

Movimentos investigativos a partir de diferentes aulas sobre introdução a função

Investigative movements based on different lessons on the introduction to functions

Rejane Siqueira Julio¹

Maria Flávia Maciel Santiago²

Matheus Rodrigo Aprigio Cândido³

Nicoli Prosperi Pereira⁴

Daniela Marques Alves⁵

Jaqueline Jacira do Lago⁶

Abner Saimont Teixeira⁷

Michelle Aparecida Corrêa Monteiro⁸

RESUMO

Neste artigo são descritas e analisadas, no formato colaborativo, cinco regências elaboradas e desenvolvidas, em sala de aula, por cinco residentes, no âmbito do subprojeto Matemática do Programa Residência Pedagógica da Universidade Federal de Alfenas, para abordar a introdução do conceito de função. As análises foram realizadas na perspectiva de professores pesquisadores das ações desenvolvidas e ancoradas em algumas noções da Educação Matemática Crítica (cenários para investigação e diálogo) e do Modelo dos Campos Semânticos (produção de significados). Todo esse processo decorre das reuniões semanais da equipe do subprojeto,

¹. Doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professora Associada do Instituto de Ciências Exatas e do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). E-mail: rejane.julio@unifal-mg.edu.br.

². Mestranda em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Alfenas (PPGE/UNIFAL-MG). Graduada em Matemática-Licenciatura, pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG) E-mail: mf.crverde@gmail.com.

³. Graduado em Matemática-Licenciatura pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). E-mail: matheuscandido117@gmail.com.

⁴. Graduada em Matemática-Licenciatura pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). Professora da Escola Estadual M. Joaquim José de Oliveira. E-mail: nicoliprosperi@gmail.com.

⁵. Graduada em Matemática-Licenciatura pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). E-mail: daniela.mqalves@gmail.com.

⁶. Graduada em Matemática-Licenciatura pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). Professora da Escola Estadual Rui Barbosa. E-mail: lagojaqueline09@gmail.com.

⁷. Graduando em Matemática-Licenciatura pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). E-mail: abner.teixeira@sou.unifal-mg.edu.br.

⁸. Mestre em Estatística Aplicada e Biometria pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). Professora da Escola Estadual Samuel Engel. E-mail: michellemonteirocorrea@gmail.com.

constituindo um importante espaço de compartilhamento de vivências como, por exemplo, de discussões sobre as regências (elaboradas e desenvolvidas) e as leituras dos referenciais teóricos. Como principal resultado, destacamos que as diferentes aulas possibilitam diferentes modos de produzir significados a partir de vivências dos estudantes com conteúdos escolares ou vivências fora da escola e produções de significados da equipe sobre a criação de cenários para investigação em sala de aula e leitura dos estudantes, destacando a apropriação da teorização sobre cenários para investigação. A maior dificuldade apontada pelos residentes foi em estabelecer e manter o diálogo e não fornecer respostas das atividades quando foram indagados. Acreditamos que tenhamos criado momentos investigativos porque em alguns momentos havia a criação de cenários para investigação e em outros havia dificuldades para mantê-lo. A regência sobre introdução a função foi fundamental para as regências que aconteceram depois, pois essa experiência foi determinante para a proposição e tentativa de criar novos cenários para investigação, considerando as particularidades de cada turma, e fez com que os residentes ficassem mais atentos ao modo de atuar em sala de aula.

Palavras-chave: *Residência Pedagógica; Cenários para investigação; Produção de significado; Formação inicial de professores; Função.*

ABSTRACT

This article describes and analyzes, in a collaborative format, five lessons designed and developed in the classroom by five residents, within the scope of the Mathematics subproject of the Pedagogical Residency Program at the Federal University of Alfenas, to address the introduction of the concept of function. The analyses were carried out from the perspective of teacher researchers of the actions developed and anchored in some notions of Critical Mathematics Education (landscapes of investigation and dialog) and the Model of Semantic Fields (production of meanings). This whole process stems from the subproject team's weekly meetings, which are an important space for sharing experiences, such as discussions about the lessons (prepared and developed) and readings of theoretical references. The main result was that the different classes enabled different ways of producing meanings based on the students' experiences with school content or experiences outside school and the team's production of meanings about the creation of landscapes of investigation in the classroom and the students' reading, highlighting the appropriation of theorizing about landscapes of investigation. The greatest difficulty pointed out by the residents was establishing and maintaining a dialog and not providing answers to the activities when they were asked. We believe that we have created investigative moments because at some times landscapes of investigation were created and at others there were difficulties in maintaining them. The regency on the introduction to the role was fundamental for the regencies that took place afterwards, as this experience was decisive for proposing and trying to create new landscapes of investigation, taking into account the particularities of each class, and made the residents more attentive to the way they acted in the classroom.

Keywords: *Pedagogical Residency; Landscapes of investigation; Meanings production; Initial teacher education; Function.*

Introdução

O Programa Residência Pedagógica é uma das ações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) para fomentar projetos institucionais de Residência Pedagógica implementados por Instituições de Ensino

Superior, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação inicial de professores da Educação Básica nos cursos de licenciatura⁹. Na Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG), foi desenvolvido um projeto institucional de Residência Pedagógica de outubro de 2022 até março de 2024, do qual fizemos parte por meio do subprojeto Matemática, composto por: uma orientadora (professora da UNIFAL-MG), uma preceptora (professora de Ensino Médio da E. E. Samuel Engel) e cinco residentes (discentes do curso de Matemática-Licenciatura da UNIFAL-MG). Além disso, compunha a equipe uma pesquisadora, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação desta instituição.

O subprojeto Matemática tinha como objetivos: fortalecer a formação teórica e prática de futuros professores de Matemática, em especial nas relações entre diferentes matemáticas e coexistência delas em sala de aula, e na leitura de estudantes da Educação Básica (LINS, 1999, 2012); proporcionar a imersão de residentes no contexto escolar, reconhecendo-o como um ambiente que proporciona produção de conhecimentos; exercitar diferentes metodologias de ensino, em particular, investigações matemáticas (SKOVSMOSE, 2000); construir grupos de trabalho (VIOLA DOS SANTOS, 2019) e produção escrita colaborativa, com base nas experiências vivenciadas na escola.

As atividades desenvolvidas pela equipe foram: reuniões semanais para discussão das regências elaboradas e desenvolvidas na escola, das leituras propostas pelas professoras, de temas relacionados à escola e de outros temas que surgiam no momento; atividades desenvolvidas na escola, como observação de aulas, apoio aos estudantes, regências e outras demandas que surgiam; atividades desenvolvidas fora da escola como, por exemplo, visitação a UNIFAL-MG com os estudantes da escola.

Este artigo está relacionado a uma atividade de regência em sala de aula. Nele, temos o objetivo de descrever e analisar cinco regências elaboradas por cinco residentes, sob a orientação das professoras orientadora, preceptora e pesquisadora, nos colocando na posição de professores pesquisadores pelo estudo sistemático e metódico (FIORENTINI; LORENZATO, 2006) de nossas ações. Trata-se de uma pesquisa inspirada em estudo de caso (PONTE, 2006), na qual procuramos compreender em profundidade o processo de elaboração e desenvolvimento dessas regências,

⁹ Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/programa-residencia-pedagogica>. Acesso em: 10 abr. 2023.

evidenciando suas características e o processo de apropriação de referenciais teóricos, em especial, da teorização sobre cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000).

As regências foram elaboradas para abordar a introdução do conceito de função a partir da tentativa de colocar em ação as leituras sobre criação de cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000) e diálogo (MILANI, 2017, 2020), noções da Educação Matemática Crítica, e sobre produção de significados (1999, 2012), noção do Modelo dos Campos Semânticos, que são, também, os referenciais para a realização de análises das regências, conforme abordaremos adiante. Além disso, foi analisada como a temática estava sendo abordada no livro didático adotado pela escola. Essas leituras foram discutidas em reuniões semanais da equipe, assim como as ideias iniciais das regências até o planejamento final delas, sempre questionando se o que os residentes estavam propondo tinham características que poderiam possibilitar a criação de cenários para investigação em sala de aula. Da mesma forma que nas reuniões havia um trabalho colaborativo, ou seja, de contribuições e construção coletiva, a escrita deste artigo foi feita de forma colaborativa, sendo resultado deste trabalho.

Como resultados apontamos que as diferentes aulas possibilitam diferentes modos de produzir significados a partir de vivências dos estudantes com conteúdos escolares ou vivências fora da escola e diferentes produções de significados da equipe sobre a criação de cenários para investigação em sala de aula e leitura dos estudantes.

Cenários para investigação e as cinco regências

Um cenário para investigação é um “um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação” (SKOVSMOSE, 2000, p. 3), convidando os estudantes a formularem questões e a procurarem explicações. Além disso, é um ambiente que propicia o desenvolvimento de habilidades que os levem a refletir criticamente sobre os dados fornecidos e a explorar as diversas possibilidades de resolver um problema. Ele pode ser contraposto ao chamado paradigma do exercício, no qual o professor ou a professora apresenta alguns conteúdos e técnicas matemáticas e, em seguida, os estudantes resolvem exercícios com uma e somente uma resposta correta. Tais exercícios são baseados na repetição, tendo em vista que, geralmente, exigem apenas a aplicação do conjunto de técnicas apresentado.

A combinação do paradigma do exercício e de cenários para investigação com três referências possíveis de significados matemáticos, sendo elas matemática pura, semirrealidade e realidade, formam seis ambientes de aprendizagem, conforme

apresentado no Quadro 1, que podem “oferecer novos recursos para levar os alunos a agirem e refletirem e, dessa maneira, oferecer uma educação matemática de dimensão crítica” (SKOVSMOSE, 2000, p. 21).

Quadro 1 – Ambientes de aprendizagem.

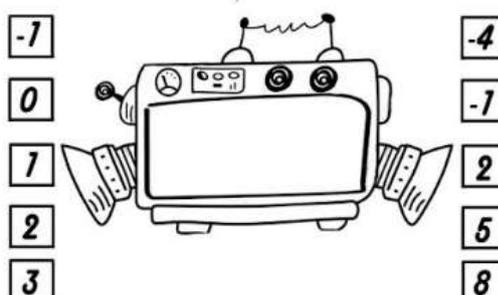
Referências	Paradigma do exercício	Cenários para investigação
Matemática	(1)	(2)
Semirrealidade	(3)	(4)
Realidade	(5)	(6)

Fonte: Adaptado de Skovsmose (2000).

Conforme mencionamos, as regências foram elaboradas dentro desta perspectiva e cada residente teve autonomia para planejar as aulas de modo a tentar criar um cenário para investigação. Dizemos tentar porque é somente no momento em que os estudantes aceitam o convite que um cenário para investigação é constituído. Cada regência, composta de, aproximadamente, quatro aulas de 50 minutos, foi desenvolvida em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio da escola parceira do subprojeto Matemática. Os residentes iniciaram com a proposta de uma atividade investigativa elaborada por eles, para, posteriormente, introduzir o conceito de função. Faremos a descrição de cada regência planejada, o que se torna, também, uma exemplificação dos ambientes de aprendizagem.

A regência elaborada pelo residente Abner consistia em “Máquinas de funções”, em que era preciso encontrar os valores de saída de uma máquina dados os valores de entrada e uma regra que os transformava ou então a descoberta de uma regra que associava os valores de entrada com os valores de saída (Figura 1). Tal atividade foi desenvolvida na primeira aula de sua regência.

Figura 1 – Atividade “Máquinas de funções”

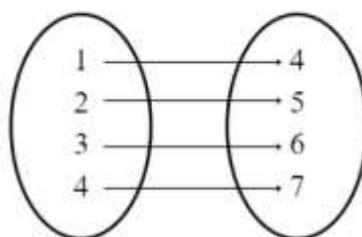


Fonte: própria.

Esta primeira aula foi considerada como ambiente de aprendizagem 2, que tem como referência a matemática, na qual o estudante é inserido em um cenário para investigação e as atividades privilegiam a investigação de propriedades matemáticas, formulação de conjecturas, testes e discussões. Na segunda aula, o residente transformou as atividades das máquinas em atividades envolvendo os diagramas de Venn (dois conjuntos disjuntos) que poderiam ser associados por meio de setas a partir de uma regra, tentando manter conexão com a primeira aula, mas já fazendo uma abordagem introdutória de função. Nas terceira e quarta aulas, o objetivo foi formalizar o conceito de domínio, contradomínio e conjunto imagem, introduzindo a utilização de x e y nas explicações, além de fornecer alguns exemplos, sendo alguns feitos com os estudantes e outros para eles fazerem sozinhos. Tais aulas podem ser associadas ao ambiente de aprendizagem 1, caracterizado por atividades voltadas ao contexto puramente matemático, geralmente dadas por verbos de comando como “resolva” e “efetue” (Figura 2).

Figura 2 – Atividade associada ao ambiente 1

Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, determine:



- Se é função
- O domínio da função
- O contradomínio da função
- A imagem da função

Fonte: própria.

O residente Matheus iniciou sua aula com o jogo “As regras de Maxine para o amor”¹⁰, cuja proposta é criar duas tabelas em que os valores de entrada são dados pelas idades dos estudantes e os valores de saída são definidos por eles, seguindo duas regras, uma para cada tabela: a idade máxima e a idade mínima de uma pessoa que você beijaria. Caso dois ou mais estudantes definissem o mesmo valor de saída, esses deveriam

¹⁰ Disponível em: <https://www.cuny.edu/wp-content/uploads/sites/4/media-assets/CCF-Math-Unit-1-Intro-to-Functions.pdf>. Acesso em 04 mar. 2024.

conversar para, juntos, chegar a um consenso e definir a mesma idade. Após o jogo, foi feita a definição informal de função e a abordagem das noções de dependência e independência entre variáveis. Na segunda aula, a partir de exemplos na lousa, foi proposto o “Jogo da Função”, em que os estudantes poderiam criar qualquer regra que conseguissem pensar, preenchendo os campos “entra” e “sai” (Figura 3) e entregando para outro grupo de estudantes descobrir a regra criada. Esses jogos foram pensados no ambiente de aprendizagem 2.

Figura 3. Exemplo de jogo da função

REGRA: Multiplicar por 5		REGRA: Alimentação		REGRA:	
Entra	Sai	Entra	Sai	Entra	Sai
1	5	Lobo	Animais		
2	10	Boi	Plantas		
3	15	Coelho	Plantas		
4	20	Leão	Animais		
5	25	Crocodilo	Animais		

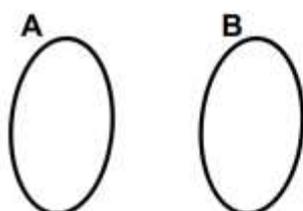
Fonte: própria.

Na terceira aula, foram trabalhadas as definições formais de domínio, contradomínio e imagem de uma função e, na última aula, foram propostas atividades adaptadas do livro estudado, em que, novamente em duplas, os estudantes resolveram os exercícios. Essas aulas foram voltadas para o ambiente de aprendizagem 1.

A regência da residente Nicoli iniciou com o estabelecimento de relações entre conjuntos, usando representações de diagramas de Venn, nas quais regras deveriam ser estabelecidas (ambiente de aprendizagem 1) como, por exemplo, na Figura 4. Após a introdução do conceito de função, foram propostas atividades de relações matemáticas entre conjuntos e a criação e representação de uma função, uma atividade aberta que, em nossa análise, está entre os ambientes de aprendizagem 1 e 2, porque dá a liberdade dos estudantes de formularem questões, mas não necessariamente de procurar explicações. Foram utilizadas duas aulas para essa abordagem.

Figura 4 – Atividade “Introdução a funções”

- Será que podemos associar conjuntos numéricos?
- E se o conjunto for $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ e $B= \{2,4,6,8,10,12\}$ podemos relaciona-los?
- Represente na forma de diagrama e tente relaciona-los como feito na atividade anterior.
- Explique porque relacionou os elementos dessa forma?
- Algum elemento ficou sem par? Se sim, tente novamente até encontrar uma relação matemática em que nenhum elemento fique de fora.



Fonte: própria.

Na terceira aula, a residente abordou o conceito de função e propôs uma atividade cuja situação fictícia, produzida por ela, retratava uma situação de venda de trufas de chocolate, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Atividade “Venda de trufas”

EXEMPLO

➤ Uma estudante precisa juntar dinheiro para a formatura, ela decide vender trufas de chocolate para parentes e amigos. Para obter lucro a garota decide vender suas trufas a \$ 3,50 reais cada e se o cliente optar por uma embalagem personalizada ela adiciona um custo fixo de \$ 1,00 reais.

Quantidades	Sem embalagem	Com embalagem

➤ Tem relação matemática aqui?

➤ Se tiver, diga onde e de que forma?

➤ Quando um cliente compra 4 unidades de trufas ele sempre paga o msm valor?

➤ Tem um valor fixo por unidade?

➤ Tem apenas o valor da unidade ou tem mais algum custo? Justifique.

➤ Como representamos isso matematicamente?

➤ É uma função?

Fonte: própria.

Mesmo que seja algo comum na escola, ela não verificou quais eram as reais condições envolvidas, por isso, trata-se de uma semirrealidade. O objetivo era a realização dos exercícios, em que os dados fornecidos eram suficientes para isso, sem a necessidade de ir além, de estabelecer investigações, ou discutir, por exemplo, a relação de custo e benefício ao adicionar em sua tabela de preços a opção de embalagens personalizadas. Trata-se de uma atividade que pode ser caracterizada no ambiente de aprendizagem 3 porque é utilizada apenas para produzir exercícios (SILVA, 2010), em que informações além daquelas descritas são irrelevantes para a resolução do exercício e nem para outras discussões. Apesar de se tratar de uma atividade pertencente a este ambiente, a residente incorporou em sua regência elementos que, para ela, são de caráter aberto, como alguns questionamentos para direcionar os estudantes a determinadas observações, consideradas por ela como importantes para definir função. Ou seja, foi uma tentativa de movimentar-se entre os ambientes de aprendizagem 3 e 4, com novas possibilidades para explorar a atividade e ampliar as discussões. A última aula foi de resolução e correção de exercícios (ambiente de aprendizagem 1).

No ambiente de aprendizagem 4, os estudantes são convidados a levantar questões e investigar, além de explorar o contexto dado na semirrealidade descrita por meio de situações fictícias. Um exemplo de aula neste ambiente foi elaborado pela residente Jaqueline, que iniciou sua aula com um problema (Figura 6) que também simulava a venda de trufas de chocolate. Tal situação era comum de ser encontrada no cotidiano da escola, como já mencionamos. Contudo, ela não consultou os estudantes que realizavam as vendas para elaborar sua atividade, utilizando dados fictícios para produzi-la. Seu objetivo era que os estudantes mobilizassem informações disponíveis para levantar hipóteses, realizar testes e estabelecer generalizações por meio de investigações.

Figura 6 – Atividade “Simulação venda de trufas”

Suponha que uma aluna do Ensino Médio, durante o tempo livre, produza e venda trufas para uma confeitaria de sua cidade. Com as vendas, ela obtém um salário mensal composto de duas partes:

- Uma parte fixa de R\$ 660,00;
- Outra parte variável, que corresponde a um adicional de 50% sobre o total de trufas vendidas no mês.

Sabe-se que em quatro meses seguidos, os respectivos totais de trufas vendidas foram 400; 700; 1000 e 1300. Preencha o quadro a seguir, de maneira que cada linha corresponda a um mês.

Mês	Valor fixo	Adicional	Total de trufas	Salários
1º				
2º				
3º				
4º				

Responda:

- a) Mantendo esse padrão de crescimento, qual o valor do salário no décimo quinto mês?
- b) Qual é a expressão matemática usada para calcular o salário de cada mês?
- c) Como seria a representação dessa situação em conjuntos sabendo que o conjunto A seria composto pelos meses e o conjunto B composto pelos salários? Você consegue estabelecer uma relação entre os elementos do conjunto A e os elementos do conjunto B? Qual? Represente.
- d) A partir dos salários obtidos o que você percebeu? O salário aumentou ou diminuiu?
- e) Qual é a taxa de aumento ou diminuição para os salários? Justifique sua resposta.

Fonte: própria.

A atividade se estendeu por duas aulas e, ao seu final, a residente realizou o fechamento discutindo sobre a relação de dependência e independência de variáveis, neste caso, “salário” e “mês”. Também introduziu uma primeira ideia de função através da relação entre tais variáveis, utilizando diagramas de Venn e flechas. Na terceira aula, foi apresentada a definição de função, retomando a situação da atividade realizada nas aulas anteriores. Posteriormente, apresentou a definição de domínio, contradomínio e imagem de uma função, também utilizando a representação em diagramas, seguida da apresentação de alguns exemplos. Por fim, ela corrigiu os exercícios propostos, elaborados no ambiente de aprendizagem 1.

Por outro lado, têm-se nos ambientes de aprendizagem 5 e 6 referências a situações da realidade. No ambiente de aprendizagem 5, Skovsmose (2000) destaca que as discussões oferecem sentido concreto e real, contudo permanecem na centralidade apenas para solucionar o problema. Já no ambiente de aprendizagem 6, Silva (2010, p. 47) aponta que são exploradas situações que partem de um problema real e, embasadas na investigação, propõe-se a explorar outras questões além da simples resolução de um exercício. A residente Daniela elaborou sua regência com base nas fronteiras entre os ambientes 5 e 6 (Alves, 2023), ao incorporar aspectos da realidade dos estudantes,

propondo uma atividade para discutir os conceitos de variáveis dependentes e independentes utilizando panfletos de supermercados locais (Figura 7). Inicialmente, ela propôs que os estudantes fizessem uma lista de compra descrevendo quais os produtos e as quantidades que iriam comprar, realizando o cálculo do valor total dela, ou seja, um problema aberto que eles deveriam decidir sobre suas compras pensando em suas realidades, porém com finalização envolvendo somas que não implicam em investigações. Em seguida, propôs as tarefas 2 e 3 (Figura 7) sobre a escolha de um produto e a quantidade necessária para levá-lo em uma confraternização, dada a quantidade de participantes. A última tarefa é um problema aberto que, dependendo do modo como os estudantes pensam, poderia estar associado ao ambiente de aprendizagem 5 ou 6. Essa atividade foi desenvolvida em duas aulas. Vale ressaltar que, por mais que a proposta dessas tarefas utilize panfletos de supermercado com informações reais e a intenção da residente ao elaborá-la e trazer tais aspectos foi referir-se ao ambiente de aprendizagem 6, ela baseia-se em uma situação fictícia criada pela residente e, portanto, refere-se a uma semirrealidade (ambiente de aprendizagem 4).

Figura 7. Atividade que envolve o uso de panfleto de supermercado.

Atividade 1

1) Utilize o panfleto de supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria e a quantidade de cada um deles. Depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.

Utilize a tabela a seguir para preencher com as respostas dos itens 2 e 3.

Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120
Quantidade do produto					
Valor total a pagar					

2) Uma empresa decide fazer uma confraternização para os seus 120 funcionários. Escolha um produto do panfleto que você acha que não pode faltar nessa confraternização e responda:

- Qual quantidade que essa empresa precisaria comprar deste produto? Calcule o valor total dessa compra.
- Se somente 75 funcionários confirmarem a presença nessa confraternização, qual a quantidade que essa empresa precisaria comprar deste produto? Calcule o valor total a pagar dessa compra.

3) Utilizando um mesmo produto responda:

- Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse para uma família de 5 pessoas utilizarem? Calcule o valor total a pagar nesta compra.
- Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse para uma família de 3 pessoas? Calcule o valor total a pagar nesta compra.
- Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse somente para 1 pessoa utilizar? Calcule o valor total a pagar nesta compra.

4) Você conseguiria calcular o valor total a pagar na compra de um produto sem saber a quantidade que iria comprar deste produto? Justifique sua resposta.

Fonte: própria.

No fim da segunda aula, a residente introduziu uma definição informal de função a partir da tarefa 4 (Figura 7), na qual sua intenção era de que os estudantes percebessem

a relação entre o preço total a se pagar e a quantidade comprada de um produto. Para sua terceira aula, ela explicou o conteúdo recorrendo à atividade desenvolvida nas aulas anteriores e à representação dos dados do problema utilizando diagramas de Venn e flechas, assim como os outros residentes. Após isso, a residente solicitou que os estudantes realizassem alguns exercícios sobre o tema (ambiente de aprendizagem 1) e os corrigiu na última aula.

Em todas as regências foram propostos exercícios característicos do ambiente de aprendizagem 1 e, de acordo com Skovsmose (2000), esses, juntamente com os propostos no ambiente de aprendizagem 3, são os que têm mais destaque e fazem parte da tradição da matemática escolar. O autor defende que “a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes” (ibid, p. 14), o que significa que os exercícios não devem ser excluídos das aulas de matemática, assim como não devem ser utilizados como única forma de ensinar. Comumente sugere-se que primeiro os estudantes aprendam as técnicas com o paradigma do exercício para depois aplicar no processo de investigação, entretanto, o autor sugere que os exercícios sejam utilizados para consolidar algumas experiências. De fato, todos os residentes realizaram esse caminho em sua regência: propor exercícios ao final da aula para consolidar o que havia sido apresentado e discutido.

Em qualquer ambiente de aprendizagem baseado em cenários para investigação, o professor ou professora assume a postura de mediador e assume sair de sua zona de conforto para adentrar em uma zona de risco, que, segundo Skovsmose (2000), caracteriza-se pela imprevisibilidade, visto que não existe uma única resposta correta, diferentes caminhos podem ser tomados para solucionar um mesmo problema e podem surgir perguntas para as quais as respostas não são instantâneas e nem estão no domínio completo do professor.

Nesse sentido, tem-se um ambiente de múltiplas possibilidades. Contudo, para que isso aconteça, é necessário que os estudantes sejam convidados e aceitem tal convite, tornando-se assim participantes ativos do processo de investigação. Para Skovsmose (2000, p. 7)

A aceitação do convite depende de sua natureza, [...], depende do professor, (um convite pode ser feito de muitas maneiras e para alguns alunos um convite do professor pode soar como um comando), e depende, certamente, dos alunos (no momento, eles podem ter outras prioridades).

Consideramos aspectos importantes na aceitação do convite, para a constituição e manutenção de um cenário para investigação, as noções de diálogo e produção de significados, uma vez que “[...] processos de investigação estão intimamente ligados a processos dialógicos” (SKOVSMOSE, 2014, p. 101). São essas noções que serão abordadas na próxima seção e que embasaram a análise das regências, juntamente com a teorização trazida nesta seção.

Diálogo, produção de significados e movimentos investigativos: uma análise das regências

Milani (2020) traz modos de produção de significados para palavra diálogo, sendo produção de significados, aqui, tudo o que uma pessoa pode e efetivamente diz de algo em uma situação (LINS, 1999, 2012).

Diálogo é estar com o outro, um movimentar-se para o outro. Ao dizer isso, já abordo o diálogo como movimento. Engajamento e compartilhamento de falas; o diálogo como participação. Perguntas, respostas e um prolongar de ideias; o diálogo como discussão. Será? O professor, os alunos, a atividade, as perguntas, as diversas intenções. Será que o diálogo vai acontecer? Assim é o diálogo visto como incerteza. A comunicação em atividades relacionadas a cenários para investigação; o diálogo como investigação (MILANI, 2020, p. 1037).

Diálogo envolve interação e tentar constituir um cenário de investigação a partir de um convite envolve não somente falar, mas se colocar aberto a escutar e interagir. Assim, o convite feito aos residentes em reuniões e a partir das leituras discutidas foi o de fomentar o diálogo, propondo atividades que possibilitassem aos estudantes produzirem significados, e de não dar respostas para as perguntas, mas fazer com que elas se transformassem em possibilidades para pensar de outros modos, com o intuito de não finalizar a investigação.

Finalizado o processo de elaboração e discussão das regências, cada residente desenvolveu sua regência conforme relatamos acima, com a presença das professoras, da pesquisadora e de alguns residentes. Este processo possibilitou a realização de diferentes leituras do que estava acontecendo em sala de aula, compartilhadas e discutidas no momento de discussões nas reuniões semanais, em especial, os modos de apropriação das teorizações de Skovsmose (2000), que é nosso foco neste artigo.

A residente Nicoli propôs uma atividade (ambiente de aprendizagem 2) que consistia em estabelecer relações entre conjuntos numéricos (Figura 4). Ao tentar relacionar os conjuntos apresentados, alguns estudantes retomaram o estudo sobre conjuntos, realizado no primeiro bimestre, e tentaram utilizar as relações de pertinência e de continência, apresentando dificuldades com a atividade proposta. A residente vivenciou a zona de risco, pois não havia imaginado que os estudantes iriam recorrer a tal relação. Assim, ela se colocou em um movimento de refletir sobre o motivo pelo qual os estudantes não tinham percebido que a relação deveria ser estabelecida elemento a elemento, visto que haviam realizado uma tarefa semelhante a esta, anteriormente, com o objetivo de estabelecimento de relações. Aqui, trazemos uma discussão de Lins (1997) sobre o professor propor atividades que demandem mudanças de modo de produção de significados sem ter pensado nisso e no lugar onde os estudantes estavam. Esta aula foi fundamental para a equipe refletir sobre o que já havia sido trabalhado com os estudantes e maior cuidado na proposta das outras regências que demandam mudanças de modos de produção de significados para noções já estudadas, como conjuntos.

Além disso, a residente questionou se estava correta ao apontar, de forma direta, qual seria a relação quando os estudantes pediam a resposta, uma vez que buscava estabelecer um diálogo e, talvez, fosse mais adequado tentar ajudá-los com perguntas para direcionar o caminho e dar apoio não-verbal para descobrir o que possivelmente estavam pensando, como mencionado no texto de Milani (2017).

Ao longo do desenvolvimento da regência “Máquinas de funções”, uma estudante associou os dados fornecidos, conforme a situação ilustrada na Figura 1, a uma relação de recorrência. Ela verificou que os valores de entrada eram dados pela soma do elemento anterior a um e os valores de saída dados pela soma do elemento anterior a três. Entretanto, com a mediação do residente, ela percebeu que não estava associando os valores de entrada aos valores de saída, tampouco utilizando a mesma regra. A estudante, a partir da situação dada, produziu significado diferente daquele imaginado pelo residente ao propor tal atividade, surpreendendo-o, sendo algo imprevisível. Ainda que tenhamos discutido possibilidades de produção de significados, em sala de aula podem surgir situações imprevistas. Alguns estudantes encontraram dificuldades ao realizar esta atividade, pois era preciso mobilizar os conteúdos já trabalhados, como operações com números inteiros e propriedades da potenciação, mas que não haviam sido apropriados, e isso demandou mais a mediação do residente.

Apesar disso, eles estavam engajados e recorreram às suas explicações quando necessário, colaborando entre si por meio de discussões entre as duplas.

Para a segunda aula, o residente, em conjunto com a professora formadora, optou por utilizar a sua atividade investigativa para introduzir o conteúdo de funções e representou os exemplos fornecidos pelas máquinas em diagramas de Venn. Essa decisão foi tomada com base nas observações da regência da residente Nicoli, mencionada acima. Os estudantes demonstraram certa resistência quando o conteúdo foi formalizado, pois tinham dificuldades em associar a atividade “Máquinas de função” com as generalizações apresentadas pelo residente, assim como com a linguagem utilizada. Mesmo que tenhamos modificado a abordagem, ainda assim a passagem de conjuntos para introdução a função foi um desafio porque os estudantes estavam produzindo significados na direção do que aprenderam e não na direção esperada pelo residente, ou seja, “[...] para uma mesma afirmação é possível produzir distintos significados, o que implica que não basta que os alunos enunciem as mesmas afirmações que nós: continua sendo necessário investigar os significados produzidos” (LINS, 1997, p. 121).

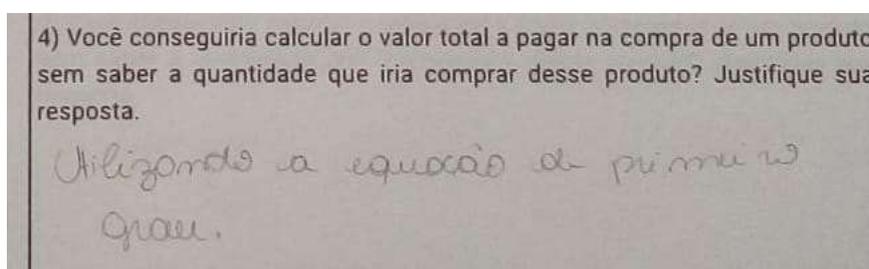
Essas mesmas dificuldades e resistências foram identificadas em outras regências. Na atividade “Simulação de venda de trufas”, os estudantes tinham dificuldades em estabelecer uma expressão para calcular o salário em um mês qualquer, dada a quantidade de trufas vendidas, e a estratégia utilizada por eles foi estender a tabela construída na primeira questão da atividade proposta (Figura 6). Um único estudante estabeleceu uma expressão a partir da relação entre a quantidade de trufas vendidas e o salário a ser pago e a residente Jaqueline utilizou sua forma de pensar para discuti-la com toda a turma e, assim, definir função.

Os estudantes relataram compreender melhor quando o conceito de função estava relacionado a situações próximas às que tinham contato, pois, segundo eles, utilizar somente exemplos relacionados à matemática (ambientes de aprendizagem 1 e 2) dificultava esse processo. Alguns residentes acreditam que envolver situações familiares aos estudantes, como a venda de trufas, permite, aos poucos, quebrar as barreiras e estabelecer o diálogo, assim como o aceite do convite, apesar de ainda serem notadas algumas dificuldades, mas que são relacionadas a outros fatores, como a não apropriação de alguns conceitos necessários para desenvolvimento das atividades propostas pelos residentes.

O residente Matheus realizou sua regência também baseado no ambiente de aprendizagem 2 (SKOVSMOSE, 2000). A sua primeira atividade tinha o objetivo de estabelecer relações entre elementos de dois conjuntos, para definir informalmente a noção de função e a noção de dependência e independência entre variáveis. Ele vivenciou uma experiência semelhante à da residente Nicoli ao se deparar com a forma com que os estudantes produziram significados, por estabeleceram conexões com o tema que haviam discutido anteriormente (conjuntos) com a representação em diagramas apresentada pelo residente. Isso foi expresso em falas como “Não podemos representar com aqueles círculos que se encontram e tem um espaço em comum no meio?”, se referindo a interseção de conjuntos e associando ao fato de alguns estudantes terem a mesma idade, por isso haveria informações que se repetiam na tabela construída por eles. O residente acredita que a atividade desenvolvida não se constituiu como um cenário para investigação, mas que houve, de acordo com ele, *momentos de investigação* e que, ao final da regência, os estudantes conseguiram desenvolver a noção de dependência entre as variáveis, que era o objetivo da aula.

Na regência da residente Daniela, ela também notou tentativas dos estudantes de expressar uma maneira de como generalizar os casos trabalhados, como ilustrado na Figura 8, resgatando o que já haviam estudado. Dessa vez, o “resgate” estava associado ao estudo de equações do primeiro grau, em que os estudantes associaram, de alguma forma, ao que a residente propôs. Acreditamos que isso se deve ao fato de estarem trabalhando com um valor desconhecido e de terem associado com a incógnita utilizada nas equações para representar tal valor.

Figura 8 – Atividade com panfletos



Fonte: própria.

Além dessa questão, a residente percebeu que cada dupla se organizou de uma forma para simular sua compra, sendo mensal, semanal ou até mesmo diária. Um estudante relatou que iria fazer uma compra semelhante ao que seus pais faziam em casa, com todos os produtos necessários para um mês. Já outra estudante preferiu

selecionar os produtos pensando apenas no café da tarde e da manhã. Essa divergência também aconteceu internamente, com os membros das duplas, e foi necessário que eles entrassem em um acordo: ou simulavam a compra juntos, ou cada um fazia sua lista de compras e depois faziam comparações. Nesta tarefa 1 (Figura 7), as discussões foram além da própria atividade, do ambiente matemático, e os estudantes questionavam-se sobre o que era necessário em uma compra e como ela deveria ser feita. Alguns inseriram bebidas alcoólicas em sua lista e, neste momento, a residente e a professora preceptora precisaram intervir, uma vez que praticamente todos os estudantes não possuíam 18 anos. Ela relata que essa situação não havia sido prevista por ela, mesmo que no panfleto constasse tais produtos.

Os estudantes também se engajaram na proposta da tarefa 2 (Figura 7). Alguns questionaram se poderiam escolher vinho e a residente relata que não estava esperando por essa pergunta, pois já tinha discutido em momentos anteriores a problemática das bebidas alcoólicas, mas que, neste caso, se tratava de um produto para confraternização de uma empresa e seria destinado aos seus funcionários e não para consumo dos próprios estudantes. Assim, uma nova discussão se iniciou a partir do que foi apresentado. Outras dúvidas surgiram, pois era necessário a escolha de somente um produto para simulação de compra para uma confraternização. Também, a quantidade de produtos que deveria ser comprada, segundo a quantidade de pessoas, gerou várias discussões. A residente Daniela relata que uma estudante perguntou a ela se cinco pacotes de arroz eram suficientes para dez pessoas. Ela afirmou que daria para mais e, então, a estudante perguntou se daria para 15 pessoas. No momento, ela não compreendeu o motivo da pergunta, uma vez que não havia essa quantidade na tabela (Figura 7), mas, após refletir sobre esse episódio, ela chegou à conclusão de que a estudante estava perguntando sobre uma determinada quantidade de pessoas para ter uma estimativa, com base na resposta da residente, de qual seria a quantidade necessária para os casos apresentados na atividade.

Diferentemente de Matheus, Daniela acredita que sua prática tenha se constituído como um cenário para investigação, mas o nervosismo, por ser a primeira regência com a introdução de novo conteúdo, a atrapalhou, pois não aconteceram momentos de diálogo e interação com os estudantes, conforme era esperado. No decorrer da atividade, ficou mais calma e isso refletiu sobre sua postura, pois precisava ser mais segura para responder às perguntas dos estudantes e buscar entender melhor o que eles estavam dizendo. Ainda, ela cita que, embora não tenha cumprido com todo o

planejamento, conseguiu organizar suas aulas, a partir das primeiras experiências, com a ajuda das professoras que acompanharam o processo.

Sobre a organização das turmas, três residentes optaram por dividi-las em grupos maiores, de cinco pessoas, e dois residentes dividiram em duplas. Nas discussões gerais, eles chegaram à conclusão de que dividir a turma em duplas era melhor para investigação, pois garantia, de certa forma, que os envolvidos participassem sem que ficasse alguém sem ajudar, como comumente acontecia com os grupos maiores. Também, eles perceberam que as duplas interagem mais e colaboravam entre si, então, na percepção deles, não houve perda de qualidade na comunicação entre os estudantes quando não trabalhavam em grupos maiores, já que isso era uma crença antes da ida e experiência com sala de aula.

Daniela, Abner e Matheus afirmaram que os estudantes ficaram empolgados com a atividade investigativa, mas quando retornaram ao paradigma do exercício, a maioria ficou dispersa. Em quase todas as regências, os estudantes recorreram a conteúdos familiares para produzirem seus significados, apesar de ser mais evidente na proposta pela residente Nicoli. Em três das regências, os estudantes se recordaram das operações com conjuntos numéricos e na regência de Daniela recorreram a equações, sendo “[...] válido expressar descobertas em qualquer nível de sofisticação de conceitos e de linguagem formal, mesmo os mais simples” (SKOVSMOSE, 2014, p. 47-48).

De todo esse processo das regências, a maior dificuldade apontada pelos residentes foi em estabelecer e manter o diálogo e não fornecer respostas das atividades quando foram indagados. Sobre a constituição ou não de cenários para investigação, os residentes apontaram como desafio ser mais investigativos, diferente das práticas vivenciadas na graduação. Outro ponto de dificuldade entre os residentes foi em relação aos estudantes serem faltosos, com isso os residentes tinham que fazer uma revisão da aula anterior ou dar uma atenção maior a esses estudantes, atrasando o planejamento das regências.

Considerações Finais

Neste artigo, fizemos um movimento coletivo de descrever e analisar as regências elaboradas e desenvolvidas em sala de aula sobre introdução a função, no formato colaborativo, ou seja, envolvendo a participação de toda equipe do subprojeto

matemática do programa institucional de residência pedagógica da [SIGLA IES], com foco na apropriação de cenários para investigação.

Concordamos com Ferreira e Julio (2022, p. 2) de que

[...] as vivências e as reflexões por futuros professores de Matemática, de e sobre metodologias de ensino –diferentes da metodologia tradicional de ensino vigente, amplamente vivenciada por futuros professores de matemática na Educação Básica –, [...], pode contribuir para que elas se tornem uma possibilidade a mais de atuação futura dependendo das intenções/posturas educacionais de uma escola e do professor, ou seja, de seus projetos políticos/profissionais

No subprojeto Matemática, a vivência de diferentes metodologias, em especial as investigações matemáticas, da perspectiva da criação de cenários para investigação, aconteceu por meio das discussões das leituras e de vivências no momento das reuniões e das regências que aconteceram na escola parceira sendo discutidas, também, em reunião com toda a equipe.

Consideramos que a regência sobre introdução a função foi fundamental para as regências que aconteceram depois como, por exemplo, o estudo dos coeficientes da função quadrática utilizando o celular e o jogo da onça e do cachorro, porque a análise das regências, a partir das leituras realizadas, fez com que os residentes ficassem mais atentos ao modo como atuaram em sala de aula e a experiência em sala de aula foi determinante para a proposição e tentativa de criar novos cenários para investigação, considerando as particularidades de cada turma.

É importante dizer da dificuldade encontrada em colocar em ação as leituras realizadas, porque no momento dessas leituras nem sempre é possível estabelecer relação com o que acontece ou o que pode ocorrer em sala de aula. Contudo, ao realizar as regências é possível vivenciar o desafio de tentar criar cenários para investigação, incentivar e manter o diálogo, não fornecendo respostas prontas para as perguntas dos estudantes, além de entender, aceitar e lidar com as diferentes produções de significados que ocorrem em sala de aula. De modo geral, acreditamos que tenhamos criado *momentos investigativos*, porque não foi ora cenários para investigação, ora paradigma do exercício, em alguns momentos das regências havia a tentativa de criação de cenários para investigação e em outros havia dificuldades para mantê-lo, assim como havia a proposta de exercícios, na perspectiva do paradigma do exercício, para consolidação de conceitos, com a tentativa, em alguns momentos, de transformá-los em cenários para investigação.

Recebido em: 27/03/2024

Aprovado em: 07/06/2024

Referências

ALVES, D. M. **O uso de panfletos de supermercado como material didático para o ensino de introdução à função com abordagem investigativa**. 62f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL, Alfenas-MG, 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio/matematica-e-suas-tecnologias-no-ensino-medio-competencias-especificas-e-habilidades>>. Acesso em: 19 abr. 2023.

FERREIRA, J. C.; JULIO, R. S. O problema do cachorro e do coelho: uma perseguição a partir de produções de significados. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, v. 6, n. 1, 2022. Disponível em: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/38516>. Acesso em: 11 mar. 2024.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LINS, R.C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Perspectivas em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da Unesp, 1999, p. 75-94.

LINS, R. C. **O modelo dos campos semânticos: estabelecimento e notas de teorizações**. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

MILANI, R.; CIVIERO, P. A. G.; SOARES, D. A.; LIMA, A. S. de. O Diálogo nos ambientes de aprendizagem nas aulas de Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 12, p. 221–245, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6078>. Acesso em: 2 mai 2023.

MILANI, Raquel. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 31, p. 1-18, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/9863>. Acesso em: 11 mar. 2024.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, p. 105-132, 2006.

SILVA, G. H. G. **Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica.** 2010, 191f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociência e Ciências Exatas, 2010.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática.** Rio Claro, n. 14, 66-91. 2000.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus, 2014. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

VIOLA DOS SANTOS, J. R. Grupo de Trabalho como Espaço Formações (ou: arte de produzir efeitos sem causa). **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 26, 2019.