

## Explorando a Teoria dos Grafos no Ensino de Matemática: Uma Revisão Sistemática de Dissertações e Teses Brasileiras

*Exploring Graph Theory in Mathematics Education: A Systematic Review of Brazilian Dissertations and Theses*

David Ramalho Nóbrega<sup>1</sup>

Érica Boizan Batista<sup>2</sup>

### RESUMO

*Este trabalho apresenta uma revisão sistemática de literatura de teses e dissertações em língua portuguesa que tratam do emprego da teoria dos grafos no ensino de matemática em sala de aula no ensino básico. A pesquisa foi realizada nas bases de dados BDTD (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações) e no acervo do PROFMAT (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), no período de 2013 a 2023, em língua portuguesa, buscando identificar como a teoria dos grafos vem sendo utilizada nas escolas e quais as finalidades do emprego dessa teoria. Os estudos selecionados mostram que há inúmeras aplicações e problemas do cotidiano possíveis de serem abordados em sala de aula relacionando a matemática com grafos, contribuindo assim para a aprendizagem dos alunos.*

**Palavras-chave:** Grafo; Ensino; Matemática.

### ABSTRACT

*This work presents a systematic literature review of theses and dissertations in Portuguese that deal with the use of graph theory in teaching mathematics in the basic education classroom. The research was carried out in the BDTD databases (Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations) and in the PROFMAT collection (Professional Master's Program in Mathematics on a National Network), from 2013 to 2023, in Portuguese, seeking to identify how Graph theory has been used in schools and what are the purposes of using this theory. The selected studies show that there are countless applications and everyday problems that can be addressed in the classroom, relating mathematics to graphs, thus contributing to student learning.*

**Keywords:** Graph; Teaching; Mathematics.

---

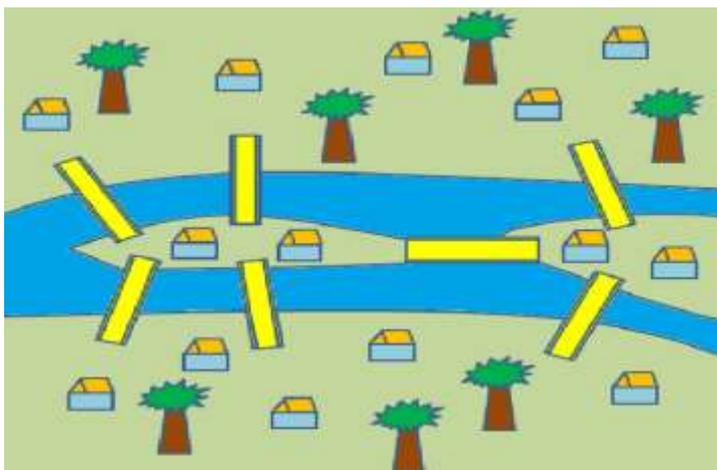
<sup>1</sup>. Aluno do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFCA. E-mail: [david.nobrega@aluno.ufca.edu.br](mailto:david.nobrega@aluno.ufca.edu.br); <https://orcid.org/0009-0001-8403-5870>.

<sup>2</sup>. Professora do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Cariri – CCT/UFCA. E-mail: [erica.batista@ufca.edu.br](mailto:erica.batista@ufca.edu.br); <https://orcid.org/0000-0003-0125-9949>.

## 1. Introdução

A teoria dos grafos surgiu de um problema clássico na cidade de Königsberg na Prússia Oriental, atualmente Kaliningrad na Rússia, onde tinham 7 pontes que interligavam a cidade com uma ilha. Os moradores locais tentaram por muito tempo encontrar uma solução que permitisse o deslocamento pelas 7 pontes da cidade sem repetir nenhuma, e retornar para o início. A Figura 1 apresenta o mapa dessas pontes:

**Figura 1 - As sete pontes de Königsberg**



Fonte: Elaborado pelos autores

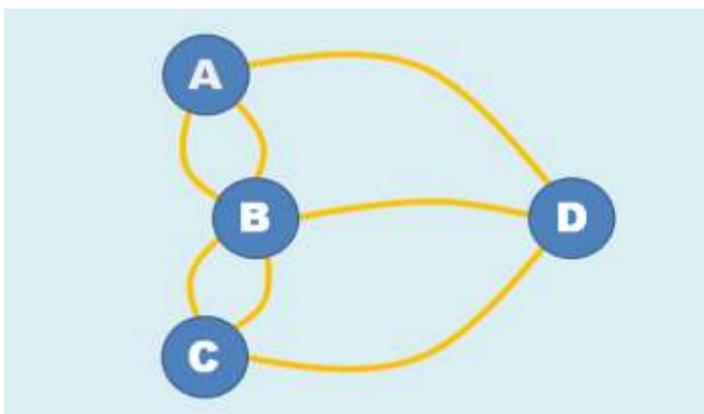
Ao verificar as possibilidades, percebe-se que não é possível transitar por todas as 7 pontes sem repetir alguma, seja qual for a região de início do percurso. Contudo, só foi possível a comprovação da impossibilidade de percorrer todas as pontes uma única vez em 1735, graças ao matemático Leonard Euler, que contribuiu muito para a matemática desenvolvendo fórmulas e conceitos tais como a relação, os números, a constante, a conjectura e os ângulos de Euler, entre outros, empregados hoje em dia nas escolas e universidades.

Euler, com sua imensa capacidade de resolver problemas e de abstração, percebeu que cada região em torno das pontes podia ser vista como um vértice (4 ao todo) e as pontes como sendo arestas (as 7 pontes). Assim, três vértices tinham grau 3, ou seja, possuíam 3 arestas que o intersectavam, e um vértice tinha grau 5. Ele percebeu que ao atingir um dos vértices de grau 3 por uma aresta, restavam duas possibilidades para sair desse vértice. No entanto, ao percorrer a última aresta, tornava-se impossível deixar o vértice sem cruzar novamente uma das arestas associadas e retornar ao ponto inicial. Com isso, Euler observou que se o vértice tem grau par, é possível chegar e sair desse vértice

sem repetir arestas, e se todos os vértices tiverem grau par, o problema tem solução (Aquino, 2014).

Para isso, Euler modelou o mapa da cidade e criou um desenho simplificado, como mostra a Figura 2:

**Figura 2 - Modelagem das sete pontes de Königsberg**



Fonte: Elaborado pelos autores

Observe que agora o problema pode ficar mais simples de ser analisado por meio da abstração. Os pontos azuis A, B, C e D representam as regiões em torno das pontes, e as arestas laranjas representam as 7 pontes que interligam a cidade. Assim, por exemplo, partindo do vértice A em direção ao vértice D, temos duas opções de sair deste: indo para o vértice B ou C. Independente da forma, é inevitável a repetição de uma das arestas caso se deseje retornar ao ponto de partida, pois o vértice D tem grau ímpar. Posteriormente, Euler criou um teorema para grafos e contribuiu com vários resultados importantes, um deles ficou conhecido como Ciclo Euleriano.

Azevedo (2022) relata em suas pesquisas existir a importância de incluir a teoria dos grafos no ensino básico, para melhorar o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes e resolução de problemas. Segundo Aquino (2014), os grafos são um conceito recente na matemática e vem ganhando força com o auxílio de computadores, tendo posição de destaque no meio matemático desde a segunda metade do século XX.

Sendo assim, este artigo busca responder questões sobre como a teoria dos grafos tem sido aplicada nas escolas, em quais níveis de ensino e qual a finalidade dos estudos avaliados, visando contribuir para uma melhor compreensão das relações entre grafos e matemática no ensino básico, e para fornecer aos professores e pesquisadores uma análise detalhada do que tem sido feito e o que ainda pode ser explorado com o auxílio dos grafos.

Para isso, foi realizada uma revisão sistemática de literatura em busca de estudos realizados em sala de aula, envolvendo grafos e matemática, depois uma seleção dos trabalhos que se encaixavam nos critérios desejados e uma análise dos dados obtidos. Ao final do estudo, concluímos que a teoria dos grafos é uma alternativa para fortalecer e facilitar a aprendizagem dos alunos no campo da matemática, visto que pode ser empregada em vários tópicos desta disciplina.

## **2. Revisão sistemática de literatura**

De forma genérica, a revisão de literatura é todo trabalho que faz um levantamento dos artigos, dissertações e teses sobre um tema específico, buscando obter informações relevantes para saber como os estudos abordaram o tema, os objetivos, comparar e verificar possíveis lacunas. Neste artigo, iremos utilizar a revisão *sistemática* de literatura (RSL). Mas antes, é preciso fazer uma distinção entre revisão de literatura e revisão sistemática de literatura.

Enquanto a revisão de literatura não apresenta um detalhamento de como a mesma foi produzida, ou seja, não exhibe os critérios de construção e etapas empregadas para o seu desenvolvimento, a RSL segue protocolos padronizados e reconhecidos no meio acadêmico, além de apresentar uma estrutura de produção por meio da qual outros autores podem reproduzi-la. Assim, a RSL informa as bases consultadas para obtenção dos estudos analisados, os procedimentos para a seleção dos artigos, os critérios de inclusão, os critérios de exclusão e o processo de análise dos trabalhos. Além disso, a RSL apresenta as limitações de cada artigo e inclusive da própria revisão, e constitui um excelente documento para tomada de decisão (Galvão, 2019). A RSL é reprodutível, imparcial, transparente e replicável, além de avaliar criticamente os estudos individuais (Donato; Donato, 2019).

Através da RSL, pode-se avaliar uma série de fatores acerca de um determinado assunto nos estudos relacionados, tais como: relevância dos trabalhos produzidos sobre um tema, desvios e inconsistências nos estudos, indicar a necessidade de produzir um novo trabalho para complementar ou suprir a falta de dados importantes em estudos anteriores, servir como ponto de partida para o desenvolvimento e aplicação de novas pesquisas, entre outros. Campos, Caetano e Gomes (2023) afirmam que a RSL pode ser entendida como uma pesquisa que sintetiza outras pesquisas. Ela também serve como

critério para verificar a existência de trabalhos duplicados. Portanto, a RSL revela-se mais abrangente e aprofundada em comparação com uma revisão de literatura.

A RSL deve ser exaustiva, no sentido de incluir toda a literatura relevante referente ao tema abordado; deve seguir uma metodologia rigorosa, por meio da qual todos os passos respeitam os critérios definidos e seguem a questão principal de investigação; e pelo menos duas pessoas devem participar da revisão (Donato; Donato, 2019).

Na etapa de produção da RSL, podemos destacar alguns passos importantes, buscando sistematizar todo o processo de revisão. São eles: a delimitação da questão, a seleção das bases de dados, a elaboração da estratégia de busca, a seleção, sistematização e equipe. Na delimitação da questão, é preciso definir a população, intervenção, comparação e *outcome*/resultado, abordagem está conhecida como PICO. Onde a população é o grupo de pessoas ou objetos para os quais a pesquisa é direcionada, intervenção é o que será aplicado na população, comparação é para os casos em que há várias intervenções e *outcome* representa os resultados obtidos (Galvão, 2019).

É importante destacar que antes de iniciar uma RSL, faz-se necessário investigar se já existem outras revisões sistemáticas relacionadas ao mesmo tema. Campos, Caetano e Gomes (2023) recomendam verificar se a questão de pesquisa é nova e ainda não foi utilizada por outros estudos, garantindo, dessa forma, a originalidade e a necessidade de fazer a RSL. Caso já exista alguma revisão sistemática para o tema desejado, pode-se escolher entre fazer uma atualização desta, ou construir uma revisão que agregue outros valores e qualidade ao ramo de pesquisa (Galvão, 2019).

Existem diversas bases de dados nacionais e internacionais, cada uma voltada para uma ou várias áreas específicas. Neste artigo, utilizamos as bases do PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) e da BDTD (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações). A escolha das bases deve considerar o tema da pesquisa e os mecanismos facilitadores de busca da base que propiciem uma pesquisa abrangente e direcionada.

Na estratégia de busca, nos casos em que a base oferece uma busca avançada, procura-se inicialmente por sinônimos das palavras-chave presentes na pesquisa, assim garante-se que a procura seja mais precisa. Em seguida, utiliza-se os operadores booleanos: AND, OR e AND NOT, onde AND indica intersecção, OR união e AND NOT

a exclusão. Na escolha dos sinônimos, é preciso procurar palavras em idiomas diferentes, nos casos em que a pesquisa envolve estudos em português, inglês, entre outros idiomas.

Durante a seleção dos estudos, recomenda-se que a mesma seja realizada por uma equipe de pelo menos dois pesquisadores, que irão fazer a análise dos trabalhos em busca das informações necessárias. Pode-se também incluir um terceiro pesquisador que desempenha a função de árbitro. A seleção pode ser feita em vários estágios, nos quais são verificados os títulos, resumos, palavras-chave entre outros, onde cada etapa engloba alguns desses metadados (Galvão, 2019).

Em todo o processo de elaboração da revisão sistemática, é preciso informar todos os passos dados e registrar as informações obtidas em um quadro, planilha ou em algum sistema de registros de dados. Assim, garante-se que a análise futura seja feita de forma organizada e evita repetir a consulta aos trabalhos, além de possibilitar que outros pesquisadores possam seguir com precisão o percurso realizado em uma RSL, caso desejem reproduzir ou ampliar o escopo de uma pesquisa do mesmo tema (Campos; Caetano; Gomes, 2023).

Sendo assim, este trabalho busca identificar como a teoria de grafos pode ser empregada no ensino de matemática utilizando a RSL, que oferece parâmetros seguros e organizados de pesquisa e seleção de dados, para responder algumas questões norteadoras acerca da relação entre grafos e matemática no Ensino Fundamental e Médio.

### 3. Percurso metodológico

Este trabalho foi desenvolvido a partir de uma Revisão Sistemática de Literatura usando mecanismos de busca online em base de dados a partir da combinação de palavras-chave (*strings*). Trata-se de um estudo com abordagem qualitativa e de enfoque exploratório, visando fazer um reconhecimento das pesquisas publicadas sobre a abordagem da teoria dos grafos no ensino de matemática em escolas brasileiras, buscando com isso identificar o perfil das práticas didáticas mais utilizadas e avaliar os objetivos dessas abordagens em sala de aula. Neste estudo, foram estabelecidos os seguintes critérios utilizando a abordagem PICO, conforme indicado no Quadro 1.

**Quadro 1 – Critérios PICO para elaboração das questões de pesquisa**

<b>Critérios</b>	<b>Termos</b>
<b>População</b>	Pesquisadores em Ensino de Matemática

<b>Intervenção</b>	Estratégias de ensino com o uso da Teoria de Grafos
<b>Comparação</b>	Teses e Dissertações brasileiras na área de Ensino de Matemática
<b>Resultado</b>	Abordagens da Teoria de Grafos no Ensino Básico

Fonte: Elaborado pelos autores

Definimos três questões de pesquisa principais com suas identificações (ID) que, em conjunto, buscam atender ao objetivo proposto e foram elencadas a fim de obter respostas no decorrer deste estudo, fazendo para isso fichamentos e comparando os estudos selecionados, conforme descritas na Tabela 1:

**Tabela 1 – Questões Norteadoras**

<b>ID</b>	<b>Questão de pesquisa</b>
Q1	Como a teoria dos grafos vem sendo utilizada no contexto da Educação Básica no cenário brasileiro?
Q2	Em quais níveis de escolaridade as pesquisas foram realizadas?
Q3	Quais são os objetivos dos estudos realizados?

Fonte: Elaborado pelos autores

Com a Q1, pretende-se analisar quais conteúdos de teoria dos grafos e matemáticos são abordados nos estudos, a maneira como é feita a relação entre a matemática e a teoria dos grafos, bem como os recursos metodológicos utilizados. A Q2 objetiva verificar em quais etapas da Educação Básica os estudos foram aplicados, e a Q3 investiga a finalidade do emprego da teoria dos grafos no ensino básico de matemática.

Para a realização da seleção dos artigos analisados foram escolhidas como fonte de pesquisa as seguintes bases de dados eletrônicas: o acervo de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD. Essas bases de dados foram escolhidas por serem adequadas e confiáveis para a efetivação desta pesquisa, o PROFMAT por ser um programa voltado para o ensino-aprendizagem de matemática, e a BDTD por fornecer o Padrão brasileiro de Metadados para Descrição de Teses e Dissertações (MTD3-BR).

**Quadro 2 – Strings de busca adaptadas para cada Base de Dados pesquisada**

<b>Base de Dados</b>	<b>String adaptada</b>
PROFMAT	Grafo

BDTD	"grafo AND ensino AND matemática"
------	-----------------------------------

Fonte: Elaborado pelos autores

O Quadro 2 apresenta as *strings* de busca utilizadas em cada Base de Dados. Como o acervo digital do PROFMAT não dispõe de uma ferramenta de busca avançada, optou-se por empregar a palavra-chave "grafo" para a localização de trabalhos nessa plataforma. Em contrapartida, na pesquisa na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, foi possível realizar uma busca avançada, onde a *string* utilizada foi "grafo AND ensino AND matemática", além de ser possível delimitar o idioma, tipo de documento e data.

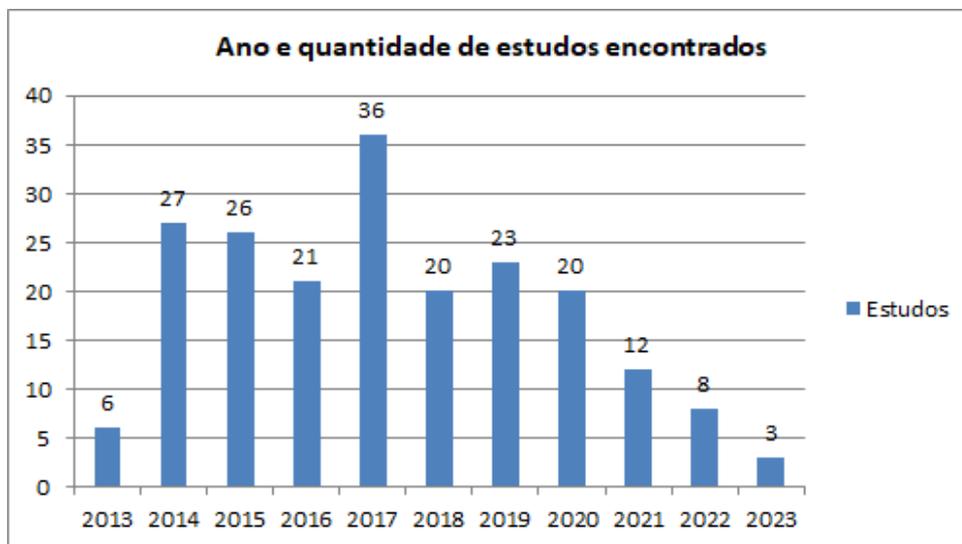
A Tabela 2 apresenta cada base de dados eletrônica utilizada e a quantidade de estudos obtidos, já a Figura 3 mostra as quantidades por ano:

**Tabela 2 – Quantidade de estudos extraídos das bases de dados eletrônicas**

Base de dados	Número de artigos encontrados
PROFMAT	108
BDTD	94

Fonte: Elaborado pelos autores

**Figura 3 - Ano e quantidade de estudos encontrados**



Fonte: Elaborado pelos autores

O processo de seleção e avaliação dos estudos foi dividido em duas etapas. A primeira etapa se tratou de uma primeira seleção, visando limitar o escopo da pesquisa a estudos realizados nos últimos 11 anos no formato de tese ou dissertação, no intuito de analisar principalmente as dissertações do PROFMAT, que estão disponíveis a partir do

ano 2013. Essa seleção foi aplicada a todos os estudos obtidos pela busca nas bases de dados. Para atender aos critérios de inclusão, os estudos deveriam centrar-se na teoria dos grafos para o ensino de matemática, seja como tema principal ou referencial teórico. Além disso, foi necessário que os trabalhos englobassem atividades específicas desenvolvidas e aplicadas em ambiente escolar, dentro do cenário nacional, e cujo conteúdo completo estivesse disponível *online*. Inicialmente, a consulta foi realizada no acervo digital do PROFMAT e depois na base BDTD. Dessa forma, os arquivos considerados repetidos estavam presentes na base BDTD, referentes aos já encontrados na base PROFMAT.

Durante a busca, foram extraídas das bases de dados as principais informações dos estudos e registradas em uma planilha eletrônica, tais como base de dados, ano de publicação, quantidade de páginas, palavras-chave, título, autor, critérios de inclusão e exclusão, visando sistematizar a pesquisa e facilitar a execução dos próximos passos. Nesta primeira etapa, foram aplicados os critérios de inclusão conforme, a Tabela 3:

**Tabela 3 – Critérios de inclusão**

<b>Sigla</b>	<b>Critério de Inclusão</b>
CI1	Estudos no formato de Tese ou Dissertação.
CI2	Estudos em português (Brasil).
CI3	Estudos realizados entre 2013 e 2023.
CI4	Estudos que tratam do ensino de matemática na Educação Básica por meio da teoria dos grafos.

Fonte: Elaborado pelos autores

A segunda fase consistiu na análise manual de cada estudo identificado após a aplicação dos critérios de inclusão. Nesse processo, os estudos foram salvos em um computador de forma organizada e indexada, inserindo no nome de cada arquivo o banco de dados, ano de publicação, instituição vinculada ao estudo, quantidade de páginas e nome do autor. Como exemplo, temos: “PROFMAT - 2017 - PUC - 108 - Larissa da Conceição Borges dos Santos”. Este detalhe facilitou a identificação dos trabalhos e buscas futuras. Foram examinados os metadados de cada estudo extraído, incluindo título, resumo e palavras-chave. Contudo, quando não havia clareza quanto aos objetivos e conteúdos abordados nos trabalhos, também foram examinados o sumário, aplicações e conclusão, associados a cada dissertação ou tese.

Visando garantir que os estudos selecionados fossem relevantes com relação às questões norteadoras da pesquisa, foram definidos os seguintes critérios de exclusão, conforme a Tabela 4:

**Tabela 4 – Critérios de exclusão**

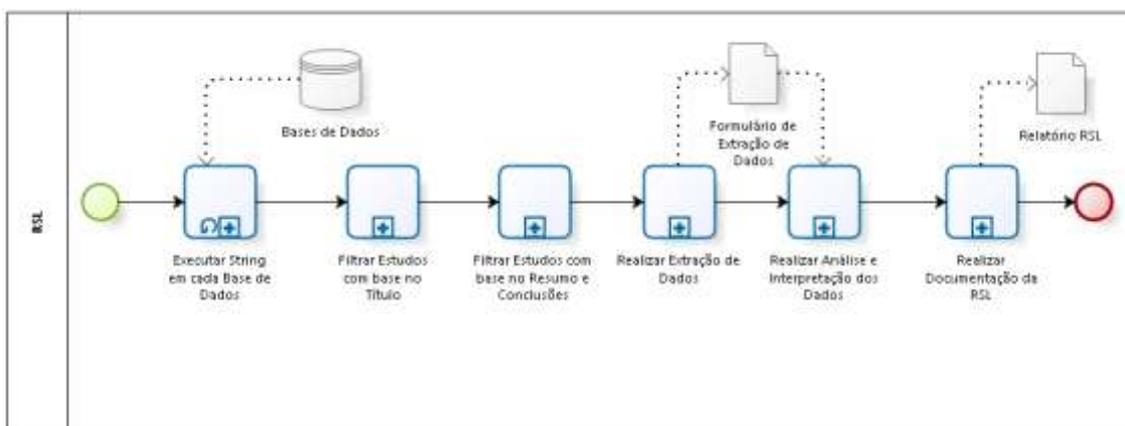
<b>Sigla</b>	<b>Critério de Exclusão</b>
CE1	Estudos duplicados entre as bases de dados utilizadas.
CE2	Trabalhos com conteúdo inacessível.
CE3	Estudos que não estão voltados para o ensino básico.
CE4	Estudos que não estão voltados para o ensino de matemática através da teoria dos grafos.
CE5	Estudos que não foram aplicados em sala de aula.
CE6	Trabalhos que tratam apenas de revisão bibliográfica.

Fonte: Elaborado pelos autores

O critério CE1 garantiu que os estudos já presentes em uma base não fossem inseridos novamente na seleção; CE2 filtrou os trabalhos que, além de atenderem aos critérios de inclusão, também estivessem disponíveis para consulta; CE3 direcionou a pesquisa para estudos que tinham enfoque no Ensino Fundamental e Médio, que são os níveis de ensino avaliados na pesquisa; CE4 garantiu que os registros não tivessem outro enfoque que não o de ensino de matemática, excluindo assim aqueles direcionados para outras áreas como química, física, biologia, entre outras; CE5 foi um critério determinante para que a seleção de trabalhos contivesse apenas aqueles com aplicação e execução confirmada em sala de aula; e o CE6 verificou se os estudos tratavam apenas de revisão bibliográfica, sem foco no emprego da teoria dos grafos no ensino de matemática.

A seleção dos estudos foi conduzida manualmente, aderindo ao procedimento delineado na Figura 4. Durante a análise de cada estudo, o software PDF-XChange Editor foi empregado, possibilitando a inserção de marcações nos documentos em PDF de forma versátil. Assim, para cada tópico e subtópico presentes no sumário de todos os arquivos, foram aplicadas marcações a fim de facilitar a comparação, pesquisa e revisão dos metadados dos estudos, permitindo uma resposta ágil sempre que a necessidade de retornar a um tópico específico surgia.

**Figura 4 – Processo geral de Seleção dos Estudos**



Fonte: Grupo de Qualidade de Software da Universidade Federal de Santa Catarina

Após a conclusão do processo de seleção, 34 dentre os 202 trabalhos encontrados foram escolhidos, abrangendo todos os estudos obtidos das bases de pesquisa investigadas. Os artigos selecionados com suas respectivas identificações (ID) estão listados na Tabela 5:

**Tabela 5 – Estudos selecionados**

ID	Ano	Título	Autor
E1	2013	Resolução de problemas em contextos de ensino de Matemática: uma abordagem por meio da Teoria dos Grafos.	Jefferson Ricart Pezeta
E2	2014	Atividades de Modelagem Matemática envolvendo a Teoria dos Grafos no Ensino Médio.	Andreia Araújo de Farias
E3	2014	Possibilidades em Grafos Hamiltonianos.	Michel Guerra de Souza
E4	2014	Resolução de Problemas via Teoria de Grafos.	Renato Ferreira de Souza
E5	2014	Redes sociais: um estudo introdutório.	André Luiz Bispo Ferreira
E6	2015	Grafos no Ensino Básico.	Marcelo Alves Souza

E7	2015	Grafos: Uma Experiência no Ensino Fundamental.	Alan Marcelo Oliveira da Silva
E8	2015	Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio.	Alessandro de Araújo Gomes
E9	2015	Introdução à Teoria dos Grafos: Proposta para o Ensino Médio.	Daniel Klug Nogueira
E10	2015	Resolução de problemas relacionados à teoria de Grafos no Ensino Fundamental.	Daniel da Rosa Mesquita
E11	2016	Coloração em Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio.	Odilon Magno da Silva Júnior
E12	2016	Caminhos em Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio.	Victor Leite Alves
E13	2016	Uma Metodologia para o Ensino da Teoria dos Grafos utilizando Objetos Virtuais de Aprendizagem.	Maria Elenice Schoroeder de Sena
E14	2017	Grafos Eulerianos na Educação Básica.	Bruno Nogueira Cardoso
E15	2017	O Ensino de Matrizes Utilizando Teoria dos Grafos.	Suelma Luiza Alves de Souza
E16	2017	Coloração em Grafos: Uma experiência no Ensino Fundamental.	Fábio da Rocha Costa
E17	2017	Resolução de problemas via Teoria de Grafos: uma possibilidade de tornar a Matemática mais atraente na Educação Básica.	Danila de Fátima Chagas Assis
E18	2017	Grafos e Problemas de Caminhos.	Dárcio Costa Nogueira Júnior
E19	2017	A teoria dos grafos e sua abordagem na sala de aula com recursos educacionais digitais.	Flávia Fernanda Favaro

E20	2018	Coloração de Grafos na Educação Básica.	Vinicius Trevezani Pereira Leal
E21	2018	Uma Abordagem sobre a Teoria dos Grafos no Ensino Médio.	Antônio Valdemir Pereira Júnior
E22	2018	Caminhos em Grafos: Uma Experiência no Ensino Fundamental.	Osni Novaes da Silva Júnior
E23	2018	Grafos e Emparelhamentos em Grafos.	Thiago Silveira da Fonseca
E24	2018	Teoria dos Grafos no ensino médio: aplicações em problemas de trânsito.	João Paulo Gonçalves Della Torre
E25	2019	O Menor Limite Inferior de Vértices de Grau 2 Para Um Grafo Minimal 2-Aresta-Conexo.	José Ivan Dultra Júnior
E26	2019	Grafos: Uma Experiência em Turmas Militares dos Ensino Médio e Fundamental.	Rodrigo Cesário de Aquino
E27	2019	Grafos: Uma Proposta Aplicada ao Cotidiano de Alunos do Ensino Fundamental.	Carolina Ribeiro Pereira
E28	2019	Introdução à teoria dos Grafos e o Problema de Coloração.	Ananda Kainne Oliveira Domenegueti
E29	2019	Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch.	Priscilla Frida Salles Tojeiro
E30	2020	Grafos: uma abordagem através de questões da OBMEP e do Canguru de Matemática.	Luís Antônio de Souza da Silva
E31	2020	Atividades de Modelagem Matemática: o Uso da Teoria dos Grafos no Ensino Fundamental.	Guilherme da Silva Oliveira
E32	2021	Grafos e suas Aplicações no Ensino de Matemática.	Carolina Pereira Vaz

E33	2022	Mentalidades Matemáticas: Uma Proposta de Atividade Envolvendo Grafos.	Roberto Pereira Azevedo
E34	2022	Uma Abordagem da Teoria dos Grafos nos Anos Finais do Ensino Fundamental por meio de Problemas Olímpicos de Matemática.	Igor Correia de Souza Costa

Fonte: Elaborado pelos autores

Na próxima seção é apresentada uma análise dos estudos selecionados na revisão. Ao final realizamos uma breve discussão dos resultados apresentados com o objetivo de responder às questões iniciais a respeito da aplicabilidade da teoria dos grafos no ensino de matemática, suas contribuições e desafios.

#### 4. Análise e Discussão dos Resultados

Após analisar os estudos selecionados, foram feitos fichamentos contendo dados relevantes para responder às questões norteadoras, de forma a obter semelhanças entre as abordagens nos estudos e as relações entre as ferramentas de teoria dos grafos empregadas nos tópicos de matemática.

Notamos que a maioria dos trabalhos pesquisados nas bases de dados selecionadas foi publicada no ano de 2017, tendo uma queda nos anos seguintes. Isso pode indicar a necessidade de mostrar a importância e os benefícios que o estudo de grafos pode trazer para o ensino básico para estimular a produção de mais trabalhos voltados para esse campo.

Com relação à primeira questão norteadora deste trabalho, a saber: Q1 - “Como a teoria dos grafos vem sendo utilizada no contexto da Educação Básica no cenário brasileiro?”, foram destacados alguns dados em todos os estudos, tais como: metodologia, materiais utilizados, temas matemáticos abordados, e as ferramentas de teoria dos grafos.

Os materiais empregados variaram entre papel e lápis, laboratório de informática, celular e recursos concretos, como canudos, palitos e massa de modelar. Notavelmente, a utilização desses objetos simples revelou-se uma alternativa eficaz em ambientes escolares com limitações tecnológicas.

Na Tabela 6, exibimos os conteúdos matemáticos abordados em cada estudo, correspondente à etapa de exploração do material e categorização:

**Tabela 6 – Temas matemáticos abordados**

<b>Temas matemáticos abordados</b>	<b>Estudo</b>
Matrizes	E1, E2, E5, E13, E14, E15, E18, E19, E21, E28
Raciocínio Lógico-matemático	E1, E3, E4, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E20, E22, E23, E24, E26, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34
Análise Combinatória	E8, E9, E11, E13, E18, E19, E24
Probabilidade	E18
Poliedros	E9, E12, E18
Geometria plana e espacial	E12
Perímetro	E13, E15
Números binários	E1
Curvas e segmentos de reta	E15

Fonte: Elaborado pelos autores

A maior parte dos estudos, portanto, abordou o “raciocínio lógico-matemático”. Isso deve-se ao fato de que boa parte dos problemas relacionados a grafos pode ser resolvida sem o uso de fórmulas matemáticas, ou seja, apenas com o raciocínio lógico. Em segundo lugar temos o conteúdo “matrizes”. Como na teoria dos grafos utilizamos as relações entre vértices e arestas em muitas aplicações, o uso da matriz de adjacência e, portanto, de matrizes, está muito presente, visto que por meio dela podemos organizar e visualizar melhor as relações entre os elementos de um grafo. Em terceiro lugar temos o conteúdo “Análise combinatória”, que envolve o emprego de problemas nos quais é preciso determinar todas as possibilidades existentes de caminhos entre um ponto (vértice) e outro, ou mesmo qual o menor caminho.

Fica evidente, portanto, que o uso de grafos é utilizado no ensino, pois há inúmeros problemas que podem ser tratados em sala de aula envolvendo matrizes, raciocínio lógico-matemático e análise combinatória, juntamente com outros conteúdos de matemática. Além disso, os alunos podem perceber uma aplicabilidade para os assuntos dessa

disciplina no cotidiano. Na Tabela 7 são mostradas as principais ferramentas de teoria dos grafos utilizadas nos estudos selecionados:

**Tabela 7 – Ferramentas de teoria dos grafos utilizadas**

<b>Ferramentas de teoria dos grafos</b>	<b>Estudo</b>
Grau do vértice e número de arestas	E1, E2, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34
Matriz de Adjacência	E1, E2, E14, E15, E18, E19, E21, E28
Ciclos Hamiltonianos	E3, E4, E8, E9, E10, E17, E31
Caminhos Eulerianos	E1, E6, E7, E8, E10, E12, E14, E17, E21, E22, E23, E24, E26, E29, E30, E31, E33, E34
Coloração de Grafos	E1, E6, E7, E10, E11, E14, E16, E18, E20, E26, E28, E30, E32
Tipos de grafos	E1, E9, E7, E12, E13, E14, E18, E21, E22, E23, E26
Algoritmo de Dijkstra, Floyd, PRIM e Kruskal	E1, E7, E8, E12, E13, E17, E18, E21, E22, E24, E26, E27
Planaridade	E8, E9, E11, E12, E17, E18, E20, E22, E26, E28
Isomorfismo	E8, E9, E12, E25, E26
O Problema do Caixeiro Viajante	E10, E13
Laços	E1, E12, E18, E22, E26
Caminho, trilha, ciclo	E12, E15, E17, E18, E19, E21, E22, E24, E27, E32
Grafo Conexo	E9, E12, E14, E18, E22, E23, E25, E26, E34

Teorema de Euler	E12, E18
------------------	----------

Fonte: Elaborado pelos autores

Observa-se que praticamente todo estudo que abordou grau do vértice de um grafo também trabalhou com número de arestas, isso se deve ao fato de que essas duas ferramentas são básicas no estudo de grafos. Comparando as ferramentas “ciclo Hamiltoniano” e “caminho Euleriano”, vemos que este último é mais utilizado, provavelmente por ser mais fácil de aplicar em sala de aula e de os alunos conseguirem resolver os problemas relacionados.

Entre os tópicos da teoria dos grafos mais utilizados estão a “coloração de grafos, que acreditamos ser de fácil aplicação para os alunos; o “Algoritmo de Dijkstra”, por facilitar a identificação de um caminho mais curto em mapas; “planaridade” por facilitar a organização de grafos; e “caminho, trilha e ciclo”, que ajudam na sistematização de relações entre vértices e arestas.

Na sequência, também foram bastante utilizadas as ferramentas “Matriz de adjacência”, que está diretamente ligada ao conteúdo de matrizes, inclusive à multiplicação de matrizes, nos casos em que se investiga a quantidade de saltos necessários de um vértice para outro; "tipos de grafos" e "grafo conexo", que também são importantes na resolução de problemas com grafos. Contudo, de maneira geral, alguns estudos introduziram um ou outro conceito da teoria dos grafos de maneira pontual e secundária, mesmo que o foco do trabalho estivesse voltado para outras aplicações.

Para responder à questão norteadora Q2: “Em quais níveis de escolaridade as pesquisas foram realizadas?”, analisamos os níveis de ensino nos quais os estudos selecionados foram aplicados, conforme a Tabela 8:

**Tabela 8 – Níveis de Ensino**

Nível de ensino	Estudo
Ensino Fundamental I	E29
Ensino Fundamental II	E4, E6, E7, E10, E14, E16, E20, E22, E23, E26, E27, E31, E32, E33, E34
Ensino Médio	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E9, E11, E12, E13, E15, E17, E18, E19, E21, E24, E25, E26, E28, E30, E32

Fonte: Elaborado pelos autores

Observou-se uma predominância significativa da aplicação da teoria dos grafos no contexto do Ensino Médio, possivelmente atribuída à inclusão dos conteúdos de matriz e análise combinatória, os quais foram amplamente utilizados nos estudos selecionados. No Ensino Fundamental II também houve uma grande aplicação da teoria dos grafos, fato este que acreditamos ser devido à possibilidade de trabalhar o raciocínio lógico-matemático nessa etapa, e inclusive uma introdução simples do conteúdo de matrizes.

Apesar da boa aplicação de grafos observada nos níveis Fundamental II e Médio, no Ensino Fundamental I verificou-se apenas um estudo direcionado para esta etapa. No entanto, é plausível considerar uma extensão das aplicações de grafos no Ensino Fundamental I, caso os problemas selecionados abordem conceitos matemáticos elementares, como, por exemplo, a coloração de mapas, uma ferramenta que, sem dúvida, seria pertinente para alunos desse nível de ensino.

Sobre a questão norteadora Q3: “Quais são os objetivos dos estudos realizados?”, reunimos informações referentes às finalidades didáticas de cada trabalho, conforme a Tabela 9:

**Tabela 9 – Finalidades didáticas**

<b>Finalidades didáticas</b>	<b>Estudo</b>
Fortalecer a habilidade de solucionar problemas do mundo real por meio do estudo de grafos	E1, E2, E25, E33
Capacitar os alunos para investigarem a existência de ciclos hamiltonianos em um grafo	E3
Verificar se houve melhora no desempenho na resolução de problemas após aplicar a teoria dos grafos para os alunos	E1, E4, E7, E8, E10, E11, E12, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E24, E26, E27, E29
Avaliar a viabilidade do uso de teoria dos grafos no ensino básico	E1, E5, E9, E13, E18, E23, E28, E30, E31, E32, E34
Desenvolver as habilidades de investigação, análise, modelagem e resolução de problemas por meio da teoria dos grafos	E1, E6

Mostrar aplicações de matrizes por meio da teoria dos grafos	E15
Desenvolver o raciocínio lógico e argumentação	E10, E20

Fonte: Elaborado pelos autores

Observa-se que a maior parte dos estudos tem como finalidade didática “verificar se houve melhora no desempenho na resolução de problemas após aplicar a teoria dos grafos para os alunos”, em segundo lugar tiveram como finalidade “avaliar a viabilidade do uso de teoria dos grafos no Ensino Médio”. Sobre a finalidade “Desenvolver o raciocínio lógico e argumentação”, apesar de somente dois estudos (E10 e E20) relatarem explicitamente que tinham essa finalidade, outros estudos (E1, E5, E7, E8, E11, E12, E14, E16, E17, E21, E22, E26, E30, E31, E32 e E34) trataram de problemas que envolviam o raciocínio lógico.

Observa-se, portanto, que a experimentação da teoria dos grafos tem sido realizada em ambientes educacionais, especialmente em salas de aula, visando a avaliação de sua aplicabilidade e se houve melhora no desempenho dos alunos. Os estudos conduzidos nesse contexto oferecem subsídios relevantes para considerar a possível integração desta teoria no currículo de matemática destinado ao Ensino Fundamental e Médio.

Sobre os resultados obtidos em virtude da aplicação da teoria dos grafos em sala de aula, reunimos na Tabela 10 os relatos dos trabalhos selecionados com relação aos resultados:

**Tabela 10 – Resultados da aplicação da teoria dos grafos**

<b>Resultado</b>	<b>Estudo</b>
Estudo relata que houve melhora no raciocínio lógico e na capacidade de resolução de problemas dos alunos	E1, E2, E7, E8, E10, E12, E13, E15, E19, E31,
Estudo relata que houve melhora na assimilação do conhecimento referente ao conteúdo abordado por meio da teoria dos grafos	E3, E4, E5, E6, E9, E11, E14, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E28, E29, E30, E32, E33, E34,

Os alunos tiveram dificuldade com a teoria dos grafos	E3, E6, E7, E8, E9, E10, E18, E19, E20, E22,
Os alunos demonstraram maior motivação nos conteúdos de matemática que foram associados à teoria dos grafos	E1, E2, E7, E8, E10, E11, E12, E14, E15, E17, E18, E19, E21, E23, E26,
O uso de grafos foi indispensável para resolver o problema	E2, E6, E8, E12, E13, E17, E18, E22, E24, E27,
A incorporação da teoria dos grafos no conteúdo programático de matemática mostrou-se viável	E2, E11, E13, E15, E18, E34,
O uso de grafos deu significado aos conteúdos matemáticos	E1, E2, E7, E8, E11, E13, E15, E18, E19, E22,
O uso de grafos fomentou discussões sobre temas transversais por meio da matemática	E2, E13, E14, E27,
O uso de grafos favoreceu o estabelecimento de critérios para resolver problemas	E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E15, E17, E18, E27,
O uso de grafos possibilitou a inclusão de recursos tecnológicos nas aulas	E1, E2, E5, E8, E13, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E26, E27, E29, E33,
O uso de grafos permitiu que os alunos usassem a matemática em situações cotidianas	E1, E2, E7, E8, E12, E13, E16, E19, E21, E22,

Fonte: Elaborado pelos autores

Destaca-se que a maioria das pesquisas submeteram os alunos a um pré-teste e um pós-teste durante a implementação de problemas, o que possibilitou a comparação dos resultados antes e depois da exposição à teoria dos grafos. Os resultados indicam que os índices de acertos apresentaram uma ampliação significativa após a explicação dos conceitos de grafos, evidenciando também uma maior motivação dos alunos na resolução de problemas.

Sendo assim, a maioria dos estudos relatou melhorias no aprendizado de maneira geral, sendo que 10 estudos especificamente mencionaram avanços no aprendizado de matemática. Todos os estudos destacam que os alunos compreenderam a teoria dos grafos, e percebe-se que essa compreensão contribuiu de várias formas, proporcionando

significado aos conteúdos matemáticos, estimulando discussões sobre outras áreas relacionadas à matemática, possibilitando a integração de recursos tecnológicos em sala de aula e aplicando a matemática em situações cotidianas, entre outros benefícios.

Dessa forma, a teoria dos grafos não só ajudou na aprendizagem de matemática, como também favoreceu estudos envolvendo conteúdos interdisciplinares e mostrou a aplicabilidade de alguns tópicos da matemática em situações práticas, contribuindo assim para uma melhor abordagem dessa disciplina e forneceu meios alternativos e lógicos para resolução de problemas.

## **5. Considerações finais**

Este estudo empreendeu uma análise abrangente de diversos trabalhos que incorporaram a teoria dos grafos no ensino básico, examinando os temas matemáticos associados a essa abordagem e os resultados observados em ambiente escolar. Foram observadas as metodologias empregadas, os objetivos e para quais níveis de ensino os estudos foram direcionados.

Destaca-se que os conteúdos matemáticos mais explorados foram Matrizes, Raciocínio lógico-matemático e Análise combinatória. No que tange às ferramentas de teoria dos grafos, destacaram-se grau do vértice, número de arestas, caminhos Eulerianos, coloração de mapas, algoritmo de Dijkstra, planaridade, caminho, grafo conexo e matriz de adjacência. Além disso, os estudos ocorreram majoritariamente no Ensino Médio (64,7%), seguido pelo Ensino Fundamental II (44,1%), sendo que apenas um estudo (2,9%) foi conduzido no Ensino Fundamental I.

Por outro lado, as metodologias e abordagens adotadas pelos estudos foram diversas, com ênfase em resolução de problemas, pesquisa experimental e estudo de caso.

Constatou-se que as principais finalidades didáticas foram verificar se houve melhora no desempenho na resolução de problemas após aplicar a teoria dos grafos com os alunos, avaliar a viabilidade do uso da teoria dos grafos no Ensino Médio, contribuir para a formação de um indivíduo autônomo e crítico por meio da teoria dos grafos e facilitar a resolução de problemas da realidade com o estudo de grafos.

Dos estudos selecionados, 64,7% dos relataram melhora no aprendizado em geral, e 29,4% mostrou que houve melhora no aprendizado de matemática, além de indicar vários benefícios no estudo de grafos tais como aprender a usar a matemática em situações

cotidianas, introduzir recursos tecnológicos em sala de aula, buscar os dados necessários para resolver problemas e dar significado aos conteúdos matemáticos.

Apesar dos resultados satisfatórios, os estudos também relataram que os alunos enfrentaram desafios na organização de suas ideias ao abordar o problema proposto, mesmo após terem sido introduzidos aos conceitos básicos da teoria dos grafos. Essa situação sugere a necessidade de intervenções pedagógicas voltadas para reforçar as habilidades de organização cognitiva dos estudantes em relação aos temas matemáticos.

Ao analisar os estudos, também se observou uma lacuna significativa na abordagem explícita do pensamento computacional, visto que os trabalhos selecionados priorizaram a introdução da teoria dos grafos em sala de aula e sua aplicabilidade. Diante desse cenário, vislumbramos que a integração do pensamento computacional ao contexto escolar, em conjunto com a teoria dos grafos, tem o potencial de otimizar os resultados. Essa abordagem pode ser especialmente relevante na resolução de problemas cotidianos, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da autonomia dos alunos, ampliando, assim, as possibilidades de uma aprendizagem mais significativa.

Concluiu-se, portanto, que a utilização da teoria dos grafos no ensino básico se revela como uma alternativa relevante para aprimorar a aprendizagem dos alunos. Essa abordagem não se limita a problemas matemáticos, abrangendo também situações cotidianas e contextualizadas, o que facilita a assimilação de conceitos matemáticos. Destaca-se que a associação de ferramentas da teoria dos grafos aos conteúdos de matemática demonstra a aplicabilidade dessa disciplina em situações reais, contribuindo para despertar o interesse e o desejo dos alunos em aprender de forma mais engajada. Por fim, embora os estudos analisados tenham apresentado bons resultados, acreditamos que esses podem ser potencializados por meio da incorporação de práticas pedagógicas que estimulem a organização cognitiva dos alunos, como é o caso do pensamento computacional.

Recebido em: 06/02/2024

Aprovado em: 08/04/2024

## Referências

ALVES, V. L. **Caminhos em Grafos**: uma experiência no Ensino Médio. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) –

Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016.

AQUINO, A. A. F. **Atividades de modelagem matemática envolvendo a teoria dos grafos no ensino médio**. 2014. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Departamento de Matemática, Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

AQUINO, R. C. **Grafos: uma experiência em turmas militares dos ensinos médio e fundamental**. 2019. 154 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2019.

ASSIS, D. F. C. **Resolução de problemas via teoria de grafos: uma possibilidade de tornar a matemática mais atraente na educação básica**. 2017. 152 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal de São João Del Rei, São João Del Rei, 2017.

AZEVEDO, R. P. **Mentalidades matemáticas: uma proposta de atividade envolvendo grafos**. 2022. 100 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2022.

CAMPOS, A. F. M.; CAETANO, L. M. D.; GOMES, V. M. L. R. (2023). Revisão Sistemática de Literatura em Educação: características, estrutura e possibilidades às pesquisas qualitativas. **Linguagens, Educação E Sociedade**, 27(54), 139-169. <https://doi.org/10.26694/rles.v27i54.2702>. Acesso em: 12 dez. 2023.

CARDOSO, B. N. **Grafos Eulerianos na Educação Básica**. Rio de Janeiro, 2017. 64 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

COSTA, F. R. **Coloração em grafos: uma experiência no ensino fundamental**. 2017. 130 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2017.

COSTA, I. C. S. **Uma abordagem da teoria dos grafos nos anos finais do ensino fundamental por meio de problemas olímpicos de matemática**. 2022. 76 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2022.

DELLA TORRE, J. P. G. **Teoria dos Grafos no ensino médio: aplicações em problemas de trânsito**. 2018. 148 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018.

DOMENEGUETI, A. K. O. **Introdução à Teoria dos Grafos e o problema da coloração**. 2019. 83 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2019.

DONATO, H; DONATO, M. Stages for Undertaking a Systematic Review. **Acta Med Port** [Internet]. 2019 Mar. 29 [cited 2024 Apr. 3];32(3):227-35. Available from: <https://www.actamedicaportuguesa.com/revista/index.php/amp/article/view/11923>. Acesso em: 12 dez. 2023.

DULTRA JÚNIOR, J. I. **O menor limite inferior de vértices de grau 2 para um grafo minimal 2, aresta, conexo**. 2019. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019.

FAVARO, F. F. **A teoria dos grafos e sua abordagem na sala de aula com recursos educacionais digitais**. 2017. 58 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

FERREIRA, A. L. B. **Redes sociais: um estudo introdutório**. 2014. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2014.

FONSECA, T. S. **Grafos e emparelhamentos em grafos**. 2018. 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2018.

GALVÃO, M. C. B.; RICARTE, I. L. M. Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. **Logeion: Filosofia da Informação**, Rio de Janeiro, RJ, v. 6, n. 1, p. 57–73, 2019. DOI: 10.21728/logeion.2019v6n1.p57-73. Disponível em: <https://revista.ibict.br/fiinf/article/view/4835>. Acesso em: 10 dez. 2023.

GOMES, A. A. **Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio**. 2015. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Departamento de Matemática, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2015.

LEAL, V. T. P. **Coloração de grafos no ensino fundamental**. 2018. 113 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2018.

MESQUITA, C. P. V. **Grafos e suas aplicações no ensino da matemática**. 2021. 68 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2021.

MESQUITA, D. R. **Resolução de problemas relacionados à teoria de grafos no ensino fundamental**. 2015. 97 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

NOGUEIRA, D. K. **Introdução à teoria dos grafos: proposta para o ensino médio**. 2015. 114 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Departamento de Matemática, Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

NOGUEIRA JÚNIOR, D. C. **Grafos e problemas de caminhos**. 2017. 102 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2017.

OLIVEIRA, G. S. **Atividades de modelagem matemática**: o uso da teoria dos grafos no ensino fundamental. 2020. 90 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2020.

PEREIRA, C. R. **Grafos**: uma proposta aplicada ao cotidiano de alunos do ensino fundamental. 2019. 52 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2019.

PEREIRA JÚNIOR, A. V. **Uma abordagem sobre a teoria dos grafos no ensino médio**. 2018. 57 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

PEZETA, J. R. **Resolução de problemas em contextos de ensino de Matemática**: uma abordagem por meio da Teoria dos Grafos. 2013. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SENA, M. E. S. **Uma Metodologia para o Ensino da Teoria dos Grafos utilizando Objetos Virtuais de Aprendizagem**. 2016. 101 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Centro de Ciências Computacionais, Universidade Federal do Rio Grande, 2016.

SILVA, A. M. O. S. **Grafos**: Uma Experiência no Ensino Fundamental. 2015. 85 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2015.

SILVA, L. A. S. **Grafos**: uma abordagem através de questões da OBMEP e do Canguru de Matemática. 2020. 58 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2020.

SILVA JÚNIOR, O. N. **Caminhos em grafos**: uma experiência no ensino fundamental. 2018. 133 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2018.

SILVA JÚNIOR, O. M. **Coloração em Grafos**: Uma Experiência no Ensino Médio. 2016. 102 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Departamento de Matemática, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016.

SOUSA, J. R.; SANTOS, S. C. M. Análise de conteúdo em pesquisa qualitativa: modo de pensar e de fazer. **Pesquisa e Debate em Educação**, Juiz de Fora: UFJF, v. 10, n. 2, p. 1396, 1416, jul., dez. 2020. ISSN 2237,9444. DOI: <https://doi.org/10.34019/2237,9444.2020.v10.31559>.

SOUZA, M. A. **Grafos no Ensino Básico**. 2015. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Centro de Matemática, Computação e Cognição, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2015.

SOUZA, M. G. **Possibilidades em grafos hamiltonianos**. 2014. 76 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

SOUZA, R. F. **Resolução de problemas via teoria de grafos**. 2014. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

SOUZA, S. L. A. **O ensino de matrizes utilizando teoria dos grafos**. 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Departamento de Matemática, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal de Mato Grosso, Barra do Garças, 2017.

TOJEIRO, P. F. S. **Noções de topologia nos anos iniciais do ensino fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch**. 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.