

Resolução de problemas como recurso metodológico para o ensino da multiplicação combinatória no 6º ano do Ensino Fundamental

Problem solving as a methodological resource for teaching combinatorial multiplication in the 6th grade of elementary school

Rogério Lopes¹

João Carlos Pereira de Moraes²

RESUMO

Este artigo é resultado de uma pesquisa desenvolvida com alunos do sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública no município de Pedro Osório, RS. Esta teve como objetivo analisar as contribuições da metodologia de resolução de problemas para o ensino de situação de multiplicação combinatória. Os referenciais teóricos utilizados foram a metodologia da resolução de problemas de George Polya (1967) e os estudos da Professora Lourdes de la Rosa Onuchic (1999). A metodologia empregada foi a pesquisa-ação, a qual se desenvolveu no total de cinco encontros com a turma. Os principais instrumentos para coleta de dados foram protocolo inicial e protocolo final, complementados por análise documental, diário de campo, fotografias e filmagens. Os procedimentos de análise foram a tabulação de duas categorias; análise dos protocolos e análise das etapas de resolução de problemas. Os resultados apontam um desempenho significativo no protocolo final, sendo constatado que os dados apontaram após a intervenção um crescimento nas estratégias de aprendizagens e nas habilidades do ensino matemático.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Educação matemática. Multiplicação.

ABSTRACT

This paper is the result of research carried out with students in the sixth year of elementary school at a public school in the municipality of Pedro Osório, RS. This aimed to analyze the contributions of the problem solving methodology for teaching combinatorial multiplication situations. The theoretical references used were the problem solving methodology of George Polya (1967) and the studies of Professor Lourdes de la Rosa Onuchic (1999). The methodology used was action research, which was developed in a total of five meetings with the class. The main instruments for data collection were initial protocol and final protocol, complemented by documental analysis, field diary, photographs and filming. The analysis procedures were the tabulation of two categories; analysis of protocols and analysis of troubleshooting steps. The results point to a significant performance in the final protocol, and it was found that the data showed a growth in learning strategies and math teaching skills after the intervention.

¹. Professor da Prefeitura Municipal de Pedro Osório, Rio Grande do Sul. E-mail: rogeriolopes@hotmail.com.

². Professor do Departamento de Fundamentos da Educação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - U|TFPR, campus Curitiba/PR. E-mail: joaomoraes@utfpr.edu.br.

Keywords: *Problem solving. Mathematics education. Multiplication.*

Introdução

A Matemática é uma disciplina que tem sido, nas últimas décadas, repensada e reestruturada num contexto mais ativo de investigação, afastando-se do ensino tradicional, pautado na memorização e na reprodução de técnicas descontextualizadas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). A metodologia de Resolução de Problemas emerge como uma tentativa de inserir práticas reflexivas e experimentais de Matemática na Educação Básica, ultrapassando a ideia de ensino como transmissão pelo professor (PONTE, 2005).

Isso nos leva a definição de problema, que segundo Ponte (2005, p. 3), “um problema comporta sempre um grau de dificuldade apreciável”, porém alerta que “se o problema for demasiado difícil”, o aluno poderá desistir de resolvê-lo. Por outro lado, “Se o problema for demasiado acessível, não será um problema, mas sim um exercício” (PONTE, 2005, p. 3). Tais ideias são consideradas a partir dos estudos de Polya (1945), que distinguiu problema e exercício conforme a disponibilidade de estratégias de resolução usadas pelo aluno a partir dos conhecimentos prévios.

Sendo assim, esta pesquisa tem o objetivo de analisar as contribuições da metodologia de resolução de problemas para o ensino de situação de multiplicação combinatória.

Discussões teóricas

Ao discorrermos sobre “problema” é necessário compreender as seguintes diferenciações: problema e problema matemático. Segundo Dante (1998), um problema é qualquer situação que exija uma resolução. Já o problema matemático consiste num problema que exige uma maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-lo. Além disso, dentro do próprio campo da Educação Matemática, outra diferenciação necessária é “problema matemático” e “exercício matemático”. Segundo Pozo (1998, p. 16), “um problema se diferencia de um exercício, na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam de forma imediata a solução”. Ou seja, um problema demanda um processo de reflexão mais intensivo, diferente do exercício, pois

[...] como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas [...]. Situação-problema ou problema-processo é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias (DANTE, 1998, p. 48).

De acordo com o autor, é importante compreender que a resolução de um problema é mais complexa, porque exige uma organização de compreensão de dados específicos inerentes a cada situação apresentada. Nesse sentido, constrói-se uma organização metodológica que permita o encaminhamento de inferências da situação com clareza, coerência e dados (SOARES; PINTO, 2001). Para Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004), um problema é aquilo que não sabemos fazer, mas buscamos resolver. Segundo Dante (1998), o principal objetivo da Resolução de Problemas é fazer o aluno pensar produtivamente.

A partir do que consideram os autores, destacamos que a Resolução de Problemas pode ser tratada em uma perspectiva metodológica, em que os problemas dão um caráter dinâmico para o ensino da Matemática. Acreditamos que, através da Resolução de Problemas, novas habilidades e competências podem ser desenvolvidas nos alunos, viabilizando a descoberta, a invenção e a produção de operações mentais que auxiliam no processo de enfrentamento de problemas matemáticos (POLYA, 1995).

Nesse sentido, procuramos no que segue discutir a resolução de problemas na perspectiva de Polya (1945, 1995) e a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, pois acreditamos na importância de trabalhar a Matemática dissociada dos conceitos de “difícil” ou de “problemas” e apresentar as múltiplas possibilidades para a produção de aprendizagens matemáticas. Nesse contexto, ressaltamos a relevância da palavra “Resolução”, que tem como sua definição meio pelo qual se tem a capacidade de decidir um caso duvidoso ou uma questão (ONUCHIC, 1999).

Tal perspectiva está nos fundamentos que fizeram Polya propor os escritos do livro “A Arte de Resolver Problemas” (POLYA, 1945), um dos primeiros estudos dedicados ao tema da heurística da resolução de problemas. Na concepção do matemático, o ensino deveria começar com algo que é familiar, útil ou desafiador. Esse primeiro encontro fundamentar-se-ia em alguma conexão com o mundo ao nosso redor, como uma aplicação ou ideia intuitiva.

A partir de seus estudos, Polya (1995) elaborou quatro passos para o processo de resolução de problemas, que trazemos no quadro a seguir.

Quadro 1: Etapas de Resolução de Problemas de Polya

Etapa	Procedimentos
1- Compreender o problema	O que se pede no problema? Quais são os dados e as condições do problema? É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama? É possível estimar a resposta?
2- Construir um plano de ação	Qual é o seu plano para resolver o problema? Que estratégia você tentará desenvolver? Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? Tente organizar os dados em tabelas e gráficos. Tente resolver o problema por partes.
3- Executar o plano	Execute o plano elaborado, verificando-o passo a passo. Efetue todos os cálculos indicado no plano. Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.
4- Rever a resolução	Examine se a solução obtida está correta. Existe outra maneira de resolver o problema? É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Fonte: Polya (1995)

Após o trabalho de Polya (1945), abriu-se um campo da Educação Matemática dedicado a compor os estudos de e sobre Resolução de Problemas. Diante disso, trazemos a Resolução de problemas como uma metodologia de ensino, como um caminho para fazer Matemática (BRASIL, 1998), um caminho para trabalhar com a Matemática, considerando as relações entre ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas (ONUCHIC, 1999).

Desse modo, o ponto de partida para o desenvolvimento das práticas pedagógicas com a resolução de problemas envolve mais do que uma simples operação, mas a produção de diferentes estratégias e caminhos para chegar a uma solução. Segundo Dante (1998), ensinar a resolver problema é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. O ensino através desta metodologia tem como pressuposto principal levar o aluno a enfrentar situações novas. Nessa perspectiva, conforme o autor, a sala de aula se torna um lugar de muitas possibilidades, tais como trocas de experiências, quebra de paradigmas e novos olhares sobre a Matemática (DANTE, 1998). Para o autor, o educador precisa levar os alunos a despertarem para um espírito investigativo explorador, criativo e independente.

Nesse caminho, Mendonça (1999) considera que a resolução de problemas pode ocorrer em três perspectivas:

Como objetivo, a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas;

Como processo, a resolução de problemas significa olhar para o desempenho/transformação dos alunos como resolvedores de problemas, analisando as estratégias utilizadas por eles; *Como ponto de partida*, os problemas são usados como recurso pedagógico para que seja iniciado o processo de construção de um dado conhecimento específico (MENDONÇA, 1999, p. 16-17).

Em sentido semelhante, Onuchic (2014) ressalta que a metodologia da Resolução de Problemas possui três configurações, que podem ser tratadas no contexto das práticas pedagógicas:

O *Ensino sobre Resolução de Problemas*: o momento em que são abordados temas relacionados à Resolução de Problemas, independentemente dos conteúdos. Nesse contexto, o professor assume um papel de orientador, auxiliando os alunos com regras e processos gerais;

O *Ensino para a Resolução de Problemas*: nesse desenvolvimento, o estudo da Matemática é compreendido como útil no cotidiano por estar associado às situações reais e de modo que interessa a habilidade dos alunos em aplicarem o que aprenderam num contexto (em geral, puramente matemático) para problemas em outros contextos de suas experiências, ou seja, se ensina matemática para a resolução de problemas;

O *Ensino através da Resolução de Problemas*: refere-se à inserção da matemática no contexto de ensino-aprendizagem-avaliação, com o intuito de retirar o foco exclusivamente da resolução de problemas, (como ocorre com o ensino sobre resolução de problemas). Para isso é preciso compreender que a expressão “através” nos encaminha para a ideia de processo.

Conforme a autora, é nesta última configuração que devemos concentrar nossas ações, pois envolve a metodologia de Resolução de Problemas pautada no tripé: ensino, aprendizagem e avaliação. Sendo que o objetivo consiste em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação ocorram simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. Desse modo, a avaliação é realizada durante a resolução de problemas, “integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p.139). Segundo Allevato e Onuchic (2009), esta proposta metodológica pode ser organizada em dez etapas, que consistem: 1. Proposição do problema; 2. Leitura individual; 3. Leitura em conjunto; 4. Resolução do problema; 5. Observar e incentivar;

6. Registro das resoluções na lousa; 7. Plenária; 8. Busca do consenso; 9. Formalização do conteúdo e 10. Proposição e resolução de novos problemas;

Em consonância com as etapas apresentadas, o educador precisa perceber que no decorrer do processo vai se construindo passo a passo, obedecendo a uma organização e estruturação de apresentação do problema e das possibilidades de resoluções. Por isso, ao refletirmos sobre a prática pedagógica pautada na metodologia de Resolução de Problemas, ponderamos que o educando ao se deparar com uma tarefa em que precisa desencadear toda uma organização para chegar à resolução, precisa criar estratégias, envolver-se com a situação, levantar hipóteses, testar e argumentar suas ideias, além de sistematizar com a colaboração do professor. Desse modo, a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, requer os encaminhamentos e a intervenção docentes e a participação ativa dos alunos.

Aspectos Metodológicos

A metodologia usada, neste estudo, é do tipo pesquisa-ação. O procedimento metodológico “pesquisa-ação” se fundamenta na pesquisa participativa em que os sujeitos seguem uma série de etapas para avaliar o resultado do processo. De acordo com Elliott (1997), essa estratégia visa o aprimoramento da prática dos sujeitos participantes da pesquisa, numa perspectiva de inovar e possibilitar novos saberes, usando como um dos instrumentos fundamentais a coleta de dados sobre a realidade momentânea. A partir destas informações se elabora as etapas de trabalho com momentos bem definidos: planejamento, implementação, descrição e avaliação.

Diante disso, destacamos que a pesquisa foi realizada em uma escola municipal, do sul do Brasil, no estado do Rio Grande do Sul. Os sujeitos da pesquisa são vinte e sete (27) alunos com idades entre doze e quatorze anos, matriculados no sexto ano do Ensino Fundamental, sendo a turma composta por quatorze meninos e treze meninas. Desse modo, como garantia de princípio ético³, a pesquisa não identificou as identidades dos

³O Projeto foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade, sob 43672921.3.0000.5323

sujeitos participantes⁴. Os instrumentos para produção de dados foram: protocolo inicial, gravação em vídeo, diário de campo, atividades da metodologia de resolução de problemas e protocolo final. Dando sequência, destacamos algumas características de cada um dos instrumentos utilizados e as etapas procedimentais que estão envolvidas.

O protocolo inicial composto por dez questões com as quatro operações fundamentais⁵, usado no início da pesquisa para realizar um diagnóstico dos conhecimentos das operações pelos alunos para a realização da intervenção. Sendo:

- i. 2 problemas de Adição: com as ideias de agrupar e acrescentar;
- ii. 3 problemas de Subtração: com as ideias de retirar, comparar e completar;
- iii. 3 problemas de Multiplicação: com as ideias de soma consecutiva, representação retangular e combinatória;
- iv. 2 problemas de Divisão: com as ideias de distribuição por elementos e por conjunto.

Na etapa seguinte, da intervenção, foram utilizados os demais instrumentos de coleta de dados: gravação, diário de campo e atividades. A utilização da gravação possibilitou rever inúmeras vezes o áudio e o vídeo, permitindo confrontar os dados para aprofundar a análise com os participantes, para então posteriormente transcrevê-los (LOIZOS, 2002). O diário de campo, por sua vez, permitiu analisar criticamente o planejamento das ações no decorrer da pesquisa de campo (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Por fim, apresentamos as atividades da metodologia de resolução de problemas como instrumento de produção de dados. Essas atividades foram:

Quadro 2: Atividades da Resolução de Problemas

Atividade	Descrição
Proposição do problema	Apresentação de um problema com operação e ideia selecionada a partir do protocolo inicial.
Leitura individual	Cada aluno fará a leitura do problema.
Leitura em conjunto	Em pequenos grupos, os alunos farão a leitura novamente do problema
Resolução do problema	Os grupos debruçarão em elaborar uma resposta ao problema
Observar e incentivar	O professor incentiva e observa a construção de respostas pelos alunos
Registro das resoluções na lousa	Cada grupo, apresentará a sua resposta na lousa
Plenária	A turma discute as respostas de cada grupo

⁴ Para possibilitar a participação dos alunos nesta intervenção, foram elaborados os Termos de Assentimento e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, assinados antes do início da intervenção.

⁵ As questões são apresentadas ao longo da descrição da ação.

Busca de consenso	A turma procura criar ideias comuns sobre a resolução do problema
Formalização do conteúdo	A partir da mediação do professor, constitui-se a formalização da ideia da operação inicial do problema.
Proposição e resolução de novos problemas	O grupo realiza novos problemas com a ideia da operação desenvolvida

Fonte: Materiais produzidos para a pesquisa.

Na última atividade do quadro acima, aplicou-se o protocolo final, que tem dez questões, sendo a metade relativas à ideia de operação desenvolvida na intervenção e a outra metade com ideias e operações diferentes.

Os dados produzidos durante a pesquisa, foram organizados e partir da Análise de Conteúdo, conforme Bardin (1977) em três fases: Pré-análise, Exploração do material e Tratamento dos resultados, inferência e interpretação. A primeira fase, pré-análise, foi o momento em que o pesquisador identificou os materiais a serem analisados e realizou uma leitura inicial, denominada “leitura flutuante”. O objetivo consistiu em organizar os dados e construir o corpus da pesquisa. Em seguida, realizou-se a etapa intitulada exploração do material. Nesta etapa, busca-se administrar sistematicamente as decisões tomadas na etapa anterior. Foi o momento de realizar a fragmentação do documento, considerando os recortes dos textos em unidades de registro. A última fase da Análise de Conteúdo é denominada tratamento dos resultados, inferências e interpretações. Este foi o momento de reorganizar os conteúdos subentendido em todo o material coletado, ressaltando as informações inerentes aos objetivos da pesquisa, para torná-la significativa para o leitor.

Descrição dos encontros

Primeiro Encontro: Reunião Inicial

O primeiro encontro ocorreu em 21/03/2022. Este encontro possuía como objetivo apresentar o projeto de intervenção para a comunidade escolar, principalmente para os pais de alunos do sexto ano.

Em primeiro momento foi realizada uma breve explanação para os presentes da construção do trabalho de pesquisa que seria desenvolvido com a turma do sexto ano A na escola. Em continuidade, foi realizado apresentação do Projeto de Pesquisa, bem como da universidade o qual está sendo desenvolvido o estudo. Essa localização é importante para que todos entendam o processo reflexivo da construção da intervenção.

Apresentamos, ainda, a proposta metodológica da intervenção, pautada na Resolução de Problemas.

Segundo encontro: aplicação do protocolo inicial

A aplicação do protocolo inicial ocorreu no dia 22/03/2022. O intuito era diagnosticar as ideias e operações fundamentais que os alunos possuem maior dificuldade na turma. Procurou-se apresentar um problema para cada ideia e que as operações não fossem repetidas nas sequências dos problemas.

A ordem de operações e ideias apresentadas foram:

1. Problema 1: operação de Adição - ideia de juntar;
2. Problema 2: operação de Subtração – ideia de completar
3. Problema 3: operação de Multiplicação – ideia de combinatoria
4. Problema 4: operação de Adição – ideia de acrescentar
5. Problema 5: operação de Multiplicação – ideia de soma consecutiva
6. Problema 6: operação de Divisão – ideia de distribuição por agrupamento
7. Problema 7: operação de Subtração – ideia de retirar
8. Problema 8: operação de Subtração – ideia de comparar
9. Problema 9: operação de Multiplicação – ideia de organização retangular
10. Problema 10: operação de Divisão – ideia de distribuição por objeto

A configuração final do protocolo ficou da seguinte maneira:

• **Quadro 3: Protocolo inicial**

Protocolo Inicial
<ul style="list-style-type: none">➤ Um fazendeiro comprou 84 bois, ao combinar com o caminhoneiro para fazer o transporte, ele ficou sabendo que no caminhão cabem apenas 14 bois. Quantas viagens serão necessárias para fazer o transporte de todos os bois comprados pelo fazendeiro?➤ Pedro levou para venda um rebanho com 231 ovelhas, Pedro conseguiu vender 165 ovelhas, com quantas ovelhas ele irá ficar?➤ Talita tem 56 livros e Bruna tem 97. Quantos livros Bruna têm a mais que Talita?➤ Em uma sala foram colocadas 6 fileiras com 12 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há nessa sala?➤ Renato ganhou R\$ 96,00 e quer distribuir esse valor entre seus 8 amigos. Quantos reais cada um irá receber?➤ Um fazendeiro comprou 84 bois, ao combinar com o caminhoneiro para fazer o transporte, ele ficou sabendo que no caminhão cabem apenas 14 bois. Quantas viagens serão necessárias para fazer o transporte de todos os bois comprados pelo fazendeiro?➤ Pedro levou para venda um rebanho com 231 ovelhas, Pedro conseguiu vender 165 ovelhas, com quantas ovelhas ele irá ficar?➤ Talita tem 56 livros e Bruna tem 97. Quantos livros Bruna têm a mais que Talita?

- Em uma sala foram colocadas 6 fileiras com 12 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há nessa sala? Renato ganhou R\$ 96,00 e quer distribuir esse valor entre seus 8 amigos. Quantos reais cada um irá receber?

- Fonte: a pesquisa

Os alunos realizaram a resolução de problemas contido na proposta do protocolo inicial individualmente. Ao longo da realização, os alunos levantaram alguns questionamentos:

Aluno 2: Está difícil, professor.

Aluno 1: Tem certeza que é possível resolver?

Aluno 7: Quanto tempo temos para resolver?

Aluno 9: O problema é de qual operação? (transcrição do encontro).

Ao registrar estas ponderações realizadas pelos alunos, quero ressaltar que o direcionamento para todos esses questionamentos foram que a atividade era diagnóstica, ou seja, um levantamento das dificuldades e potencialidades dos alunos e a criação de subsídio para a realização da prática pedagógica (TUTTMAN, 2013).

Após aplicação do protocolo inicial foi realizada a correção e organização de uma planilha com os resultados obtidos. Nela, são contemplados os erros (E) e acertos (C).

Quadro 04: Tabulação das questões por aluno

Alunos	Questões										Total de acertos
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	C	C	C	E	E	E	C	E	E	E	04
2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	10
3	C	E	E	C	E	E	C	C	C	C	06
4	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	00
5	C	E	E	E	E	E	E	E	E	E	01
6	C	C	E	C	C	C	C	C	C	C	09
7	C	E	E	C	E	E	C	E	E	C	04
8	C	E	E	C	E	C	C	E	C	C	06
9	C	C	E	C	C	C	C	C	C	C	09
10	C	C	C	C	E	C	C	E	C	C	08
11	C	E	E	C	E	E	C	E	E	E	02
12	C	C	E	C	C	C	C	C	C	C	09
13	C	E	C	C	E	E	C	E	E	E	04
14	C	C	E	C	C	E	C	C	C	C	08
15	C	C	E	C	C	E	C	E	C	E	06
16	C	C	C	C	C	E	C	C	C	C	09

Fonte: a pesquisa

Após a catalogação de acertos e erros por aluno, realizamos uma análise por questão:

Quadro 5: Tabulação por questão

Fonte: a pesquisa.

As dificuldades sobressalentes na pesquisa foram na multiplicação-combinatória (11 erros) e divisão-agrupamento (11 erros). A partir de conversas com as professoras dos anos iniciais da instituição, compreendeu-se que a maior dificuldade acontecia na multiplicação-combinatória, sendo essa também a menos trabalhada pelas docentes. Nesse sentido, selecionamos essa operação e ideia para o trabalho com resolução de problemas.

Terceiro e quarto encontro

Estes dois encontros (11 e 12/04/2022) foram desenvolvidas com base nos resultados obtidos após aplicação do protocolo inicial, sendo que o mesmo teve como indicador a fragilidade relacionada com a identificação e compreensão do raciocínio de multiplicação combinatória.

Nessa perspectiva, o planejamento de intervenção foi realizado com operações de multiplicação-combinatória, envolvendo as etapas de Resoluções de problemas, sendo este, o objeto principal da investigação.

Segundo Allevato e Onuchic (2009), a proposta metodológica da resolução de problemas pode ser organizada em dez etapas, as quais utilizamos e descrevemos o seu uso abaixo:

Etapa 1: Proposição do problema

De acordo com a sugestão apresentada pelas autoras, o professor deve inicialmente selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou

procedimento. Esse problema será chamado problema gerador, que deve partir de um conteúdo ainda não estudado.

Ao analisar o protocolo inicial, o problema gerador foi definido como “identificar e resolver operação de multiplicação combinatória”. O problema utilizado foi o seguinte:

Quadro 6: Problema gerador

Aluno: _____ Data: _____

O professor Rogério é aluno da UNIPAMPA Campus Jaguão, ele precisa pegar o ônibus que sai de Pelotas para ir estudar, após realizar um contato telefônico via WhatsApp com a Rodoviária de Pelotas, foi informado que é possível ir da cidade de Pelotas a Pedro Osório por quatro caminhos diferentes, e de Pedro Osório a Jaguão por três caminhos diferentes. Diante destas opções, de quantas formas diferentes o ônibus pode ir de Pelotas a Jaguão, passando antes por Pedro Osório?

Fonte: a pesquisa.

Nesse momento, o pesquisador realizou a distribuição do problema, buscando estimular o senso crítico e a curiosidade dos alunos, para que os mesmos, realizassem a resolução.

Etapa 2: Leitura individual

Após distribuir uma cópia do problema para cada aluno, os alunos fizeram a leitura individual do problema, de modo que estabeleçam uma compreensão própria do que lhes foi apresentado.

Etapa 3: Leitura em conjunto

Em seguida, os alunos reuniram-se em grupos e fizeram uma nova leitura e uma possível discussão, onde cada integrante possa expressar seu entendimento a partir do problema proposto. Neste momento o professor pode auxiliar o esclarecimento de algum conceito que os alunos não tenham compreendido. Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo e levando-os a interpretar o problema.

Etapa 4: Resolução do problema

Após a leitura, de posse do problema e sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, partem para a resolução do problema, utilizando conceitos já estudados e a colaboração e cooperação de seus colegas de grupo.

Etapa 5: Observar e incentivar.

Nessa etapa, o professor tem o papel mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. O professor observa o trabalho dos alunos, incentiva e responde dúvidas.

Etapa 6: Registro das resoluções na lousa

Após a resolução, conforme Allevatto e Onuchic (2009), os alunos partem para a apresentação de suas resoluções na lousa. Um aluno de cada grupo registra, na lousa, suas resoluções. Estas foram analisadas e discutidas por todos da sala.

Etapa 7: Plenária

Para esta etapa, apoiados em Allevatto e Onuchic (2009), todos os alunos discutiram as resoluções registradas na lousa pelos alunos. Os alunos defendem seus pontos de vista. Nesse contexto, o docente atua como mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem, a partir da troca de ideias.

Etapa 8: Busca do consenso

Após analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto. Na busca pelo consenso, os alunos, em conjunto com o professor, realizaram discussões sobre os resultados apresentados, na tentativa da construção do conhecimento que se deseja alcançar.

Etapa 9: Formalização do conteúdo

Em concordância com as discussões,

- neste momento denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 85).
- Assim, na lousa, o professor apontou a formalização do registro matemático, demonstrando que esse tipo de problema é resolvido por multiplicação. A última etapa, proposição e resolução de novos problemas, ficou para o último encontro.

Quinto Encontro: Protocolo Final

Este encontro foi desenvolvido em 02/05/2022 com intuito de analisar o desenvolvimento da ideia de multiplicação-combinatória. Assim, os alunos puderam expressar de maneira individual o seu entendimento e suas observações sobre as discussões empreendidas.

O protocolo final foi constituído de dez questões, sendo metade de multiplicação-combinatória e a outra metade de outras operações, a organização foi da seguinte forma:

- 1- Subtração - completar;
- 2- Multiplicação-combinatória;
- 3- Multiplicação - soma consecutiva;
- 4- Multiplicação-combinatória;
- 5- Multiplicação-combinatória;
- 6- Adição - juntar;
- 7- Multiplicação-combinatória;
- 8- Subtração- completar;
- 9- Multiplicação-combinatória;
- 10- Subtração- retirar.

Os problemas foram os seguintes:

Quadro 7: Protocolo final

Aluno: _____ Data: _____

Identifique e resolva apenas os problemas de multiplicação combinatória.

1 – Flávio tem R\$ 980,00 e quer comprar um computador de R\$ 1360,00. Quantos reais faltam para ele comprar o computador?

2-Alessandra ganhou uma boneca que vem com uma cartela de roupas para serem trocadas No total, a boneca tem 2 peças para a parte de baixo (uma saia e uma calça) e 3 peças para a parte de cima (três camisetas). Observe de quantas maneiras Alessandra pode vestir a boneca.

3- Em uma caixa, há 1.987 balas. Quantas balas há em 9 caixas?

4- Antônia saiu de férias, levou em sua mala para a viagem uma saia, uma bermuda e quatro blusas de cores diferentes. De quantas formas Antônia poderá se vestir sem repetir a roupa?

5 - Cauan comprou um estojo de relógios com 3 mostradores e 5 pulseiras diferentes. De quantas maneiras diferentes Cauan pode combinar os mostradores com as pulseiras coloridas?

6- Na biblioteca da escola, há 549 livros de ação, 432 romances, 368 de aventura e 296 livros infantis? Quantos livros há na biblioteca?

7 - Um pai, uma mãe e um filho querem tirar uma foto, sentados um do lado do outro. Quantas fotos diferentes eles terão de tirar se quiserem aparecer em todas as localizações possíveis?

8- O senhor José Pedro nasceu em 1925. Quantos anos ele completou em 2012?

9- Numa viagem, Davi levou quatro calças e cinco camisas na mala. De quantas formas diferentes ele consegue se vestir combinando essas peças de roupa?

10- Uma multinacional tinha 16.943 funcionários. Com a crise econômica, foram dispensados 7.652 empregados. Com quantos funcionários a multinacional ficou?

Fonte: a pesquisa.

A ideia inicial era que os alunos resolvessem somente os problemas de multiplicação-combinatória, mas o grupo pediu para resolver todos os problemas. Os problemas incluíram os nomes dos alunos da turma, o que ocasionou inúmeras discussões à medida que os alunos realizavam a leitura e a identificação dessas situações.

Após a realização das respostas, elaboramos a tabela de correção abaixo somente considerando os cinco problemas de multiplicação-combinatória.

Quadro 8: Tabela de acertos

Alunos	Acertos	Erros
Aluno 01	05	00

Aluno 02	05	00
Aluno 03	05	00
Aluno 04	05	00
Aluno 05	01	04
Aluno 06	05	00
Aluno 07	05	00
Aluno 08	05	00
Aluno 09	02	03
Aluno 10	05	00
Aluno 11	02	03
Aluno 12	01	04
Aluno 13	05	00
Aluno 14	05	00
Aluno 15	05	00
Aluno 16	05	00
Total de alunos	12	04

Fonte: a pesquisa.

Esta tabela apresenta que de um total de 16 alunos participantes do último encontro, 12 alunos obtiveram êxito na proposta de identificação e resolução de problemas, 04 alunos conseguiram identificar, porém, ao resolver fragilizaram no resultado final da operação.

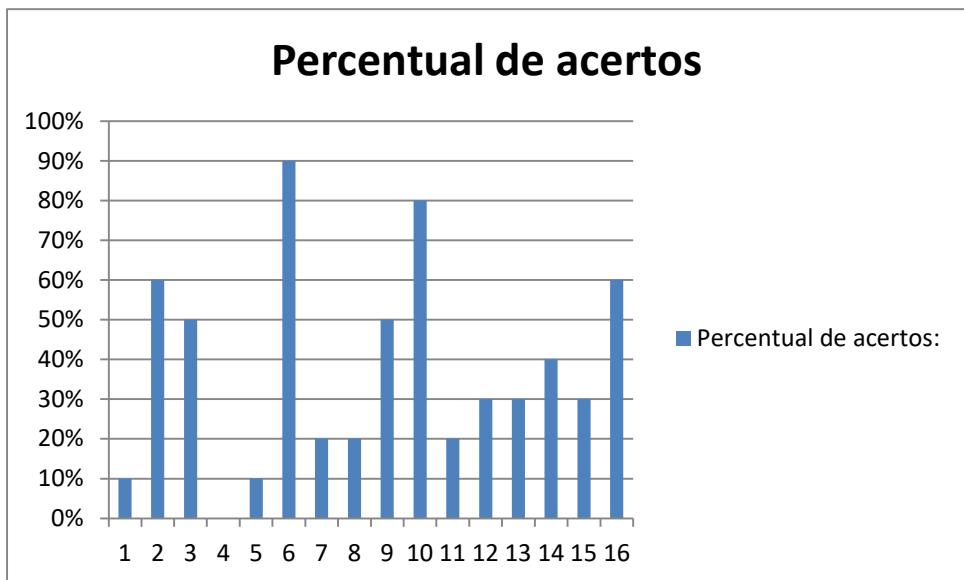
ANÁLISE DOS PROTOCOLOS

Após realizar a aplicação do protocolo inicial e analisar os resultados, permitimos um espelho do conhecimento dos alunos relacionados a interpretação e resolução de problemas e identificação das operações, antes da intervenção.

A atividade diagnóstica foi organizada com um total de dez problemas envolvendo as respectivas operações: soma, subtração, multiplicação e divisão, sendo descritas de forma alternada e com suas respectivas ideias.

O gráfico a seguir demonstra a relação por alunos que participaram do protocolo inicial quanto ao número de acertos e erros relacionados aos problemas aplicados.

Figura 1: Gráfico de acertos

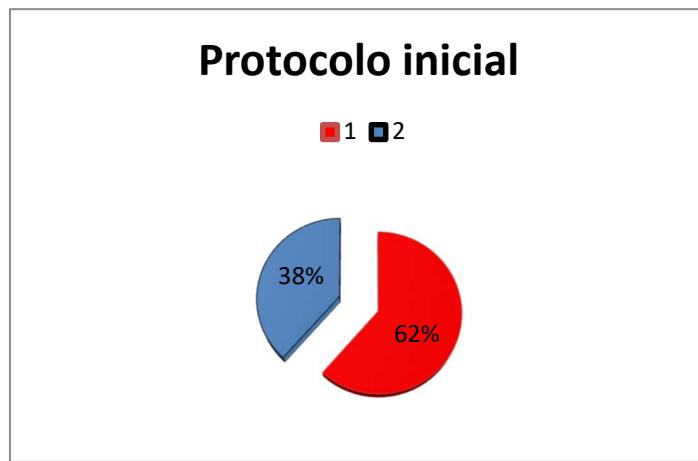


Fonte: a pesquisa.

Ao observarmos o gráfico, percebemos as fragilidades gerais da turma na resolução de problemas. Nota-se que somente 6 dos 16 alunos atingiram 50% da nota ou mais. Infelizmente, essa realidade não é discrepante dos dados nacionais.

Ao considerarmos todas as questões e todos erros ou acertos, identificamos o gráfico abaixo, sendo que o vermelho representa os erros e azul os acertos.

Figura 2: Erros e acertos totais



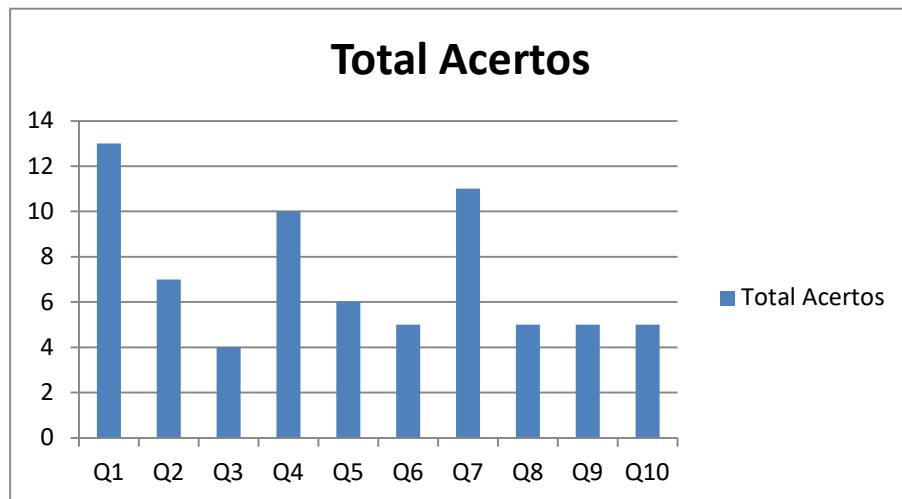
Fonte: a pesquisa.

A figura acima permite uma apresentação do percentual de erros e acertos a partir do protocolo inicial. Para a compreensão esse protocolo teve como objetivo identificar as

principais fragilidades apresentadas pela turma de sexto ano, no que se refere a Resolução de problemas.

Já o gráfico a seguir apresenta as questões do protocolo com os acertos e erros relacionados às ideias das operações, sendo possível identificar que a maior dificuldade foi a compreensão de multiplicação com ideia combinatória.

Figura 3: Acertos por questão



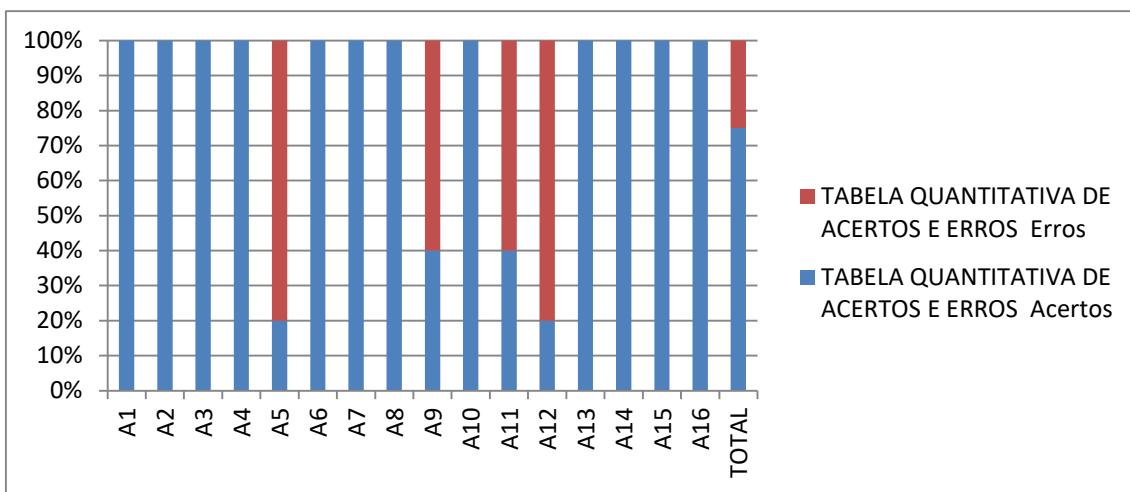
Fonte: a pesquisa.

Nota-se que a concentração de erros está, além da multiplicação-combinatória, nos problemas de divisão, na subtração-comparação e na multiplicação-retangular. Acreditamos que essa situação se deva pelo reduzido contato de trabalho com tais operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Enquanto os problemas de subtração-comparação e multiplicação-retangular são pouco explorados pelos professores, os problemas de divisão são deixados para o final dos anos iniciais.

Após o período da intervenção, foi aplicado o protocolo final, o qual com um propósito de levantar dados de desenvolvimento dos alunos. Como já ressaltado, escolhemos a multiplicação-combinatória para a intervenção.

A seguir, o registro no gráfico de resultados do protocolo final com os 5 problemas de multiplicação-combinatória.

Figura 4: Gráfico acertos e erros no protocolo final.



Fonte: a pesquisa.

A partir dos dados, lembramos que, antes da intervenção, somente 4 alunos acertaram o problema de multiplicação-combinatória. Após a intervenção, esse número subiu para 12 alunos. Apontamos que os 4 que não conseguiram identificar e acertar todos os problemas de multiplicação-combinatória, acertaram pelo menos 1 problema deste tipo. Desses, ainda, ressaltamos que dois possuem laudo de deficiência intelectual.

Análise das Etapas da Resolução de Problemas

A metodologia da resolução de problemas proposto por Allevatto e Onuchic (2009), como já apresentada, propõe dez etapas de ação. Nesse momento, elaboramos uma categoria para discutir as potencialidades e dificuldades encontradas ao longo do processo.

A primeira potencialidade e cuidado está na constituição do Problema Gerador. O problema gerador é aquele que é o ponto de partida da resolução de problemas. Conforme Dante (1989), entre as dificuldades de trabalhar com problemas é fomentar o interesse dos alunos pela situação, uma vez que problema só pode ser considerado como tal quando mobiliza quem necessita resolvê-lo.

Para sanar essa dificuldade, alguns encaminhamentos foram pertinentes, tal como: o uso do cotidiano na construção do problema. O fato da situação-problema envolver uma realidade do professor, já conhecida pelos alunos, o trajeto para cursar mestrado, potencializou a criatividade e interesse dos alunos.

Isso pode ser visto em algumas falas dos alunos:

- **Aluno 10:** Professor, eu acompanhei minha em uma consulta médica em Pelotas. [...] O ônibus acabou estragando. A gente precisou esperar o outro chegar quase uma hora. [...] todo mundo ficou bravo.
- **Aluno 7:** Conheço Jaguarão. Vou para lá uma vez de por mês para ver meus avós (Transcrição dos encontros).

Contudo, a mesma curiosidade e interesse pode ser prejudicial ao processo quando em demasia. Os trechos abaixo demonstram essa situação:

Aluno 4: Professor, professor, professor, e se a gente fizesse o trajeto até Jaguarão? Ia ser muito legal! (Transcrição dos encontros)

Os educandos demonstraram curiosidade com as informações, logo começaram a comentar e dar possíveis soluções sobre a resposta, na sequência foi necessário intervir para acalmar a ansiedade e encaminhar as novas orientações, solicitando organização e atenção para realizarem as trocas entre os pares e apresentarem as possíveis probabilidade entre os integrantes dos grupos (Diário de campo).

Deste modo, percebemos que há momentos que o professor precisa provocar o interesse dos alunos e, em outros, de acalmar e orientar o grupo a permanecer no processo. De certo modo, isso impacta na visão de professor mediador, aquele que conhece e guia o seu grupo de atuação (SILVA, 2007).

A segunda potencialidade pauta-se no conflito de ideias ao longo do processo. Notamos que, em cada momento, o conflito de ideias toma uma proporção diferente, potencializando a formação do conceito estudado. Em nossas percepções, visualizamos que:

Na etapa leitura individual, os alunos formulam as suas próprias ideias e conceitos. Acabam levantando o que consideram importante.

Na etapa leitura coletiva, as ideias formuladas individualmente são postas em conflito, o que permite que algumas compreensões sejam reforçadas ou abandonadas;

Na etapa resolução do problema, as compreensões são testadas, adquirindo ou não valor como caminho viável de construção da resposta.

Nas etapas plenária e busca de consenso, o grupo já possui condições de defender as suas compreensões. Esse é o momento que consideramos mais forte de conflito, em que as

hipóteses e caminhos já estão mais consolidados e os argumentos tomam caráter mais robustos;

Na etapa formalização do conceito, o professor precisa se apoiar nas compreensões até então produzidas pelos alunos para construir o conceito matemático mais formalizado.

Nesse sentido, a sequência de ação da metodologia de resolução de problemas permite uma ressignificação das ideias matemáticas dos alunos, além do abandono de pensamentos equivocados e fortalecimento de caminhos possíveis de resolução.

Porém, quanto ao conflito de ideias, alguns cuidados são proeminentes para nós:

A criação de grupos: os agrupamentos precisam ser pensados pelos professores. Em alguns grupos, o perfil de liderança de alunos sobressaiu aos argumentos matemáticos, o que inviabiliza a discussão e o bom conflito de ideias;

A estrutura do diálogo deve ser elencada antes da resolução: alguns alunos encobriram o momento de fala dos outros, aumentando o tom de voz. O diálogo precisou ser constantemente interrompido pelo professor. Acreditamos que esse fato pode ser fruto das poucas práticas de diálogo em sala de aula;

A formalização do conceito deve sair da plenária e consenso dos alunos: ao chegar na formalização do conceito, o professor utilizou-se das ideias produzidas pelos alunos. Tal fato fortaleceu o sentimento de pertencimento dos alunos ao processo matemático. Caso os alunos tivessem trazidos poucos elementos para constituição do conceito, caberia ao professor criar uma formalização provisória e elaborar novas intervenções para continuar a construção do conceito abordado.

O terceiro apontamento apresenta-se como uma dificuldade, o professor deve manter as etapas prescritas, não antecipando momentos. Em diversos pontos, os alunos forçaram perguntas e/ou colocações que antecipavam etapas. Como, por exemplo, quando

[...] um dos alunos [no momento da leitura individual] foi até dois colegas querer saber o que achavam do problema (Diário de campo).

Ao explorarmos as etapas, os alunos constroem relações pertinentes para o seu aprendizado. No caso levantado acima, por exemplo, se o aluno ouve a resposta do colega, pode utilizá-la como sua, não realizando uma reflexão necessária.

Nesse contexto, ainda, vale ressaltar que as etapas *resolução do problema e observar e incentivar* acontecem concomitantemente. A primeira é responsabilidade do aluno e a segunda do professor.

O quarto aspecto a ser levantado consiste nas *dificuldades com os algoritmos das operações*. Em diversos momentos, os alunos pediram auxílio para construir o algoritmo.

Aluno 10: Professor, como arma essa “continha”?

Aluno 14: Eu sei qual é a conta, mas não sei como faz (transcrição do encontro).

Essa situação demonstra resquício de dificuldades das construções de conceitos advindos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, consideramos que tanto os processos de resolução de problemas quantos os algoritmos são fundamentais para construir o conceito matemático das operações fundamentais.

Considerações finais

Esta pesquisa teve como objetivo analisar as contribuições da metodologia de resolução de problemas para o ensino de situação de multiplicação combinatória. É pertinente registrar que, na perspectiva do pesquisador, o objetivo foi alcançado, considerando que os alunos ao trabalharem as operações de multiplicação combinatória, criaram suas estratégias e compreenderam o conceito da metodologia de Resolução de problemas e suas etapas.

- Ao discorrer sobre a metodologia da resolução de problemas, a maior dificuldade identificada no decorrer da intervenção foi a interpretação dos problemas para formalizar a sequência lógica das etapas. Porém, as estratégias apresentadas pela turma foram gerando discussões, reflexões e registros, possibilitando a todos a compreensão da resolver problemas e do conceito trabalhado.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas.** Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, Ano XXXIII, n.55, jul./dez. 2009.p.139.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática.** Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p.19.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** Editora Persona: Lisboa, 1977.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, SariKnopp. **Investigação qualitativa em educação.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.p.152.

CHACÓN, I. M. G. (2003) **Matemática emocional: os afetos na aprendizagem de matemática.** Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 12. ed. São Paulo: Atica, 1998.

ELLIOT, John. **Recolocando a pesquisa-ação em seu lugar original e próprio.** In: GERARDI, Corinta Maria Crisolia; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete Monteiro de Aguiar (Org.). *Cartografias do trabalho docente: professor (a)-pesquisador(a)*. Campinas: Mercado de Letras, 1997.

LOIZOS, P. **Vídeo, filme e fotografias como documentos de pesquisa.** In: Bauer MW. Gaskell G, editores. *Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático*. Petrópolis (RJ):Vozes; 2002.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.p.45.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática.** 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

PINHEIRO, E.M.; KAKEHASHI, T.Y.; ANGELO, M. **O uso de filmagem em pesquisas qualitativas.** In: Rev Latino-amEnfermagem, set.-out. 2005; vol.13.

PÓLYA, G. **How to solve it: A new aspect of mathematical method.** Princeton, NJ: Princeton University Press, 1945.

POLYÁ, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciênciac, 1995.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: APM, 2005.

POZO, J.I. **A solução de problemas.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

SILVA, Isa Monteiro. O professor como mediador. **Cadernos de Pedagogia Social**, n. 1, p. 117-123, 2007.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. **Metodologia da Resolução de Problemas**. 33^a reunião Anual da Anped, GT 19. 2001.

TUTTMAN, M. T. Avaliação Educacional. **Retratos Da Escola**. V. 7, nº 12, p. 101–108, 2013. <https://doi.org/10.22420/rde.v7i12.264>

Recebido em: 22/04/2024

Aprovado em: 25/10/2025



Artigo está licenciado sob forma de uma licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional