

Argumentação no ensino da matemática: o estado do conhecimento da produção científica internacional no período de 2011 a 2020

Argumentation in teaching mathematics: the state of knowledge of international scientific production from 2011 to 2020

Fredy Coelho Rodrigues¹

Marco Aurélio Alvarenga Monteiro²

RESUMO

Este artigo discute a produção acadêmica internacional relacionada ao tema “argumentação no ensino da matemática”. Para tanto, realizou-se uma pesquisa bibliográfica do tipo “Estado do Conhecimento” a partir do tema proposto. Foram investigados trabalhos acadêmicos disponíveis na Base de Dados da Web of Science no período de 2011 a 2020. O estudo teve por objetivo apresentar um panorama geral sobre o estado do conhecimento relativo ao tema “argumentação no ensino da matemática”, evidenciando assim os principais focos temáticos de pesquisa, bem como as possibilidades de investigação decorrente do que se constitui tendência de pesquisa sobre o assunto. O corpus de análise foi composto por 32 trabalhos envolvendo artigos científicos de alto impacto disponibilizados na plataforma Web of Science. Como resultado deste estudo, foi possível construir um panorama sobre a produção acadêmica, a nível internacional, através de uma realidade constituída pelo conjunto de trabalhos analisados envolvendo o tema. Nos resultados são apresentados: a descrição da produção científica internacional, assim como os principais focos temáticos de pesquisa e as tendências e possibilidades de investigação em decorrência da exploração do assunto.

Palavras-chave: *Argumentação; Matemática; Ensino de Matemática; Estado do Conhecimento.*

ABSTRACT

This article discusses the international academic production related to the topic “argumentation in mathematics teaching”. To this end, a bibliographical research of the “State of Knowledge” type was carried out based on the proposed theme. Academic works available in the Web of Science Database were investigated from 2011 to 2020. The study aimed to present a general overview of the state of knowledge regarding the topic “argumentation in mathematics teaching”, thus highlighting the main thematic focuses of research as well as the possibilities of investigation that result from what constitutes a research trend on the subject. The analysis corpus was composed of 32 works involving high-impact scientific articles available on the Web of Science platform. As a result of this study, it was possible to develop an overview of academic production, at an international level, through a reality constituted by the set of analyzed works involving the topic. The results present the description of international scientific production as well as the main thematic research focuses and the trends and possibilities of investigation as a result of the exploration of the subject.

Keywords: *Argumentation; Mathematics; Teaching Mathematics; State of Knowledge.*

Introdução

¹ Doutor em Educação para a Ciência. Professor do Instituto Federal do Sul de Minas – IFSULDEMINAS, Campus Passos/MG. E-mail: fredy.rodrigues@ifsulde Minas.edu.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8307-9305>.

² Doutor em Educação para a Ciência. Professor da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus Guaratinguetá/SP. E-mail: marco.monteiro@unesp.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4426-1638>.

De acordo com Jiménez-Aleixandre e Brocos (2015), a argumentação envolve um processo de interação discursiva marcado pelo contraste entre duas ou mais ideias (ou pontos de vista), ainda que uma destas esteja implícita. Essa divergência de pontos de vista constitui a base da argumentação (AMOSSY, 2011), e o desenvolvimento marcado pelo confronto e debate destas ideias em resposta a uma questão é o que Plantin (2008) denomina uma situação argumentativa.

Dentro de uma situação argumentativa, portanto, uma argumentação “não se desenrola no espaço abstrato da lógica pura, mas em uma situação de comunicação em que o locutor apresenta seu ponto de vista na língua natural com todos os seus recursos” (AMOSSY, 2011, p. 132).

Nesse contexto, uma ação argumentativa envolve, assim, a elaboração de um raciocínio embasado por evidências para justificar (formular) uma conclusão própria ou avaliar de forma crítica a conclusão do outro (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; BROCOS, 2015). O conhecimento é, logo, avaliado sob a luz de evidências empíricas ou teóricas e o raciocínio empregado na justificação de uma conclusão tem por finalidade o convencimento. Dessa forma, o objetivo da argumentação é convencer e a sua especificidade é “pôr em ação um raciocínio em uma situação de comunicação” (BRETON, 1999, p. 7).

No intuito de refinar os conceitos subjacentes à prática da argumentação, Jiménez-Aleixandre e Brocos (2015, p. 144) sugerem “usar o termo argumento para o produto, o enunciado ou o resultado de um discurso razoado, e argumentação, o discurso argumentativo, para o processo dialógico social”. Ainda de acordo com estes autores, um argumento pressupõe minimamente a existência de dados (evidências), justificativa e conclusão (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; BROCOS, 2015).

Um argumento científico, portanto, é definido como uma proposição devidamente embasada por uma justificativa de natureza empírica ou teórica (JIMÉNEZ-ALEIXANDRE; ERDURAN, 2008 e MENDONÇA; JUSTI, 2013).

Segundo Asterhan e Schwarz (2016), a argumentação é um dos principais processos associados ao desenvolvimento de competências e habilidades que podem ajudar os alunos a lidar melhor com as novas exigências de uma sociedade cada vez mais diversa e complexa do século XXI. Estas competências e habilidades envolvem pensamento crítico, flexibilidade de pensamento, autonomia, aprendizagem colaborativa, escuta ativa, resolução de problemas, comunicação e expressão de argumentos. A prática da argumentação desempenha, então, um papel essencial no desenvolvimento destas competências e habilidades nos estudantes (SCHWARZ; BAKER, 2017; AYALON, 2019).

Dentro das diversas áreas que compõem a atividade humana, o pensamento racional (pensamento crítico) não se satisfaz apenas com declarações vazias e sem nenhum tipo de embasamento, pelo contrário, ele avalia a solidez das relações que envolvem dados, conclusão e justificativas e, em um segundo momento, avalia a força e verdade do argumento composto por estes elementos (SCARPA, 2015).

Ainda de acordo com Scarpa (2015), saber argumentar e avaliar argumentos são habilidades importantes em várias esferas sociais uma vez que contribuem para o indivíduo organizar o seu pensamento (raciocínio), avaliar ideias e tomar decisões importantes. É por meio da argumentação, por exemplo, que diversos segmentos da sociedade discutem pautas sociais e estabelecem consensos necessários para viabilizar uma vida em sociedade (SCARPA, 2015).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a capacidade de argumentar como uma das dez competências gerais propostas para a Educação Básica (BRASIL, 2017). De modo a orientar o desenvolvimento desta competência na Educação Básica, o documento preconiza a realização de ações pedagógicas que estimulem e provoquem nos alunos “processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum” (BRASIL, 2017, p. 535).

Em sala de aula na Educação Básica, o desenvolvimento de práticas de argumentação promove o surgimento de competências argumentativas e estas, por sua vez, abrangem a capacidade de comunicar, ouvir, agir crítica e atenciosamente, contribuindo para tornar o aluno um sujeito mais autônomo para assumir suas posições de forma crítica e embasada (BOAVIDA, 2005).

Em sua tese de doutorado, Rodrigues (2023) destaca que são muitos os estudos internacionais que vem apontando a importância da argumentação no aprimoramento de competências e habilidades argumentativas visando à melhoria na aprendizagem e uma formação crítica. Ainda de acordo com este autor, o tema tem ganhado espaço nas pesquisas por diferentes razões: contribui para o estabelecimento de competências e habilidades relevantes ao processo de justificação, potencializa a interação social no desenvolvimento do conhecimento e, ao nível do currículo, desenvolve a autonomia intelectual dos alunos (DOUEK; PICHAT, 2003; RODRIGUES, 2023).

Diante desse contexto, este estudo tem por objetivo apresentar um panorama geral sobre o estado do conhecimento em relação ao tema “argumentação no ensino da matemática” através de um olhar sobre o que dizem as pesquisas internacionais acerca do assunto. O referido tema começou a ganhar destaque recentemente no cenário nacional tendo em vista as novas recomendações curriculares no que tange o assunto preconizado pela BNCC. Dessa forma, propõe-se por meio deste estudo apresentar o estado do conhecimento sobre o tema, evidenciando assim os focos temáticos de pesquisa, as possibilidades de investigação em decorrência do assunto abordado. Os resultados deste estudo constituem um recorte do estudo de tese do primeiro autor sob orientação do segundo autor.

Metodologia

O Estado do Conhecimento é um tipo de estudo bibliográfico “que aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 40). Em se tratando deste

estudo abordou, portanto, artigos científicos publicados em periódicos internacionais com elevado fator de impacto indexados na base de dados da *Web of Science* (WoS) no período de 2011 a 2020.

Os critérios de busca adotados foram: busca por documentos na Principal coleção da WoS. Na sequência, busca avançada no título pelas palavras chaves “argument* AND math*”. Critérios de refinamento: idioma inglês, tipo de documento artigos, período 2011 a 2020, trabalhos pertencentes à categoria educação/pesquisa educacional.

O Quadro 1 apresenta a expressão booleana utilizada para a busca de trabalhos na base de dados da WoS considerando os filtros de busca e refinamentos. Além da expressão booleana utilizada, o quadro apresenta também os resultados de busca e a quantidade de artigos excluídos e selecionados para análise.

Quadro 1- Artigos sobre o tema argumentação e matemática

Expressão Booleana ³	Resultados	Excluídos	Selecionados
Argument* AND math*	38	6	32

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Como resultado da busca, conforme indicado no quadro, foram encontrados inicialmente um total de 38 trabalhos (artigos científicos). Foram descartados 6 trabalhos por não fazerem referência direta ao assunto abordado, ou seja, os termos de busca “argumentação” e “matemática” foram abordadas em outros contextos, tais como: aspectos teóricos de validação na área de pesquisa (1), avaliação na área de pesquisa (1), direito de ensino e aprendizagem (1), psicologia na área (1) e estudantes de engenharia (1). Para além destes trabalhos, um outro estudo foi descartado devido ao texto na versão completa não ter sido disponibilizado gratuitamente na plataforma da WoS.

O *corpus* de pesquisa neste levantamento compreendeu, assim, 32 artigos científicos, seguindo a ordem de apresentação indicada no quadro abaixo – dos trabalhos mais recentes aos mais antigos.

Quadro 2- Identificação dos artigos selecionados

Nº	Título do artigo e citação
1	Supporting grades 1-8 pre-service teachers' argumentation skills: constructing mathematical arguments in situations that facilitate analyzing cases (ZAMBAK; MAGIERA, 2020).
2	Teacher support for argumentation and the incorporation of contingencies in mathematics classrooms (SOLAR <i>et al.</i> , 2020).
3	Mathematical competencies: a case study on semiotic systems and argumentation in an Italian High School (CAPONE <i>et al.</i> , 2020).
4	Mathematical Practices of Eighth Graders about 3D Shapes in an Argumentation, Technology, and Design-Based Classroom Environment (DOGRUER; AKYUZ, 2020).
5	Promoting mathematical proof from collective argumentation in primary school (CERVANTES-BARRAZA; HERNANDEZ MORENO; RUMSEY, 2020).
6	Exploring changes in mathematics teachers' envisioning of potential argumentation situations in the classroom (AYALON, 2019).
7	Prospective Middle School Mathematics Teachers' Global Argumentation Structures (ERKEK; İŞIKSAL BOSTAN, 2019b).
8	Emergence of argument in children's mathematical writing (KOSKO; ZIMMERMAN, 2019).
9	How elementary and collegiate instructors envision tasks as supportive of mathematical argumentation: A comparison of instructors' task constructions (ROGERS; KOSKO, 2019).
10	A scaffolding toolkit to foster argumentation and proofs in mathematics: some case studies (ALBANO; DELLO IACONO, 2019).
11	Arguments constructed within the mathematical modeling cycle (DEDE, 2019).
12	Secondary students' proof constructions in mathematics: The role of written versus oral mode of argument representation (STYLIANIDES, 2019).
13	A Different Look at the Reasoning Process of Prospective Middle School Mathematics Teachers: Global Argumentation Structures (ERKEK; BOSTAN, 2019a).
14	Prospective mathematics teachers' expectations for middle grades students' arguments (SUOMINEN; CONNER; PARK, 2018).

³ As “Expressões Booleanas” são estruturas de linguagem lógica que ao serem combinados com determinados operadores (AND, OR ou NOT) permitem uma busca ampla de resultados complexos em uma mesma e única pesquisa.

15	A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions (NORDIN; BJÖRKLUND BOISTRUP, 2018).
16	Proving in Geometry: A Sociocultural Approach to Constructing Mathematical Arguments Through Multimodal Literacies (TAYLOR, 2018).
17	Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation (AYALON; HERSHKOWITZ, 2018).
18	How to combine collaboration scripts and heuristic worked examples to foster mathematical argumentation - when working memory matters (SCHWAIGHOFER et al., 2017).
19	An Investigation of Pre-service Middle School Mathematics Teachers' Ability to Conduct Valid Proofs, Methods Used, and Reasons for Invalid Arguments (DEMIRAY; İŞIKSAL BOSTAN, 2017).
20	Perceived instructor argumentativeness, verbal aggressiveness, and classroom communication climate in relation to student state motivation and math anxiety (LIN; DURBIN; RANCER, 2017).
21	The poetics of argumentation: the relevance of conversational repetition for two theories of emergent mathematical reasoning (STAATS, 2017).
22	Developing argumentation skills in mathematics through computer-supported collaborative learning: the role of transactivity (VOGEL et al., 2016).
23	Making use of what's given: Children's detailing in mathematical argumentative writing (KOSKO, 2016).
24	Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom (STAPLES; NEWTON, 2016).
25	The Nature of Argumentation in School Mathematics and Physics Texts: The Case of Periodicity (TRIANAFILLOU; SPILIOTOPOULOU; POTARI, 2016).
26	Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom (MAKAR; BAKKER; BEN-ZVI, 2015).
27	Participation of non-dominant students in argumentation in the mathematics classroom (CIVIL; HUNTER, 2015).
28	Effects of collaboration scripts and heuristic worked examples on the acquisition of mathematical argumentation skills of teacher students with different levels of prior achievement (KOLLAR et al., 2014).
29	Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities (CONNER et al., 2014).
30	The relationship between diagrammatic argumentation and narrative argumentation in the context of the development of mathematical thinking in the early years (KRUMMHEUER, 2013).
31	'Warrant' revisited: Integrating mathematics teachers' pedagogical and epistemological considerations into Toulmin's model for argumentation (NARDI; BIZA; ZACHARIADES, 2012).
32	Students build mathematical theory: semantic warrants in argumentation (WALTER; BARROS, 2011).

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

Após a seleção dos 32 artigos científicos de referência na área, procedeu-se a análise do *corpus* e, para tanto, recorreu-se à Análise de Conteúdo (BARDIN, 1985), levando em consideração toda e qualquer palavra, expressão e ideia apresentada como também as interpretações e justificativas utilizadas (BARDIN, 1985; FIORENTINI e LORENZATO, 2006). Buscou-se, portanto, identificar palavras, ideias e/ou assuntos comuns ou não comuns na tentativa de buscar unidades de significados ou padrões e regularidades para em seguida agrupá-los em categorias, propiciando uma melhor compreensão do objeto de estudo (FIORENTINI e LORENZATO, 2006).

Por meio de categorias emergentes (FIORENTINI; LORENZATO, 2006) foi realizada uma análise vertical (FIORENTINI; LORENZATO, 2006) das mesmas com o objetivo de descrever os trabalhos relacionados ao tema “argumentação no ensino da matemática”. Dessa forma é apresentado nos resultados um panorama da pesquisa internacional sobre o tema “argumentação no ensino da matemática”, exibindo assim os principais focos temáticos de pesquisa em relação ao assunto e as possibilidades de investigação decorrentes dessa produção, além de lacunas de pesquisa na literatura abordada.

A argumentação no ensino de matemática: o que dizem as pesquisas internacionais sobre o assunto?

No quadro a seguir é apresentado os principais focos temáticos de pesquisa da produção científica internacional analisada.

Quadro 3 - Categorias referentes aos focos temáticos de pesquisa.

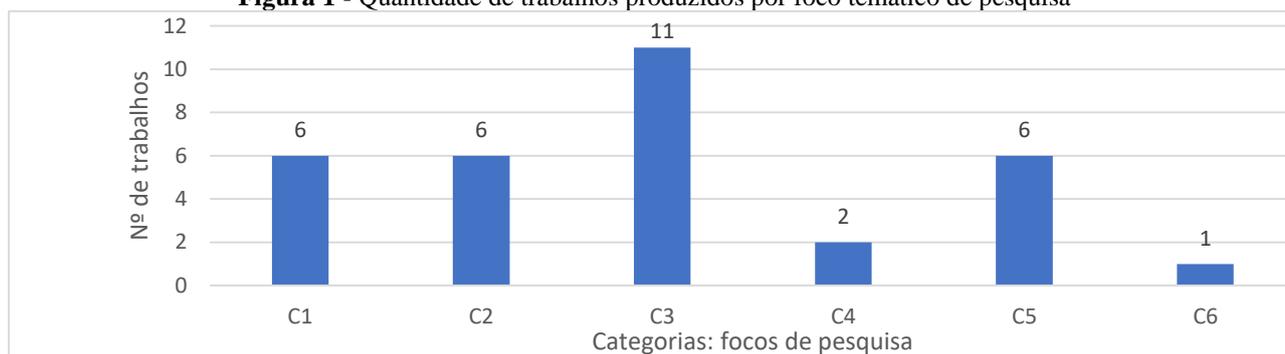
Cód.	Categoria - C	Descrição
------	---------------	-----------

C ₁	Estruturas, modelos ou padrões de argumentação.	Envolve trabalhos cujo objetivo foi apresentar uma estrutura, modelo ou padrão para investigar ou analisar o processo argumentativo em sala de aula.
C ₂	Expectativas, crenças e percepções em relação a argumentação.	Contempla trabalhos cujo objetivo de pesquisa tiveram relação com as expectativas, crenças ou percepções de professores/alunos em relação a argumentação.
C ₃	Estratégias de apoio à argumentação e prova.	Aborda estudos que exploraram o uso de estratégias para apoiar ou desencadear a argumentação (ou o desenvolvimento de habilidades/competências argumentativas) em sala de aula.
C ₄	Ambientes de argumentação.	Envolve trabalhos que tiveram por objetivo explorar o ambiente/contexto de aprendizagem onde são realizadas as práticas argumentativas em sala de aula.
C ₅	Tipos, modos e finalidades da argumentação em sala de aula.	Os estudos identificados dentro dessa categoria abordaram os diferentes tipos/modos e finalidades de argumentação em sala de aula.
C ₆	Análise da argumentação em livro didático.	Contempla estudos que abordam a análise da argumentação em livros didáticos.

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

O quantitativo de trabalhos produzidos por foco temático de pesquisa é indicado no gráfico da Figura 1.

Figura 1 - Quantidade de trabalhos produzidos por foco temático de pesquisa



Fonte: Elaborado pelo autor ().

Por meio do gráfico verificou-se que o maior número de trabalhos, onze (11), contemplou a temática “Estratégias de apoio à argumentação e prova”, seguido pelas temáticas “Estruturas, modelos ou padrões de argumentação”, “Expectativas, crenças e percepções em relação a argumentação” e “Tipos, modos e finalidades da argumentação em sala de aula”, com seis (6) trabalhos cada uma. Por outro lado, os assuntos menos abordados foram “Ambientes de argumentação” e “Análise da argumentação em livro didático”, com duas (2) e uma (1) ocorrência, respectivamente.

As produções levantadas puderam ser classificadas em categorias relacionadas aos diferentes focos temáticos de pesquisa, conforme indicado no próximo quadro.

Quadro 4- Relação de trabalhos por categoria

Cód.	Categoria - C	Relação de trabalhos	Total
C ₁	Estruturas, modelos ou padrões de argumentação.	(ERKEK; İŞIKSAL BOSTAN, 2019b); (ERKEK; BOSTAN, 2019a); (CONNER <i>et al.</i> , 2014); (NARDI; BIZA; ZACHARIADES, 2012); (NORDIN; BJÖRKLUND BOISTRUP, 2018); (STAATS, 2017).	6
C ₂	Expectativas, crenças e percepções em relação a argumentação.	(AYALON; HERSHKOWITZ, 2018); (AYALON, 2019); (LIN; DURBIN; RANCER, 2017); (SUOMINEN; CONNER; PARK, 2018); (ROGERS; KOSKO, 2019); (DEMIRAY; İŞIKSAL BOSTAN, 2017).	6
C ₃	Estratégias de apoio à argumentação e prova.	(KOLLAR <i>et al.</i> , 2014); (VOGEL <i>et al.</i> , 2016); (SCHWAIGHOFER <i>et al.</i> , 2017); (ALBANO; DELLO IACONO, 2019); (MAKAR; BAKKER; BEN-ZVI, 2015); (CERVANTES-BARRAZA; HERNANDEZ MORENO; RUMSEY, 2020); (ZAMBAK; MAGIERA, 2020); (DEDE, 2019); (SOLAR <i>et al.</i> , 2020); (TAYLOR, 2018); (CAPONE <i>et al.</i> , 2020).	11
C ₄	Ambientes de argumentação	(CIVIL; HUNTER, 2015); (DOGRUER; AKYUZ, 2020).	2
C ₅	Tipos, modos e finalidades da argumentação em sala de aula.	(KRUMMHEUER, 2013); (KOSKO, 2016); (KOSKO; ZIMMERMAN, 2019); (STYLIANIDES, 2019); (WALTER; BARROS, 2011); (STAPLES; NEWTON, 2016).	6
C ₆	Análise da argumentação em livro didático.	(TRIANAFILLOU; SPILIOTOPOULOU; POTARI, 2016)	1

Fonte: Quadro elaborado pelo autor

A discussão apresentada a seguir se relaciona a cada um dos agrupamentos que constituem os focos temáticos de pesquisa referente aos trabalhos levantados. Serão apresentados também as principais lacunas de pesquisa oriundas de cada foco temático baseados nos estudos mais recentes.

Estruturas, modelos ou padrões de argumentação

A argumentação no contexto do ensino da matemática pode ter cada argumento analisado individualmente através de uma “estrutura local” de argumentação, como também é possível representar e analisar todo o conjunto de argumentos produzidos por meio de uma “estrutura global” que representa toda a cadeia de argumentos (KNIPPING, 2008; REID; KNIPPING, 2010).

A estrutura da argumentação global (KNIPPING, 2008) foi recentemente abordada em dois estudos (ERKEK; BOSTAN, 2019a e ERKEK; IŞIKSAL BOSTAN, 2019b). Ambos os estudos trouxeram uma nova contribuição à literatura, a ampliação das categorias referentes a estrutura da argumentação global (estrutura-fonte, estrutura-reservatório, estrutura-espiral, estrutura-coletora) propostos por Knipping (2008) e Reid e Knipping (2010), passando a incluir também outras duas novas categorias (estrutura-independente e estrutura-linear). Estas categorias, em geral, dão suporte à análise de todo o processo argumentativo ocorrido em sala de aula. Nesse caso, a avaliação se dá por meio de diagramas que representam argumentos interconectados e que não levam em consideração a análise de cada argumento individual (KNIPPING, 2008). Ambos os estudos contaram com a participação de alunos de um curso de formação inicial de professores em matemática de uma universidade pública situada em Ancara, na Turquia. De modo geral, os dois estudos destacaram inicialmente em seus resultados o fato de os sujeitos investigados recorrerem, com frequência, a estruturas simples de argumentação global uma vez que o raciocínio matemático deles era fraco ou insuficiente para gerar estruturas mais complexas.

Em particular, o primeiro estudo (ERKEK; IŞIKSAL BOSTAN, 2019b) investigou a natureza das estruturas de argumentação em um ambiente de tecnologia (Geogebra) e como esta tecnologia apoiou a formação de estruturas de argumentação global em alunos de um curso de formação inicial de professores. Como resultado, verificou-se que o uso da tecnologia aliado à natureza das atividades geométricas propostas teve um impacto positivo na construção de argumentos, bem como no surgimento de variadas estruturas de argumentação global.

Já o segundo estudo (ERKEK; BOSTAN, 2019a) avaliou as habilidades de raciocínio dos professores em formação inicial durante a argumentação, examinando e identificando as estruturas globais de argumentação tendo em vista o apoio oferecido pelo docente durante todo o processo de argumentação. O estudo concluiu que a natureza das atividades propostas e o apoio oferecido pelo professor pesquisador no que se refere às orientações e aos questionamentos bem elaborados levaram os sujeitos investigados a raciocinarem utilizando estruturas de argumentação global mais complexas.

Por outro lado, a estrutura para analisar um argumento local, ou pontual, foi abordada em quatro estudos (NARDI; BIZA; ZACHARIADES, 2012), (CONNER *et al.*, 2014); (STAATS, 2017) e (NORDIN; BOISTRUP, 2018). Em cada um deles é apresentada sugestões de aprimoramento e uso da estrutura argumentativa de Toulmin (1958) – o modelo mais utilizado na pesquisa em Educação Matemática para analisar a produção de argumentos em sala de aula. As contribuições destes estudos estão relacionadas à mudança do layout da estrutura argumentativa de Toulmin para atender a argumentação coletiva (CONNER *et al.*, 2014), classificação das garantias (NARDI; BIZA; ZACHARIADES, 2012), identificação de estruturas poéticas de repetição (STAATS, 2017) e utilização do modelo de Toulmin em uma abordagem multimodal (NORDIN; BOISTRUP, 2018).

O estudo realizado por Nardi, Biza e Zachariades (2012), por exemplo, com foco na argumentação do professor, mostrou uma abordagem metodológica para analisar os argumentos apresentados por professores de matemática em uma atividade que envolve resolução, avaliação e feedback à dois tipos diferentes de solução de um mesmo problema matemático resolvido por alunos do ensino secundário. A abordagem levou em consideração o conceito de dependência de campo proposto por Toulmin (1958) e adaptações realizadas na classificação dos tipos de garantias (a priori, empírica, institucional e avaliativa) propostos no trabalho de Freeman (2005). Como resultado deste estudo, os autores apresentam uma nova classificação para as garantias do argumento produzido pelo professor: garantia a priori (epistemológica ou pedagógica), garantia institucional (curricular ou epistemológico), garantia empírica (empírico profissional ou empírico pessoal) e garantia avaliativa. O estudo demonstrou, portanto, como os argumentos do professor podem ser analisados não somente por sua precisão matemática, mas também sob a luz de outras considerações a partir da garantia, envolvendo aspectos pedagógicos, curriculares, profissionais e pessoais.

Com foco na argumentação coletiva, o estudo realizado por Conner *et al.* (2014) abordou adaptações no layout da estrutura argumentativa de Toulmin (1958) para evidenciar o suporte e apoio oferecido pelo professor (tipos de perguntas realizadas, contribuições diretas na formulação do argumento e outras ações de apoio à argumentação) no desenvolvimento de uma argumentação coletiva em sala de aula. No intuito de avaliar os efeitos dessa proposta, o estudo propôs ilustrar a utilização da estrutura em dois episódios de argumentação coletiva ocorridas em uma sala de aula do ensino secundário sob a regência de um professor de matemática em formação inicial. A partir destes episódios, discutiu-se como o uso da estrutura permitiu compreender a participação/papel do professor na construção dos argumentos coletivos em sala de aula, assim como examinar os aspectos matemáticos inseridos nessa argumentação. O estudo concluiu que a estrutura proposta foi útil para examinar os tipos de raciocínios e conceitos particularmente matemáticos usados por alunos e professor a fim de justificar, de forma colaborativa, uma conclusão, além de possibilitar a compreensão de como o professor apoia a argumentação coletiva em sala de aula.

Com base na estrutura argumentativa de Toulmin (1958), o estudo realizado por Staats (2017) abordou como recurso de análise da argumentação as estruturas poéticas de repetição que emergem na língua falada, ou seja, a repetição de frases que se perpetuam ao longo do discurso. Esta repetição contribui com a argumentação na medida em que tem o potencial de validar o discurso anterior, tornando mais fácil a interpretação e transmissão de significado através da estrutura do discurso. O estudo, portanto, objetivou demonstrar que elementos do discurso argumentativo, tais como a garantia, a justificação, a qualificação e a produção colaborativa de conjecturas, são frequentemente transmitidas através da estrutura da fala por meio das estruturas poéticas. Inicialmente o estudo apresenta exemplos de estruturas poéticas, recomendações para representar repetições em transcrições e comentários sobre o tratamento de estruturas poéticas em várias tradições acadêmicas. No decorrer do texto o autor reanalisa monólogos matemáticos de outros estudos (INGLIS, MEJIARAMOS, SIMPSON, 2007; MARTIN, TOWERS, 2009) e, como resultado, revela que as estruturas poéticas de repetição estavam presentes em vários tipos de argumentos dos textos analisados, facilitando a expressão de mandados, apoios, qualificações e coações por parte dos oradores envolvidos.

Já em um contexto de argumentação multimodal, o estudo realizado por Nordin e Boistrup (2018) propôs um modelo teórico que torna possível identificar argumentos matemáticos, formais e informais, reconstruídos a partir de interações e discussões realizadas em sala de aula, considerando uma ampla gama de recursos comunicacionais, tais como discurso (oral e escrito), desenhos, gestos e símbolos. O modelo apresenta, portanto, uma estrutura passo a passo de como reconstruir sistematicamente os argumentos matemáticos tendo por base a estrutura reduzida⁴ do modelo argumentativo de Toulmin em uma abordagem de interação e comunicação multimodal. A estrutura foi testada junto a uma turma de alunos com idade entre 9 e 11 anos na Suécia e, como resultado deste estudo, os autores mostraram como os argumentos matemáticos podem ser identificados por meio de reivindicações apoiadas e como eles podem ser identificados quando veiculados através de uma gama mais ampla de modos que vão além do oral e do escrito.

Emerge destes estudos apresentados a importância de utilizar o modelo argumentativo de Toulmin (1958) em uma abordagem que considere a argumentação coletiva e a construção de argumentos colaborativos em sala de aula com o apoio do professor. A ideia de utilizar estruturas globais de argumentação para analisar e avaliar todo o conjunto de argumentos produzidos em sala de aula constitui uma oportunidade para se conhecer melhor os diferentes tipos de raciocínio utilizados pelos alunos durante uma argumentação coletiva para justificar conceitos. Como proposta para estudos futuros dentro dessa temática destacamos a sugestão de Erkek e Bostan (2019a) de

⁴ Limitação do estudo: o modelo foi proposto para a estrutura reduzida de Toulmin.

explorar, com maior profundidade, os benefícios da tecnologia na argumentação de modo a comparar as estruturas globais de argumentação de dois grupos, um deles trabalhando a argumentação com o suporte da tecnologia e outro imerso em uma atividade tradicional envolvendo lápis e papel.

Expectativas, crenças e percepções em relação a argumentação

Os estudos identificados nesse foco temático de pesquisa, seis (6) no total, abordaram a “atenção” (AYALON; HERSHKOWITZ, 2018) e “mudança de percepção” (AYALON, 2019) de professores de matemática para potenciais situações que encorajam a argumentação em sala de aula; “percepções/concepções” (LIN; DURBIN; RANCER, 2017; DEMIRAY; IŞIKSAL BOSTAN, 2017) geradas a partir da argumentação do professor; “expectativas” (SUOMINEN; CONNER; PARK, 2018) de professores com relação à produção de argumentos dos alunos; “visão/percepção” (ROGERS; KOSKO, 2019) de professores em relação às tarefas como apoio à argumentação matemática.

O estudo realizado por Demiray e Işiksal Bostan (2017) teve por objeto de estudo as concepções de professores na validação de uma conjectura utilizando diferentes tipos de provas matemáticas. Nesse sentido, investigou as capacidades/habilidades de professores de matemática em formação inicial para conduzir provas válidas⁵, além dos métodos utilizados e as razões apresentadas para justificar os argumentos inválidos. O estudo contemplou a participação de 115 professores de matemática em formação inicial que frequentavam uma universidade pública localizada em Ancara, na Turquia. Um questionário de prova contendo três declarações de prova foi administrado a estes professores de matemática, objetivando levantar dados a respeito da capacidade de produção de provas. Os resultados deste estudo revelaram que: 1 - mais da metade dos sujeitos investigados foram capazes de produzir provas válidas e, além disso, os alunos mais velhos foram os que tiveram menor sucesso na condução de provas válidas; 2 - a prova direta e a indução matemática foram os métodos mais utilizados para validar as declarações do questionário; 3- em relação aos argumentos inválidos, o estudo apontou que “inserir números para verificar a declaração dada” e “reescrever os dados na declaração” eram as razões comuns para declarar argumentos inválidos.

Já o estudo realizado por Lin, Durbin e Rancer (2017) abordou aspectos da comunicação em sala de aula do professor e sua relação com o estado de motivação e a ansiedade do aluno em sala. O estudo teve por intuito analisar como o estilo de comunicação, argumentativo e agressivo, do professor está relacionado às percepções dos alunos em relação a este processo de comunicação em sala: motivação e ansiedade. Participaram deste estudo 216 alunos universitários matriculados em uma aula de matemática/estatística em uma universidade americana. Os resultados indicaram que a

⁵ Uma prova válida no contexto deste estudo envolve o estabelecimento de uma conclusão que é validada por meio de deduções e uso de regras matemáticas lógicas e formais.

percepção dos alunos em relação ao nível de argumentação do professor e a agressividade verbal dele afetam diretamente as percepções do clima de comunicação em sala de aula. Estas três percepções, de acordo com o estudo, influenciam diretamente o estado de motivação, acarretando ainda um impacto direto na ansiedade matemática dos alunos. Decorre deste estudo, logo, que os professores de matemática/estatística podem adaptar a sua forma de comunicação⁶ em sala de aula (professores mais argumentativos) para então influenciar positivamente a redução da ansiedade matemática dos alunos.

As expectativas de futuros professores de matemática com relação aos argumentos produzidos por alunos do ensino secundário foi o objeto de estudo da pesquisa realizada por Suominen, Conner e Park (2018). Nesta investigação, 15 professores de matemática em formação inicial para o ensino secundário (séries 6-12) foram convidados a se colocar como professores de matemática deste nível de ensino e avaliar (validar) cinco argumentos de alunos que supostamente provaram que a soma dos primeiros n números naturais ímpares é n^2 . Em seguida os professores tiveram que descrever suas expectativas a respeito das habilidades dos alunos para construir cada argumento, bem como as razões para essas expectativas. Os resultados mostraram que apenas seis professores em formação assumiram a perspectiva de professor, e sete professores, na maior parte do tempo, se colocaram na condição de aluno deste nível de ensino e apenas dois professores se moveram entre a perspectiva de estudante e professor (perspectiva combinada) para então determinar suas expectativas em relação aos argumentos produzidos. O estudo descreveu as expectativas e as razões de cinco participantes representativos da amostra, destacando, portanto, as três categorias emergentes e as reflexões sobre estas diferentes perspectivas discutidas para a formação docente.

Por outro lado, Ayalon e Hershkowitz (2018) investigaram a atenção de professores de matemática do ensino secundário para potenciais situações de ensino que encorajam a argumentação a partir da escolha de atividades de ensino presentes no livro didático utilizado pelos professores. Participaram deste estudo um grupo de 17 professores dos sétimos anos do ensino secundário israelense. A cada um deles foi solicitado escolher três tarefas de um livro didático que, em sua opinião, têm o potencial de encorajar a argumentação em sala de aula e depois justificar suas escolhas. Como resultado, o estudo encontrou uma diversidade de respostas envolvendo os focos de atenção dos professores. Alguns estavam atentos a três dimensões da atenção (matemática, sociocultural e cognitiva), por outro lado, a atenção da maioria era apenas parcial ou quase inexistente, ou seja, eles atendiam apenas a um foco de atenção, a matemática inserida na tarefa ou apenas à situação social

⁶Professores percebidos como mais argumentativos (superiores na argumentação) foram aqueles também considerados como mais abertos ao diálogo e interação em classe, atentos a ouvir, relaxados, possui atitude amigável e são dominantes. Por outro lado, professores percebidos como verbalmente agressivos, foram vistos como sendo contenciosos, hostis, pouco amigáveis, desatentos e tensos (LIN, DURBIN; RANCER, 2017).

na sala de aula, ou não demonstravam atenção a qualquer dimensão (AYALON; HERSHKOWITZ, 2018).

Com base no estudo anterior, Ayalon (2019) investigou mudanças provocadas na percepção de professores de matemática em serviço sobre o conhecimento de potenciais situações de ensino que encorajam a argumentação em sala de aula. O estudo, também realizado em Israel, contou com a participação de 30 professores do ensino secundário durante o período em que cursavam mestrado em Educação Matemática. Em uma etapa inicial, a percepção ou visão de argumentação de cada um dos professores investigados foi obtida a partir de uma análise individual sobre o potencial de várias tarefas matemáticas para apoiar a argumentação, semelhante ao que foi feito no estudo anterior (AYALON; HERSHKOWITZ, 2018). Em uma etapa posterior, os professores em conjunto analisaram, de forma colaborativa, as análises realizadas pelos professores do estudo anterior (AYALON; HERSHKOWITZ, 2018) sobre o potencial destas tarefas para fomentar a argumentação. Em seguida cada professor investigado realizou o refinamento da sua análise inicial e teceu reflexões. Ao comparar os resultados da etapa inicial com os resultados da etapa posterior, verificou-se que, ao revisar suas respostas iniciais, a maioria dos professores investigados se referia a três ou quatro dimensões da argumentação (matemática, social, cognitiva, afetiva) em comparação a nenhuma ou apenas uma dimensão registrada na etapa inicial. Os resultados revelaram ainda que os professores aumentaram sua percepção do potencial das tarefas matemáticas para apoiar a argumentação. Além disso, o estudo forneceu evidências de que a análise colaborativa das respostas autênticas de outros professores apoiou o aprendizado dos professores investigados, aumentando, dessa forma, sua perícia em relação ao uso da argumentação em sala de aula.

Por sua vez, Rogers e Kosko (2019) examinaram de que modo professores de diferentes níveis de ensino veem as tarefas como apoio à argumentação matemática (criar e criticar argumentos matemáticos) em sala de aula. Para tanto, solicitaram a oito professores de diferentes níveis de ensino⁷ a criação de tarefas destinadas a apoiar a argumentação em sala de aula. Pretendeu-se com isso explorar e comparar as descrições dos professores sobre como envolver os alunos na argumentação matemática a partir da natureza da atividade criada por eles. O estudo apresenta uma estrutura de raciocínio e progresso (modelo de engajamento do aluno em argumentação matemática) utilizada para explicar as expectativas dos professores em relação à argumentação dos alunos em uma atividade. Com base na análise da tarefa produzida por escrito e em entrevistas realizadas com os participantes da pesquisa, verificou-se que, embora todos os professores tenham solicitado explicações em suas tarefas criadas, havia diferenças fundamentais na natureza do raciocínio e da prova esperada por eles. Os resultados mostraram que os professores das primeiras séries

⁷ O estudo envolveu a participação de professores de dois extremos: séries iniciais do Ensino Fundamental e o Ensino Superior.

concentraram seus esforços em viabilizar a produção de justificativas empíricas e explicações procedimentais; os professores das séries seguintes fizeram algo semelhante aos anteriores, porém enfatizaram a exibição de raciocínios; já os professores universitários exigiram na atividade a produção de argumentos mais formalizados, solicitando constantemente a elaboração de conjecturas e generalizações.

Como propostas de investigações futuras, os estudos mais recentes recomendam: a) explorar a mudança de visão dos professores de matemática sobre possíveis situações de argumentação em sala de aula por meio de uma pesquisa longitudinal, com uma maior variedade de atividades colaborativas e cenários de ensino (AYALON, 2019) e b) analisar o discurso matemático em salas de aula de matemática para investigar como as palavras chaves, conjectura, descrição, prova e explicação são usadas para orientar os alunos em atividades que envolvem raciocínio e comprovação (ROGERS; KOSKO, 2019).

Estratégias de apoio à argumentação e prova

Onze (11) estudos (KOLLAR *et al.*, 2014), (VOGEL *et al.*, 2016), (SCHWAIGHOFER *et al.*, 2017), (ALBANO; DELLO IACONO, 2019), (MAKAR; BAKKER; BEN-ZVI, 2015), (CERVANTES-BARRAZA; HERNANDEZ MORENO; RUMSEY, 2020), (ZAMBAK; MAGIERA, 2020), (DEDE, 2019), (SOLAR *et al.*, 2020), (CAPONE *et al.*, 2020) e (TAYLOR, 2018) foram classificados neste foco temático de pesquisa e exploraram o uso de estratégias para apoiar ou desencadear a argumentação em sala de aula. Para Staples e Newton (2016) há dois propósitos intimamente relacionados, mas distintos, de envolver os alunos com argumentação, ou seja, desenvolver conceitos matemáticos e desenvolver proficiência com a prática da argumentação. O primeiro prioriza a compreensão conceitual e considera a argumentação como uma prática de provocações e aprendizagem colaborativa para desenvolver a compreensão de uma propriedade ou conceito. Já o segundo prioriza o desenvolvimento de proficiência da prática argumentativa (habilidades e competências) a fim de promover a justificação e a validação de uma propriedade (STAPLES; NEWTON, 2016). A seguir são apresentadas sete (7) estratégias identificadas na literatura internacional capazes de desencadear e apoiar a argumentação em sala de aula.

1-Roteiros de colaboração e exemplos heurísticos. Estudos empíricos⁸ realizados na Alemanha, como os de Kollar *et al.* (2014), Vogel *et al.* (2016) e Schwaighofer *et al.*(2017), exploraram a combinação de roteiros de colaboração e exemplos heurísticos como estratégias para fomentar e avaliar a aquisição de habilidades de argumentação matemática. Nestes estudos, ambos os andaimes citados foram utilizados para guiar alunos ingressantes em um curso de formação de professores em

⁸ Estes estudos abordaram as habilidades de argumentação dentro de uma perspectiva cognitiva.

matemática no processo de prova matemática e na produção de certos tipos de sequências de argumento.

No estudo realizado por Kollar *et al.* (2014), por exemplo, os pesquisadores investigaram se os efeitos de combinação entre roteiros de colaboração e exemplos heurísticos em um ambiente de tecnologia suportado pelo computador constitui uma maneira eficaz de propiciar a aquisição de dois componentes que envolvem as habilidades de argumentação em matemática – um componente social-discursivo que envolve a capacidade do aluno se envolver em um processo de argumentação colaborativa e um componente individual-matemático relacionado à capacidade do aluno de gerar argumentos a favor ou contra uma conjectura. Participaram deste estudo de abordagem quantitativa 101 estudantes ingressantes em um curso de formação inicial de professores em matemática de duas universidades alemãs. Estes estudantes, com diferentes níveis de desempenho prévio em relação à matemática básica, foram divididos em dois grupos e submetidos a duas abordagens instrucionais diferentes, sistematicamente variadas em um design fatorial 2x2: roteiros de colaboração (com vs. sem) e exemplos heurísticos trabalhados versus resolução de problemas. Os dados foram coletados por meio de pré e pós-testes, e os resultados mostraram que ambos os andaimes tiveram um efeito positivo e significativo na aquisição e disposição dos alunos para usar habilidades de argumentação matemática social-discursiva. O estudo evidenciou, ainda, que os efeitos dessas duas abordagens dependem do desempenho prévio dos alunos quanto à matemática escolar, ou seja, o efeito de ambos os andaimes nos componentes social-discursivo e individual-matemático dependiam do desempenho anterior dos alunos. Não houve, portanto, evidências de um efeito sinérgico em relação ao uso combinado das duas abordagens investigadas, isso porque os alunos que trabalharam com as duas abordagens ao mesmo tempo não tiveram um desempenho melhor do que os alunos que haviam experienciado apenas uma abordagem.

Com foco no componente sociodiscursivo das habilidades de argumentação matemática, o estudo realizado por Vogel *et al.* (2016) aprofundou a análise de uma parte dos dados coletados no estudo realizado por Kollar *et al.* (2014) e, dessa forma, investigou em que medida três diferentes tipos de atividade colaborativa (atividades construtivas, transatividade dialógica, transatividade dialética) gerada pelo aluno ou pelo parceiro de aprendizagem podem explicar os efeitos positivos dos roteiros de colaboração e dos exemplos heurísticos sobre a disposição dos alunos em usar habilidades de argumentação. O estudo concluiu que o envolvimento dos alunos na “transatividade dialética autogerada”⁹ mediou os efeitos de ambos os andaimes no que diz respeito à disposição deles para usar habilidades de argumentação. Por outro lado, a transatividade dialética gerada pelo parceiro de aprendizagem, bem como as outras atividades de aprendizagem colaborativa, medidas e avaliadas,

⁹ Refere-se a um tipo de atividade em que o aluno responde à contribuição do parceiro de aprendizagem de forma argumentativa, crítica e/ou integra as contribuições de seu parceiro de aprendizagem (VOGUEL, et al. 2016).

não apresentaram o mesmo efeito. Os autores ressaltam que, para promover o desenvolvimento de habilidades de argumentação em matemática, os ambientes de aprendizagem devem ser projetados de forma a viabilizar, junto aos alunos, uma experiência de ensino que envolva a transatividade dialética.

Por sua vez, Schwaighofer *et al.* (2017) investigaram como combinar o uso de roteiros de colaboração e exemplos heurísticos na aquisição de habilidades de argumentação relacionado ao componente social-discursivo (dialético e dialógico) em atividades de prova matemática. Além disso, os autores avaliaram como o conhecimento prévio e a capacidade de memória de trabalho dos alunos moderaram esses efeitos de combinação. Participaram deste estudo 108 alunos ingressantes em um curso de formação de professores em matemática de uma universidade americana. Estes alunos foram aleatoriamente submetidos a uma dentre quatro condições experimentais do estudo, todas elas relacionadas às diferentes formas de combinação envolvendo roteiros de colaboração e exemplos de trabalho heurístico (sequenciamento e desbotamento de uma abordagem em relação a outra). Os dados foram coletados por meio de pré e pós-testes e os resultados obtidos não revelaram efeitos positivos que evidenciassem uma ordem superior de sequenciamento de uma abordagem em relação a outra na aquisição de habilidades de argumentação dialógica e dialética. Ademais, os resultados revelaram ainda evidências de que alunos com capacidade de memória menos favorável do que outros se beneficiaram mais da situação em que o roteiro de colaboração (domínio geral) é apresentado primeiro e se desbota na medida em que exemplos heurísticos (domínio específico de conteúdo) são apresentados logo em seguida.

Com base na análise destes três estudos, verificou-se que os roteiros de colaboração constituem um importante recurso para sequenciar atividades e orientar os alunos através de um processo de aprendizagem colaborativa, contribuindo, assim, para o componente “social-discursivo” das habilidades de argumentação. Por outro lado, os exemplos de trabalho heurístico consistem em guias que contêm princípios, estratégias e métodos que podem viabilizar a construção do argumento de prova e, dessa forma, contribuir para o desenvolvimento do componente “individual-matemático” das habilidades de argumentação em matemática. Uma possível combinação entre roteiros de colaboração e exemplos de trabalho heurístico desponta como uma estratégia promissora para viabilizar a resolução de tarefas de prova matemática (KOLLAR *et al.*, 2014; VOGEL *et al.*, 2016; SCHWAIGHOFER *et al.*, 2017).

2-Telhas de linguagem virtual em uma abordagem de investigação. O estudo realizado por Albano e Dello Iacono (2019) apresentou um kit de ferramentas digitais, orientado por uma questão semiaberta e um conjunto de “telhas de linguagem virtual”, cujo objetivo é favorecer a construção de argumentos e a elaboração de provas formais. Com este recurso tecnológico, os alunos tiveram a liberdade de articular livremente seu pensamento, arrastando telhas apropriadas para então construir

frases, elaborar argumentos, responder perguntas de sondagem, comunicar suas descobertas e criar provas matemáticas. O estudo¹⁰ analisou, do ponto de vista teórico, o potencial didático do kit de ferramentas para apoiar o desenvolvimento da competência argumentativa. De acordo com o estudo, do ponto de vista educacional, o kit pode ser usado em todos os níveis de ensino em uma abordagem investigativa em que os alunos são orientados a explorar, conjecturar, refutar e produzir provas. Para além disso, o kit de ferramentas pode favorecer o aprimoramento da comunicação matemática no que diz respeito à passagem dos registros informais para os registros formais (prova formal) em conformidade com as normas sociomáticas que regulam a comunicação na área.

Neste cenário, uma possibilidade interessante e não documentada pelos autores no estudo envolve a exploração dos blocos dinâmicos de programação do aplicativo Scratch como “telhas de linguagem virtual”. O referido aplicativo, portanto, constitui um ambiente propício à realização de explorações e investigações que permitem viabilizar a construção de argumentos (algoritmos) e avaliação da validade (funcionalidade) destes argumentos no contexto da tecnologia (programação).

3-Normas de apoio à argumentação. Por meio de um estudo de caso, Makar; Bakker; Ben-zvi (2015) buscaram compreender como um professor de matemática do 4º ano do ensino primário estabelece e mantém normas¹¹ de investigação em sala de aula para apoiar a argumentação. O estudo, portanto, propôs analisar as estratégias utilizadas por um professor de matemática para estruturar o desenvolvimento de normas a fim de apoiar a argumentação em atividades de investigação em sala de aula. Os dados referentes a esta investigação foram coletados por meio de observações e filmagens das aulas do referido professor durante um ano escolar e por meio de entrevistas realizadas com este. Como resultado deste estudo, verificou-se que o professor investigado constantemente diagnosticava as normas de sala de aula durante as atividades realizadas pelos alunos, como também utilizava responsavelmente estratégias que mudavam conforme as normas surgiam, se desenvolviam e se estabilizavam. Ao final da coleta de dados, o estudo apresentou evidências de que as normas de sala de aula para apoiar a argumentação (ouvir ativamente, justificar e explicar aos colegas, basear-se nas ideias de outros e questionar e desafiar ideias) foram aos poucos assimiladas pelos alunos e posteriormente praticadas por eles, independentemente da presença do professor em sala de aula.

Este estudo ressaltou a importância de normas de estímulo à investigação como uma estratégia capaz de promover e manter a argumentação em sala de aula. Para Zambak e Magiera (2020), dois tipos de normas, as “sociais” e as “sociomáticas”, podem contribuir para apoiar o desenvolvimento de habilidades de argumentação em uma sala de aula de matemática.

¹⁰ O trabalho constitui um estado da arte sobre o tema abordado em diferentes contextos, analisando, do ponto de vista teórico, seu potencial educacional para fomentar a argumentação e a prova em matemática e para avaliar automaticamente as perguntas abertas.

¹¹ Por normas, os autores se referem a estruturas cognitivas e sociais, no âmbito de sala de aula, relacionadas às expectativas coletivas do professor e dos alunos sobre o que conta como atividades e interações apropriadas (Cobb, 2002; Enyedy e Stevens, 2015; Webb et al., 2014).

4-Argumentação coletiva. O estudo realizado por Cervantes-Barraza; Hernandez Moreno; Rumsey (2020) abordou a construção de provas matemáticas a partir da argumentação coletiva em sala de aula. O estudo contou com a participação de uma turma de alunos do primário de uma escola particular situada no sul do México e se dispôs a investigar como os estudantes do quinto ano desenvolvem uma prova matemática a partir do processo de argumentação coletiva. Apoiado em uma metodologia que oferece suporte à experimentação didática em sala de aula, o estudo propôs a aplicação de uma tarefa matemática para explorar a construção de provas a partir da argumentação coletiva em sala de aula. Os argumentos produzidos foram analisados com base no modelo argumentativo de Toulmin (1958) com adaptações para incluir a participação do professor durante a produção de argumentos. Ao final dessa investigação, os resultados apontaram para o grande potencial da argumentação coletiva no nível primário e a importância do papel do professor ao auxiliar (mediação) e encorajar os alunos a construir provas matemáticas através de um trabalho de argumentação colaborativa para convencer os outros sobre a validade de suas reivindicações.

Já Zambak e Magiera (2020) mostraram como a argumentação coletiva acompanhada de uma instrução de ensino¹² apoiou a capacidade de professores em formação inicial de construir argumentos matemáticos válidos sobre números e operações, bem como o engajamento deles em métodos de raciocínio dedutivo. O estudo contou com a participação de 37 acadêmicos de um curso de formação inicial de professores de uma grande universidade privada do meio-oeste dos EUA. Estes professores, durante um semestre, trabalharam individualmente (produção de argumento monológico) e em pequenos grupos (produção de argumentos dialógicos) a resolução de casos-problemas de modo a evidenciar os seus variados tipos de raciocínios¹³ por escrito. Os resultados deste estudo revelaram que os professores demonstraram evolução nas habilidades de argumentação e raciocínio ao longo do tempo devido à possibilidade de produzir argumentos de forma coletiva e colaborativa. Em particular, uma porção significativa dos professores investigados deixou de emitir argumentos sem comprovação, em direção à construção de argumentos do tipo dedutivo com justificações fundamentadas e seus devidos apoios de sustentação. Para além da importância da argumentação coletiva, os autores atribuem os resultados positivos também à uma sequência de atividades de aprendizagem que apoiou o desenvolvimento de habilidades de argumentação dos futuros professores.

Diante dos trabalhos apresentados, verificou-se que a abordagem da argumentação coletiva, na medida em que viabiliza a produção de argumentos colaborativos, tem o potencial de promover o

¹² A instrução de ensino era composta por problemas do tipo não convencional, uso de normas sociais e normas sociomáticas e o ensino explícito da estrutura argumentativa de Toulmin.

¹³ O estudo apresenta níveis de proficiência relacionado a capacidade dos professores de reconhecer e raciocinar sistematicamente. Apresenta também uma sequência de atividades de aprendizagem que apoia a proficiência dos professores com o raciocínio educativo.

raciocínio dedutivo (ZAMBAK; MAGIERA, 2020) e a produção de argumentos de prova mais genéricos (CERVANTES-BARRAZA; HERNANDEZ MORENO; RUMSEY, 2020).

Como possibilidade de trabalho futuro, Zambak e Magiera (2020) propõem a ampliação da investigação realizada por eles, ressaltando a necessidade de investigar, com maior profundidade, a atividade mental (raciocínio) por meio de outros tipos de problemas assim como por outros modos de argumentação, não se restringindo apenas aos argumentos produzidos por escrito.

5-Tarefas de modelagem matemática. Dede (2019) investigou os argumentos produzidos dentro de um ciclo de modelagem matemática levando em consideração os processos cognitivos dos sujeitos envolvidos nessa atividade. Participaram desta investigação quatro estudantes de um curso de formação de professores em matemática primária, os quais atuaram, por meio do trabalho em grupo, na solução de uma tarefa de modelagem. O estudo se propôs a responder a seguinte questão de pesquisa: como os participantes constroem argumentos dentro do ciclo de modelagem matemática? (Como formulam conclusões? Como refutam conclusões uns dos outros para alcançar a melhor solução comum? Quais garantias utilizam?). Os dados foram coletados através de gravação em vídeo da solução do problema de modelagem e analisados por meio do modelo argumentativo de Toulmin. O resultado principal dessa investigação revelou que os argumentos construídos dentro do ciclo de modelagem mantinham relações com as etapas de transição do ciclo de modelagem, isto é, os dados e conclusões da maioria dos argumentos correspondiam aos pontos de início e término da transição das etapas do ciclo de modelagem.

6-Apoio docente em situações contingente em sala de aula. Solar *et al.* (2020) investigaram associações entre argumentação e situações contingentes em aulas de matemática. Para tanto, o estudo abordou a utilização de três estratégias de apoio docente (tarefas matemáticas abertas à discussão, estratégias comunicativas e estratégias de reconhecimento do pensamento dos alunos) para viabilizar a argumentação em sala de aula e identificar situações contingentes desencadeadas por erros cometidos por alunos do Ensino Fundamental. O estudo, portanto, propôs investigar, por meio de estudos de caso exploratórios, como o apoio do professor durante uma aula com argumentação pode ajudar incorporar situações contingentes na sala de aula de matemática. Durante todo o estudo, a produção de argumentos em sala de aula ocorreu de forma coletiva, e os resultados revelaram que o conjunto de estratégias (orquestração argumentativa) utilizado por três docentes investigados contribuiu para fomentar a argumentação em sala de aula em situações contingentes, explorando o erro dos alunos. Em particular, os autores destacaram que reconhecer o pensamento dos alunos promove significativamente a incorporação de situações contingentes na sala de aula de matemática.

As estratégias de orquestração argumentativas foram descritas por Solar *et al.* (2020) para situações contingentes. No entanto, os próprios autores do estudo revelaram que elas podem ser relevantes para situações que não são necessariamente contingentes. Estudos recentes têm vinculado

processos de argumentação com o ciclo de modelagem na sala de aula de matemática (DEDE, 2019). Dessa forma, Solar *et al.* (2020) sugerem investigar como a orquestração argumentativa promove o desenvolvimento de processos de modelagem nos estudantes.

7-Atividades envolvendo literárias multimodais e gestão de diferentes registros semióticos. A instrução com literárias multimodais¹⁴ apoiada ao contexto social dos alunos foi uma abordagem utilizada por Taylor (2018) para viabilizar a alfabetização disciplinar no que diz respeito à produção e compreensão do argumento de prova. Neste estudo, o autor descreveu a sua participação em uma pesquisa-ação, abordando, de modo especial, o caso da aluna Jasmine, do 10º ano do ensino secundário de uma escola pública nos EUA. Em uma atividade de sala de aula, o autor explorou o uso de literárias multimodais por meio da metodologia de projetos, também contemplando aspectos do contexto social dos alunos. Foi proposto aos alunos que criassem uma apresentação multimodal relacionada à prova com o objetivo de justificar e defender uma posição em um processo judicial. Os resultados deste estudo revelaram que a aluna investigada criou e apresentou argumentos (textos, vídeos, imagens, diálogos, gestos, citações de livros, documentos) para casos judiciais em um esforço para relacionar o seu contexto social com prova e justificação em geometria. Nesse sentido, os resultados ilustraram os ricos usos das literárias multimodais, por parte da aluna investigada, como prática social que facilitou seu aprendizado de provas. O autor conclui que os textos multimodais proporcionaram a oportunidade de estruturar os argumentos significativamente, atendendo à função da prova.

Por sua vez, Capone *et al.* (2020) realizaram um estudo que teve por objetivo apoiar o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas através de atividades concebidas para estimular o uso de diferentes registros de representação semiótica na compreensão de conceitos e o uso da argumentação lógica em matemática como prática para o desenvolvimento de competências demonstrativas. Participaram do estudo cerca de 400 alunos de quinze anos, divididos em 20 turmas do Ensino Médio de diferentes escolas da Campânia, no sul da Itália. A estes alunos foi proposto a realização de tarefas¹⁵ de resolução de problemas em grupo bem como o uso do recurso da colaboração como um instrumento catalisador para o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas a capacidade de raciocínio, representação e comunicação. Os pesquisadores buscaram investigar, portanto, as principais dificuldades que emergem na transição de um registro de representação semiótico a outro, além das dificuldades dos alunos em produzir um argumento lógico-dedutivo por escrito. Os resultados deste estudo revelaram dificuldades dos alunos na transição entre os diferentes registros semióticos assim como dificuldades na produção de textos argumentativos

¹⁴ As literacias multimodais descrevem práticas de alfabetização que envolvem a utilização e composição de textos multimodais em seus diferentes modos de comunicação (fala, escrita, imagem, gesto e som) para representar ou comunicar um significado (TAYLOR, 2018).

¹⁵ Estas tarefas de resolução de problemas foram concebidas de modo a estarem centradas na gestão de diferentes registros de representação semiótica

escritos. No entanto, ao longo das atividades desenvolvidas, verificou-se uma melhoria na capacidade de comunicação, refletindo uma evolução na construção de argumentos mais completos e o uso de uma linguagem cada vez mais rigorosa do ponto de vista científico. As atividades propostas tiveram efeitos positivos uma vez que contribuíram para a melhoria dos níveis de habilidade dos alunos quando comparado aos níveis da prova do PISA italiano.

Como proposta de investigação, Capone *et al.* (2020) sugerem a produção de atividades focadas na gestão de diferentes registros e representação semióticos (tanto conversões como tratamentos), bem como a verificação de como estas atividades contribuem para aumentar as habilidades de argumentação em matemática.

Ambientes de argumentação

Dois (2) estudos (CIVIL; HUNTER, 2015) e (DOGRUER; AKYUZ, 2020) foram classificados neste foco temático de pesquisa e tiveram por objetivo explorar o ambiente/contexto de aprendizagem no qual são realizadas as práticas argumentativas em sala de aula.

O estudo realizado por Civil e Hunter (2015) focalizou a argumentação em ambientes de sala de aula através de uma lente sociocultural e linguística. Participaram desta investigação estudantes imigrantes do ensino primário (9-12 anos) não dominantes da prática argumentativa e inseridos em dois contextos geográficos diferentes, EUA e Nova Zelândia. Com foco nas experiências de vida e no contexto social destes alunos, o estudo propôs investigar os obstáculos e as possibilidades de participação destes estudantes no processo de argumentação em sala de aula. Em ambos os contextos foram propostas diferentes tarefas matemáticas para fomentar a argumentação coletiva em sala de aula. Além disso, o professor mobilizou recursos para viabilizar a criação de um ambiente de argumentação em que fosse possível construir relacionamentos (confiança, humor, conversa informal, convivência em/com família, colaboração, desafio, uso da língua materna) para encorajar e apoiar os alunos a construir seus próprios argumentos. Os resultados deste estudo revelaram características comuns aos dois contextos investigados, o que ajudou os alunos no seu engajamento em relação à prática de argumentar e construir argumentos mais ricos. Isso foi possível devido à vivência/experiência de um ambiente de sala de aula no qual os alunos tiveram a liberdade de evidenciar seus próprios modos culturais de ser e agir, incluindo a valorização da sua primeira língua, a forma de falar, gestos e valores. Nesse sentido, construir relacionamentos e incentivar os estudantes a serem eles mesmos durante a prática da argumentação coletiva foram vistos no estudo como recursos fundamentais para apoiar a argumentação. As descobertas realizadas destacaram a necessidade de se obter uma melhor compreensão do potencial de interação entre as práticas cotidianas realizadas fora da escola e aquelas realizadas no âmbito das disciplinas escolares e seus discursos associados na produção de argumentos.

Por sua vez, Dogruer e Akyuz (2020) ressaltaram a importância do estabelecimento de ambiente ou cultura de sala de aula capaz de apoiar a argumentação e a formação de conceitos. O estudo foi realizado na Turquia e teve o intuito de investigar as práticas matemáticas desenvolvidas por uma turma de alunos do oitavo ano do Ensino Básico quando estudavam os conteúdos de prismas, cilindros e áreas de superfície. Nesse sentido, o estudo pretendeu documentar o surgimento destas práticas matemáticas e mostrar que elas são sustentadas por ideias que posteriormente são retomadas e compartilhadas no ambiente de sala de aula. Para tanto, foi criado um ambiente de aprendizagem para que os estudantes pudessem se envolver na prática da argumentação. Este ambiente foi enriquecido com instruções baseadas em pesquisas que preconizam o uso da tecnologia (software dinâmico Geogebra), investigação e utilização de normas comunicacionais (normas sociais e normas sociomáticas) em sala de aula. Os resultados deste estudo indicaram a ocorrência de três práticas matemáticas e várias ideias associadas e tomadas como compartilhadas: (1) definição de prismas, (2) cálculo da área de superfície de um prisma e (3) cálculo da área de superfície de um cilindro. Para além disso, o estudo revelou que o entendimento dos alunos melhorou na medida em que foi possível aprender conceitos em um ambiente de argumentação com investigações e suporte do software de geometria dinâmica Geogebra. Todo esse processo ainda foi facilitado por meio da adoção de normas sociais e normas sociomatemáticas que viabilizaram, junto ao ambiente, possibilidades de explicação e justificação de soluções. Estas normas foram valiosas, e o professor participante desempenhou um papel fundamental para promover seu desenvolvimento.

Decorre deste último estudo que novas investigações podem se concentrar em como as normas sociais se desenvolvem e mudam entre os participantes em um ambiente de sala de aula baseado em tecnologia e investigação.

Tipos, modos e finalidades da argumentação em sala de aula

Os estudos identificados dentro desse foco temático de pesquisa, seis (6) no total, abordaram “os modos de argumentação oral e/ou escrito” (KOSKO, 2016), (KOSKO; ZIMMERMAN, 2019) e (STYLIANIDES, 2019), os tipos de argumentação, “substantiva e formal” (WALTER; BARROS, 2011), “narrativa e diagramática” (KRUMMHEUER, 2013) bem como as diferentes “finalidades” de uma tarefa de argumentação (STAPLES; NEWTON, 2016).

O estudo realizado por Walter e Barros (2011) propôs uma análise fundamentada, em termos da argumentação substancial¹⁶, da construção teórica de estudantes diante das estratégias utilizadas por eles na resolução de um problema e do uso de garantias para comunicar suas ideias (esclarecer, descrever, explicar, justificar) e convencer os outros da validade de suas conjecturas. Participaram

¹⁶ Refere-se a um tipo de argumentação não formal e que visa apresentar de forma convincente e colaborativa no contexto do estudo, os antecedentes, relações, descrições, explicações, e justificativas que visam convencer os outros da validade de suas conjecturas ao invés de focar explicitamente a produção de provas formais (WALTER; BARROS, 2011).

deste estudo dezoito estudantes de Cálculo de uma universidade particular localizada no oeste dos EUA. Os estudantes foram divididos em quatro grupos de trabalho colaborativo em uma atividade de resolução de problema que se dispôs a encontrar o volume de um sólido de revolução sem a instrução prévia relativa às técnicas de solução. Como questão de pesquisa, o estudo propôs investigar: como pequenos grupos de estudantes de cálculo universitário poderiam usar argumentação substancial para convencer a si mesmos e a outros da verdade matemática? Os resultados deste estudo mostraram que os quatro grupos investigados, cada um ao seu modo, adotaram diferentes estratégias em um nível qualitativo de detalhes, o que revelou uma visão de como eles fizeram uso do seu potencial criativo para o significado matemático, a comunicação e precisão na resolução do problema proposto. Além disso, o estudo também mostrou que a teoria matemática elaborada para resolver o problema ocorreu através do raciocínio analógico dos estudantes e da argumentação substancial voltada à construção de sentido e consenso. A argumentação substancial produzida no âmbito deste estudo foi utilizada para fins de validação.

A relação entre argumentação narrativa e argumentação diagramática foi abordada por Krummheuer (2013) no contexto do desenvolvimento do pensamento matemático em aulas primárias de matemática do Ensino Básico. O objetivo do estudo foi investigar potenciais contribuições destes dois tipos particulares de argumentação coletiva no desenvolvimento do conceito de “Nicho Interacional no Desenvolvimento do Pensamento Matemático”. Para tanto, o estudo, com foco na abordagem qualitativa, se propôs a comparar duas cenas de sala de aula, uma da pré-escola e outra de uma aula de matemática da primeira série, de modo a investigar a ocorrência e relação entre as argumentações diagramáticas e narrativas e os seus possíveis movimentos de contribuição visando o desenvolvimento do pensamento matemático. De acordo com o estudo, à medida que as crianças amadurecem, o raciocínio muda de uma argumentação diagramática para uma argumentação narrativa e essa mudança não ocorre de forma linear. A faixa etária dos 5 aos 7 anos é crucial para que as crianças adquiram habilidades de linguagem narrativa, e este processo de aquisição da linguagem deve ser apoiado e refletido pedagogicamente.

Já o estudo realizado por Staples e Newton (2016) abordou uma tarefa (Truque dos números) para apresentar duas possibilidades distintas de contextualizar a argumentação em uma sala de aula do 7º ano do ensino secundário. A primeira possibilidade esteve relacionada ao desenvolvimento de conceitos matemáticos e a segunda à proficiência com a prática da argumentação no estabelecimento da verdade. Com base em dados de uma investigação, o estudo, logo, documenta como a argumentação – uma prática central para o trabalho da matemática – pode ser contextualizada pelo professor em sala de aula do ensino secundário para servir a dois diferentes fins: a) argumentação para o desenvolvimento de conceitos e b) argumentação para a matemática enquanto desenvolvimento da prática da prova e o estabelecimento da verdade. O estudo abordou as escolhas

realizadas por dois professores de matemática no contexto da tarefa proposta e como estas escolhas influenciaram as oportunidades dos alunos se engajarem na argumentação. Na conclusão do estudo, os autores destacam a importância dos professores serem mais estratégicos em suas escolhas, de modo a aproveitar melhor a argumentação como prática docente e oferecer aos alunos oportunidades de desenvolver uma compreensão bem mais ampla da argumentação como prática disciplinar, não se restringindo apenas a uma prática de aprendizagem de conteúdo.

Por sua vez, Kosko (2016) abordou o modo escrito da argumentação matemática no contexto da primeira infância. O objetivo do referido estudo foi investigar como determinada informação fornecida em uma atividade é operacionalizada na escrita argumentativa de crianças pequenas. Como questão de pesquisa investigou-se: como a alteração da complexidade de uma informação ou dado matemático afeta o detalhamento da escrita matemática? Para tanto, o autor realizou um estudo exploratório através do qual analisou duas tarefas (uso de hastes cuisenaire) com características muito semelhantes, porém com informações diferentes em relação a sua complexidade. Participaram desta tarefa duas turmas de alunos da Educação Infantil. Os resultados indicaram que o aumento da complexidade dos dados fornecidos pode encorajar muitas crianças a operacionalizar estas informações por meio de detalhamentos¹⁷ em sua escrita argumentativa, como também fornecer uma visão das concepções comunicadas por elas sobre a matemática envolvida na questão.

O modo escrito de argumentar também foi objeto de estudo de Kosko e Zimmerman (2019). Os autores realizaram um estudo exploratório por meio do qual examinaram a natureza da escrita argumentativa matemática em crianças da Educação Infantil. Nesse sentido, buscaram detalhar as características particulares da escrita matemática das crianças investigadas e como estas se manifestam entre tarefas e ao longo das séries. Participaram deste estudo 61 alunos da Educação Infantil de uma escola suburbana situada em um estado do meio-este dos EUA. O estudo propôs analisar a redação matemática dos alunos da Educação Infantil usando tarefas modificadas de testes Piagetiano. Os resultados deste estudo corroboraram para fornecer um conjunto de seis classificações (declarações matemáticas; recontagens matemáticas; procedimentos matemáticos; detalhes matemáticos; descrições matemáticas; e explicações matemáticas) para a escrita matemática infantil. Estas classificações permitiram examinar de forma sequencial como tal escrita se desenvolve e difere ao longo das séries da Educação Infantil.

Por fim, o trabalho de Stylianides (2019) discutiu o papel do modo escrito versus o modo oral de representação de um argumento de prova. Nesse sentido, explorou o potencial das provas apresentadas oralmente quando comparadas às provas redigidas por escrito em uma pesquisa que envolveu alunos do Ensino Secundário (14-15 anos) durante a produção de provas matemáticas. O

¹⁷ Este detalhamento envolve a operacionalização linguística de informações fornecidas dentro e ao longo do sequenciamento de garantias para dar apoio a uma afirmação (KOSKO, 2016).

estudo propôs a realização de um experimento de design, envolvendo a aplicação de uma tarefa de prova a duas turmas de matemática. Os dados coletados permitiram ao autor comparar o papel do modo de representação escrito (prova produzida no âmbito de pequenos grupos) versus o modo de representação oral (prova apresentada a toda a sala de aula). Os resultados obtidos por meio desta comparação mostraram que os argumentos que melhor atendem aos padrões de prova são aqueles mais prováveis de serem encontrados no modo de apresentação oral do que no modo escrito. Para além disso, o estudo suscita reflexões sobre a utilização de outras abordagens metodológicas que não se restrinjam apenas à produção de argumentos por escrito, de modo a não contribuir para uma imagem menos favorável do potencial das provas construídas pelos alunos.

Com vistas a realização de estudos futuros, Stylianides (2019) propõe explorar e analisar uma estrutura de argumentação mais complexa onde primeiramente cada aluno escreve seus argumentos de prova por escrito, depois apresenta oralmente seus argumentos, e finalmente ele escreve seus argumentos novamente. (Ou seja, primeiro escrito, depois oral, depois escrito novamente). Essa exploração poderá oferecer uma visão melhor a respeito de “se a apresentação oral de um argumento, que o presente estudo sugere que pode ser influenciada pelo trabalho prévio de redação de um argumento, pode influenciar, por sua vez, a posterior reescrita do argumento” (p. 180).

Por outro lado, acreditamos também que a argumentação coletiva e colaborativa possa também ser abordada através dessa proposta de estrutura de argumentação mais complexa. Nesse caso, poderiam ser investigadas as contribuições da argumentação coletiva e colaborativa no refinamento dos argumentos escritos produzidos por cada aluno. Primeiramente, cada aluno escreve seus argumentos de prova por escrito, depois a sala discute os argumentos coletivamente e constroem um argumento de prova de forma colaborativa. Após a plenária discursiva, cada aluno volta a reescrever (refinamento) seus argumentos de prova por escrito. A ideia, portanto, será investigar os avanços obtidos na qualidade do argumento produzido em decorrência das contribuições da argumentação coletiva para esta escrita.

Análise de livro didático

Um único estudo (TRIANTAFILLOU; SPILIOTOPOULOU; POTARI, 2016) foi classificado nesta categoria. O estudo realizado por Triantafillou, Spiliotopoulou e Potari (2016) abordou a natureza da argumentação em unidades temáticas de livros didáticos de matemática e física na Grécia. O estudo teve por objetivo investigar as práticas argumentativas utilizadas de modo consciente ou inconsciente na organização e desenvolvimento de novos conhecimentos relacionados ao assunto periodicidade no âmbito dos livros investigados. Para tanto, foram analisadas 71 unidades temáticas retiradas de 4 livros de matemática e 4 de física e avaliadas com base em um sistema de codificação de categorias (empírica, lógica-empírica, nomológica e matemática) e subcategorias criadas durante o estudo e relacionadas às sequências de modos de raciocínio empregados nos textos analisados. Os

resultados mostraram que cada modo de raciocínio desempenhou um papel diferente na conceituação de aspectos relacionados à periodicidade. Para além disso, a análise de duas unidades temáticas levantou:

[...] considerações pragmáticas sobre a compreensão do texto em relação ao discurso da argumentação científica e destaca diferenças ontológicas nos dois assuntos ao subir de observações para generalizações. Com relação a esta última, o raciocínio baseado em evidências matemáticas parece ser mais seguro e confiável do que o raciocínio baseado em evidências experimentais (TRIANTAFILLOU; SPILIOTOPOULOU; POTARI, 2016, p.700, **tradução nossa**).

O estudo ressalta a importância de o professor tornar mais transparente para seus alunos a distinção entre o modo de raciocínio empírico e matemático. Ainda de acordo com os autores, caberá ao professor também integrar e combinar estas formas de raciocínio a outras formas de raciocínio (modos lógico-empírico e nomológico), viabilizando assim práticas de ensino que potencializem a formação de conceitos e provas em sala de aula.

Considerações finais sobre o estado do conhecimento da produção científica internacional

Diante do estado do conhecimento sobre “argumentação no ensino da matemática” apresentado neste estudo, tecemos algumas considerações que são importantes para nortear o delineamento de trabalhos futuros.

De modo geral, em grande parte da produção analisada, a temática abordada envolveu a argumentação voltada para o desenvolvimento de conceitos matemáticos em sala de aula como também para o desenvolvimento da proficiência da prática argumentativa.

Com relação aos focos de pesquisa envolvendo a argumentação no ensino da matemática, verificou-se que estes giraram em torno dos seguintes temas: Estruturas, modelos ou padrões de argumentação; Expectativas, crenças e percepções em relação a argumentação; Estratégias de apoio à argumentação e prova; Ambientes de argumentação; Tipos, modos e finalidades da argumentação em sala de aula; Análise da argumentação em livro didático.

Dentro dos focos de pesquisa, portanto, constatou-se que:

1 – Há uma forte tendência nos trabalhos analisados em abordar a argumentação coletiva e colaborativa como uma abordagem sociocultural capaz de viabilizar e potencializar o processo de ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula. Para tanto, a produção de argumentos, na grande maioria dos trabalhos analisados, ocorreu por meio de atividades em duplas, grupos ou envolvendo toda a turma de alunos.

2 – Uma outra tendência para os trabalhos analisados é o fato de grande parte deles abordarem tarefas ou estratégias promotoras da argumentação com foco no desenvolvimento da proficiência da prática argumentativa (habilidades e competências) visando a validação e/ou justificação de conjecturas matemáticas.

3 – A argumentação coletiva apoiada pelo professor e a instituição de normas argumentativas (sociais e sociomáticas) emergem desse contexto de pesquisa como uma estratégia eficaz para apoiar o raciocínio dos alunos e promover a produção de argumentos dedutivos. Nesse sentido, os estudos apontam que essa abordagem tem contribuído para viabilizar a transição de argumentos informais para argumentos formais durante uma atividade de justificação e prova matemática.

4 – Os estudos indicam ainda que uma abordagem metodológica (exploração investigativa ou modelagem) junto a um problema do tipo não convencional¹⁸, com ou sem o suporte da tecnologia, favorece um ambiente propício para observar padrões, elaborar conjecturas, testar, refutar, reelaborar conjecturas, criar modelos, argumentar e provar.

5 – Argumentos que melhor atendem aos padrões de prova são aqueles mais prováveis de serem encontrados no modo de apresentação oral do que no modo escrito (STYLIANIDES, 2019). Dito isso, é fundamental que o professor de matemática explore situações de demonstração e prova em sala de aula não apenas através do modo escrito. Comprovou-se que em situações de debate e argumentação em grupo, elementos/razões de prova são mais prováveis de serem encontrados no modo de argumentação oral quando comparado ao argumento produzido por escrito. Isso ocorre porque muitas vezes o aluno sente dificuldade de expressar por escrito aquilo que pensa e fala. Finalizado este estudo, espera-se que pesquisadores e professores da Educação Básica tenham um panorama geral sobre o estado do conhecimento em relação à argumentação no ensino da matemática.

Recebido em: 28/04/2024
Aprovado em: 04/08/2024

REFERENCIAS

ALBANO, G.; DELLO IACONO, U. A scaffolding toolkit to foster argumentation and proofs in mathematics: some case studies. **International Journal of Educational Technology in Higher Education**, v. 16, n. 1, 1 dez. 2019.

AMOSSY, R. Argumentação e análise do discurso: perspectivas teóricas e recortes disciplinares. **Revista Eletrônica de Estudos Integrados em Discurso e Argumentação**, v. 0, n. 1, p. 129–144, 2011.

ASTERHAN, C. S. C.; SCHWARZ, B. B. Argumentation for Learning: Well-Trodden Paths and Unexplored Territories. **Educational Psychologist**, v. 51, n. 2, p. 164–187, 2016.

AYALON, M. Exploring changes in mathematics teachers' envisioning of potential argumentation situations in the classroom. **Teaching and Teacher Education**, v. 85, p. 190–203, 1 out. 2019.

AYALON, M.; HERSHKOWITZ, R. Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 49, p. 163–173, 1 mar. 2018.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1985.

¹⁸ Problema aberto ou problema divergente.

BOAVIDA, A. M. R. **A argumentação em Matemática Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração**. 2005. 975f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017.

BRETON, P. **A argumentação na comunicação**. Bauru: EDUSC, 1999.

CAPONE, R. et al. Mathematical competencies: a case study on semiotic systems and argumentation in an Italian High School. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 2020.

CERVANTES-BARRAZA, J. A.; HERNANDEZ MORENO, A.; RUMSEY, C. Promoting mathematical proof from collective argumentation in primary school. **School Science and Mathematics**, v. 120, n. 1, p. 4–14, 1 jan. 2020.

CIVIL, M.; HUNTER, R. Participation of non-dominant students in argumentation in the mathematics classroom. **Intercultural Education**, v. 26, n. 4, p. 296–312, 4 jul. 2015.

CONNER, A. M. et al. Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. **Educational Studies in Mathematics**, v. 86, n. 3, p. 401–429, 2014.

DEDE, A. T. Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 50, n. 2, p. 292–314, 2019.

DEMIRAY, E.; İŞIKSAL BOSTAN, M. An Investigation of Pre-service Middle School Mathematics Teachers' Ability to Conduct Valid Proofs, Methods Used, and Reasons for Invalid Arguments. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 15, n. 1, p. 109–130, 1 jan. 2017.

DOGRUER, S. S.; AKYUZ, D. Mathematical Practices of Eighth Graders about 3D Shapes in an Argumentation, Technology, and Design-Based Classroom Environment. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 2020.

DOUEK, N.; PICHAT, M. From oral to written texts in grade I and the approach to mathematical argumentation. **Proceedings of PME-XXVII**, v. 2, p. 341-348, Honolulu, 2003.

ERKEK, Ö.; BOSTAN, M. I. A different look at the reasoning process of prospective middle school mathematics teachers: Global argumentation structures. **Eğitim ve Bilim**, v. 44, n. 199, p. 1–27, 2019a.

ERKEK, Ö.; İŞIKSAL BOSTAN, M. Prospective Middle School Mathematics Teachers' Global Argumentation Structures. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 17, n. 3, p. 613–633, 15 mar. 2019b.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREEMAN, J. B. Systematizing Toulmin's warrants: An epistemic approach. **Argumentation**, v. 19, n. 3, p. 331–346, 2005.

INGLIS, M.; MEJIA-RAMOS, J. P.; SIMPSON, A. Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. **Educational Studies in Mathematics**, v. 66, n. 1, p. 3–21, 2007.

- JIMÉNEZ-ALEIXANDRE, M. P.; BROCCOS, P. Desafios Metodológicos Na Pesquisa Da Argumentação Em Ensino De Ciências. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte)**, v. 17, n. spe, p. 139–159, 2015.
- KNIPPING, C. A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, v. 40, n. 3, p. 427–441, 2008.
- KOLLAR, I. et al. Effects of collaboration scripts and heuristic worked examples on the acquisition of mathematical argumentation skills of teacher students with different levels of prior achievement. **Learning and Instruction**, v. 32, p. 22–36, ago. 2014.
- KOSKO, K. W. Making use of what's given: Children's detailing in mathematical argumentative writing. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 41, p. 68–86, 1 mar. 2016.
- KOSKO, K. W.; ZIMMERMAN, B. S. Emergence of argument in children's mathematical writing. **Journal of Early Childhood Literacy**, v. 19, n. 1, p. 82–106, 1 mar. 2019.
- KRUMMHEUER, G. The relationship between diagrammatic argumentation and narrative argumentation in the context of the development of mathematical thinking in the early years. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n. 2, p. 249–265, 2013.
- LIN, Y.; DURBIN, J. M.; RANCER, A. S. Perceived instructor argumentativeness, verbal aggressiveness, and classroom communication climate in relation to student state motivation and math anxiety. **Communication Education**, v. 66, n. 3, p. 330–349, 2017.
- MAKAR, K.; BAKKER, A.; BEN-ZVI, D. Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. **ZDM - Mathematics Education**, v. 47, n. 7, p. 1107–1120, 1 nov. 2015.
- MENDONÇA, P. C. C.; JUSTI, R. DA S. Ensino-Aprendizagem de Ciências e Argumentação: Discussões e Questões Atuais. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 13, n. 1, p. 187–216, 2013.
- NARDI, E.; BIZA, I.; ZACHARIADES, T. “Warrant” revisited: Integrating mathematics teachers' pedagogical and epistemological considerations into Toulmin's model for argumentation. **Educational Studies in Mathematics**, v. 79, n. 2, p. 157–173, fev. 2012.
- NORDIN, A. K.; BJÖRKLUND BOISTRUP, L. A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 51, p. 15–27, 1 set. 2018.
- PLANTIN, C. **A argumentação: história, teorias, perspectivas**. Tradução d ed. São Paulo: Parábola, 2008.
- REID, D. A.; KNIPPING, C. **Proof in mathematics education: Research, learning, and teaching**. Rotterdam: The Netherlands: Sense Publishers., 2010.
- ROGERS, K. C.; KOSKO, K. W. How elementary and collegiate instructors envision tasks as supportive of mathematical argumentation: A comparison of instructors' task constructions. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 53, n. September 2018, p. 228–241, 2019.
- RODRIGUES, F. C. **Da argumentação à prova: produção e avaliação de argumentos matemáticos produzidos por alunos ingressantes em um curso de formação de professores**. 315f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, 2023.
- ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação

Revista Diálogo Educacional, v. 6, n. 19, p. 37–50, 2006.

SCARPA, D. L. O Papel Da Argumentação No Ensino De Ciências: Lições De Um Workshop. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte)**, v. 17, n. spe, p. 15–30, 2015.

SCHWAIGHOFER, M. et al. How to combine collaboration scripts and heuristic worked examples to foster mathematical argumentation – when working memory matters. **International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning**, v. 12, n. 3, p. 281–305, 1 set. 2017.

SCHWARZ, B. B.; BAKER, M. J. **Dialogue, argumentation and education: History, theory and practice**. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.

SOLAR, H. et al. Teacher support for argumentation and the incorporation of contingencies in mathematics classrooms. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 2020.

STAATS, S. The poetics of argumentation: the relevance of conversational repetition for two theories of emergent mathematical reasoning. **Research in Mathematics Education**, v. 19, n. 3, p. 276–292, 2017.

STAPLES, M.; NEWTON, J. Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom. **Theory into Practice**, v. 55, n. 4, p. 294–301, 1 out. 2016.

STYLIANIDES, A. J. Secondary students' proof constructions in mathematics: The role of written versus oral mode of argument representation. **Review of Education**, v. 7, n. 1, p. 156–182, 2019.

SUOMINEN, A. L.; CONNER, A.; PARK, H. Prospective mathematics teachers' expectations for middle grades students' arguments. **School Science and Mathematics**, v. 118, n. 6, p. 218–231, out. 2018.

TAYLOR, C. Proving in Geometry: A Sociocultural Approach to Constructing Mathematical Arguments Through Multimodal Literacies. **Journal of Adolescent and Adult Literacy**, v. 62, n. 2, p. 175–184, 1 set. 2018.

TOULMIN, S. **The uses of Argument**. New York: Cambridge University Press, 1958.

TRIANAFILLOU, C.; SPILIOTOPOULOU, V.; POTARI, D. The Nature of Argumentation in School Mathematics and Physics Texts: The Case of Periodicity. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 14, n. 4, p. 681–699, 1 maio 2016.

VOGEL, F. et al. Developing argumentation skills in mathematics through computer-supported collaborative learning: the role of transactivity. **Instructional Science**, v. 44, n. 5, p. 477–500, 1 out. 2016.

WALTER, J. G.; BARROS, T. Students build mathematical theory: Semantic warrants in argumentation. **Educational Studies in Mathematics**, v. 78, n. 3, p. 323–342, dez. 2011.

ZAMBAK, V. S.; MAGIERA, M. T. Supporting grades 1–8 pre-service teachers' argumentation skills: constructing mathematical arguments in situations that facilitate analyzing cases. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 2020.