

Trabalhando Equações do Primeiro Grau por Meio da Resolução de Problemas sob uma Ótica Colaborativa

Working with First Degree Equations through Problem Solving from a Collaborative Perspective

Luciano dos Reis Rodrigues¹

Augusto Cesar de Castro Barbosa²

Cláudia Ferreira Reis Concordido³

Marcus Vinicius Tovar Costa⁴

RESUMO

Neste trabalho, objetiva-se, através do desenvolvimento e apresentação de uma experiência, verificar a eficácia da adoção de práticas didáticas baseadas em um Esquema Colaborativo e na heurística de Resolução de Problemas, voltadas para o ensino da Matemática, frente às práticas didáticas usualmente adotadas. Para tanto, inicia-se um estudo sobre o uso de Esquemas Colaborativos e os aspectos práticos, a serem observados, para sua implementação em sala de aula. Em seguida, realiza-se um estudo sobre as heurísticas da Resolução de Problemas, aludindo às concepções de Polya e Onuchic e à forma como os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular destacam o potencial da Resolução de Problemas para melhorar o ensino de Matemática no sistema educacional brasileiro. É apresentado um experimento realizado na Escola Municipal Professor Gilberto Bento, município do Rio de Janeiro. Duas turmas do sétimo ano foram submetidas a aulas sobre equação do primeiro grau: em uma delas, a abordagem realizada foi sob a ótica de um Esquema Colaborativo e da Resolução de Problemas, enquanto a segunda foi submetida a uma abordagem tradicional, ou seja, com aulas puramente expositivas. Neste trabalho, apresentam-se os resultados qualitativos das observações realizadas nas atividades aplicadas às duas turmas e conclui-se que trabalhar o conteúdo mencionado com o enfoque proposto é uma alternativa capaz de promover significativos ganhos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, contribuindo não só para uma melhora no desenvolvimento cognitivo dos alunos e na relação deles com a Matemática, como também para sua formação sociocultural.

Palavras-chave: *Esquema Colaborativo; Resolução de Problemas em Matemática; Ensino Fundamental.*

ABSTRACT

In this work we analyze the effectiveness of adopting didactic practices based on a Collaborative Scheme and Problem Solving heuristics in the context of teaching Mathematics. The results are compared to the traditional adopted didactic practices. The study started by adopting Collaborative Schemes and the practical aspects to be observed in the classroom implementation. In the sequence, a study was performed on the heuristics of Problem Solving, alluding to the concepts of Polya and Onuchic and reflecting on how the National Curricular Parameters

¹. Professor da Rede Municipal da Cidade do Rio de Janeiro. E-mail: interativoluc@gmail.com; Mestre em Matemática (PROFMAT-UERJ); ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-2907-1418>

². Professor do Departamento de Matemática Aplicada do IME-UERJ. E-mail: accb@ime.uerj.br; Doutor em Física (IF-UFF); ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5094-1509>

³. Professora do Departamento de Análise Matemática do IME-UERJ. E-mail: concordido@ime.uerj.br; Doutora em Matemática (IM-UFRJ); ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0767-9170>

⁴. Professor do Departamento de Matemática Aplicada do IME-UERJ. E-mail: marcus.tovar@ime.uerj.br; Doutor em Física (IF-UFF); ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9029-2507>

and the National Common Curricular Base highlights the potential of Problem Solving to improve Mathematics teaching, in the Brazilian Educational System. An experiment carried out at the Professor Gilberto Bento Municipal School, in the city of Rio de Janeiro, is presented. Two seventh grade classes were subjected to first degree equation lessons. In one of them, the Collaborative Scheme and Problem Solving approach was adopted, while the second was subjected to the standard approach, that is, with purely expository classes. The qualitative results of the observations carried out in the applied activities in both classes are discussed and the conclusion indicates that working within the proposed approach is an alternative route able of promoting significant gains in the teaching-learning process of Mathematics, contributing not only to improve the cognitive development of students and their relationship with Mathematics, but also to their sociocultural construction.

Keywords: *Collaborative Scheme; Mathematical Problem Solving; Middle School.*

Introdução

Há tempos, boa parte dos alunos vê a Matemática como uma área destinada a pessoas com um desenvolvimento intelectual avançado e se considera alguém desse nível. Em decorrência dessa percepção, muitos alunos adotam uma postura de passividade e indiferença durante as aulas, que os leva ao desinteresse – em relação às aulas, aos conteúdos e à figura do professor (Chacòn, 2003).

Diante desse quadro, buscar metodologias e práticas pedagógicas que permitam a abordagem de conteúdos matemáticos, tendo como foco o aluno e seu contexto sociocultural, é redirecionar o processo de ensino-aprendizagem. Esse redirecionamento tem por finalidade promover sensíveis mudanças no cotidiano escolar: transformar a sala de aula num ambiente em que resida uma comunidade de conhecimento, que permita não só a formação dos alunos em relação aos saberes matemáticos, mas também uma melhor lapidação desses indivíduos enquanto membros ativos de uma comunidade; trazer os alunos para o centro do processo de ensino-aprendizagem, valorizando seus saberes socioculturais para a elaboração de um planejamento e de práticas adequados à realidade dos agentes dessa comunidade.

Este trabalho promoveu um estudo que pode apoiar uma mudança de foco do processo de ensino-aprendizagem com a adoção da estratégia de um Esquema Colaborativo (EC) associada à heurística da Resolução de Problemas (RP). Iniciamos este artigo com uma breve exposição dos principais conceitos de EC, sua evolução ao longo do tempo e os aspectos práticos de como se deu sua implementação na rotina pedagógica de uma sala de aula. Em seguida, abordamos a heurística de RP, tendo como ponto de partida um estudo sobre a definição do que é um problema e sobre as perspectivas do ensino de Matemática no Brasil, refletidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), quanto à utilização dos problemas como ferramenta para a melhoria do ensino da Matemática no Ensino Fundamental.

Finalizamos com um relato de experiência e os resultados da adoção das práticas baseadas em EC associado à RP, aplicadas numa turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal, localizada em Campo Grande, zona oeste da cidade do Rio de Janeiro. O tema das aulas

foi equação do primeiro grau e os resultados são comparados com os obtidos numa segunda turma submetida à prática tradicional.

Esquema Colaborativo

Neste trabalho tomamos a posição de englobar em EC todas as iniciativas na direção de uma prática mais democrática e humanizada (Amonachvili, 1989), envolvendo o desenvolvimento de habilidades sociais através do trabalho em grupo (Castro Barbosa; Concordido, 2009). Termos como “engajamento interativo”, “aprendizado cooperativo”, “aprendizagem colaborativa”, ou “ensino colaborativo” serão, dessa forma, incluídos em EC.

De uma forma mais resumida, um EC pode ser entendido como uma ferramenta, ou estratégia, da área de educação que visa promover a aprendizagem através do trabalho em pequenos grupos. Ou seja, busca incrementar recursos interativos entre os principais atores do processo ensino-aprendizagem – alunos e professor(es) – com a perspectiva de fornecer aos alunos uma preparação de forma mais eficiente para os desafios a serem encontrados dentro e fora do âmbito escolar (Rezende, 2014).

Panitz (1999) encara um EC como algo muito maior do que simplesmente obter soluções para tarefas específicas ao trabalhar em grupo. Entende que um EC pode promover uma mudança comportamental; os indivíduos que se submetem a essa abordagem têm um melhor desenvolvimento na sua capacidade de reflexão, no pensamento crítico e mais segurança nas tomadas de decisões por conta do poder das interações (social, intelectual, cultural) que ocorrem nos grupos.

Ao observar as palavras de Bruffee (1993, 1999 apud Torres; Alcantara; Ilara, 2004), é possível perceber, em seu entendimento sobre EC, ideias que corroboram com os aspectos conceituais preconizados por Panitz (1999), tendo como um aditivo o aspecto linguístico.

Entende-se por aprendizagem colaborativa o processo de reaculturação que ajuda os estudantes a se tornarem membros de comunidades de conhecimento cuja propriedade comum é diferente daquelas que já pertencem. Refere-se a uma passagem para outra cultura, para outro ambiente que possua outras normas, valores diferenciados daquele que nos encontramos. O acesso a uma comunidade depende da aquisição de características especiais dos membros dessa comunidade. A mais importante delas é a fluência na linguagem que constitui a comunidade, a linguagem com a qual os membros da comunidade constroem o conhecimento que é sua propriedade comum (Bruffee, 1993, 1999, apud Torres; Alcantara; Ilara, 2004).

Em Nitzke e outros (1999), percebem-se similaridades às abordagens de Bruffee e de Panitz, em que a interação social num EC é apresentada como elemento crucial para a aquisição de conhecimento e desenvolvimento. O EC pode ser visto como um conjunto de práticas que visam promover o desenvolvimento cognitivo valendo-se de trocas sociais entre indivíduos com um objetivo de aprendizagem comum.

Em EC a palavra de ordem é socialização. A partir de um processo interacionista, o conhecimento é produzido por ações e reações de muitos indivíduos. O saber coletivo é um enredamento de conhecimentos individuais que são lapidados pelo grupo, através das interações. No ambiente de aprendizagem colaborativa, os personagens assumem múltiplas funções, sem prévia determinação. Os papéis dentro do ambiente são assumidos e trocados de acordo com a herança social e cultural que cada indivíduo possui e pode dispor em prol do desenvolvimento individual e do coletivo (Castro Barbosa; Concordido, 2009).

Os EC representam uma mudança de paradigma no que diz respeito ao papel do professor, à dinâmica das aulas e sobretudo à atuação dos alunos. O professor, que antes representava o personagem detentor e transmissor de conhecimento, passa a exercer um papel mais meticuloso: como fonte de propostas intelectuais que estimulem seus alunos ao desafio; como condutor e mediador num processo de ensino-aprendizagem mais profundo, efetivo e eficiente. E, por sua vez, no que diz respeito aos alunos, um EC oferece um protagonismo no processo de aprendizagem, fomentando o desenvolvimento de habilidades e competências a partir de aulas menos expositivas com atividades que são pensadas e configuradas a partir de suas individualidades socioculturais (Fink; Monk, 1983 apud Castro Barbosa; Concordido, 2009).

Os primeiros registros de que educadores, pesquisadores e teóricos desenvolveram e utilizaram práticas colaborativas, por acreditarem no seu potencial de preparação de alunos no enfrentamento da realidade profissional, e fora do âmbito escolar, datam do século XVIII (Gaillet, 1994 apud Arrelias; Bernardo; Oliveira, 2022). Os EC ganham uma fundamentação teórica na abordagem construtivista, em meados do século XX. O objetivo principal dessa abordagem é promover experiências que aproximem os alunos da prática colaborativa existente no universo social no qual estão inseridos ou no que podem vir a ser inseridos (Trachtenberg; Barbastefano; Struchiner, 2010).

Mais recentemente, desde a década de 1990, a Espanha, através da Universidade de Barcelona, vem investindo no desenvolvimento e propagação das chamadas Comunidades de Aprendizagem (CA). Esse investimento se dá através de um movimento transformador das escolas públicas, tornando-as instituições capazes de abrigarem a diversidade de agentes responsáveis pelo processo de educação do indivíduo, sejam eles profissionais da área ou não. Essa transformação vai na direção da compreensão de que, para que a escola possa oferecer às comunidades um ensino qualificado, universal e que seja capaz de combater e diminuir o fracasso escolar e desigualdade social, se faz necessário que comunidades, escolas, professores, alunos, familiares e outros agentes estejam harmonicamente comprometidos em garantir participação nessa luta (Gabassa; Mello; Braga, 2012).

As CA fundamentam-se no conceito de aprendizagem dialógica como princípio teórico-metodológico, que guarda em si os princípios do diálogo, da comunicação e do consenso igualitário

para garantir formação educativa de qualidade e eficiente. Estes princípios comunicam-se diretamente com os princípios dos EC, uma vez que a atividade de educar e formar o indivíduo passa a ser considerada um trabalho da coletividade. No Brasil, esse movimento de transformação teve início nos anos 2000 pelo Núcleo de Investigação e Ação Social e Educativa (NIASE), da Universidade Federal de São Carlos. Tanto na Espanha como no Brasil, as escolas têm produzido resultados que indicam que o trabalho desenvolvido pela coletividade tem construído uma melhora do ensino (Gabassa; Mello; Braga, 2012).

Em seu livro *O Processo Grupal*, o psiquiatra e psicanalista Enrique Pichon-Rivière faz uma abordagem sobre o conceito de grupo ou ambiente de grupo. Define que situação grupal é toda reunião de pessoas cuja conexão está condicionada a coexistirem num mesmo espaço, temporal ou local, e que estejam ocorrendo interações entre os componentes. Revela que o ambiente de grupo precisa estar baseado numa estrutura que favoreça interações decorrentes de trocas de papéis entre as pessoas: ora os componentes assumem uma posição de maior protagonismo no grupo, ora cedem às argumentações, questionamentos e reflexões dos outros. Segundo ele, é devido a esse fluxo que os integrantes do ambiente passam a se reconhecer e reconhecer o outro, através do canal do diálogo e intercâmbio constante (Pichon-Rivière, 2005).

Pichon-Rivière diz que os grupos invariavelmente são criados com objetivo de resolverem dilemas que geram situações de conflito. Esses conflitos são impulsionadores do surgimento de uma atmosfera de criação de caminhos que podem levar às resoluções desses dilemas. E, ao trilhar esses caminhos, os componentes estabelecem estratégias, táticas, técnicas e logísticas para chegar ao objetivo.

O professor precisa ser conhecedor do perfil de seus alunos, não só no que concerne ao rendimento escolar, como também, aos aspectos sociocultural e psicológico que possam contribuir para o planejamento das atividades em aula (Del Rio; Castro Barbosa; Costa, 2018). Logo, realizar um levantamento com informações mínimas, para saber as características dos alunos que serão submetidos à prática colaborativa, é uma tarefa essencial para que o professor seja capaz de elaborar atividades que estejam em sintonia com a turma.

Quanto à divisão dos grupos, o ideal é que sejam formados com o mais diversificado perfil de alunos possível, pois a heterogeneidade é um fator que garantirá o fluxo das interações e contribuirá para a criação de um ambiente de saberes e vivências socioculturais bem diversificados. E, quanto ao número de componentes, cada grupo deve ter de três a quatro alunos a depender das inferências do professor sobre a turma.

O trabalho pautado nas práticas colaborativas deve ser planejado de forma a oferecer a seus participantes a vivência de novas experiências, capazes de remodelar as relações dentro de sala de aula: relação disciplina-aluno, aluno-aluno e aluno-professor. Para os alunos, espera-se uma melhora

da relação dele com a disciplina, com o seu próprio saber - extraído das suas heranças socioculturais -, com o saber de seus pares e com o seu professor. Para o professor, que seja motivado a aperfeiçoar suas práticas, abrindo-se para uma realidade em que o aluno não é um mero espectador, mas sim, o agente que lhe dará um direcionamento para desenvolver práticas que possam: aproximar os conhecimentos da disciplina à realidade dos alunos; estreitar a relação de confiança e autoestima de cada aluno em relação a si e em relação à turma; promover conhecimento a partir do compartilhamento de saberes. A melhora no convívio social dentro do ambiente colaborativo, a partir das trocas em busca da solução dos dilemas, será estimulada uma vez que os alunos desenvolvam uma nova postura de convivência, onde saibam se colocar de maneira clara e respeitosa e ouvir seus pares e seu professor.

As Heurísticas da RP

Skinner (2003 apud Firmino; Brotto, 2009) entende que um problema é estabelecido quando não se sabe imediatamente que série de ações seriam necessárias para resolvê-lo. Existem aqueles, como Novak (1977 apud Perales Palacios, 1993), que veem a resolução de problemas como uma reorganização da informação armazenada na estrutura cognitiva; ou ainda, como Hayes (1981 apud Maloney, 1994), os que consideram que a resolução se dá quando aquele que é submetido ao problema descobre uma combinação de regras previamente aprendidas pelas quais é possível obter a solução de uma situação nova.

Segundo Gonçalves (2006), problema pode ser definido como uma situação que demanda uma solução, e esta não é óbvia. É a situação à qual o repertório de respostas imediatamente disponível para um sujeito não permite a solução do problema. Para ele, um problema deve ter as seguintes características: ser desenvolvido pelo indivíduo, que aprende algo quando o resolve; poder ser generalizado, dando margem a várias soluções; ser desconhecido, não sendo resolvido por um simples algoritmo; e deve permitir a obtenção da solução, mas propondo um desafio. Gonçalves alerta para um critério básico que aponta para a natureza psicológica dos problemas: a solução não pode aparecer imediatamente, pois o indivíduo deve ter um envolvimento pessoal para explorar o problema na tentativa de encontrar a solução.

Sáenz (2009) adiciona um aspecto importante na natureza de um problema, ele considera que um problema deve ser capaz de gerar conflito em que os conhecimentos disponíveis para se compreender uma pergunta não sejam suficientes, criando-se com isso uma zona de incerteza que obriga o indivíduo a buscar outras fontes, ou desenvolver seu raciocínio para reformular a pergunta e buscar a solução.

Quando os estudos sobre RP são voltados para o ambiente escolar, são observadas também várias definições para a palavra problema, assim como ocorre à luz da Psicologia. George Polya (1887-1985), professor de Matemática no ETH Zurique (1914-1940) e na Stanford University (1940-1953), defende em sua obra de 1944, *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*, que um indivíduo está diante de um problema quando ele se depara com uma questão que não pode responder ou resolver, usando os conhecimentos que detém. Como pesquisador sobre métodos de resolução de problemas, matemáticos ou não-matemáticos, sistematizou as quatro etapas para a resolução de problemas: compreensão; elaboração de um plano de ação; execução do plano elaborado; comprovação do resultado obtido (Polya, 2006).

Para Dante (2005), um problema é visto como toda situação que requeira a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para um aluno que tentar resolvê-lo, sendo primordial que o aluno estabeleça estratégias e elabore ideias para que o solucione. Dante ressalta que o aluno pode ter a clareza do objetivo a ser alcançado, mas o enfrentamento do problema só se dará se ainda não tiver meios para alcançar tais objetivos. E, para Van de Walle (2001 apud Onuchic; Allevato, 2012), todo problema pode ser entendido como um desafio proposto aos estudantes sem que eles sejam possuidores de conhecimentos prévios capazes de fazê-los obter a solução do desafio.

Voltando o olhar para a educação brasileira, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998) apresentam princípios que sustentam a RP como eixo organizador do processo de ensino-aprendizagem de Matemática e trazem interpretações do que é um problema:

- no processo de ensino-aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório (...);
- aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros (...);
- (...) o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (Brasil, 1998, p. 40-41).

Problema, segundo os PCN, “é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la” (Brasil, 1998, p.41). E a BNCC (Brasil, 2018) versa sobre os processos matemáticos de resolução de problemas que são considerados como instrumentos de valorização e de priorização da atividade matemática e, por conseguinte, são considerados concomitantemente objeto e estratégia para a aprendizagem dos alunos.

Apesar de a BNCC ser um documento que deve ser seguido por todas as instituições de Ensino Básico no país, não apresenta explicitamente nenhum direcionamento de como trabalhar o conteúdo

matemático através da RP. Quanto a esse tema, a proposta da BNCC, baseada no desenvolvimento de habilidades, se aproxima mais da ideia de “ensinar para a resolução de problemas, o que seria algo limitante quando se pensa em propor um ensino que leve os alunos a aprenderem Matemática e a resolverem problemas” (Proença; Campelo; Santos, 2022, p.12).

Por outro lado, aprender Matemática por meio da RP põe o estudante numa posição central no processo de ensino-aprendizagem, uma vez que, através dos desafios impostos pelos problemas propostos, é exigido dele o exercício de várias habilidades, tais como: leitura e compreensão, imaginação, iniciativa, criatividade, autonomia, análise de dados e resultados, verificação de suas experiências, dentre outras. Quanto ao papel do professor, a RP requer que ele esteja atento ao escolher os problemas, a fim de que sejam adequados aos conceitos que serão abordados e que possam promover discussões acerca desses conceitos e dos procedimentos matemáticos adotados (Allevato; Onuchic, 2021).

Onuchic (1999) sinaliza que a RP é uma importante ferramenta capaz de potencializar o processo de ensino-aprendizagem dos alunos, pois pode auxiliá-los no que diz respeito à compreensão de conceitos, processos e técnicas utilizados em cada unidade temática desenvolvida em sala de aula. A autora destaca ainda que a RP representa uma pavimentação para a construção de novos conhecimentos, como também deve ser aplicada àquilo que já foi construído anteriormente.

Para o ensino através da RP, Onuchic e Allevato sugerem um roteiro de 11 fases para aplicação em sala de aula: formação de grupos, preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária, busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição de novos problemas. Com as etapas plenária e busca de consenso, busca-se dar um direcionamento para a discussão em grupo das estratégias a serem utilizadas. O fomento da troca de ideias serve para que os estudantes debatam sobre os entendimentos e compreensões da atividade proposta, além de observarem as diferentes técnicas de abordagem e resolução. Isso propicia um esforço em conjunto na busca da solução da atividade (Martins; Andrade, 2021).

Estudo sobre Equação do Primeiro Grau

Morgado (2003) pontuou que, há tempos, as aulas sobre equação do primeiro grau vinham sendo ministradas reduzindo este conteúdo apenas à apresentação de uma série de regras, cuja origem, em aula, não era explicada para os alunos e tampouco eram apresentadas as diversas aplicações práticas e importantes pertinentes ao assunto. Esta preocupação do professor Morgado ainda se justifica nos dias de hoje, pois a perpetuação desse modelo de aula é reforçada por uma boa parcela dos materiais didáticos.

Quase de forma universal, livros e apostilas seguem a mesma ordem de apresentação do conteúdo: definição de equação do primeiro grau e de seus elementos constituintes; apresentação da forma geral, $ax + b = 0$, com $a \neq 0$; definição de raiz ou solução de uma equação; apresentação dos princípios aditivo e multiplicativo como regras de resolução; apresentação da ideia de equilíbrio, fazendo uma analogia entre uma balança de dois pratos com o sentido de igualdade entre os dois membros da equação; apresentação de outras formas de equações (fracionárias); e, somente por último, inserção de problemas.

No que tange ao conteúdo para o ensino da Álgebra, a BNCC destaca a necessidade de os alunos conectarem a relação entre incógnita e equação e que as técnicas de resolução de equações estejam associadas à necessidade de representação e de resolução de determinados tipos de problemas, não sendo a equação e a incógnita objetos de estudo que se encerra em si mesmo. Ademais, especificamente, sobre o ensino da equação do primeiro grau e a resolução de problemas, a BNCC, na unidade temática referente à Álgebra, discrimina os objetos de conhecimento e a habilidades a serem trabalhadas.

A Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (SMERJ), contempla, em seu documento normativo, a Matriz de Referência (Rio de Janeiro, 2022b), habilidades que têm o objetivo de serem norteadoras para avaliações bimestrais de processos cognitivos considerados essenciais para a construção do conhecimento nos devidos anos escolares e que estão de acordo com as habilidades descritas na BNCC. Para o sétimo ano, no terceiro bimestre, algumas de suas habilidades são voltadas para o ensino de equação do primeiro grau e a heurística da RP: (R6pMTal01) Calcular o valor desconhecido em uma igualdade, envolvendo adição, subtração, multiplicação ou divisão de números naturais, aplicando o conceito de operações inversas ou estratégias próprias; (R6pMTpr03) Resolver problemas com as informações apresentadas nas tabelas e nos gráficos de colunas, barras, linhas e setores; (R7pMTnu16) Reconhecer e resolver situações-problema com números inteiros, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).

Metodologia

O trabalho, baseado nos princípios de EC e da heurística da RP, foi desenvolvido em uma das duas turmas de sétimo ano da Escola Municipal Professor Gilberto Bento da Silva, situada em Campo Grande, bairro da Zona Oeste da cidade do Rio de Janeiro. A outra turma foi submetida ao processo de ensino tradicional, caracterizado por aulas expositivas e pelo comportamento mais passivo do aluno. O tema explorado nas duas turmas foi o ensino de equação do 1º grau. Buscou-se, ao fim do

experimento, através de uma análise qualitativa, tecer um comparativo de desempenho entre as duas turmas e verificar quais contribuições e ganhos que o EC e a RP foram capazes de promover.

O grupo controle desempenha um importante papel para garantir a validade e a confiabilidade dos resultados de um determinado estudo. Na comparação entre os resultados da turma em que foi desenvolvida a atividade ancorada no esquema colaborativo em resolução de problemas e os resultados da turma de controle, é possível determinar, com maior precisão, os efeitos reais da intervenção pedagógica (Bailey, 2008). Dessa forma a finalidade da turma de controle é oferecer um marco de referência na avaliação da eficácia da proposta pedagógica. Vale mencionar que a ausência do grupo de controle não inviabiliza a avaliação do experimento, pois os resultados observados podem ser comparados com experimentos anteriores ou com a conjectura do professor baseada no histórico escolar dos alunos (Rossi; Freeman, 1989).

Um dado relevante para o experimento foi o fato de estar inserido no segundo ano de pandemia da COVID-19. Assim, a escola passou a funcionar numa rotina adaptada à nova realidade, caracterizada por: em 2020, cancelamento das aulas presenciais e uma tentativa precária, por parte da SMERJ, de minimizar os danos, através de um sistema de ensino a distância (ineficiente); em maio de 2021, houve aulas semipresenciais, com rodízio de alunos, baixíssima frequência e tempos de aula reduzidos; e, no segundo semestre de 2021, ocorreu o retorno às aulas presenciais, porém sem obrigatoriedade de presença, fator que prejudicou bastante o desenvolvimento do experimento.

A turma em que se deu a sequência didática envolvendo a RP sob a ótica de um EC foi composta de 30 alunos, enquanto a outra possuía 40 alunos. As faixas etárias das duas turmas eram similares, de 12 a 13 anos, e a maior parte dos alunos era egressa de escolas da rede pública.

Como não havia nenhuma avaliação anterior que pudesse fornecer dados de desempenho sobre os alunos, o professor optou por permitir que os alunos realizassem a organização dos grupos, impondo algumas condições: que cada grupo não tivesse mais de três alunos oriundos da mesma instituição de Ensino Fundamental e que respeitassem o limite máximo de 6 alunos por grupo.

Quanto às atividades, após a organização dos grupos, o professor planejou, para fase de execução, seis aulas: uma por semana, com duração de uma hora e quarenta minutos cada. Nas três primeiras, os alunos teriam que se debruçar, em grupo, sobre três problemas propostos cujo objetivo era desenvolver o tema bimestral, equação do 1º grau. Cada problema era dividido em subitens a fim de explorar conceitos matemáticos em situações que visavam aproximar a realidade dos alunos ao universo da Matemática.

A quarta aula foi reservada para apresentações, em grupo, das soluções encontradas e promover discussões e reflexões acerca dos resultados obtidos durante o desenvolvimento dos problemas, dos diferentes caminhos traçados, dos conceitos inseridos e dos progressos na socialização

promovidos pelo EC adotado na turma. Para a quinta e a sexta aulas, foram reservadas duas avaliações, uma em grupo e outra individual.

Todos os problemas propostos para a turma foram retirados do material pedagógico intitulado “Material Teórico – Módulo de EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU” –, cuja autoria é do professor Francisco Bruno Holanda e tem como revisor o professor Antônio Caminha Muniz Neto, do Portal da Matemática – OBMEP⁵. As atividades foram adaptadas para atender os objetivos do experimento, a Matriz de Referência da Coordenadoria de Avaliação da SMERJ e as habilidades previstas na BNCC para serem trabalhadas com estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Aula 1 – Atividade 1

Uma escola recebeu do governo uma verba de R\$ 1.000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados e concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastaria um selo de R\$ 0,65, enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R\$ 0,65, um de R\$ 0,60 e um de R\$ 0,20. O diretor solicitou que fossem comprados selos de modo a possibilitar a postagem de exatamente 500 folhetos do segundo tipo, assim como uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do maior número possível de folhetos do primeiro tipo.

- Quantos selos de R\$ 0,65 foram comprados?
- Escrever a sentença matemática que representa a situação-problema apresentada.
- Ao escrever a sentença matemática, houve a utilização de incógnita ou variável?
- Utilizando a sentença matemática do item (b), verifique se a solução do problema, obtida no item (a), pertence realmente ao conjunto solução.

Aula 2 – Atividade 2

Uma fábrica de camisas usa a seguinte expressão matemática para obter os custos de produção mensal em função da quantidade de camisas produzidas: $C(x) = 5000 + 15 \cdot x$, onde x representa a quantidade de camisas, $C(x)$ é o custo, em reais, na produção dessas x camisas. E, essa mesma fábrica possui um preço de venda unitário de camisa igual a R\$ 25,00

- Complete o quadro 1 a partir dos dados fornecidos:

Quadro 1 - Demonstração Financeira da Produção

Mês de Produção	Quantidade de camisas produzidas (x)	Custo de produção ($C(x)$)	Receita obtida nas vendas das camisas	Lucro obtido com as vendas das camisas produzidas
-----------------	--	------------------------------	---------------------------------------	---

⁵ Disponível em <<https://portaldabmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=44>>. Acesso em: 10 dez. 2018.

Janeiro	1000			
Fevereiro	2000			
Março	1500			
Abril	2500			
Maio	3000			

Fonte: Os autores, 2022.

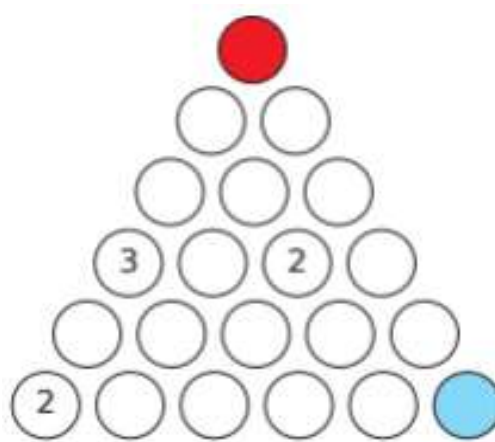
- b) Com base no que foi feito para completar a tabela acima, na sentença $C(x) = 500 + 15 \cdot x$, C e x são usadas como variáveis ou incógnitas?
- c) Defina Receita de Vendas e obtenha uma sentença matemática que, a partir da produção x de camisas, permita calcular a receita de vendas.
- d) Defina Lucro e obtenha uma sentença matemática que, sabendo a produção x de camisas, permita calcular o lucro das vendas.
- e) Se o lucro do mês de junho ficou em R\$ 2.000,00, qual foi a quantidade x de camisas produzidas? Determine uma sentença matemática que retrate essa situação. E, utilizando-a, verifique se a solução encontrada satisfaz a sentença obtida.

Aula 3 – Atividade 3

Números naturais devem ser escritos dentro de cada círculo vazio da figura 1, de modo que a soma dos números escritos em três círculos alinhados e consecutivos seja sempre a mesma.

- (a) Qual número deverá ser escrito no círculo vermelho?
- (b) Mostre que a soma de todos os números escritos é um múltiplo de 7.
- (c) Para que a soma de todos os números escritos seja 63, qual número deverá ser escrito no círculo azul?

Figura 1 – Triângulo Numérico.



Fonte: Portal OBMEP, 2018.

Aula 4 – Atividade 4

A quarta aula foi reservada para a exposição das resoluções, desenvolvidas pelos grupos, a fim de que houvesse um compartilhamento de conhecimentos e experiências, adquiridas na fase anterior.

Aula 5 – Avaliação em Grupo

A quinta aula foi reservada para a avaliação em grupo. Os problemas foram adaptados da mesma fonte daqueles utilizados nas três primeiras aulas, porém com um grau de dificuldade bem menor, pois os três teriam que ser executados em uma única aula. O tempo previsto para avaliação era de uma hora e quarenta minutos.

Modelo da avaliação

1ª Questão

Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para adultos o equivalente ao dobro do valor cobrado para crianças. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R\$ 8.125,00. Com base nessas informações, determine:

- as expressões matemáticas que podem representar os valores pagos por cada adulto e cada criança dessa família;
- a equação que corresponde, matematicamente, ao problema proposto, achando o conjunto solução;
- a quantia paga por cada adulto;
- observados os itens (a) e (b), o que se pode afirmar sobre a diferença de variável e incógnita.

2ª Questão

João e Marcelo passaram alguns meses guardando dinheiro para comprar uma bicicleta de R\$ 380,00. Ao final de 6 meses, os dois irmãos haviam juntado o mesmo valor, mas ainda faltavam R\$ 20,00 para pagar a bicicleta. Determine equação matemática que representa esta situação e resolva a equação apresentando sua solução, ou seja, quanto dinheiro cada um conseguiu poupar.

3ª Questão

Em um torneio de tênis, são distribuídos prêmios em dinheiro para os três primeiros colocados, de modo que o prêmio do segundo colocado é a metade do prêmio do primeiro, e o terceiro colocado ganha a metade do que recebe o segundo. Se são distribuídos R\$350.000,00, determine:

- as expressões matemáticas correspondentes aos prêmios do primeiro, segundo e terceiro colocados, respectivamente;
- a equação matemática que representa a situação proposta pelo problema e sua solução;
- quanto coube de premiação para cada um dos três primeiros colocados.

Aula 6 – Avaliação Individual

A SMERJ, através da sua Coordenadoria de Avaliação, realiza no final de cada bimestre uma avaliação da rede de ensino denominada Atividades Diagnósticas em Rede (ADR). As ADR são definidas no documento intitulado Calendário Pedagógico, como “avaliações formativas e processuais, que fornecem elementos para a formulação e o monitoramento de políticas públicas, bem como o redirecionamento de práticas pedagógicas” (Rio de Janeiro, 2022a, p. 20). Ou seja, na prática, a cada final de bimestre, os alunos são submetidos a uma avaliação com questões objetivas que verifica o desenvolvimento dos alunos no que tange ao domínio das habilidades previstas na Matriz de Referência.

Por esse fato, foi adotada, para avaliação das turmas de sétimo ano, a Avaliação Diagnóstico do quarto bimestre para realizar o comparativo de rendimento entre a turma que passou pela experiência de ensino-aprendizagem sob a ótica do EC e da RP e a outra turma, que seguiu a programação de conteúdo e atividades de exercícios contidas na apostila pedagógica desenvolvida pela própria SMERJ.

Resultados

Apresentamos nesta seção os resultados obtidos nas seis aulas em que as atividades foram desenvolvidas. Para as atividades 1, 2 e 3, descrevemos de forma mais detalhada o comportamento dos grupos nos quadros 2, 3 e 4, respectivamente.

Em relação à atividade 1, os alunos apresentaram dificuldade em leitura, o que comprometeu a compreensão do problema, obrigando o professor a prestar auxílio. Apresentaram também dificuldade em operar números decimais e em compreender como trabalhar em grupo de forma colaborativa. Apesar disso, houve uma interação efetiva entre os membros do grupo, porém, após a intervenção do professor.

Quadro 2 – Atividade 1

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Dificuldade em leitura	X	X	X	X	X
Dificuldade em operar com números decimais	X	X	X	X	X
Segmentação das tarefas dentro do grupo	X	X		X	X
Interação espontânea entre os membros do grupo					X
Dificuldade em trabalhar colaborativamente	X		X	X	
Tendência a hierarquização de funções	X	X		X	

Fonte: Os autores, 2024.

Na segunda atividade, o professor teve que auxiliar os grupos na leitura do enunciado e propor vários exemplos para que os alunos compreendessem o conceito de custo nas relações comerciais. Os grupos tiveram muita dificuldade para compreender a equação que relacionava o custo de produção das camisas à quantidade de camisas produzidas. O professor precisou interferir, utilizando exemplos que se aproximavam da realidade dos alunos como, por exemplo, o custo da conta de energia elétrica e da de água em função do consumo mensal da família. Em um dos grupos havia alunos dispersos, que demandaram do professor um acompanhamento mais efetivo, a fim de que as tarefas fossem executadas.

Quadro 3 – Atividade 2

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Dificuldade em leitura	X	X	X	X	X
Dificuldade em compreender a relação entre custo de produção e quantidade de camisas	X	X	X	X	X
Deixou pelo menos um item em branco	X		X	X	
Não concluiu a tarefa no período previsto			X		
Precisou de muita interferência do professor				X	
Dificuldade no preenchimento da tabela				X	

Fonte: Os autores, 2024.

Mais uma vez o professor teve que auxiliar os grupos na leitura do enunciado. Alguns alunos demonstraram não saber o significado da expressão “três círculos alinhados e consecutivos” no enunciado. O professor propôs que os alunos pesquisassem, no dicionário, o que significava alinhamento. Para recuperar o conceito de consecutivo, o professor recapitulou o estudo do conjunto dos números naturais e como ele foi criado através dos axiomas de Peano, vistos em aulas anteriores. Nesta terceira atividade, os alunos aceitaram melhor o trabalho colaborativo. O grupo 5 não compareceu.

Quadro 4 – Atividade 3

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Dificuldade de leitura	X	X	X	X
Desconhecimento dos termos “alinhado” e “consecutivo”	X		X	X
Não entendimento correto do conceito de múltiplo de um número		X	X	
Dificuldade na montagem de uma equação do 1º grau		X		X

Fonte: Os autores, 2024.

O índice de faltosos na aula 4 foi significativo, fato que comprometeu o andamento do roteiro das aulas. Os alunos presentes manifestaram insegurança e resistência em participar da aula expositiva. Alguns poucos grupos se encorajaram e tentaram fazer uma apresentação, mas limitaram-se a escrever no quadro as resoluções que encontraram. Em seguida, o professor corrigiu todos os problemas, dando ênfase aos itens que os grupos não conseguiram concluir ou fazer, e deu por encerrada essa fase. Por conta desse posicionamento dos alunos em relação à aula expositiva, foi possível deduzir que ainda não estavam devidamente preparados para assumir o protagonismo que um EC prevê.

A quinta aula, em que houve a avaliação em grupo, não foi concluída com êxito, pois os alunos, em sua grande maioria, faltaram a avaliação e os que compareceram se mostraram descompromissados e desmotivados em terem que realizar a prova. Os grupos estavam incompletos, o que levou à necessidade de reconfigurá-los com os alunos presentes. Dos cinco grupos com seis alunos que foram formados inicialmente, nessa fase de avaliação, só foi possível formar quatro grupos de três alunos. Em boa parte dos grupos, apenas um ou dois alunos tinham a iniciativa de tentar resolver os problemas.

Por conta do contexto de COVID-19, como já foi mencionado, a presença dos alunos nas aulas não era obrigatória. Isso gerou, durante todo o desenrolar do experimento, uma inconstância nos grupos durante as aulas, ou seja, os grupos quase nunca estavam completos.

As duas turmas fizeram as avaliações individuais no mesmo dia e horário e tiveram o mesmo tempo para realizá-las. Como acontecera nas atividades da aula de apresentação em grupo e da aula de avaliação em grupo, o índice de faltosos foi acima de 80%. Esse fato foi creditado pela equipe pedagógica do colégio à falta de obrigatoriedade de presença, em razão do período de pandemia, e ao próprio desinteresse dos alunos em participar de avaliações por estarem, há mais de um ano, fora do ambiente e da rotina escolar. Os poucos alunos presentes entregaram as provas praticamente em branco, tendo feito a prova num tempo inferior ao mínimo esperado. Logo, a título de comparação de rendimento, sob uma análise quantitativa, não foi possível chegar a uma conclusão sobre os efeitos da experiência baseada no EC e na RP em relação à abordagem tradicional.

Mas, quanto a uma análise qualitativa, é possível destacar aspectos positivos sobre o ensino pautado na RP sob ótica do EC:

- embora, inicialmente, os alunos tenham sentido um certo desconforto com a nova disposição da sala, com a nova postura do professor, com a necessidade de terem que interagir entre eles sobre assuntos propostos em aula, com o tempo, mostraram-se mais à vontade e encorajados em participar das decisões e ações dentro do grupo;

- alunos que, anteriormente, só dormiam em aula, passaram a ficar mais concentrados no processo de busca de uma solução para um problema proposto, percebendo que suas colocações, mesmo estando erradas, não eram refutadas de imediato pelo professor, os alunos eram levados a refazer o caminho do raciocínio lógico para verificar, passo a passo, o fundamento de suas colocações;
- através do experimento, foi possível atestar que a maneira como os alunos lidaram com a Matemática num ambiente colaborativo foi mais tensa, porém mais eficiente, principalmente, sob o ponto de vista da socialização, quando comparada à dos alunos da outra turma, pois, em geral, estes estavam mais preocupados em apenas copiar os conteúdos do quadro;
- as aulas no ambiente de EC demandaram do professor: habilidade de gestão de grupos; capacidade de planejar atividades realizáveis pelos alunos e que pudessem criar pontes entre a Matemática e aspectos do contexto social; uma postura de saber ouvir, provocar e intervir; e de observar seus alunos a fim de fazer a leitura correta de suas atitudes e visões.
- o EC foi importante também na questão do acolhimento de um aluno que fora diagnosticado com transtorno do espectro autista. Segundo a sua responsável, ele passou a manifestar o desejo de ir ao colégio, por conta das aulas de Matemática, pois lhe dizia que “tinha um grupo de amigos que precisava dele para fazer trabalho”. Por sua vez, foi uma boa experiência para o restante do grupo, porque tiveram que aprender a lidar com um aluno que tinha características e necessidades muito diferentes das suas.

Considerações Finais

Este trabalho envolveu uma abordagem alicerçada em um EC e na heurística de RP para desenvolver o ensino de equação do primeiro grau com alunos do Ensino Fundamental.

Lecionar sob a ótica de um EC não é uma tarefa fácil para professores, pois a implementação de atividades baseadas nessa proposta exige do professor conhecimento dos princípios e das características mais relevantes dessa abordagem. Desse professor é exigido ter a expertise de administrar grupos (estimular e mediar conflitos), realizar planejamentos de ações que estejam focadas nos alunos, e não exclusivamente centradas no professor e no conteúdo, desenvolver capacidade de escutar, dando o protagonismo das ações aos alunos. As situações de conflito são encaradas como fontes para suscitar discussões a fim de chegar a um consenso, fruto da soma das interações.

Associar um EC à heurística da RP, no ensino da Matemática, para o Ensino Fundamental, é uma combinação que encontra respaldo na própria BNCC, uma vez que este documento traz de forma clara, em seu texto referente às competências específicas, várias particularidades que direcionam e

apontam para o incremento do EC e da RP no processo de ensino-aprendizagem dos alunos. A BNCC, em suas especificidades, propõe que se olhe para a Matemática e a reconheça como um ramo científico cuja origem advém das relações humanas presentes em diferentes berços culturais. A partir do enfrentamento de situações-problema, reais ou imaginários, é que a Matemática demonstra todo o seu potencial de estimular as interações interpessoais, de desenvolver formas de linguagens e registros que contribuam para trabalhos coletivos que se propõem a responder os questionamentos humanos ao longo do tempo e da sua estrada evolutiva (Brasil, 2018).

A mudança na prática didática, com a adoção do EC e da RP, é um despertar para uma nova perspectiva na dinâmica de sala de aula, nas relações interpessoais e na relação entre os alunos e a Matemática. Porém, está longe de ser o único caminho didático para solução de alguns dos problemas enfrentados na educação brasileira, sobretudo no ensino da Matemática: baixo rendimento escolar; conflitos nas relações interpessoais (professor-aluno, aluno-aluno); alto índice de desinteresse do aluno em relação aos conteúdos matemáticos; e falta de estímulo por parte do professor na execução das suas tarefas didáticas cotidianas.

O experimento, realizado com os alunos do sétimo ano da Escola Municipal Professor Gilberto Bento da Silva, demonstrou que o EC conjugado com a RP foi capaz de promover mudanças significativas, mais especificamente, no que trata do cotidiano de sala de aula: melhora das relações interpessoais (professor-aluno, aluno-aluno) e melhora da relação do aluno com o conteúdo abordado, isto é, os alunos demonstraram uma melhor disposição para as discussões sobre a Matemática e suas aplicações. Denunciou também que o tempo é um fator importante para a implementação e consolidação de práticas baseadas no EC e na RP. Um único bimestre é muito pouco para que alunos e professores consigam desenvolver todas as potencialidades que estas ferramentas possuem e, com isso, obter resultados mais expressivos. Inserir essas práticas no planejamento anual é uma sugestão para que gradativamente professores e alunos possam fazer delas ferramentas para melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e o convívio dos alunos entre si.

Recebido em: 03/05/2024
Aprovado em: 04/08/2024

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 2. ed. São Paulo: Paco Editorial, 2021.p. 33-47.

AMONACHVILI, C. La pedagogía cooperativa y la humanización del proceso pedagógico. **Perspectivas**, v.19, n. 4, p. 629, 1989.

- ARRELIAS, J. S; BERNARDO, A. M. G; OLIVEIRA, C. M. de. Reflexões sobre aprendizagem colaborativa e uso de TIC na educação profissional e tecnológica. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 10, e26111032327, 2022.
- BAILEY, R. A. **Design of comparative experiments**. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - Educação Infantil e Ensino Fundamental**. MEC. Brasília, DF, 2018.
- CASTRO BARBOSA, A. C.; CONCORDIDO, C. F. R. Ensino Colaborativo em Ciências Exatas. **Ensino, Saúde e Ambiente**, v.2, n.3, p 60-86, 2009.
- CHACÒN, I. M. G. **Matemática Emocional: os afetos na aprendizagem matemática**. Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- DANTE, R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.
- DEL RIO, V. L.; CASTRO BARBOSA, A. C. C.; COSTA, M.V. T. Uma Experiência com um Esquema Colaborativo no Ensino de Funções no PEJA. **e-Mosaicos**, v. 7, n. 16, dez. 2018.
- FIRMINO, J. E. C.; BROTTTO, T. C. A. Raciocínio, Heurísticas e resolução de problemas: um diálogo teórico-conceitual. **Mosaico: estudos em psicologia**. Belo Horizonte, v. III, n. 1, p. 1-12, 2009.
- GABASSA, V.; MELLO, R. R.; BRAGA, F. M. Comunidades de aprendizagem: uma possibilidade para a escola contemporânea. In: Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, 16., 2012, Campinas, **Anais...** Campinas: Junqueira & Marin Editores, 2012, p. 12.
- GONÇALVES, J. L. O. Raciocínio heurístico e a resolução de problemas. **Reuni-Revista Unijales**, São Paulo, n. 1, p. 1-13, 2006.
- MALONEY, D. Research on Problem Solving: Physics. In: GABEL, D. L. (Ed.). **Handbook of Research on Science Teaching and Learning**. New York: Macmillan Publishers Company, 1994.
- MARTINS, F. C.; ANDRADE, S. Representações Múltiplas no ensino de Álgebra e Resolução de Problemas: aspectos teóricos e práticos. **REMATEC**. Belém, v. 16, p. 277-294, 2021.
- MORGADO, A. C. **Equações do Primeiro Grau – 1ª parte**. Curso do Programa de Aperfeiçoamento de Professores de Matemática do Ensino Médio. Youtube, julho de 2003. Disponível em: <[http://www.impa.br](http://wwwimpa.br) | <http://impa.br/videos> > Acesso em: dez 2022.
- NITZKE, J.; CARNEIRO, M. L. F.; GELLER, M.; SANTAROSA, L. C. Criação de Ambientes de Aprendizagem colaborativa. In: X Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 1999, Curitiba. **Anais ...** Disponível em: < <http://penta.ufrgs.br/pgie/sbie99/acac.html> >. Acesso em 09 jan. 2024.

ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem através da Resolução e Problemas. In: BICUDO, M. A.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2012.

PANITZ, T. **A definition of collaborative vs cooperative learning**: A Comparison of the Two Concepts Which Will Help Us Understand the Underlying Nature of Interactive Learning. 1999. Disponível em: <<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED448443.pdf>>. Acesso em: 16 mar 2024.

PERALES PALACIOS, F. J. La resolución de problemas: una revisión estructurada. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 11, n. 2, p. 170-178, 1993.

PICHON-RIVIÈRE, E. **O Processo Grupal**. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PROENÇA, M. C.; CAMPELO, C. S. A.; SANTOS, R. R. Resolução de Problemas na BNCC: reflexões para a sua inserção no currículo e no ensino de Matemática no Ensino Fundamental. **Rencima**, São Paulo, v. 13, n. 6, p. 1-20, dez. 2022.

REZENDE, M. V. de. Aprendizagem Colaborativa e Mediação Pedagógica em Curso de Extensão Universitário. **Revista Texto Livre: Linguagem e Tecnologia**, UFMG, v.7, n.1, p. 68-83. 2014.

RIO DE JANEIRO. Secretaria Municipal de Educação. **Calendário Escolar Pedagógico**. SMERJ. Rio de Janeiro, RJ, 2022a.

RIO DE JANEIRO. Secretaria Municipal de Educação. **Matriz de Referência**. SMERJ. Rio de Janeiro, RJ, 2022b.

ROSSI, P.; FREEMAN, H. **Evaluación**: un enfoque sistemático. New York: Sage, 1989.

SÁENZ, J. L. Enseñar para comprender la Biología: las situaciones problema como tópicos generativos. *II Jornada de Enseñanza y Investigación Educativa en el Campo de Ciencias Exactas y Naturales*. Universidad Nacional de la Plata, Argentina, 2009. Disponível em: <<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/16528>>. Acesso em: 16 Mar 2024.

TORRES, P. L.; ALCANTARA, P. R.; ILARA, E. A. F. Grupos de Consenso: Uma Proposta de Aprendizagem Colaborativa para o Processo de Ensino-Aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 4, n.13, p.129-145, set./dez. 2004.

TRACHTENBERG, L.; BARBASTEFANO, R.; STRUCHINER, M. Ensino Colaborativo Online (ECO): uma experiência aplicada ao ensino da Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, nº 37, p. 1037 a 1061, dez. 2010.