DOI: https://doi.org/10.23925/2358-4122.66307

Investigando o Teorema de Pitágoras: um relato experiência com o uso de materiais manipuláveis

Investigating the Pythagorean Theorem: an experience report with the use of manipulable materials

Nathália de Assis Bulhões[1]
Jeandro Souza Santos[2]
Rodrigo Oliveira Mendes[3]
Daiane Venâncio Bitencourt[4]
Zulma Elizabete de Freitas Madruga[5]

RESUMO

Este artigo tem como objetivo relatar o planejamento e desenvolvimento de uma oficina, abordando um conteúdo de geometria, que trata da relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo, seus catetos e hipotenusa, conhecido como Teorema de Pitágoras. A oficina foi desenvolvida por estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática, entre os meses de outubro e dezembro de 2023, sendo estes bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) - Centro de Formação de Professores (CFP), campus localizado na cidade de Amargosa-BA. A oficina é composta por uma tarefa de caráter exploratório, que também se utiliza de Materiais Manipuláveis. Essa tarefa foi elaborada para ser desenvolvida em uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal, para a qual tivemos como supervisora das nossas atividades, uma professora da instituição. Concluímos ao final da oficina, que esta experiência nos proporcionou o desenvolvimento de saberes docentes, tendo em vista o contato direto com o ambiente escolar e as práticas exercidas. Além disso, também acreditamos que foi significativo para os estudantes terem aproximação com estratégias didáticas diferenciadas e que contribuíram para a aprendizagem deles, acerca do conteúdo em questão.

[1]Licenciada em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). E-mail: nathaliabulhoes@aluno.ufrb.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0009-0006-3469-5551

[2]Licenciado em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). E-mail: jeandrosantossouza@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0009-0008-4916-9874

[3] Licenciando em Matemática pelo Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). E-mail: diiguholiveira@aluno.ufrb.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0009-0005-9227-1215

[4] Mestra em Educação Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UESC. E-mail: daianevenancio7@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7309-0973

[5] Doutora em Educação em Ciência e Matemática (PUCRS). Docente no Centro de Formação de Professores da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). E-mail: betemadruga@ufrb.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1674-0479

Palavras-chave: *Teorema de Pitágoras; Materiais Manipuláveis; Ensino Exploratório; PIBID; Formação de Professores.*

ABSTRACT

This article aims to report the planning and development of a workshop, covering geometry content, which deals with the relationship between the measurements of the sides of a right-angled triangle, its legs and hypotenuse, known as Pythagoras' Theorem. The workshop was developed by students of the Mathematics Degree Course, between the months of October and December 2023, these being scholarship holders of the Institutional Program for Teaching Initiation Scholarships (PIBID) of Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) - Centro of Teacher Training (CFP), campus located in the city of Amargosa-BA. The workshop consists of an exploratory task, which also uses manipulable materials. This task was designed to be developed in a 9th grade elementary school class at a municipal school, where we had a teacher from the institution as supervisor of our activities. We concluded at the end of the workshop that this experience provided us with the development of teaching knowledge, given direct contact with the school environment and the practices carried out. Furthermore, we also believe that it was significant for students to have access to different teaching strategies that contributed to their learning about the content in question.

Keywords*: Pythagorean theorem; Manipulable Materials; Exploratory Teaching; PIBID; Teacher training.*

Considerações iniciais

O ambiente escolar e as ações estabelecidas entre os sujeitos que o constitui, é fundamental para processo de formação do professor, tendo em vista que servem como base para o licenciando desenvolver práticas educativas, refletir sobre teorias estudadas na Universidade e ter a possibilidade de aplicá-las, de tal forma que é possível articular teoria e prática.

Nesse sentido, consideramos que oportunizar aos licenciandos, desde o início da formação, contato direto com o meio escolar é importante, pois em termos profissionais e de carreira, saber como viver em uma escola é tão importante quanto saber ensinar em sala de aula (Zeichner; Gore, 1990; Zeichner; Hief, 1996 *apud* Tardif, 2000). Dessa forma, é importante que os cursos de Licenciatura, além de fornecerem meios para a aquisição de conhecimentos teóricos, também se comprometam a oportunizar aos licenciandos vivências nas escolas da Educação Básica.

No que tange a formação de futuros professores, Nóvoa (2013) aponta para a necessidade de haver uma relação entre os licenciandos e os professores em exercício, pois para ele deve existir uma aproximação entre a Universidade e a Escola. É nesse sentido que podemos destacar a importância do Programa Institucional de Bolsa de

Iniciação à Docência - PIBID, pois ele tem contribuído com o incentivo à esta relação entre licenciandos e professores que já atuam na rede de ensino.

O PIBID é um projeto do Ministério da Educação, que tem como finalidade contribuir para a formação inicial de professores. Nele, os estudantes de Licenciatura têm a possibilidade de aprender saberes docentes, pois ele promove o contato direto com escolas da Educação Básica e com professores em exercício. Desta forma, o Programa gera impactos tanto para a formação inicial, tendo em vista que estudantes da graduação participam dele, quanto para a formação continuada, pois professores já formados também contribuem para o Programa, promovendo uma ponte entre a Escola Básica e a Universidade (Holanda; Silva, 2013).

Ainda tratando-se da importância do PIBID para a formação inicial de professores, destacamos a pesquisa de Souza e Almouloud (2019), cujo objetivo foi analisar os significados do PIBID para os estudantes de licenciatura em Matemática. Ao final do estudo, os autores concluem que o programa é entendido, pelos envolvidos na pesquisa, como um meio de interação entre universidade e escola, e que é um espaço de construção da identidade docente.

Ademais, no subprojeto Matemática do PIBID, da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Formação de Professores (UFRB- CFP), do qual nós participamos, acontecem reuniões semanais com a coordenadora do subprojeto, os pibidianos e os professores supervisores. Nestes encontros, discutimos sobre a realidade escolar e a postura que devemos ter nos enfrentamentos dos desafios e sobre metodologias de ensino da Matemática. Os supervisores costumam nos manter atualizados acerca das aprendizagens dos estudantes, sobretudo suas dificuldades em determinados conteúdos, pois nosso objetivo é desenvolver atividades, tendo em vista contribuir com a aprendizagem dos estudantes nas escolas em que atuamos. Logo, podemos pôr em prática as teorias vistas ao longo dos cursos, planejar e refletir sobre nossas ações pedagógicas.

Diante do exposto, o objetivo deste texto é relatar o planejamento e desenvolvimento de uma oficina, abordando um conteúdo de geometria, que trata da relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo, seus catetos e hipotenusa, conhecido como Teorema de Pitágoras. A intenção da oficina foi possibilitar que os estudantes compreendessem o significado do Teorema de Pitágoras e algumas das suas aplicações.

Suporte teórico

Em aulas de Matemática, por muito tempo privilegiou-se o ensino direto, que foca na transmissão do conhecimento, onde o professor é tido como elemento central desse processo, detentor das informações. Ao modo que, ao estudante cabe o papel de apenas permanecer atento à explicação apresentada pelo docente e fazer exercícios solicitados (Ponte, 2005).

Diferente dessa perspectiva, o ensino exploratório possui como elemento principal a realização de descobertas por parte dos estudantes, de tal maneira que possibilita a atuação deles na construção dos seus próprios conhecimentos. Isto não implica que tudo será proveniente dos estudantes ou que não haverá exposição pelo docente (Ponte, 2005). Desta forma, cada indivíduo é responsável pelo processo de aprendizagem, pois os estudantes dividem o protagonismo com o professor.

Para Canavarro (2011), na abordagem exploratória o estudante tem a possibilidade de perceber os procedimentos matemáticos surgirem com significados e pode desenvolver capacidades como a resolução de problemas, raciocínio matemático e a comunicação matemática. Além disso, a aprendizagem resulta da interação do discente com o conhecimento matemático e com os outros, sendo um processo individual e coletivo (Oliveira, Canavarro; Menezes, 2013). Esse tipo de abordagem inclui tarefas de caráter exploratório e investigativo (Ponte, 2005). Neste relato de experiência focaremos nas tarefas exploratórias, tendo em vista que a oficina desenvolvida utiliza essa perspectiva.

Segundo Ponte (2005), as tarefas exploratórias são aquelas em que as questões são abertas e possuem um grau de desafio mais elevado do que os exercícios e os problemas. Além disso, o grau de desafio é menor do que as tarefas de investigação. Dessa forma, ela é intermediária quando comparadas aos outros tipos de tarefas. Com isso, o professor ao selecionar atividades dessa natureza, precisa ter explícito as suas diferenças e compreender que as suas classificações dependerão dos conhecimentos prévios dos estudantes, pois questões que se caracterizam como exercícios para alguns estudantes podem ser problemas para outros, por exemplo.

A tarefa exploratória se inicia com a prática e depois ocorre a discussão e sistematização dos conceitos. Desse modo, é possível que o estudante observe, analise, teste, compreenda e realize conclusões. Além disso, o momento de reflexão e debate precisa ser em conjunto com a turma, baseado na prática desenvolvida inicialmente

(Ponte, 2005). Assim, trabalhar com essa perspectiva, exige do professor a elaboração de estratégias para conduzir esses momentos.

Nesse sentido, Canavarro (2011) diz que o papel do docente começa desde a escolha da tarefa a "interpretar e compreender como eles resolvem a tarefa e de explorar as suas respostas de modo a aproximar e articular as suas ideias com aquilo que é esperado que aprendam" (p. 11). Dessa maneira, percebe-se que a ideia é discutir e refletir sobre as respostas apontadas pelos estudantes de forma a chegar em um consenso, não apenas apontar os erros e acertos.

Na oficina desenvolvida, além da utilização da tarefa de caráter exploratório também contamos com o auxílio dos materiais manipuláveis durante o desenvolvimento das questões que constituem a tarefa. Desta forma, apoiamo-nos nos trabalhos de Rodrigues e Gazire (2012), Matos e Serrazina (1996) e Nacarato (2005), que se propõem a discutir acerca dos materiais manipuláveis, e de que maneira a sua utilização pode contribuir para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Além desses autores, Pais (1996, 2000) embasam a discussão no que tange a utilização de materiais concretos, como é exemplo dos materiais manipuláveis, no ensino de geometria.

Matos e Serrazina (1996, p. 193) apresentam a definição de materiais manipuláveis proposta por Reys (1971), para ele, estes seriam "objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos que têm aplicações no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia". Concordamos com os autores quando estes destacam, a partir de evidências apresentadas por outros estudiosos, que abordagens as quais são utilizados tais materiais tendem a favorecer a aprendizagem dos estudantes.

Sobre as potencialidades do material didático manipulável, Rodrigues e Gazire (2012) destacam que, o material é um auxiliador no processo de construção de conhecimentos matemáticos por parte dos estudantes, e que o professor deve atuar como mediador, de modo a orientar os estudantes a refletirem sobre o objeto de estudo em atividades experimentais.

No entanto, apenas a utilização dos materiais manipuláveis não é capaz de promover os resultados desejados na sala de aula, para isso é preciso a associação de alguns fatores, como por exemplo, os conhecimentos prévios dos estudantes e a seleção coerente do material utilizado. Espera-se que estes aspectos não culminem em um problema bastante comum durante atividades utilizando os materiais manipuláveis, destacado por Matos e Serrazina (1996), que é o distanciamento entre o material concreto e as relações matemáticas pois, tais relações são objetivadas pelo professor, se tratando do conteúdo matemático ensinado. Logo, os professores que se propõem a utilizar desta abordagem em suas aulas devem estar atentos a esses e outros fatores, como as reflexões trazidas pelo material, de maneira que sua prática possa contribuir para a construção dos conhecimentos dos seus estudantes, pois a forma como o professor utiliza-os na sala de aula irá determinar a eficiência do material.

Além disso, para Matos e Serrazina (1996, p. 197) "mais importante que os materiais com que está a trabalhar, a experiência que o aluno está a realizar deve ser significativa para ele", ou seja, além de utilizar materiais manipuláveis nas aulas os professores devem saber utilizá-los, de forma que os estudantes realmente entendam o conteúdo estudado, vejam sentido nele, e o aprendam de maneira ativa.

No que tange à utilização dos materiais manipuláveis no ensino de geometria, assim como apontado por Nacarato (2005), podemos destacar o trabalho de Pais (1996), pois este autor reforça a importância de trabalhar materiais didáticos em seu ensino, tendo em vista que estes influenciam na construção do conhecimento geométrico por parte dos estudantes. Ainda se tratando do ensino de geometria apoiado pelos recursos didáticos, que abarcam os materiais manipuláveis, Pais (2000) afirma que devemos associar, ao ensino de geometria, o desenvolvimento de atividades que envolvam a manipulação de materiais.

Desenvolvimento da oficina

Este artigo busca relatar uma experiência vivenciada por licenciandos em Matemática, bolsistas do PIBID, em relação ao desenvolvimento e aplicação de uma oficina, que teve a intenção de contribuir com o ensino do conteúdo de geometria, tratando da relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo, comumente difundido como o Teorema de Pitágoras.

No que tange à construção da oficina supracitada, esta foi feita a partir de uma tarefa de caráter exploratório, desenvolvida tendo por base o paradidático “Descobrindo o Teorema de Pitágoras”, da coleção Vivendo a Matemática (Imennes; Lellis, 2000). A escolha do conteúdo se deu pela necessidade apresentada pela professora supervisora em uma das reuniões semanais do PIBID, de trabalhar tal conteúdo tendo por base uma abordagem diferenciada. Sabendo da existência da tarefa e acreditando nas suas potencialidades, propomos que a desenvolvêssemos em uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental, na qual a professora supervisora ministrava aula. Essa intervenção foi realizada no dia 30 de novembro de 2023.

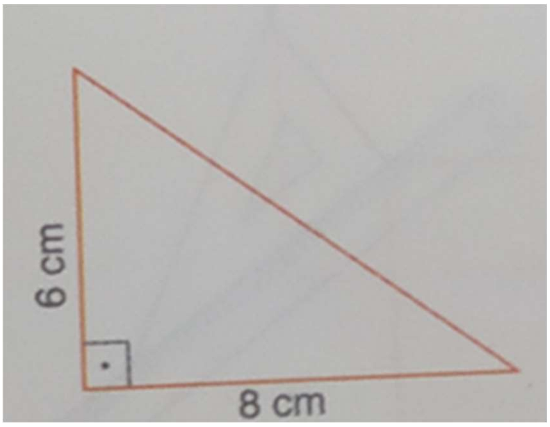
Inicialmente era necessário que os estudantes tivessem alguns conhecimentos prévios para que a aplicação da oficina fosse desenvolvida da maneira mais satisfatória possível, como por exemplo, saber quais as características de um triângulo retângulo e compreender os conceitos de área de polígonos, principalmente quadrados. Tendo isso em vista, a professora supervisora se comprometeu em certificar-se que os estudantes tivessem o contato recente com estes conteúdos, e para isso foi realizada a revisão destes conteúdos, antes do desenvolvimento da oficina.

A oficina teve como principal objetivo possibilitar que os estudantes compreendessem o significado do Teorema de Pitágoras e algumas das suas aplicações. Assim como, por meio da manipulação do material, eles também reconhecessem as relações entre as áreas de quadrados com as medidas dos lados sendo os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo e, posteriormente, pudessem entender a relação entre a medida da hipotenusa e as medidas dos catetos de um triângulo retângulo, ou seja, o enunciado do Teorema.

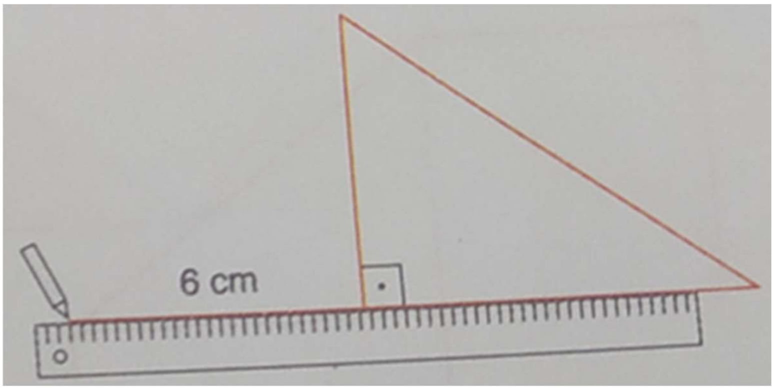
Dividimos a tarefa em quatro etapas, as quais denominamos de i) Desafio; ii) Formalizando o conceito; iii) Verificando; e iv) Hora de brincar. Na primeira etapa, intitulada *Desafios*, os estudantes receberam um material, contendo um quadrado e o que denominamos de quebra-cabeça, formado por cinco peças construídas a partir de um triângulo retângulo. A construção desse quebra-cabeça pode ser visualizada na Figura 1.

Figura 1 – Construção do quebra-cabeça.

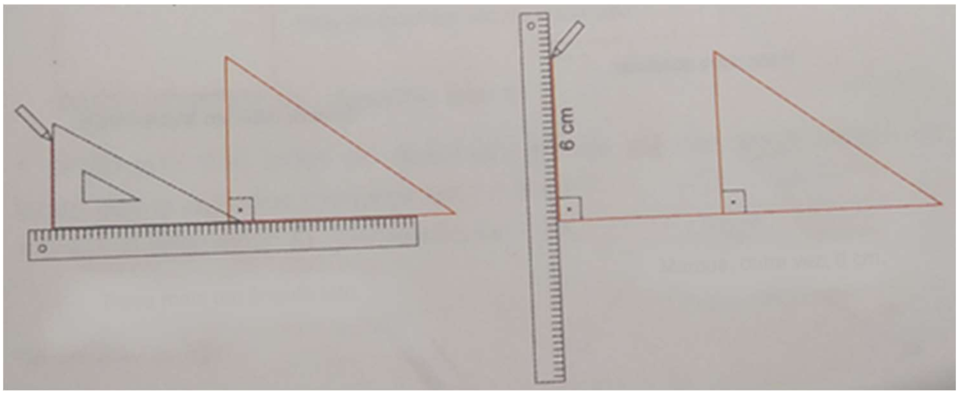
Passo 2: Construa um triângulo retângulo com essas medidas



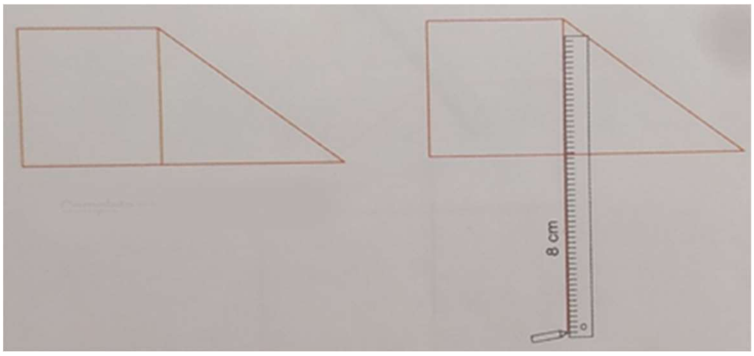
Passo 3: Prolongue 6 cm o cateto horizontal



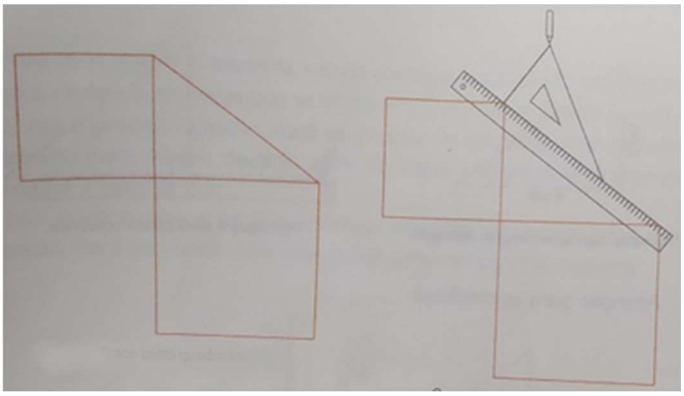
Passo 4: Trace mais um ângulo reto e marque, outra vez, 6 cm



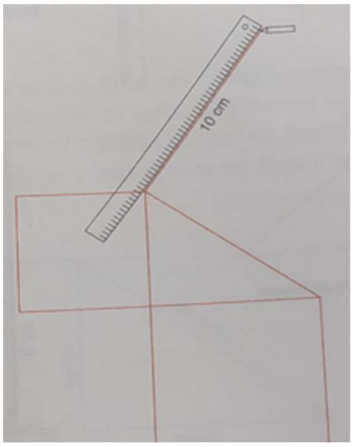
Passo 5: Complete para obter um quadrado e em seguida, prolongue o cateto vertical

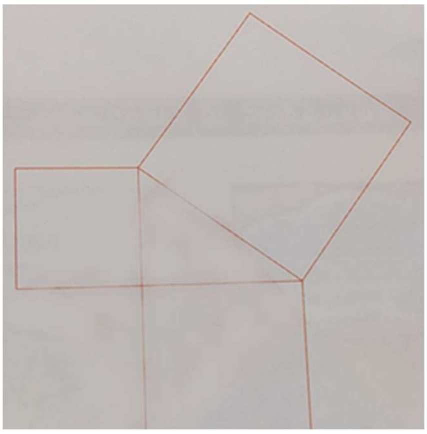


Passo 6: Forme outro quadrado e comece mais um ângulo reto



Passo 7: Forme um quadrado com cada lado tendo 10 cm



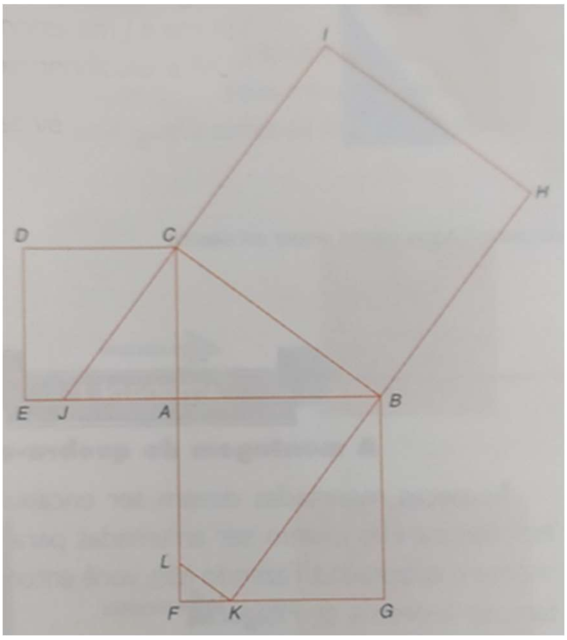


i) Prolongue o segmento IC até que encontre o lado AE do quadrado menor.

ii) Prolongue o segmento HB até que encontre o lado GF do quadrado médio.

iii) Trace um segmento perpendicular ao segmento feito no item anterior.

Veja a figura como exemplo:



Quebra-cabeça pronto!! Agora é só recortar!!

Fonte: Adaptado de Imennes e Lellis, 2000.

Após o contato inicial dos estudantes com o quebra-cabeça, que optamos por realizar a construção previamente e levar o material pronto, para otimizar o tempo. Os estudantes deveriam cumprir dois desafios. O primeiro é formar dois quadrados com as peças recebidas, cujo objetivo é fornecer elementos para ajudá-los a perceber que o quadrado maior que será trabalhado no segundo desafio é formado por dois quadrados (médio e pequeno).

O segundo desafio propõe que eles encaixem as peças no quadrado maior, com intuito de que os estudantes possam concluir, a partir da manipulação do material e da reflexão sobre essa prática incentivada pela primeira questão da tarefa, Figura 2, que a soma das áreas dos quadrados pequeno e médio é igual a área do quadrado maior.

Figura 2 – Desafio.

Desafio: Tente encaixar as 5 peças no quadrado maior

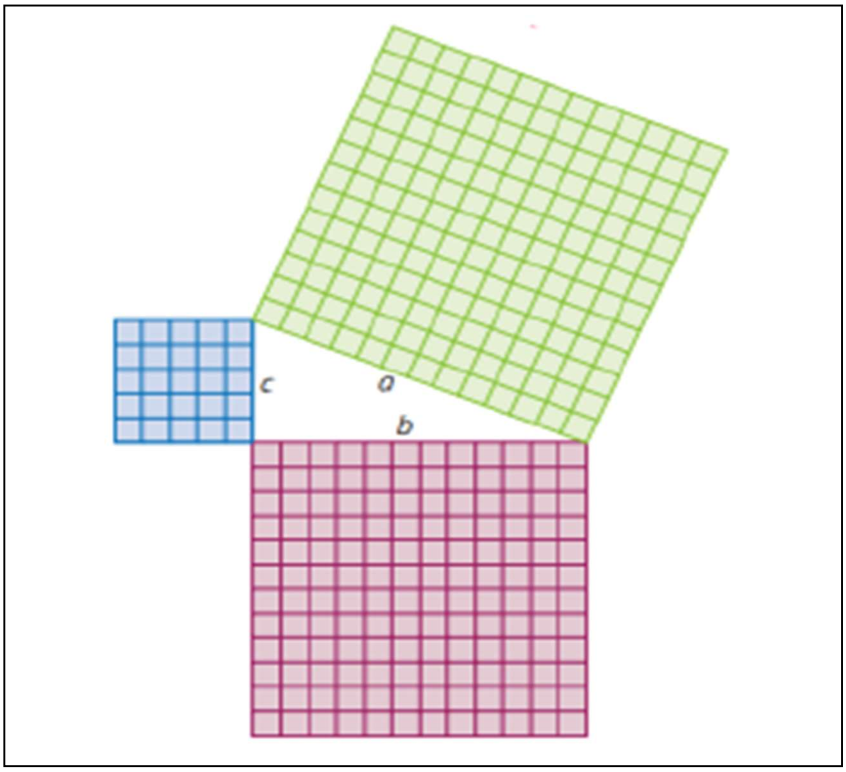
1) Depois de ter cumprido o desafio, o que se pode concluir sobre as áreas dos quadrados?

____
____
____
____

Fonte: Os autores, 2024.

Na etapa denominada *Formalizando o conceito*, os estudantes receberam uma folha quadriculada contendo três quadrados (pequeno, médio e grande) (Figura 3), de cores diferentes para serem recortados.

Figura 3 – Folha quadriculada.



Fonte:Adaptado de Dante, 2018.

A partir disso, são propostos cinco itens (Figura 4) cujo intuito foi fornecer elementos para que eles percebam, com a manipulação das áreas dos quadrados, a relação do triângulo retângulo e enunciem o Teorema.

Figura 4 – Formalizando o conceito.

Atividade 2: Formalizando o conceito

Cada grupo recebeu três quadrados de cores diferentes (grande, médio e pequeno) e que podem ser representados por pequenos quadradinhos de mesma área. Com base nisso, faça:

1) Tente encaixar os quadrados médio e pequeno no quadrado maior.
2) Se a for a medida do lado do quadrado maior, qual é a área desse quadrado?
3) Se b for a medida do lado do quadrado pequeno, qual é a área desse quadrado?
4) Se c for a medida do lado do quadrado médio, qual é a área desse quadrado?
5) Com base nas questões 2,3 e 4, qual a relação entre essas áreas?

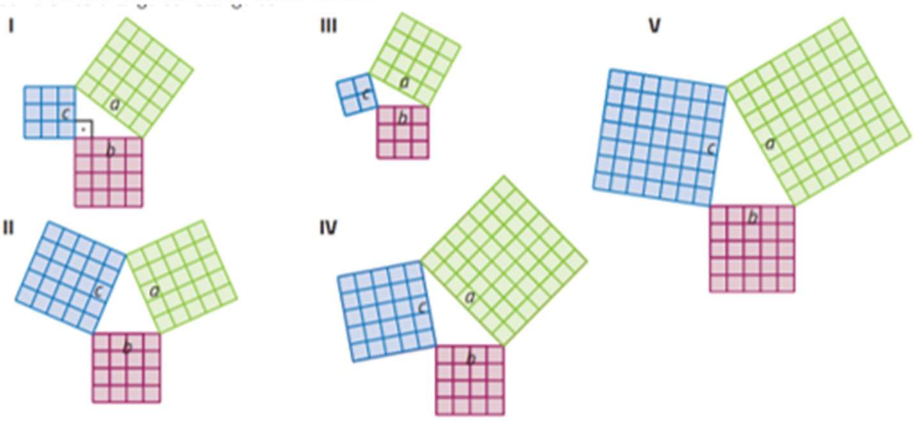
O Teorema de Pitágoras:

Fonte: Os autores, 2024.

Ainda na etapa supracitada, foi proposto aos estudantes que verificassem se o resultado enunciado pelo Teorema de Pitágoras é válido para outros tipos de triângulos, como obtusângulo e acutângulo. Para isso, foi solicitado que eles fizessem alguns testes, apresentados na Figura 5, de forma que eles pudessem explorar a validade do Teorema. Eles precisavam verificar se a soma das áreas dos dois quadrados formados é igual a área do terceiro quadrado, de cada tipo de triângulo. O intuito era que eles pudessem concluir que essa relação é válida apenas no triângulo retângulo.

Figura 5 – Testes.

6) Na figura abaixo, temos um triângulo retângulo (I), triângulos obtusângulos (III e IV) e acutângulos (II e V). Será que esta relação vale para qualquer triângulo? Vamos conferir! Registre na tabela os valores de a^2, $b^2 + c^2$ e comparem os valores obtidos em cada caso.



Triângulo	Tipo de triângulo	a^2	$b^2 + c^2$	a^2 é igual a $b^2 + c^2$
I				
II				
III				
IV				
V				

Fonte: Os autores, 2024.

No seguinte momento, os estudantes foram estimulados a fazerem a verificação da relação explorada nos itens anteriores, em triângulos retângulos de medidas distintas. Como é apresentado na Figura 6, no item "a" os estudantes têm a possibilidade de apenas contar os quadradinhos para descobrir a área de quadrado maior; no entanto, no item "b" eles já devem mobilizar outros conhecimentos que devem ter desenvolvidos em outros momentos da tarefa para respondê-lo, ou seja, o resultado que o Teorema de Pitágoras enuncia.

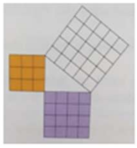
Figura 6 – Verificando.

Atividade 3: Verificando...

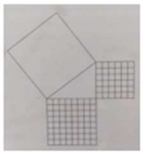
Com base na ideia anterior, faça o que se pede.

1) Os quadrados são formados por pequenos quadradinhos de mesmo tamanho. Determine quantos desses quadradinhos cabem no quadrado maior.

a)



b)

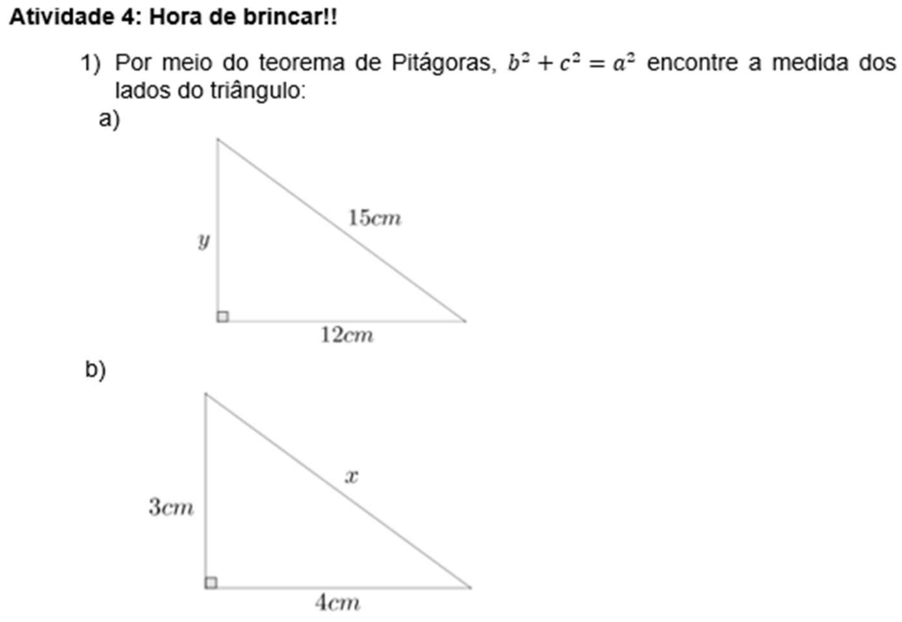


2) Determine as medidas dos lados dos quadrados maiores do item a) e b) da questão anterior.

Fonte: Os autores, 2024

Por fim, na etapa denominada *Hora de Brincar* foram fornecidos alguns exercícios, como os apresentados na Figura 7, para que os estudantes possam praticar e fixar o Teorema abordado.

Figura 7 – Hora de Brincar.



Fonte: Os autores, 2024.

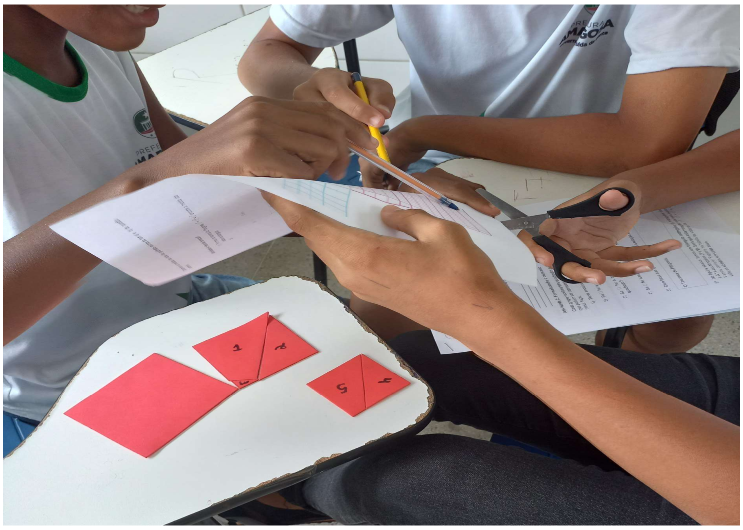
Dessa forma, os estudantes puderam aplicar a relação que eles verificaram nas atividades anteriores. Portanto, consideramos que todas as etapas descritas anteriormente foram importantes para o desenvolvimento da atividade em sala de aula, assim como para a aprendizagem dos estudantes, pois permitiram identificar em que momento do processo eles encontraram mais dificuldades e, a partir disso, procurar a melhor maneira de ajudá-los sem lhes oferecer as respostas, de maneira que eles sejam ativos na construção do seu conhecimento.

Resultados e discussão

O planejamento estabelecido inicialmente foi seguido, respeitando as características da abordagem exploratória, principalmente, a discussão em sala de aula das respostas apresentadas pelos estudantes.

Ao iniciar a aula, solicitamos que se dividissem em grupos formados por quatro estudantes cada. Antes de propor o desafio que está na tarefa, apresentado na Figura 2, propomos um outro. Solicitamos aos estudantes que, a partir das cinco peças recebidas, eles tentassem montar dois quadrados distintos. Neste momento, percebemos um entusiasmo por parte dos estudantes na tentativa de montar os dois quadrados, de tal forma que logo conseguiram, como mostra a Figura 8.

Figura 8 - Solução do primeiro desafio.



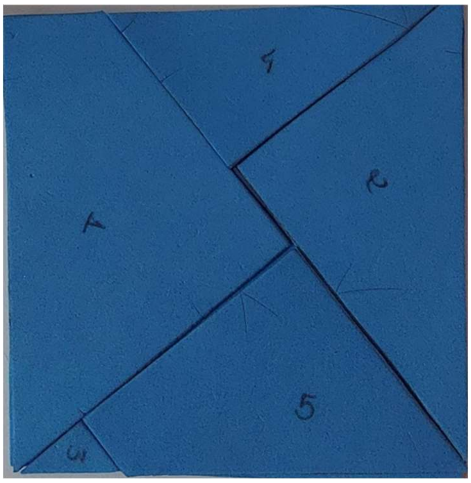
Fonte: Os autores, 2024.

Em seguida, propomos o segundo desafio, que solicitava encaixar as cinco peças do quebra-cabeça no quadrado maior, que foi entregue no início da aula. Percebemos que dos seis grupos que foram formados, um rapidamente montou o quebra-cabeça. Ao perceberem que um grupo já havia montado os demais estudantes demonstraram-se animados na busca por também cumprir o desafio. Logo, resolvemos pedir aos estudantes que não mostrassem a montagem para os outros, com a finalidade de incentivá-los a buscar a solução para o desafio.

Acreditamos que este início tenha contribuído para a aceitação dos estudantes em relação à atividade, por possibilitar a criação de um ambiente descontraído, sem perder o foco do objetivo da aula. Além disso, buscamos com este momento que os estudantes percebessem que ao final do desafio teríamos, ao total, três quadrados.

Depois que todos os grupos concluíram o desafio, pedimos que eles resolvessem a primeira questão da Atividade 1. Nesta questão, era proposto um outro desafio aos estudantes, eles deveriam encontrar uma maneira de encaixar as cinco peças, do quebra-cabeça, de maneira que elas formassem um quadrado que pudesse ser sobreposto no quadrado maior. Quanto ao cumprimento deste segundo desafio, os estudantes também não apresentaram dificuldades, no geral, apenas dois grupos sentiram necessidade do nosso auxílio para encontrar uma solução, apresentada na Figura 9.

Figura 9 - Solução do primeiro desafio.



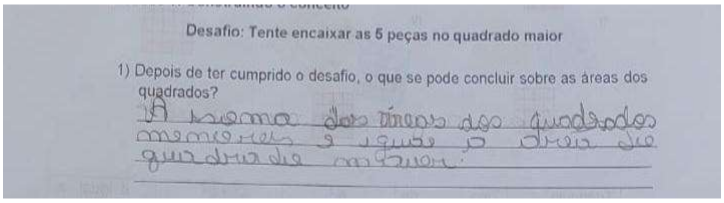
Fonte: Os autores, 2024.

Neste momento, seguimos auxiliando os grupos, buscando perguntá-los de forma que os instigassem e fomentassem reflexões sobre os desafios solucionados anteriormente, tendo em vista que esses desafios são fundamentais para que eles formulassem a resposta da Atividade 1, que tratava da relação entre as áreas dos quadrados. Dos questionamentos feitos, podemos destacar os seguintes exemplos: *"Vocês conseguiram compreender o enunciado da questão? Qual é a relação que existe entre as áreas dos quadrados que vocês montaram? Analisem o quebra-cabeça novamente, qual a área do quadrado maior? O quadrado maior é formado por quantos quadrados?"* e "*Vocês conseguiram sobrepor o quadrado maior com as peças que formam os quadrados menores, certo? Então, o que isso nos diz sobre as áreas desses quadrados?"*

Podemos destacar que os estudantes não apresentaram dificuldades em relação ao conceito de área de um polígono, no entanto, eles demonstraram certa dificuldade no que tange à formulação da resposta escrita. A partir dos questionamentos que fizemos, eles tentavam transmitir a ideia de que a soma das medidas das áreas dos quadrados menores era equivalente à medida da área do quadrado maior. No entanto, eles apresentavam respostas do tipo: *"as áreas dos quadrados menores são iguais a área do quadrado maior"* e *"os dois quadrados menores formavam o quadrado maior"*. Logo, buscamos orientá-los a escrever exatamente o que eles queriam transmitir pois, no primeiro caso, poderíamos interpretar que cada quadrado tinha a medida da sua área equivalente ao outro, dois a dois, e não é correto afirmar isso.

A partir dos questionamentos e das discussões que sucederam, os estudantes apresentaram respostas *como "a soma das áreas dos quadrados menores corresponde a* *área do quadrado maior”,* que pode ser observada na Figura 10. Acreditamos que respostas desse tipo demonstram que o objetivo dessa questão foi alcançado.

Figura 10 - Solução do primeiro desafio.



Fonte: Os autores, 2024.

Ao final dessa primeira questão, questionamos a turma sobre qual foi a resposta dada por cada um dos grupos, para verificarmos se houve respostas distintas e também para sanar possíveis dúvidas que restassem. O intuito era provocar discussões, porém, todos afirmaram ter compreendido. Acreditamos que as discussões e dúvidas foram sanadas durante a nossa mediação nos grupos.

Logo após concluirmos essa etapa, discutimos com os estudantes o que eles entendiam por triângulo retângulo, perguntando suas características. Eles participaram da discussão, alguns timidamente, mas buscamos com isso investigar o que eles já sabiam e se seria suficiente para o desenvolvimento da tarefa. Explicamos à turma, também, como os materiais utilizados foram construídos, destacando, assim, que os quadrados foram construídos a partir das medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo.

Em seguida, orientamos que os estudantes resolvessem a segunda etapa, ‘*Formalizando o conceito’,* da tarefa. Observamos que os estudantes não apresentaram dificuldades ao encaixar as peças dos quadrados menores no quadrado menor. No entanto, os auxiliamos na resolução das questões seguintes. Por exemplo, na questão em que eles deviam considerar a medida do lado do quadrado maior sendo “a” e determinar a medida da área desse quadrado, os estudantes contaram os quadradinhos que formavam este quadrado e concluíram que a medida do lado seria 13.

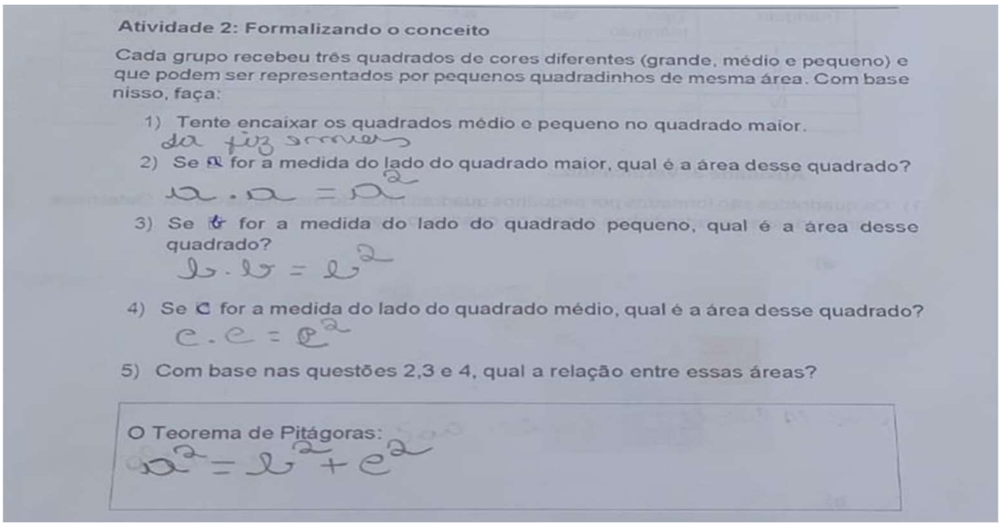
Percebendo isso, nós reforçamos que eles deveriam considerar *“a”* como a medida do lado e não deveriam buscar, nesse caso, um valor para *“a”.* Tendo isso em vista, questionamos a eles, qual seria a medida da área. Os estudantes demonstraram também dominar o cálculo da área de um quadrado, mais precisamente nos casos em que as medidas eram dadas, logo, os auxiliamos a lembrarem como a área seria representada.

Pois, eles sabiam que no cálculo da área de um quadrado, nós multiplicamos a medida do lado por ela mesma. Além disso, no geral, eles também recordavam que seria igual à medida elevada ao quadrado, utilizando desse raciocínio fizemos eles recordarem que o mesmo se aplicaria à medida desconhecida.

Na quinta questão desta etapa os estudantes deveriam, novamente, indicar qual seria a relação entre as áreas dos quadrados com os quais eles tinham trabalhado. No entanto, diferindo da primeira etapa, aqui nós os orientamos a representar essa relação utilizando as medidas que eles tinham encontrado nas quatro questões anteriores. Neste momento, os estudantes não apresentaram dificuldades para explicar a relação entre as áreas desses quadrados. No entanto, buscamos auxiliá-los a representar o que eles tinham concluído utilizando de símbolos matemáticos.

Para isso, intervimos a partir das falas dos próprios estudantes, por exemplo, se eles afirmaram que a medida da área do quadrado maior era a^2 e dos quadrados menores eram b^2 e c^2, e, além disso, que a soma das medidas das áreas dos quadrados menores era equivalente à medida da área do quadrado maior, ou seja, se juntarmos as áreas dos quadrados menores isso será igual a área do quadrado maior, questionamos aos estudantes que operação era equivalente à juntarmos coisas e também o símbolo que representaria a igualdade entre essas áreas. Assim, os estudantes escreveram o resultado, $a^2 = b^2 + c^2$, como pode ser observado na Figura 11.

Figura 11 - Resposta dos estudantes.



Atividade 2: Formalizando o conceito

Cada grupo recebeu três quadrados de cores diferentes (grande, médio e pequeno) e que podem ser representados por pequenos quadradinhos de mesma área. Com base nisso, faça:

1) Tente encaixar os quadrados médio e pequeno no quadrado maior.
Já fiz [illegible]
2) Se a for a medida do lado do quadrado maior, qual é a área desse quadrado?
$a \cdot a = a^2$
3) Se b for a medida do lado do quadrado pequeno, qual é a área desse quadrado?
$b \cdot b = b^2$
4) Se c for a medida do lado do quadrado médio, qual é a área desse quadrado?
$c \cdot c = c^2$
5) Com base nas questões 2,3 e 4, qual a relação entre essas áreas?

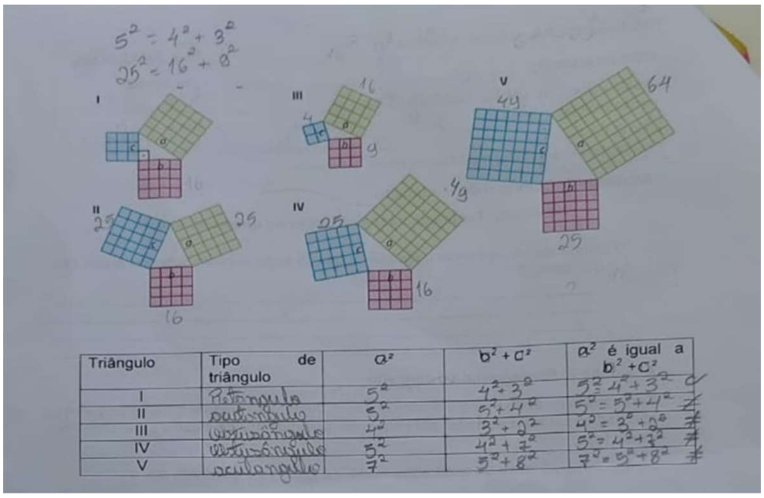
O Teorema de Pitágoras:
$a^2 = b^2 + c^2$

Fonte: Os autores, 2024.

Posteriormente, explicamos que esse resultado é conhecido como o Teorema de Pitágoras, e destacamos que eles podiam observar que os quadrados que eles tinham manipulado foram construídos a partir de um triângulo retângulo.

Em relação à questão seguinte, nela os estudantes deveriam verificar que a relação enunciada pelo Teorema de Pitágoras aplicava-se apenas para triângulos retângulos, e não em outros tipos. Os estudantes apresentaram mais dificuldades na interpretação do que a questão requeria que eles fizessem, assim os auxiliamos nesse sentido, no início da resolução. Enquanto eles faziam os cálculos, que orientamos que utilizassem da tabuada que eles já tinham no caderno caso precisassem, questionamos se os resultados da soma das medidas dos quadrados dos catetos eram ou não iguais às medidas dos quadrados das hipotenusas em cada caso. Na Figura 12, é apresentada uma das respostas dos alunos.

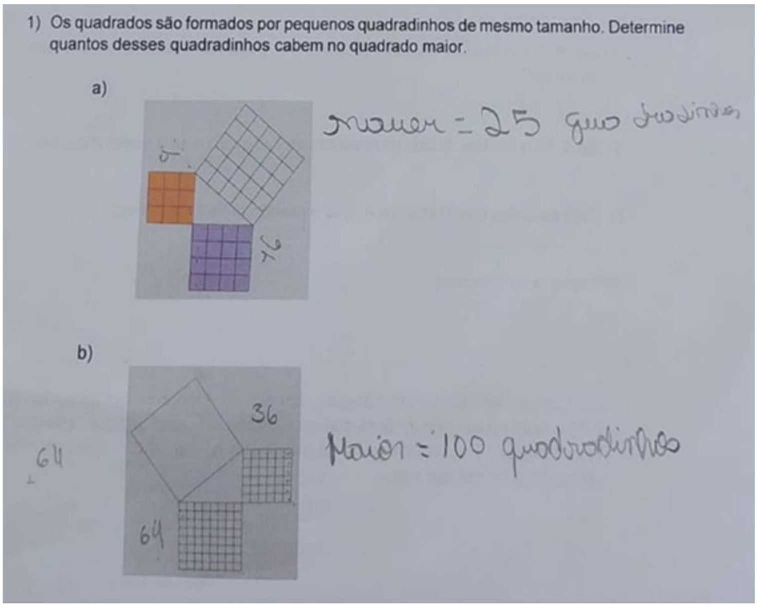
Figura 12 - Exemplos de respostas da questão 6.



Fonte: Os autores, 2024.

Na etapa seguinte, denominada verificando, os estudantes deveriam, a partir dos resultados das atividades anteriores, responder algumas questões. Acreditávamos que os estudantes iriam apenas contar os quadradinhos que formavam o quadrado que tinha o lado igual a hipotenusa do triângulo retângulo no item *"a",* no entanto, esperávamos que eles utilizassem de outras estratégias. Pudemos observar que assim eles fizeram, como apresentado na Figura 13, a seguir, eles utilizaram do que eles tinham feito nas questões anteriores e das conclusões que chegaram, que a soma das áreas dos quadrados construídos a partir dos catetos é igual à área do quadrado construído a partir da hipotenusa. Dessa forma, em alguns grupos nos quais questionamos quais estratégias eles tinham utilizado para responder à questão, eles disseram *"para descobrir a quantidade de quadradinhos que cabem quadrado maior só basta eu somar o número que tem nos dos dois quadrados menores"*.

Figura 13 – Exemplo de resposta dos estudantes.



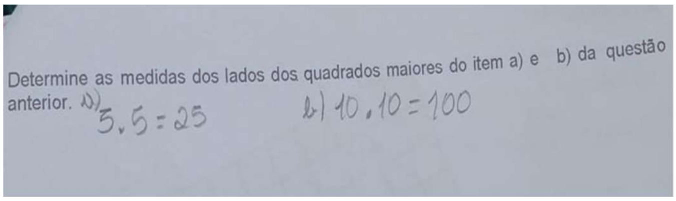
Fonte: Os autores, 2024.

Além disso, nesta questão alguns estudantes não estavam colocando a área seguida da unidade de medida, então interviemos destacando isso. Discutimos e chegamos à conclusão de que a unidade de medida seria “quadradinhos”, tendo em vista que não padronizamos as medidas dos lados de cada quadradinho nem pedimos para que eles considerassem.

Ainda se tratando da etapa supracitada, na questão seguinte, na qual eles deveriam determinar as medidas dos lados dos quadrados, sabendo suas respectivas áreas, muitos estudantes estavam tentando adivinhar a resposta, principalmente por meio de tentativas sucessivas àqueles que não dominavam as operações. Assim, poucos utilizaram do cálculo da raiz quadrada dos valores, acreditamos que isso se deu por dificuldades dos estudantes em relação a esse conteúdo.

Além disso, alguns grupos de estudantes apresentaram o valor da hipotenusa ao quadrado, neste caso acreditamos que possa ter ocorrido por desatenção nessa questão. Ao percebermos isto, perguntamos: *“O valor encontrado é da medida da hipotenusa ou dela ao quadrado?”* E, com isso, eles perceberam que deveriam resolver a raiz quadrada para obter o valor da medida da hipotenusa. Na Figura 14 é apresentada uma resolução dessa questão.

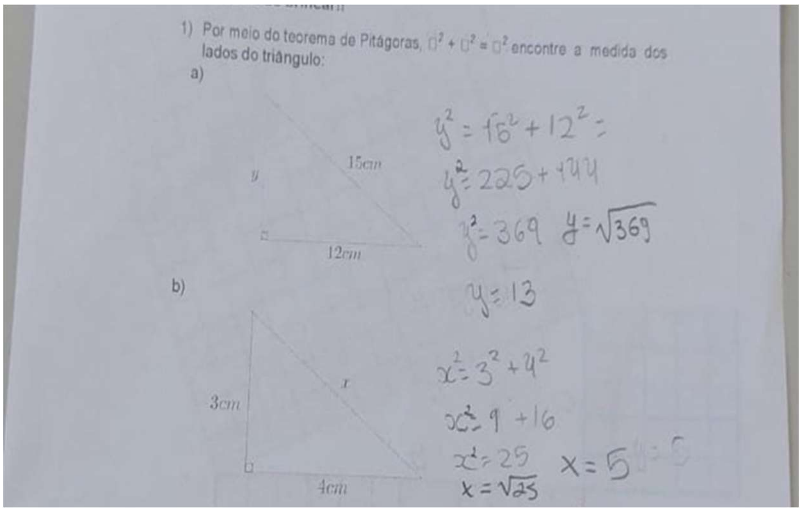
Figura 14 - Exemplo de resposta dos estudantes.



Fonte: Os autores, 2024.

Por fim, na etapa denominada ‘*Hora de brincar*’, foram propostas duas questões para que eles pudessem praticar o teorema investigado. Como eles já sabiam o teorema, não houve dificuldades em identificar quem eram os catetos e a hipotenusa, revelando que compreenderam o conteúdo estudado. Por outro lado, ainda apresentaram dificuldades relacionadas ao conteúdo de potência, pois alguns estudantes ainda cometem erros, como por exemplo, ao afirmar que 4^2 é igual a 8. Ao acontecer algo assim, não falamos que eles estavam errados, mas questionamos: *“Vocês têm certeza? O que significa um número ao quadrado?”* E, de modo natural, eles refletiam sobre a resposta dada e concluíam que estavam errando e buscavam a resposta correta, como podemos ver na Figura 15.

Figura 15 - Exemplo de respostas dos estudantes.



Fonte: Os autores, 2024.

Assim, notamos que cada questionamento feito durante toda a atividade foi importante para conduzir os estudantes a refletirem sobre as suas respostas, possibilitando perceber equívocos e realizar conclusões.

Considerações finais

Este artigo teve como objetivo relatar o planejamento e desenvolvimento de uma oficina, abordando um conteúdo de geometria, que trata da relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo, seus catetos e a hipotenusa, conhecido como Teorema de Pitágoras. Nesse sentido, o PIBID se constitui como um espaço para construção de nossa identidade docente, pois mobilizamos, durante o planejamento e desenvolvimento da oficina, saberes de professores em exercício, uma vez que ocorreu uma reflexão inicial no processo de escolha da tarefa, tomadas de decisões antes e no momento da realização da tarefa, mediação da aprendizagem e reflexão sobre a prática.

Constatamos também que o material manipulável aliado à tarefa de caráter exploratório tem potencial educativo, tendo em vista que durante o desenvolvimento da atividade, ocorreu comunicação matemática, visto que os estudantes exploraram e comunicaram seus pensamentos por meio da escrita e também fala, ao serem questionados por nós. Além disso, as discussões em grupo foram importantes para o desenvolvimento da atividade e conclusões de respostas, elemento fundamental do ensino exploratório.

Ademais, acreditamos que o movimentar, tocar e agrupar as peças ajudaram os estudantes a perceberem a relação existente, pois eles poderiam revisitar, analisar e testar, na prática a relação enunciada pelo Teorema de Pitágoras. Portanto, essas ações se configuram como uma ferramenta importante de apoio para o ensino de geometria.

Por fim, acreditamos que a atividade desenvolvida contribuiu para o processo de aprendizagem dos estudantes, tendo em vista a empolgação, empenho e participação ativa na construção de seus próprios conhecimentos, durante o desenvolvimento da proposta. Além disso, ocorreu aprendizagem para nós, enquanto futuros professores, uma vez que exercer a responsabilidade de planejar e aplicar uma proposta, conduzir aulas e buscar recorrer à prática de conhecimentos teóricos adquiridos na Universidade, o que acreditamos que auxilia na construção da nossa identidade docente.

Esperamos que essa prática possa inspirar outros educadores a explorar os diversos recursos pedagógicos e proporcionar aos estudantes uma abordagem diferenciada e eficaz no ensino e aprendizagem da Matemática.

Recebido em: editora
Aprovado em: editora

Referências

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Revista Educação e Matemática.** nº 115, p.11-27, nov/dez 2011.

DANTE, L. R. **Teláris:** Ensino Fundamental- Anos finais MATEMÁTICA. 3° ed. Sã0 Paulo: Editora Ática, 2018.

HOLANDA, D. S.; SILVA, C. S. M. A contribuição do PIBID na formação docente: um relato de experiência. **Anais...** XI Encontro Nacional de Educação Matemática, p. 1-10, 2013.

IMENNES, L. M.; LELLIS, M. **Descobrindo o Teorema de Pitágoras.** São Paulo: Scipione, 2000.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. de L. **Didática da Matemática**. Universidade Aberta: Lisboa, 1996

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

NÓVOA, A. Três bases para um modelo de formação. **Gestão Escolar**, p. 52-55, ago./set. 2013.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké,** v. 4, n. 2, 1996.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. **Reunião da ANPED,** v. 23, p. 24, 2000.

PONTE, J. **Gestão curricular em Matemática**. Lisboa, p. 11-34, 2005

RODRIGUES, F.; GAZIRE, E. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012.

SOUZA, M.; ALMOULOUD, S. Contribuições do PIBID na formação inicial do professor de matemática: saberes da docência. EMP: **Educação Matemática e pesquisa.** São Paulo, v.21, n.5, pp. 589-603, 2019.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**, Belo Horizonte, n. 13, p. 5-24, 2000.

Agradecimento

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo financiamento concedido aos autores por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

Artigo está licenciado sob forma de uma licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional.