções epistemológicas: empirismo, apriorismo, construtivismo.*

**Palavras-Chave:** Epistemologia do professor; Aprendizagem; Aprendizagem “matemática” de mamíferos; Papéis de professor e aluno.

#### ABSTRACT

*The text presents the third part of the research project Epistemology of the Mathematics Teacher in which the data were collected from interviews conducted with 17 teachers in Peru, Chile and Uruguay. The objective is to identify the teachers' epistemological conceptions that underlie the teaching of Mathematics and to assess the extent to which they are similar to those found in Brazil: empiricist, based on aprioristic and rarely constructivist. The specific objectives are to know how teachers explain the learning capacities of their students, comparing them with those of non-human mammals, learning difficulties and the functions of teacher and student in the classroom. To do so, the answers to items 9 to 11 of a 24-item questionnaire presented to teachers at all educational levels are analysed. As in the previous analyses, the responses obtained are similar to those from Brazilian teachers with regards the predominance of empiricist conceptions, underpinned by aprioristic conceptions, while constructivist epistemological conceptions scarcely appear. The claim that rational capacities are innate and teaching, formal*

---

\* Doutor em Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano (USP). Professor Titular, aposentado, atuando como Docente Convidado nos PPGEdu e PPGIE (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Comendador Rodolfo Gomes, 403/104, Bairro Menino Deus, Porto Alegre, RS, Brasil, CEP: 90.150-101. E-mail: fbeckerufrgs@gmail.com

*or informal, perfects them is recurrent; there is no dialectical debate regarding genetic inheritance and environment. This context is conducive to the confusion of reason and perception, attributing to the former what pertains to the latter. Hence the difficulty in distinguishing human mathematics from non-human mammalian “mathematics”. Concepts of learning that value the constitutive action of the epistemic subject and of the teaching that attends its postulates fall apart. The evidence found shows the hegemony of teaching over learning. The basic theoretical reference is the Genetic Epistemology. This research employs an exploratory qualitative approach and the teachers' responses are categorized in respect to the epistemological conceptions found in them: empiricism, apriorism and constructivism.*

**Keywords:** *Epistemology of the teacher; Learning; Mammalian “mathematical” learning; Roles of teacher and of student.*

## **Introdução**

Esta pesquisa parte do pressuposto de que concepções epistemológicas determinam práticas pedagógicas ou procedimentos didáticos (BECKER, 2012a). Se o docente professa epistemologia empirista, tenderá a acreditar que se aprende por força de estímulos, seguidos de repetições, mesmo sem compreensão – acredita que o ensino produz aprendizagem. Na educação, aparece como pedagogia centrada no professor; caracteriza-se ela por subtrair a autonomia do aluno. Mas, se o docente professa epistemologia apriorista, tenderá a acreditar que a aprendizagem depende de condições prévias (a priori ou inatas), como a herança genética; se o indivíduo nasceu com ou sem inteligência, a pressão do meio é incapaz de modificar significativamente essa realidade. É a pedagogia centrada no aluno, o que implica desvalorização da docência. Se, porém, o docente professa epistemologia interacionista, construtivista, tenderá a acreditar que a ação do sujeito da aprendizagem exercerá função decisiva em sua capacidade cognitiva e que, portanto, a principal função docente é a de desafiar a ação do educando, o comportamento e a inteligência do aluno. É a pedagogia centrada na relação que exige o comparecimento integral do educando e do educador.

Docente e discente devem comparecer integralmente no processo pedagógico pois é na ação que tudo se define. Um age sobre o outro, desafiando-o; o outro responde, desafiando o primeiro; os desafios geram respostas que se constituem em novos desafios aos comportamentos e pensamentos. É a interação! “Os homens ao desenvolverem sua produção material e seu intercâmbio material, transformam, também, com esta sua realidade, seu pensar e os produtos do seu pensar. *Não é a consciência que determina a vida, mas a vida que determina a consciência.*” (RIBEIRO, s.d., p. 1).

Este é, ou deveria ser, o cerne das chamadas pedagogias ativas que, entretanto, são frequentemente confundidas, na atualidade, com pedagogias centradas no aluno, nas quais o professor é reduzido a facilitador, com perda da autonomia docente.

As possibilidades das concepções pedagógicas e, conseqüentemente, das práticas didáticas, são determinadas pelas concepções epistemológicas, daí a importância de apreendê-las criticamente.

#### **a) A pesquisa.**

Este texto apresenta a terceira parte da análise da pesquisa “*Epistemologia Subjacente ao Trabalho Docente; docência de Matemática*” (fase internacional) com dados coletados no Chile, Uruguai e Peru. As duas primeiras já foram publicadas (BECKER, 2019; 2021), a quarta e quinta já estão aceitas para publicação em outros periódicos; a sexta está em fase de análise dos dados; há, ainda, previsão de uma sétima. Relembrando brevemente os dados: trata-se de pesquisa que dá continuidade a duas pesquisas anteriores (BECKER, 2020; 2012b). A intenção desta pesquisa é saber se os problemas epistemológicos que comprometem o ensino brasileiro de Matemática, como indicam essas análises, aparecem também fora do Brasil: concepções epistemológicas que limitam as práticas pedagógicas; neste caso, no ensino de Matemática.

O texto analisa as respostas dos entrevistados às questões de 9-11, dentre as 24 da pesquisa feitas aos entrevistados:

- 9) Por que certos alunos nunca aprendem, ou aprendem mal?
- 10) Se ensinares animais domésticos ou de laboratório, a chimpanzés, a Matemática que ensinas aos alunos, eles aprendem?
- 11) Qual é teu papel como professor e qual o papel do aluno na sala de aula?

#### **b) O Método**

A coleta de dados foi feita por entrevistas, com inspiração no método clínico piagetiano, a 17 docentes de todos os níveis de ensino: dez universitários, quatro de ensino médio e três do ensino fundamental (para simplificar, usamos a nomenclatura brasileira); sete peruanos, cinco uruguaios e cinco chilenos. Ordenados alfabeticamente, eles serão referidos, para salvaguardar o anonimato, pelo número que coube a cada um nessa ordem, precedido de P (Professor); também não se indica sua nacionalidade. A análise foi realizada à base da Epistemologia Genética, em especial a teoria de aprendizagem (PIAGET & GRÉCO, 1974a), as proposições sobre a abstração reflexionante (PIAGET, 1995) e estudos sobre a percepção (PIAGET, 1972; 1961).

Em primeiro lugar, buscam-se, através de reiteradas leituras, categorias de análise, sempre sob a ótica da concepção epistemológica. Encontradas as categorias, recolhem-se as respostas dos docentes a cada pergunta, conforme elas sintonizem com a respectiva categoria. Consideramos ser necessário apresentar o essencial das falas dos docentes para que o leitor possa posicionar-se frente às interpretações do autor, já que esta modalidade de investigação – assim pensamos – ainda deva ser considerada exploratória, dentro do leque das pesquisas qualitativas. Em segundo lugar, analisam-se suas respostas à luz da Epistemologia Genética em sua crítica às epistemologias clássicas – empirismo

e apriorismo<sup>1</sup>, procurando saber se há manifestações que revelam concepções epistemológicas críticas, interacionistas ou construtivistas. No final de cada análise, faz-se um apanhado do que se encontrou em termos de concepções epistemológicas. Em 4.0, a título de fechamento do texto (Conclusões), agrupam-se esses finais parciais num todo interpretativo; e busca-se saber o que há de comum com as concepções encontradas no Brasil. Finalmente, aponta-se para possibilidades de pesquisas futuras nessa área.

As entrevistas, gravadas em espanhol, foram transcritas para o português por bolsistas de iniciação científica com domínio do espanhol, ambas com formação em Letras. No texto, as falas dos docentes aparecem “purificadas” de repetições, cacofonias linguísticas, faltas de concordâncias gramaticais ou sintáticas etc., comuns na fala, mas incômodas na escrita e leitura, sempre com extremo cuidado para não modificar o significado. Utilizaremos colchetes simples para incluir palavras visando completar a fala, e colchetes contendo três pontos para cortes de passagens das falas que não contribuem para a pesquisa.

## **1. Limitações do aprender**

Os 17 docentes que responderam à pergunta: “Por que certos alunos nunca aprendem, ou aprendem mal?”, afirmam, explícita ou implicitamente, que todos seus alunos têm condições de aprender. Mas, ao se manifestar sobre a qualidade do aprendizado, apresentam explicações divergentes. Encontramos três categorias principais para analisar, sob o ponto de vista epistemológico, suas atribuições de causalidade que explicariam a não aprendizagem ou a aprendizagem precária: estimulação insuficiente (empirismo), precárias condições prévias (apriorismo), ação ou experiência (interacionismo). Atendendo sempre que não há afirmações epistemológicas “puras”, mas tendências, o mesmo docente podendo alinhar-se a mais de uma.

### **1.1 Estimulação insuficiente (empirismo)**

Dezesseis docentes afirmam que a não aprendizagem ou aprendizagens precárias se devem à estimulação insuficiente ou inadequada, isto é, vem do entorno, do mundo do objeto (epistemológico). Analisemos suas afirmações.

Se “*todos temos capacidades distintas, temos umas áreas mais desenvolvidas que outras*”, uns vão bem em linguagem, mas não em Matemática, ou o inverso, sua aprendizagem depende em tudo “*de como nós estimulamos*” (P16). Quando se constata que há alunos que não aprendem, o motivo é que “*não tiveram estimulações suficientes*” (P11). Por exemplo, uma criança “*ilhada*”, “*que não foi colocada em contato com alguém que fale seu idioma*”, nunca aprenderá a falar; “*com Matemática penso que é o mesmo*”, pois Matemática e linguagem têm estruturas básicas similares

---

<sup>1</sup> Utilizamos a definição de apriorismo de Piaget (1978a); ver 1.2, abaixo.  
Ensino da Matemática em Debate (ISSN: 2358-4122), São Paulo, v. 9, n. 3, p. 117-140, 2022

(P14). Em aprendizagem, “*marca [...] a estimulação que recebe...*”, como o apoio que recebe dos pais (P5).

Não apenas estimulação, mas estimulação adequada. Se um aluno não conseguir aprender, em vez de punição deve-se chegar a ele e dizer: “*Se anima, você consegue [...]*” (P9). Isto é, deve-se não apenas evitar experiências desagradáveis, mas proporcionar experiências agradáveis. Tal estimulação pode evitar efeitos perversos na aprendizagem como o de produzir uma falsa consciência a respeito do próprio saber, como esta: o aluno “*acha que deixou de saber o que já sabia [...]*”; “*o cara acha que não sabe, mas sabe*” (P2). Um docente afirma que a estimulação deve ser seguida de repetição para garantir a fixação. “*Facilmente compreendem, porque têm capacidade, [mas] não fazem o esforço de fixação [repetição]*” (P8).

Falha na estimulação, ou estimulação inadequada, compromete os prerrequisitos com que os alunos devem comparecer para a aprendizagem de conteúdos novos. Por isso, “*no momento que têm que resolver um problema, não sabem como começar. Não sabem se devem fazer uma equação, ou [se] tem que ter algum modelo matemático para [...] a resolução*” (P11).

Predomina nessas explicações a compreensão de que a ação do meio social (escola, família etc.), sobre o aluno, cognitivamente o determina. A ação do aluno é reduzida a copiar o conteúdo, transmitido pelo ensino, e repeti-lo tantas vezes quantas forem necessárias para memorizá-lo. Isso denuncia o predomínio de uma concepção epistemológica empirista.

## **1.2 Precárias condições prévias (apriorismo)**

Apriorismo é a crença de que os humanos trazem um priori cognitivo, isto é, “a condição de todo conhecimento objetivo” (ABBAGNANO, 1970), uma condição que aparece na experiência, mas que dela não advém; é não apenas anterior a ela, é sua condição de possibilidade, sua condição prévia. Para Piaget, os a priori cognitivos são todos construídos como acontece, no período sensório-motor, com as noções de objeto, espaço, tempo e relação causal sem as quais é impossível chegar a qualquer conhecimento formal. Usaremos, neste texto, o termo apriorismo para designar as condições prévias de aquisição do conhecimento matemático, afirmadas pelos docentes, sejam elas inatas ou não. As “formas”, ou capacidades cognitivas, “são concebidas como algo que mergulha suas raízes no sistema nervoso ou, de modo geral, na estrutura pré-formada do organismo. É sob esse aspecto que podemos considerar tal solução como ‘apriorista.’” (PIAGET, 1978a, p. 352-3). É neste sentido que utilizaremos, neste texto, o termo apriorismo, já que, no sentido kantiano, esse termo refere-se à razão pura, sem referência ao organismo.

Pelo menos treze docentes afirmam condições a priori de aprendizagem que podem ser simples condições prévias ou apriorismo, no sentido assumido acima; entretanto, nenhum deles

afirma um apriorismo radical. P3 representa, de forma quase emblemática, esta posição epistemológica: "*Creio que há uma parte que é genética e outra parte que se desenvolve, se a pessoa tem circunstâncias nas quais tem que abstrair<sup>2</sup>...*". E acrescenta: "*Há algo que é inato, mas sobre algo que é inato se pode trabalhar, desenvolver bem, cada um chegará até onde chegar*"; e acrescenta uma impossibilidade epistemológica: "*nem todo mundo pode chegar a certos níveis de abstração. Isso para mim é claro*". Diz, ainda, que isso depende de uma condição, "*se a formação prévia foi ruim, mas a pessoa se esforça um pouco, pode compensar; mas tem que ter uma base de capacidade, e isso é meio inato. Não creio que seja adquirido*". E especifica sua compreensão: é preciso "*um nível de abstração que nem todo mundo tem quando se está ensinando, e eu não sei se todo mundo pode chegar a este nível de abstração [necessária para a aprendizagem de Matemática]; da mesma forma que nem todos podemos correr cem metros em 20 segundos*". P6 vai na mesma direção: "*Me parece que há muitas variáveis para explicar [...] as diferenças que existem entre uns e outros*". Acredita que a vida funciona como um sorteio, pois as pessoas nascem diferentes: "*um tem uma orelha, um nariz maior que outros, [há] os de olhos azuis ou castanhos*". *É infinita a variedade de seres humanos nisso, e a capacidade para adquirir conhecimento também*". Pergunta-se: "Essas capacidades nascem com a gente ou são adquiridas?", ele responde: "*Ambas as coisas. [...]. A combinação das duas*". P16 reforça a ideia de que todos temos distintas capacidades e o desenvolvimento de umas pode não acompanhar a de outras; há "*crianças que vão super bem em linguagem e o problema está em Matemática. Ou, ao contrário, em Matemática vão super bem e em História e Linguagem não*".

Quatro docentes afirmam condições prévias para aprender como: ritmos de aprendizagem, força de vontade, motivações e fatores emocionais. Há "*diferentes ritmos de aprendizagem, [...] há crianças que vão mais devagar [...]*" do que outras (P5). P17, que trabalha com crianças que classifica como "especiais", afirma que "*as crianças têm capacidade, pois, antes de entrar na escola, quantificam, classificam, agrupam; de modo informal, trabalham*", mas seu processo de aprendizagem anda em ritmo mais lento que o das outras crianças. Força de vontade, interesse ou motivação são também condicionantes da aprendizagem, como afirma P13: "*não é que não possas, é que não queres*". P4 acrescenta que se os conteúdos ensinados "*não se conectam com suas [dos alunos] inquietudes, preocupações*", eles não dedicarão "*a atenção suficiente, a consciência suficiente que me parece que têm que pôr*" no esforço de aprender. Para P8, "*as interferências*

---

<sup>2</sup> Os professores concebem abstração como capacidade herdada de pensar formalmente que é moldada pela influência do meio, como o ensino. Já na concepção piagetiana ela é muito mais complexa. Piaget (1995) a concebe como abstração *reflexionante (réfléchissante)*, processo pelo qual o sujeito retira qualidades das coordenações das próprias ações com as quais constrói novas capacidades inteligentes. Como categoria, ela desdobra-se em *pseudo-empírica* e *refletida*. Como processo, ela se amplia por alternância ininterrupta de *reflexionamentos* e *reflexões*, "de domínios cada vez mais amplos, sem fim e, sobretudo, sem começo absoluto" (1995, p. 277). A abstração reflexionante submete, progressivamente, significando-as, as abstrações empíricas.

*emocionais, os problemas das crianças em suas relações em casa, com seus pais, [e] também entre elas*”, interferem na aprendizagem. Do mesmo modo, “*adolescentes que se apaixonam [e que] são rejeitados pelos namorados*” têm dificuldade em aprender o que é ensinado. Afinal, diz P3, “*tem que haver interesse em aprender*”; pois, acrescenta ele, “*há certos conceitos matemáticos que requerem um nível de abstração que nem todo mundo tem*”. Problemas clínicos podem interferir na aprendizagem, pois “*há crianças que não tem tudo desenvolvido, que [seus cérebros] não foram oxigenados adequadamente*”. Acrescenta P14: “*Pode haver uma deficiência neurológica que não conhecemos. [...] pode haver um dano por um acidente, um choque, uma fratura de crânio que pode produzir isso*”.

Predomina, aqui, a compreensão de que os problemas de aprendizagem residem no corpo, no comportamento ou na ação do indivíduo aluno, mas num sentido marcadamente negativo – o que ele não pode, não quer, não deseja, não tem interesse, não se habitua, não faz, não tem nível de abstração. Atribuem-se as limitações do ato de aprender, por um lado a condições prévias, como a impossibilidade de atos inteligentes por ter sofrido situações físicas traumáticas ou à falta de vontade para responder ao que a escola propõe. Por outro lado, à impossibilidade de aprendizagem por ter nascido sem inteligência suficiente ou com pouca capacidade de abstração, configurando uma concepção epistemológica apriorista (“*as crianças têm capacidade, pois, antes de entrar na escola, quantificam, classificam, agrupam*”; “*nem todo mundo pode chegar a certos níveis de abstração. Isso para mim é claro*”), inclusive inatista (“*mas tem que ter uma base de capacidade, e isso é meio inato*”; “*Creio que há uma parte que é genética*”). O indivíduo aluno é concebido como insuficiente em si mesmo; ele terá sentido se, e somente se, responder à altura ao que o meio propuser; na medida em que comparecer com limitações, físicas ou mentais, seu êxito na aprendizagem ficará comprometido. É um apriorismo “conveniente” na medida em que servirá para justificar os insucessos da estimulação; ou, o que significa o mesmo, dar suporte ao empirismo, em contradição ao que foi afirmado em 1.1.

### **1.3 Ação ou experiência (interacionismo)**

Nas duas categorias anteriores, constatamos um comparecimento maciço dos docentes, na primeira um pouco mais que na segunda categoria. Na categoria atual, porém, apenas cinco docentes comparecem e o fazem timidamente. Eles trazem ideias de uma pedagogia relacional, construtivista, cujo fundamento é proporcionado por uma epistemologia interacionista, construtivista; mas, o fazem apenas de passagem, sem denotar em suas falas uma teoria que as fundamente. Pode-se dizer que são intuições preciosas, manifestadas ao pensar problemas enfrentados nas práticas de ensino; mas não ultrapassam esse sinal.

P5 diz que as crianças precisam ter oportunidade “*de explicar suas dúvidas e aclará-las*” como recurso para conseguir aprender. Pensa que, para as crianças pequenas, “[...] *há que ter um fechamento do professor para formalizar, uniformizar, aclarar [...] porque [elas] ainda não têm conhecimento de coisas mais complexas*”. P12 afirma que os alunos aprendem mal porque não experimentaram e conseguiram resolver eles mesmos os problemas apresentados pela docência: “*alguém pode lhes explicar a solução; escutam, entendem, mas se eles não fizerem o cálculo*”, não vão compreender. Diz o que pensa ser fundamental para uma pedagogia ativa: “*O aluno tem que experimentar; tem que realizar*” para aprender. P9 tece crítica ao sistema educativo, em particular à docência de matemática, dizendo que ele deu aos pequeninos uma Matemática simbólica: “*quando a criança vê símbolos e símbolos e símbolos resulta em uma coisa chata e, além do mais, não a preparam para estes processos cognitivos básicos de percepção, atenção, memória, linguagem, inteligência em níveis de pensamento matemático [...]*”. Acrescenta que esse sistema desrespeita o que ele chama de “*níveis ou sequências da aprendizagem: no início seria [...] manipulação de objetos concretos; em seguida, a representação gráfica; e, finalmente, a simbólica*”; isso possibilitaria às crianças melhorarem seu processo de aprendizagem. Já P1 afirma que, se o aluno não aprende, “*coloco-o a trabalhar e peço que me explique o que não entende[u] do exercício e anote, em cada passo, o que está impedindo que evolua*”. P7 chama a atenção para as limitações que situações socioeconômicas impõem às famílias que moram na periferia de uma grande metrópole: “*os pais na maioria trabalham, as crianças ficam sozinhas, não tem quem [as] ajude*”.

Esses cinco depoimentos, embora extraídos de manifestações pedagógicas com bases epistemológicas empiristas ou aprioristas, aproximam-se dos postulados de uma pedagogia ativa, que aposta na atividade organizadora do sujeito e cobram condições necessárias a essa atividade, única capaz de atingir aprendizagens de qualidade.

#### **1.4 Concepções epistemológicas**

Por um lado, parece muito clara a concepção, em 1.1, de que o meio determina o indivíduo, o ensino determina a aprendizagem; mas, isso só é possível se o meio contar com organismos aptos, indivíduos capazes, bem-nascidos para responder às suas investidas, como aparece em 1.2. Afirmam-se, nesse item, por um lado, condições prévias de aprendizagem, por outro, condições a priori. Na quase totalidade, trata-se de afirmações sem fundamentação. Como se a origem das capacidades cognitivas ou de abstração fosse a mesma que determina a cor dos olhos, a forma do nariz ou orelhas e a estrutura neuro-ósseo-muscular que possibilita correr a grande velocidade.

Apenas alguns pálidos sinais aparecem nas manifestações dos docentes que dialetizam essas concepções, como em 1.3. Isto é, que se aproximem de um modelo interativo que se traduza em práticas como: aprendizagem baseada em problemas, sala de aula invertida, aprendizagem entre

pares, aprendizagem baseada em projetos etc. Somente uma crítica epistemológica radical, que dialetize empirismo e apriorismo, superando a ambos, na direção de um interacionismo construtivista, é capaz de valorizar o poder criativo e inventivo do sujeito e traduzi-lo em concepções e práticas pedagógicas. E propor uma compreensão do processo de aprendizagem que seja capaz de detectar as verdadeiras causas das não aprendizagens, ou das aprendizagens precárias, e superá-las na direção do poder criador da ação do sujeito – o que de forma nenhuma isenta o ensino de sua função; antes, a potencializa. Função que deve sempre ser repensada na direção do domínio exemplar dos conteúdos, da organização de ações – como resolução de problemas! –, do desafio à “intencionalidade da consciência” (FREIRE, 1979, p. 27) que aposta na ação criativa e inventiva do sujeito-aluno que interpreta o problema, discute com colegas seu significado e, junto com eles, lança hipóteses, testas até estruturar um caminho de resolução e, somente então, responder ao problema. Isso com a presença substantiva do professor.

## **2. Mamíferos não humanos aprendem matemática?**

Perguntamos aos docentes: “Se ensinares para um animal doméstico ou de laboratório, a um chimpanzé, a Matemática que ensinas aos alunos, eles aprendem?”

### **2.1 Estimulação (hipótese empirista)**

P7, professor de ensino fundamental de escola de periferia urbana, diz ter visto cachorros que contam: o instrutor diz “um” e o cão emite um latido, diz “dois” e emite dois latidos, sugerindo um treinamento. Do mesmo modo, P13, professora de Cálculo, afirma que, se for aritmética básica, animais aprenderão, pois se disser para um cachorro, um macaco ou um gato: “*Vá e traz uma bola*”, ele vai e traz. Mas, se lhe digo: “*Que desconto se aplica no mercado?*”, ele não vai fazer. Justifica dizendo que, tal como computadores que ajudam muito, mas são limitados, os animais precisam de um humano que os programe. Se disser ao computador: “*Faça um limite de uma função e me diga em que intervalo está bem definido*”, ele fará porque é programado por humanos. P17, professora de quinto ano, afirma que crianças “*trazem a carga genética [...], mas também depende da relação que têm com o ambiente*”. Isso dependeu da estimulação precoce que receberam. E arremata: genética e ambiente são dois aspectos igualmente importantes.

Como se vê, apenas quatro professores admitem que se pode ensinar Matemática a mamíferos não humanos; pode-se fazê-lo utilizando estimulação ou reforços, ou a influência do ambiente. Mas, mesmo eles, apelam para um a priori: no sentido positivo, “*aquilo que se traz interiorizado*” ou “*a carga genética*”; no sentido negativo, a necessidade de ser treinado ou programado. A convicção empirista não se sustenta por si; por isso esses professores postulam, em contradição com seu empirismo, um ou outro a priori.

## 2.2 Carga genética (hipótese apriorista ou inatista)

Todos os 17 docentes professam, de um ou outro modo, um apriorismo, tal como definido em 1.2. Iniciemos com P5, professora universitária, porque ela faz uma distinção epistemológica importante. Ela afirma que os animais têm um cérebro mais intuitivo, para conseguir alimento, responder a estímulos, repetir alguma atividade, alguma sequência, “*mas não é que raciocine[m]*”. Já a criança pode “*raciocinar, [...] analisar, [...] inferir*”. Faz, portanto, uma clara distinção entre percepção e razão (PIAGET, 1972) e afirma que os animais têm a primeira, mas não a segunda. Acredita que deve haver algo “*que se traz interiorizado e é desenvolvido*”. Mais adiante, veremos também P3 fazendo esta distinção ao afirmar que os animais não humanos “*podem entender noções topológicas, de espaço, de movimento*”, não aritmética; e, do mesmo modo, P14 afirmando que o macaco “*nunca aprenderá uma noção matemática sofisticada*” e que o cérebro do rato jamais poderá “*chegar a uma ideia de algo que não se possa dividir*”, como os números primos.

Verificada a importante distinção entre percepção e razão (PIAGET, 1972), abordaremos os docentes que negam aos animais não humanos a possibilidade de aprender Matemática. Porém, não apresentam elaborações teóricas para justificar suas convicções e, por isso, deixam escapar algumas possibilidades.

P11, professora de ensino fundamental, responde: “*Matemática, propriamente, não*” aprenderiam. P4, professor universitário, responde: “*Não*” porque são incapazes de formalismo matemático. “*O que não quer dizer que careça[m] de alguma forma de pensamento*”. P15, professora universitária, diz: “*Matemática-Matemática, não!*”. Ela acredita que os animais têm um nível muito limitado de inteligência e que não a desenvolvem. P6, professor universitário, responde: “*Creio que não. Eu sequer tentaria. Seria perder tempo*”. P14, professor universitário, afirma que a capacidade dos humanos é diferente da dos animais; eles “*não vão utilizar a lógica, [...]. Os humanos podem questionar as coisas, que é o que acontece com as crianças que dizem: ‘De que me serve aprender isto?’*” Pode-se ensinar ratos, num labirinto, a virar à esquerda nos números pares, mas não “*nos números primos. Não existe maneira de um rato entender números primos; está fora do seu alcance*”; jamais ele vai “*chegar a uma ideia de algo que não se possa dividir*”. E acrescenta: “*existe uma limitação física*”. “*E um macaco?*” Ele “*nunca aprenderá uma noção matemática sofisticada*”.

Consideremos as afirmações dos docentes que admitem discretas possibilidades de esses animais aprenderem Matemática.

P13, professora de Cálculo, diz: se for aritmética básica, esses animais podem aprender. Como dizer para um cachorro, um macaco ou um gato: “*Vá e traz uma bola*”. Ele vai e traz, se um humano os programar, assim como se faz com computadores, deixando claro que se trata de treinamento e

não de compreensão das operações aritméticas básicas. Pergunta-se: “Qual seria a diferença entre um macaco recém-nascido e sua filha recém-nascida?” “*Ela entende um pouco de Matemática, o macaco não*”. O entrevistador prossegue: “Ela poderá ir até os cálculos na engenharia e o macaco não. Por que isso?” “*Deus! Não sei. Creio que tem a ver com a capacidade... não sei quanta capacidade tem um macaco. Não sei que capacidade têm os animais*”. E sugere uma domesticação: “*se disser [a um cachorro] dorme, ele dorme; [...]; se disser salta, ele salta. [Se disser] me traz duas bolas que estão lá, ele vai me trazer. Mas se eu lhe digo, faça-me uma derivada, ele não vai fazer. Minha filha, sim*”. Pergunta-se, então: “Qual a diferença genética, na tua hipótese, entre um macaco e tua filha? Ambos recém-nascidos?” “*Eu creio que o macaco não raciocina e um humano sim*”. “Então, a razão já nasce com a gente?” “*Sim, para mim sim. Eu creio que sim*”. A professora universitária P12, afirma que animais não conseguiriam, por si mesmos, aprender; só com treinamento, com alguém que os oriente. Professor de ensino médio, P9, diz que o animal aprenderia, quando pequeno, noções Matemáticas; “*alguma coisa básica como cores, quantidades, cinco, oito, quatro mais dois*”; mas não “*quantidades muito grandes*”. O professor universitário P3 acredita que eles “*podem entender noções topológicas, de espaço, de movimento, este tipo de coisa*”, não aritmética. Talvez eles possam “*distinguir que aqui tem dois objetos, três. Mas quando são vários não vão poder, seguramente*”. P16, professora de sexto ano de ensino fundamental, afirma que humanos e animais têm capacidades cognitivas diferentes. Os animais podem, talvez, copiar, mas não utilizar a lógica; não conseguirão fazer relações. Os humanos, ao contrário, podem questionar as coisas; isso acontece com as crianças que dizem: “*Para que me serve aprender isto?*” “Se você estimular um macaco, ele aprenderá Matemática?”, pergunta-se. Ele fará copiando ou por costume; falta a ele a capacidade que têm os humanos de “*compreender o pensar*”; os humanos têm um cérebro que se desenvolve, com suas capacidades lógicas e matemáticas. P17, professora de quinto ano, diz que gatos, cavalos, macacos não aprenderiam a Matemática que ensina porque “*Este é um pensamento um pouco mais complexo*”. O macaco talvez possa aprender “*a quantificar, agrupar, selecionar*”. Falta a ele o pensamento que a criança tem. “Ele aprende isso ou vem com a genética?” Diz ela, “*as duas coisas*”. P1, professora universitária, afirma que cavalo, cachorro, gato, macaco não aprenderiam a Matemática que ensina. O ser humano consegue construir Matemática porque é capaz de desenvolver um processo, passo a passo, orientado pela lógica. “*Isto um animal não pode!*”

A tônica dessas manifestações, parece-nos, é esta: os docentes não têm clareza da importante distinção, de inestimável valor epistemológico, entre percepção e razão, entre perceber e compreender, entre abstração empírica e abstração reflexionante (PIAGET, 1961, 1972, 1995). Segundo eles, o mamífero não humano consegue copiar, “*entender noções topológicas*”, quantificar “*cinco, oito, quatro mais dois*”, mas “*uma derivada, ele não vai fazer*”, não vai utilizar a lógica, não conseguirá trabalhar com grandes quantidades; ele é incapaz de formalismo matemático, nunca

chegará à noção “*de algo que não se possa dividir*”. Para esses docentes, os humanos nascem com a lógica, eles não. Os docentes intuem as diferenças entre percepção e razão, mas não revelam qualquer elaboração teórico-epistemológica a respeito. Como a criança, na iniciação escolar ao conhecimento matemático, dispõe de estruturas cognitivas operatório-concretas, caracterizadas fortemente por atividades perceptivas não formais, com amplas possibilidades de realizar abstrações pseudo-empíricas, o desconhecimento da referida distinção por parte da docência pode redundar em sérios prejuízos a essa iniciação que se prolonga por vários anos. E continuará a causar prejuízos à aprendizagem, pois o conhecimento matemático situa-se totalmente no âmbito da razão, da compreensão, e não da percepção – embora faça uso dela, de modo especial na abstração pseudo-empírica. Os humanos constroem Matemática porque são capazes de desenvolver um processo, passo a passo, orientado pela lógica, “*Isto um animal não pode!*”, como disse apropriadamente P1.

### **2.3 Interação (hipótese construtivista)**

A hipótese interacionista construtivista parte do pressuposto de que herdamos a possibilidade de construir estruturas cognitivas, não as próprias estruturas, pois essa construção precisa da assimilação do meio – físico ou social – para acontecer. Crianças muito pequenas, que foram extraviadas entre mamíferos e, não se sabe como, sobreviveram, quando encontradas, mostraram não ter construído a função simbólica (PIAGET, 1978b) – estrutura que torna possível a imagem mental, a fala, o desenho, a imitação diferida (na ausência do modelo) e o brinquedo simbólico, por falta de assimilação de um meio em que ocorrem trocas simbólicas, como o meio humano.

A professora universitária, P5, diz que apresenta algo à criança e diz: “*Escreve o que tem aqui, o que tu observas, [...], o que entendes, o que interpreta?*” Diz que “*É assim que se faz com que ela possa raciocinar, questionar ou perguntar*”. A professora universitária, P12, diz: “*a Matemática não está no cão, mas no treinador*”. P15 afirma: “*A única coisa que [os animais] fazem é imitar*”; eles foram adestrados para imitar, repetir o que lhes foi ensinado. Para ela, “*O aluno deve ser responsável pela construção de sua aprendizagem*”. Para P10, professor de sétimo e oitavo anos, “*para ensinar um animal tem que se ter certa estratégia, e algo que o animal possa representar*”. Por exemplo, para “*multiplicar, [conseguir] que mova 15 vezes a patinha...*”. Critica o ensino de Matemática vigente afirmando que, em vez de fazer o aluno pensar, raciocinar, promove adestramento no lugar da verdadeira aprendizagem. Os alunos “*têm que pensar. Eles têm que raciocinar. Dar-se conta, tem que fazer*”. Parece claro que P10, tal como os quatro docentes acima, põe na ação do aluno o peso do processo de aprendizagem. Esses docentes aproximam-se, nessas manifestações, da concepção construtivista de desenvolvimento cognitivo e de aprendizagem. Entendem que o professor está a serviço desse processo, mas é o aluno que deve realizá-lo.

## 2.4 Superação de empirismo e apriorismo

O que nos interessa nessas manifestações é a concepção dos docentes das fundamentações epistemológicas de suas compreensões dos processos de aprendizagem e, portanto, dos fundamentos epistemológicos do ensino que praticam. Eles vão tomando consciência (BECKER, 2020) de que há algo diferente no sujeito humano, se confrontado com esses mamíferos não humanos, que o ensino – entendido como treinamento, domesticação – não pode suprir. Alguns chamam a isso de capacidade de raciocinar. Essa capacidade significa, em Piaget (1995), que o sujeito pode abstrair (abstração reflexionante) das próprias ações, ou melhor, das coordenações de suas ações, características para construir outros recursos racionais capazes de dar conta de conteúdos mais complexos e mais numerosos, até então inacessíveis; e conservar essas construções que servirão de base para novas construções.

Mas, a importante distinção entre razão e percepção, ou, o que dá no mesmo, entre abstração empírica e abstração reflexionante (PIAGET, 1995), tem sido afirmada por apenas quatro docentes (P3, P5, P14). Ela anuncia, embora timidamente, a possibilidade de dialetizar empirismo e apriorismo, possibilitando a superação dessas duas epistemologias. A ausência de distinção entre percepção e inteligência (PIAGET, 1972), ou percepção e razão, leva a confusões interpretativas como as de afirmar que esses mamíferos não humanos possam: entender aritmética elementar, ser capazes de contagem, de multiplicar e, até, de compreender números pares. Se o rato muda de direção quando aparece um número par, não significa que compreendeu números pares; significa que foi condicionado, mediante contingências de reforço, a agir assim porque, ao fazer isso, recebeu uma recompensa ou evitou eventos desagradáveis; associou aquele comportamento com o alimento, mas não relacionou, não raciocinou, nem fez inferências. Não compreendeu porque “compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção, [...] se o que se pretende, para o futuro, é moldar indivíduos capazes de produzir ou de criar, e não apenas de repetir” (PIAGET, 1974, p. 20).

A falta de distinção entre percepção e razão leva docentes a atribuir aprendizagens complexas não à compreensão, à tomada de consciência, mas à estimulação e aos reforçamentos – tese behaviorista, cara aos empiristas – e, nas respostas à pergunta em pauta, aos a priori, como afirmou P13, após fazer concessão ao empirismo, ao ser perguntada se a razão nasce com a gente: “*Sim, para mim sim. Eu creio que sim*”; nisso, ela é acompanhada por todos os demais entrevistados, quatro dos quais mesclam estimulação e herança genética; 13 explicitam a determinação dos a priori, porém, de forma menos explícita. Dos 17, apenas quatro conseguem, em algum momento, debitar na ação organizadora do sujeito epistêmico (ver 2.3) o mérito da aprendizagem de Matemática; porém, sem superar empirismo e apriorismo.

### 3.0 Papel de professor e de aluno na sala de aula

Os docentes respondem à pergunta: “Qual é teu papel como professor e qual o papel do aluno na sala de aula?”

O professor, ao falar dos papéis docentes e discentes, revela as concepções epistemológicas que fundamentam seu ensino e sua compreensão da aprendizagem. Sigamos as falas docentes, já classificadas em categorias epistemológicas.

#### 3.1 Empirismo

O papel do professor “*é transmitir, ajudar as crianças, facilitar sua aprendizagem*”. As crianças vêm com algumas ideias, “*aqui vamos moldar, vamos reforçar*” (P07). “*Eu sou um guia*”; um guia “*tenta incentivar coisas na cabeça do cara. Necessariamente, isso é para mim o principal*” (P02). “*Eu trato de transmitir o que eu sei aos meus alunos [...]*” (P03). “[...] *o principal é conseguir o interesse suficiente*” (P04); o papel docente tem dois componentes essenciais, um é o de transmissor de conhecimento, o outro o de motivador (P06); motivação é tão fundamental quanto o conhecimento. É preciso motivar as crianças para que “*compreendam que a Matemática existe na realidade e que é algo que vão utilizar toda a vida*”. P17, professora de ensino médio de periferia urbana de cidade interiorana, onde a cidade faz limite com culturas agrícolas, diz que o papel do professor é convidar a criança para o conhecimento; instigar, ensinar, reforçar, mas sem dar tudo pronto a ela. “*Tem que guiar a criança, dar as ferramentas básicas, dar um empurrãozinho para que a criança compreenda*”. P01, professora universitária, afirma que o papel do professor é explicar os conceitos, para que aprendam como aplicá-los. “Os conceitos matemáticos são valores em si ou eles só têm valor quando aplicados?”, pergunta-se: “*Mesmo se nunca vão aplicá-los [...], são igualmente bonitos*”. Referindo-se a alunos de engenharia, diz que “*eles se fixam no valor concreto*”; como se trata de Matemática abstrata, de difícil demonstração, “*eles não internalizam*”. P10 afirma: “*faço monitoria constante, por etapas, cuidando que avancem*”. P15 diz que “*cada aluno tem seu próprio ritmo de aprendizagem*”. O aluno “*tem que estar motivado para poder aprender, interessado, perseverante, porque a Matemática não é muito fácil*”.

Consideramos que esses nove professores manifestam concepções empiristas na medida em que centram o processo de aprendizagem, com maior ou menor ênfase, em seu papel docente. Quase nada indica que apostam na ação constitutiva do aluno; se aparece isso em seu discurso, o mesmo não acontece com a prática pois a ação do aluno é vista como dependente da ação docente; ela não goza de autonomia. Prestemos atenção nos verbos que eles utilizam para caracterizar o papel docente: transmitir, moldar, reforçar, instigar, guiar, incentivar, motivar, certificar, avaliar, validar, dar as ferramentas, explicar conceitos, ajudar, facilitar, cuidar, remover obstáculos, fazer as mentes dos alunos conectar-se com a realidade. A afirmação de um docente de que a “*Matemática existe na*

*realidade*” confirma esta interpretação na medida em que dá a entender que ela é abstraída empiricamente da realidade observável, em vez de compreendê-la como construção (BECKER, 2012a) que tira sua matéria prima das coordenações das ações do sujeito; por abstração reflexionante, portanto. E confirmam seu empirismo no uso de verbos que caracterizam o papel discente: captar informações, tratar de entender, receber bem (o ensino), internalizar, aprender de mãos dadas com o professor, estar motivado, ser perseverante, ser responsável – verbos que indicam formas de submissão à ação docente. Pensando epistemologicamente a relação aluno-professor, parece claro que o professor é o determinante e o aluno o determinado, o professor é o sujeito e o aluno o objeto a ser moldado.

### 3.2 Apriorismo

Apriorismo implica afirmar que as capacidades cognitivas são dadas a priori, inatas ou não; não são construídas. Já estão no nascituro, aguardando a maturação. Kant afirmava que elas só se manifestam na experiência, mas não diz quando começam a existir; não faz referência ao organismo, como o faz Piaget (RAMOZZI-CHIAROTTINO, 1984). Assim, uns alunos “*veem as coisas de uma forma, os outros veem de outra. Uns são mais geométricos, outros mais analíticos, outros mais algébricos, outros mais abstratos. [...]*” (P3). O professor tem que “*extrair dos alunos seu conhecimento*”, fazendo muitas perguntas, “*para ‘aplicar’ ao que poderia ser [o conhecimento] novo*” (P08). Este docente de ensino médio, de escola de elite, está convicto de que o conhecimento já existe; ele tem que arrancar esse conhecimento do aluno. O professor deve fornecer estratégias aos alunos para que consigam um “*clic*” (*insight*). “*Este ‘clic’ é que tem que se buscar, mas este ‘clic’ ocorre no cérebro deles*”. Quem ensina “*tem que forçar e insistir para ter certeza de que se consiga este ‘clic’*”, pois o aluno “*que aprendeu a ter um ‘clic’ em intervalos regulares [...]*” torna-se “*quase independente*” (P14). O aluno que mostra isso é talentoso. O papel do professor consiste em cuidar para que o aluno não desanime frente aos obstáculos da aprendizagem de Matemática “*porque cada aluno tem seu próprio ritmo de aprendizagem*”; e “[...] *o papel do professor deve ser de mediador da aprendizagem*” (P15) para que eles desenvolvam a capacidade de abstração. Como não aparecem elementos de uma teoria da construção do conhecimento, as capacidades cognitivas são compreendidas todas como dadas a priori, ou inatas.

Ver as coisas ou fenômenos de uma ou de outra forma, ser mais geométrico, analítico, algébrico ou abstrato, encontrar seu caminho, arrancar o conhecimento do aluno, buscar um “*clic*”, ter talento, caracterizar-se por determinado ritmo de aprendizagem, trazer determinada capacidade de abstração são características que denotam a compreensão de que as capacidades cognitivas são herdadas, fazem parte do genoma, são inatas; ou a priori, no sentido genérico de condições prévias. Não encontramos elementos de uma teoria da construção do conhecimento para interpretar de outra

forma essas manifestações. Para a hipótese construtivista, essas capacidades são construídas; construção que implica a assimilação do meio. E a mediação é mal caracterizada ao afirmar que é realizada entre aluno e conhecimento, pelo professor. A mediação epistemológica, proposta pela visão construtivista, realiza-se entre sujeito e sujeito – aluno e professor, por exemplo – mediada pelo conhecimento. É no plano cognitivo que a mediação se dá de forma substantiva.

Como vimos, apenas quatro docentes manifestaram, em passageiros momentos, a convicção epistemológica construtivista; mas, sem estruturação teórica que as justificasse.

### 3.3 Construtivismo

Será que temos, efetivamente, manifestações de uma epistemologia construtivista nas falas destes sete docentes, em cujas respostas encontramos elementos congruentes com pedagogias ativas? Ao ouvirmos professores afirmando que a docência deve desafiar “*o aluno a refletir sobre sua própria aprendizagem, sobre o que [ele] tem como saberes prévios de tudo, que [ele] observe as situações que viveu*”, e que suas funções é conduzi-lo para que vá fazendo relações e inferências sobre noções, pois “*O papel do aluno é ser o ator principal de sua aprendizagem*” (P11); que o professor deve exercer “[...] *um papel de mediador da aprendizagem*”, que ele “*deve estar olhando o que o aluno faz, o que falta a ele. Se existe um obstáculo, deve ajudar a removê-lo porque, quando o aluno encontra um obstáculo, ele se frustra ou desanima. [...] porque cada aluno tem seu próprio ritmo de aprendizagem*” (P15); que o docente deve fazer com que os alunos, primeiro “*percam o medo da Matemática*”, segundo, “*Que não se mecanizem, que pensem e raciocinem*” (P13); que o professor deve assegurar que os alunos tenham uma base sólida para que possam avançar, alimentar o desejo de explorar, buscar mais, que tenham como estratégia “*não lhes dar tudo, porque eles têm que começar a descobrir um pouco, e [assim] cada um pode avançar*”, e “*facilitar um pouco esse primeiro contato com o conhecimento e desafiá-los*”, “*apresentar-lhes um problema que os questione, que lhes tire da comodidade*”, que sintam “*a necessidade de aprender algo novo*” e de “*buscar algo mais matemático*” (P05); que o docente deve adentrar e entender o contexto em que vivem os alunos para poder ensinar, perguntando, por exemplo, aos que entendem de carros: “*Quantos quilômetros se pode andar se [o carro] está com o tanque cheio, ou [se está apenas] com a quarta parte?*” (P09); que cabe ao aluno em aula “*captar a informação dos diferentes saberes que os colegas trazem, então vão relacionando todos os saberes e vão [...] tratando de entender o que se quer ensinar*” (P07); que “*O mais importante é [a ação de] quem aprende. O que ensina tem que forçar e insistir para ter certeza de que se consiga este ‘clic’ [insight]*” (P14). Pergunta-se que epistemologia sustenta tais afirmações?

Compreendemos que essas afirmações, que poderiam denotar um construtivismo, são, na verdade, intuições preciosas, que, entretanto, não se sustentam, pois não contam com uma

epistemologia que as articule teoricamente. Uma das afirmações reiteradas nos meios educacionais, e que compareceu também aqui (P15), é a de que o professor deve ser o mediador entre o aluno e o conhecimento. É uma afirmação que minimiza o papel docente, como aconteceu outrora quando transformado em facilitador. Ele foi transformado em um ajudante, tirador de dúvidas, removedor de obstáculos, motivador, mas não um docente que ensina verdadeiramente, que “desafia a intencionalidade da consciência” (FREIRE), o processo de abstração reflexionante (PIAGET, 1995), a genuína reflexão. Que desafia o aluno a se superar, a ir além do que é no momento, a transcender-se; a constituir-se, progressivamente, como sujeito epistêmico.

Portanto, esses sete docentes mais intuem – preciosas intuições! – do que compreendem, a importância da ação autônoma do sujeito-aluno em seu processo de aprendizagem.

### **3.4 O protagonismo da aprendizagem**

O ensino é atividade recente na Humanidade. Ensinos sistemáticos conhecem-se poucos, nesses últimos milhares de anos. Ensino como conhecemos atualmente, só existe depois da Revolução Francesa; mas, até hoje a Humanidade não conseguiu garantir ensino para todos; muito menos ensino de qualidade para todos. Dados da UNESCO (2020) mostram que 258 milhões de crianças e jovens, no mundo, não têm acesso à educação; a maioria delas na Ásia e na África Subsaariana; a pobreza e a discriminação são os principais obstáculos para se alcançar a igualdade educacional. Do Brasil bastam dois dados para mostrar a difícil situação: em 2020, havia 11,3 milhões de pessoas, com 15 anos ou mais, ainda não alfabetizadas; e apenas 48,8 % de pessoas, de 25 anos ou mais de idade, finalizaram a educação básica obrigatória. Para não falar da periclitante qualidade da educação escolar e a, ainda mais, periclitante qualidade da educação matemática. A mesma Unesco (2021) dá conta, em plena pandemia da Covid-19, de que 117 milhões de estudantes ainda se encontravam fora da escola.

A aprendizagem, entretanto, pensando apenas no *homo sapiens*, existiu desde seu surgimento, há 350 mil anos; com um pouco mais de rigor, desde que ele adquiriu o comportamento “moderno”<sup>3</sup>, há cerca de 50 mil anos.

Portanto, sob o ponto de vista didático-pedagógico, devemos pensar sempre, e em primeiro lugar, na aprendizagem. Só depois no ensino, e pensá-lo sempre em função da aprendizagem. O ensino tem um e primeiríssimo propósito: potencializar a aprendizagem, promovendo a construção de novas capacidades cognitivas. Fora disso, ele não tem sentido. O ensino deve prestar atenção na

---

<sup>3</sup> Cérebro desenvolvido, com 1.350cm<sup>3</sup> de capacidade craniana, sistema nervoso que possibilita a capacidade de raciocínio, linguagem e inteligência, desenvolvimento da linguagem simbólica, produção de cultura: vida em sociedade, sistemas de comunicação, modo de vida e tradições, postura ereta e versatilidade de movimentos corporais (<https://www.todamateria.com.br/homo-sapiens-sapiens/>).

aprendizagem cujo processo é complexo e se estende da apreensão de informações cotidianas até a apreensão de informações científicas; e o faz com capacidades construídas por abstração reflexionante (PIAGET, 1995); já o sujeito da aprendizagem tem que prestar atenção na construção de competências ou capacidades para resolver problemas. Se o ensino escolar não ajudar, deverá procurar outros meios.

Piaget distingue desenvolvimento cognitivo de aprendizagem. Construimos ativamente capacidades cognitivas (estruturas) que nos habilitam a aprender mais e melhor. Aprendem-se conteúdos, capacidades se constroem. Capacidades não são aprendidas no sentido estrito, mas apenas no sentido amplo (PIAGET, 1974a), sentido que implica o desenvolvimento cognitivo.

Como vimos, os professores entrevistados centram-se muito no ensino. Quando pensam a aprendizagem, a pensam em função do ensino, como se os humanos aprendessem apenas em função dele. Pensemos numa sala de aula com 30 alunos e um professor. A função docente é fazer que os 31 cérebros ali reunidos, na verdade indivíduos historicamente situados, pensem sobre um mesmo problema; e o façam para além do cotidiano, dos rótulos, dos modismos, do senso comum; buscando, pelo pensar verdadeiro, o conhecimento universal e necessário, lançando hipóteses, testando-as mentalmente e, se for o caso, experimentalmente, coordenando os 31 diferentes pontos de vista. Estima-se assim a complexidade do trabalho docente e questiona-se a organização da escola atual para cumprir essa função.

Assistindo o funcionamento das escolas, a afirmação de um entrevistado, de que a função do aluno “*é ser o ator principal de sua aprendizagem*”, soa como utopia. E a afirmação de que os alunos “*devem fazer mais atividades, trabalhar mais, praticar mais*”, sugerindo uma pedagogia ativa, parece estar longe do horizonte da escola atual. Afinal, o que vale é a afirmação de outro docente de que o aluno deve “*Receber bem toda esta experiência e aprender de mãos [dadas] com o professor*”, como se ele fosse incapaz de buscar informações, perguntar ao professor, reunir-se com colegas e discutir com eles, ir à biblioteca, consultar a internet. Como se o aluno fosse incapaz de, paulatinamente, encontrar seu caminho e andar com autonomia pelos mais diversos saberes que a Humanidade produziu. Sobre esta sábia afirmação de um terceiro docente de que: “*Quando [o aluno] faz com gosto, vai muito mais longe que aquele que faz por obrigação*”, pode-se perguntar: como alguém, criança ou adolescente, pode fazer com gosto permanecendo, por mais de dez anos, na dependência do professor?

#### **4.0 Conclusões**

Nosso objetivo, neste ponto de chegada, é mostrar, resumidamente, as concepções epistemológicas dos docentes – objetivo geral desta pesquisa, não apenas das respostas às três

questões aqui analisadas – que sustentam suas formas de pensar a aprendizagem humana e as relações pedagógicas entre discência e docência. Lembrando, outrossim, que elas não aparecem puras e que cada docente pode manifestar mais de uma, como alertamos no início. Tratou-se, pois, de buscar as tendências predominantes.

Cada professor, o de Matemática em particular, tem que vencer uma pesada tradição pautada pela concepção empirista, sustentada por um apriorismo; e sem poder tomar consciência da contradição na qual labora. Decidir por uma epistemologia crítica, exigirá reconstrução cotidiana de sua pedagogia e sua didática para vencer obstáculos de todo tipo na direção de um interacionismo construtivista. Não se trata de uma pedagogia centrada no aluno, mas de uma pedagogia centrada na interação, na qual alunos e professores compareçam integralmente. Para isso é imprescindível formar docentes que pratiquem um ensino que só se realiza integralmente pela ação construtiva do aluno.

Acumulam-se as afirmações que denotam concepções epistemológicas empiristas, por um lado, e aprioristas por outro; embora sejam contraditórias entre si, elas são proferidas pelos mesmos docentes. As empiristas caracterizam-se por afirmar a determinação do indivíduo, tábula rasa ao nascer, pelo meio; aqui, a determinação do aluno – visto como tabula rasa, frente a cada novo conteúdo – pelo ensino, pelo professor, a escola, o sistema educacional, a família; e a aprendizagem entendida como resultante de cópia e repetição do que o professor expôs. A entrevista aos docentes buscou desautorizar essa concepção com a, aparentemente, inocente pergunta sobre ensino de Matemática a mamíferos não humanos, como macacos e cães. Foi então que surgiram afirmações, algumas surpreendentes, em franca oposição ao empirismo: afirmações epistemológicas aprioristas, inclusive inatistas, em número expressivamente maior do que as empiristas. Mudando a pergunta, o docente muda sua convicção epistemológica, sem, entretanto, dar-se conta da contradição. Impressiona a convicção com que essas afirmações, que desautorizam o empirismo, são proferidas, como se as afirmações anteriores de cunho empirista não tivessem sido feitas. Talvez se justifiquem pela tomada de consciência de que nem todas as aulas de Matemática do mundo podem produzir um cérebro de símio ou de canino capaz de operações Matemáticas.

Se um mamífero não humano responder a uma soma ou, até, a uma multiplicação, não significa que operou matematicamente soma e multiplicação; significa apenas que, após longo treinamento, tornou-se capaz, usando a percepção, de responder a estímulos, sem compreender essas operações; isto é, foi condicionado. Ele faz associações pavlovianas, não relações lógico-matemáticas; associações não implicam capacidades formais, relações sim. Operar uma simples soma, como  $3+5$ , implica relacionar uma grandeza formal 3, adicionando-a a uma grandeza formal 5, e chegar a uma terceira grandeza formal 8; grandezas que podem ser aplicadas a objetos quaisquer, concretos ou conceituais. Números não são observáveis; são objetos de compreensão, não de

percepção. São produtos conceituais, construídos por abstração reflexionante (PIAGET, 1995), em especial, pseudo-empírica. Não é gratuitamente que a criança demora 7 a 8 anos, em média, para chegar à noção de número (PIAGET & SZEMINSKA, 1975), e mais três a quatro anos para operar formalmente com eles. Essa construção implica capacidades lógicas como conservação e inferência (NUNES & BRYANT, p. 20-25), capacidades operatórias que somente humanos adquirem e cujos produtos o sujeito conserva. *Conservação* “é saber que o número de um conjunto de objetos pode apenas ser mudado por adição ou subtração” (p. 21); *inferência* é conseguir *transitar* para  $A > C$ , conhecendo apenas as proposições  $A > B$  e  $B > C$  (p. 22).

Um problema epistemológico, amplamente presente na fala dos docentes, é o da simbiose entre razão e percepção (ver 2.4). Essas duas qualidades humanas, tão conectadas entre si e tão dependentes uma da outra, são confundidas pelos docentes. Atribui-se à percepção o que é exclusivo da razão. Não é raro professores exporem uma operação Matemática e perguntar aos alunos: “Perceberam?”, em vez de: “Compreenderam?” Quando vemos cinco árvores, imediatamente sabemos que são cinco. Quando olhamos uma floresta, temos que proceder a complexas contagens, criando milhares de categorias; os animais referidos são incapazes de contar duas dezenas de objetos iguais; menos ainda, se esses objetos estiverem misturados com muitos outros, como as diferentes árvores numa floresta. E são incapazes de construir categorias.

Essa confusão entre percepção e razão não é nova, nem exclusividade do senso comum, incluindo ali o senso comum acadêmico. Os teóricos gestaltistas deram foro de cidadania científica a essa confusão – ou redução da razão à percepção – com sua *Gestalt theorie*, lançada em 1914, em especial com a lei da pregnância (*Prägnanz*, em alemão), ou boa forma, e com a aprendizagem por *insight*. Vários docentes laboram na mesma confusão ao atribuir capacidade operatória a mamíferos não humanos, considerados capazes de: “*quantidades, cinco, oito, quatro mais dois*”; o cão “*parece que multiplicava, mexia a patinha, contava: um, dois*”. Os mesmos docentes, e outros mais, inconscientemente, suspeitam dessas capacidades ao afirmar: mas não operam “*quantidades muito grandes*”; o animal não sabe responder à pergunta: “*Que desconto se aplica no mercado?*”; eles “*podem entender noções topológicas, de espaço, de movimento, este tipo de coisa*”, não aritmética; “*Mas quando são vários [objetos] não vai poder [distinguir], seguramente*”; “*Não existe maneira de um rato entender números primos; está fora do seu alcance*”. Isso é, o animal percebe – e como percebe! Mas não raciocina. É incapaz de se apropriar de seu fazer (tomar consciência) e modificá-lo, planejá-lo, como os humanos fazem cotidianamente unindo passado e futuro. Quando falham em chegar a um objetivo, não raciocinam perguntando-se: “Em que eu errei? O que posso melhorar?” E planejar, em seguida, forma diferente da que levou ao erro. Seu conhecimento atém-se ao aqui e agora.

A exímia capacidade perceptiva desses animais não tem a qualidade que distingue a inteligência de mamíferos não humanos da racionalidade dos humanos: a consciência refletida. Por exemplo, o cachorro é mais hábil que os humanos no sentido do faro e na velocidade; o macaco, na agilidade de movimentos e na repetição mecânica; o cavalo, em força e velocidade; o gato, na visão noturna, no olfato e na versatilidade de movimentos; o rato, no comportamento de esquivar e, com suas vibrissas, na percepção espacial. Mas são incapazes de atividade inferencial, como a exercida pelos humanos. Ou na capacidade de “raciocinar”, como insistem alguns docentes. Eles são exímios em percepção; em razão, porém, são menos que crianças de um ano de idade. Assim que a criança, a partir, aproximadamente, dos oito a dez meses, passa a exercer a intencionalidade, a maioria desses mamíferos fica devendo; assim que ela começa a falar, utilizando verbos (verbos designam ações), eles ficam, definitivamente, para trás em capacidade simbólica; quando ela chega às operações concretas e formais, sua capacidade inferencial não encontra mais parâmetro de comparação com eles.

Lembrando que, diferente desses animais, os humanos transitam por níveis de consciência (PIAGET, 1977a, 1977b, 1995; FREIRE, 1979), alguns chegando a altos níveis (cientistas, filósofos, matemáticos, músicos, pintores etc.). A afirmação de um docente de que “*a Matemática não está no cão, mas no treinador*” nos leva ao rico conceito, formulado por Piaget (1995), de *abstração pseudo-empírica* (BECKER, 2017) – categoria da abstração reflexionante. Exemplo: se enumeramos dez maçãs que se encontram sobre a mesa: maçã 1, 2, 3, ... n, os números que atribuímos às maçãs não estão nas maçãs, mas no sujeito que as enumerou; só conseguimos retirar o três da terceira maçã porque o colocamos nela, previamente. Se mudarmos a ordem, numa segunda contagem, o três irá para outra maçã. Tudo em Matemática é assim. A Matemática resulta de uma construção (BECKER, 2013) realizada com qualidades das ações humanas, ou melhor, das coordenações das ações humanas, e não de qualidades inerentes às coisas; antes, de qualidades que os humanos atribuem às coisas, por abstração pseudo-empírica. Matemática não se percebe, compreende-se; é do plano da razão, não da percepção. Quando um processo de abstração reflexionante, precedido ou não de abstrações pseudo-empíricas, é elevado ao apogeu, temos a abstração refletida (*abstraction réfléchie*) (PIAGET, 1995), que implica tomada de consciência reflexiva. O aparecimento da consciência é sempre tardio com relação à ação (PIAGET, 1977b) ou à atividade perceptiva. No início do processo inteligente, considerando a psicogênese individual, está a atividade perceptiva ou, simplesmente, a ação exercida pelos bebês (PIAGET, 1978a); predominância, portanto, da abstração empírica. E a ação tem êxito precoce com relação à compreensão (PIAGET, 1977b).

Os docentes entrevistados – a quem agradecemos a disponibilidade e generosidade – herdaram uma tradição epistemológica cuja marca é o empirismo que, para sustentar-se, busca arrimo no seu

oposto, no apriorismo, frequentemente inatista, sem tomar consciência da contradição em que laboram. Nisso, aproximam-se docentes brasileiros dos sul-americanos, entrevistados desta pesquisa. Entretanto, não se faz justiça à origem, histórica ou psicogenética, do conhecimento matemático com tais concepções, visto que ele é construído ativamente pelo sujeito na interação com o meio, por abstração reflexionante, passando por abstrações pseudo empíricas, até chegar às abstrações refletidas – generalizações conceituais sucessivas que implicam tomadas de consciência (BECKER, 2016), com a indispensável presença da docência.

Essas formas de abstração reflexionante significam e coordenam as abstrações empíricas; inclusive, como acontece em metodologia científica, possibilitam novas empirias. Todas as operações Matemáticas são construídas dessa forma. Os docentes manifestam incômodo ao se flagrarem em contradições e afirmam, com certa frequência, a importância da atividade interessada ou motivada do aluno na aquisição desse conhecimento.

Entretanto, eles não dispõem de uma teoria epistemológica capaz de criticar as epistemologias clássicas (empirismo e apriorismo), que fundamentam o ensino que praticam, e superá-las relacionando, de forma interativa e construtiva, a herança genômica e a pressão do meio; relação que é dialetizada pela ação do sujeito epistêmico que constrói as próprias capacidades cognitivas, progressivamente operatórias, abrindo caminho para o conhecimento matemático, no percurso vital de cada indivíduo humano. Nesse trajeto, o professor exerce, no que concerne aos conhecimentos formais, como os científicos, filosóficos e matemáticos, o papel de desafiador do aluno e potencializador da interação na qual deverá comparecer integralmente, tal como os alunos.

A pesquisa aponta-nos para futuras investigações, como as sugeridas, conscientemente ou não, pelos próprios docentes: a) Como o fator afetivo intervém – como motivação, interesse, gosto, vontade – na aprendizagem de Matemática? Como responder, pedagógica e didaticamente, à carência de discussão epistemológica ampla na formação docente, em especial na docência de Matemática? Que caminho percorrer na formação da docência de Matemática para avançar na discussão sobre a seguinte afirmação: “A realidade não é matemática; ela é ‘matematizável’”, visto que um dos mitos que circulam na docência de Matemática é: “A Matemática está em tudo”. Isto é, para ser matemático tem-se que abstrair, empiricamente, os entes matemáticos da realidade objetiva – posição frontalmente oposta ao construtivismo que propõe que a Matemática é uma construção humana cuja “matéria prima” são as coordenações das ações do sujeito do conhecimento e da aprendizagem.

Recebido em: 13/08/2022

Aprovado em: 20/12/2022

## Referências

- ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Ed. Mestre Jou, 1970.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico; contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Tradução: Estela dos Santos Abreu. 5ª reimp. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. Disponível em: <file:///C:/Users/Lenovo/AppData/Local/Temp/BACHELARD,%20G.%20A%20Forma%C3%A7%C3%A3o%20do%20Esp%C3%ADrito%20Cient%C3%ADfico.pdf>
- BECKER, F. Gênese de Noções Matemáticas Elementares: concepções epistemológicas subjacentes às respostas de docentes de Matemática de três países sulamericanos. **Bolema: Boletim de Educação Matemática** [online]. v. 35, n. 70, p. 588-613, ago. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a03>>.
- BECKER, F. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola**. 16ª ed., 3ª reimp., Petrópolis: Vozes, 2020.
- BECKER, Fernando. Construção do conhecimento matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019. Disponível em: <http://www.scielo.br/bolema>
- BECKER, F. Abstração pseudo-empírica: significado epistemológico e impacto metodológico. **Educação & Realidade**. Porto Alegre, v. 42, n. 1, p. 371-393, jan./mar. 2017.
- BECKER, F. Tomada de consciencia: del hacer al comprender. In: FRISANCHO HIDALGO, Susana. **Ensayos constructivistas**. Lima: Fondo Editorial PUC/Peru, 2016. p. 77-90
- BECKER, F. *Sujeito do conhecimento e ensino de Matemática*. **Schème, Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**. Marília: UNESP, v. 5, p. 65-86, set. 2013.
- BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento**. 2ª ed. Porto Alegre: Penso, 2012a.
- BECKER, F. **A epistemologia do professor de Matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012b.
- DOLLE, J.-M. **Princípios para uma pedagogia científica**. Tradução: Sandra Loguércio. Porto Alegre: Penso, 2011.
- FREIRE, P. **Conscientização; teoria e prática da libertação**. São Paulo: Cortez & Moraes, 1979.
- NUNES, T. & BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- PIAGET, J. **O nascimento da inteligência na criança**. Tradução: Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1978a.
- \_\_\_\_\_. **A formação do símbolo na criança; imitação, jogo e sonho; imagem e representação**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978b.
- \_\_\_\_\_. A inteligência e a percepção. In: \_\_\_\_\_. **Psicologia da inteligência**. 2. ed. Tradução: Egléa de Alencar. Rio de Janeiro: Ed. Fundo de Cultura, 1972.
- \_\_\_\_\_ & GRÉCO, P. **Aprendizagem e conhecimento**. Tradução: Equipe da Livraria Freitas Bastos. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974a.
- \_\_\_\_\_. **Para onde vai a educação**. Tradução: Ivette Braga. Rio de Janeiro: Liv. J. Olympio Ed., 1974b.
- \_\_\_\_\_. **Les mécanismes perceptifs**. Paris: Presses Universitaires de France, 1961.
- \_\_\_\_\_ & SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. Tradução: Cristiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.
- \_\_\_\_\_. **A tomada de consciência**. Tradução: Edson Braga de Souza. São Paulo: EDUSP/ Melhoramentos, 1977a.
- \_\_\_\_\_. **Fazer e compreender**. Tradução: Christina Larroudé de Paula Leite. São Paulo: EDUSP/ Melhoramentos, 1977b.
- \_\_\_\_\_. **Abstração reflexionante; relações lógico-aritmética e ordem das relações especiais**. Tradução:

Fernando Becker e Petronilha B. G. da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

RIBEIRO, Katiúscia. **Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem**. Rio de Janeiro, s. ed., s. data. <[https://www.academia.edu/8212697/PSICOLOGIA\\_DO\\_DESENVOLVIMENTO\\_E\\_DA\\_APRENDIZAGEM?email\\_work\\_card=view-paper](https://www.academia.edu/8212697/PSICOLOGIA_DO_DESENVOLVIMENTO_E_DA_APRENDIZAGEM?email_work_card=view-paper)>

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. **Em busca do sentido da obra de Jean Piaget**. São Paulo: Ática. 1984.

UNESCO. Unesco: Pandemia acelerou a exclusão escolar em países pobres. 23/06/2020 Disponível em: <https://noticias.r7.com/educacao/unesco-pandemia-acelerou-a-exclusao-escolar-em-paises-pobres-29062022>

UNESCO. Unesco avisa que, em todo o mundo, 117 milhões de estudantes ainda estão fora da escola. Set. 2021. Disponível em: <https://pt.unesco.org/news/unesco-avisa-que-em-todo-o-mundo-117-milhoes-estudantes-ainda-estao-fora-da-escola>