

Percepções sobre o Ensino de Fração a partir de uma Revisão de Literatura com Foco em Práticas Docentes e Uso de Materiais Didáticos

Perceptions on the Teaching of Fractions from a Literature Review with a Focus on Teaching Practices and Use of Didactic Materials

Maria Dilcilene Alves da Costa¹

José Carlos de Souza Pereira²

RESUMO

Este artigo objetiva expor percepções sobre o ensino de fração a partir de uma revisão de literatura com foco em práticas docentes e uso de materiais didáticos. Essa revisão de literatura é parte integrante de uma pesquisa de Mestrado Profissional em andamento. A revisão explora a importância de metodologias inovadoras e o uso de materiais concretos para facilitar a compreensão dos conceitos fracionários, discute a necessidade de uma abordagem que transcenda a memorização de regras e algoritmos e promova um entendimento mais significativo sobre as frações, e expõe, ainda, os desafios enfrentados pelos professores e a necessidade de uma formação continuada que inclua estratégias eficazes para o ensino de frações. A metodologia adotada é a pesquisa bibliográfica, que coleta informações sobre a temática abordada em dissertações e teses, disponíveis no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Os resultados indicam que uma mudança nas práticas de ensino, apoiada por uma formação docente contínua e pelo uso adequado de materiais didáticos, pode transformar a forma como as frações são ensinadas e compreendidas atualmente no Ensino Fundamental dos anos iniciais.

Palavras-chave: *Revisão de Literatura; Pesquisa Bibliográfica; Ensino de Frações.*

ABSTRACT

This article aims to expose perceptions about teaching fractions based on a literature review focusing on teaching practices and the use of teaching materials. This literature review is part of a current ongoing Professional Master's degree research. The review explores the importance of innovative methodologies and the use of concrete materials to facilitate the understanding of fractional concepts, discusses the needs for an approach that transcends the memorization of rules and algorithms, which promotes a more meaningful understanding of fractions, and expose the challenges faced by teachers and the need for continued training that includes effective strategies for teaching fractions. The methodology is bibliographical research in dissertations and theses, collected on the journal portal of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES). The results indicate that changing teaching practices, supported by continuous teacher training and the appropriate use of teaching materials, can change the way fractions are currently taught and understood in the early years of elementary schools.

Keywords: *Literature Review; Bibliographical Research; Fractions teaching*

¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC), Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará. Professora efetiva da Secretaria de Educação do Município de Bragança, Pará, Brasil. E-mail: dilci.lene.costa.40@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6463-2860>.

² Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas – Área de Concentração em Educação Matemática. Professor efetivo da Secretaria de Estado de Educação do Estado do Pará. Professor Permanente do Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC), Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará. E-mail: jsouzaper@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4797-0023>.

Introdução

A compreensão dos conceitos de fração na sala de aula é uma tarefa desafiadora para o professor devido à crescente diversidade de demandas educacionais presentes na prática educativa. De acordo com Bertoni (2009), pesquisas e avaliações indicam que frações são um dos tópicos mais questionados pelos alunos do ensino fundamental, que apresentam um baixo rendimento identificado nesse quesito.

Pesquisas indicam que o ensino e a aprendizagem de frações possuem uma problemática abrangente (Sant'Anna; Mandarin, 2022). Por isso, propostas pedagógicas inovadoras são escassas, prevalecendo métodos tradicionais que se concentram na identificação dos termos de uma fração e nas representações fracionárias, frequentemente com o uso de figuras geométricas divididas em partes iguais e pintadas parcialmente.

Bertoni (2009) e Silva (1997) afirmam que o entendimento dos números naturais por si só pode dificultar o aprendizado dos números fracionários. Muitas crianças enfrentam um processo semelhante aos que aparecem na História da Matemática (Eves, 2011), pois, para elas, apenas os números naturais têm significados verdadeiros, porque o seu conhecimento numérico está associado a essa contagem numérica do dia a dia (Ciscar; García, 1997). Além disso, ao começarem a estudar frações, as crianças tentam utilizar o conhecimento que possuem, tratando as frações como dois números naturais dispostos um sobre o outro (José, 2021).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997) destacam que o estudo dos números racionais deve ser introduzido nos anos iniciais com o objetivo de “levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas” (Brasil, 1997, p. 67).

Assim, para compreendermos com mais ênfase essa temática, realizamos uma pesquisa bibliográfica com apontamentos iniciais sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações. Dessa forma, o objetivo principal, neste artigo, é expor percepções sobre o ensino de fração a partir de uma revisão de literatura com foco em práticas docentes e no uso de materiais didáticos.

O texto do artigo contém aspectos teóricos da pesquisa, a metodologia e os resultados de nossa investigação sobre o tema e termina com as considerações finais. Assim, acreditamos que este texto oferece aos leitores informações panorâmicas e significativas sobre o Ensino de Fração em Práticas Docentes.

Aporte Teórico Básico

Temos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) as recomendações para que os alunos do 2º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental iniciem o estudo de frações. Nessa fase, o

aprendizado é feito de forma intuitiva, utilizando materiais concretos que ajudam as crianças a visualizarem e manipularem as frações. Ou seja, temos o ensino do objeto fração viabilizado por recursos didáticos manipuláveis que facilitam a aprendizagem de conteúdos considerados difíceis na matemática, não só para os alunos, mas também para os professores que ensinam esse componente curricular nessa etapa do ensino básico.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (Brasil, 1997) e na BNCC (Brasil, 2018) encontramos a ideia de fração como quociente, parte-todo e razão, introduzindo a construção do conceito de número racional, seja na representação fracionária seja na forma decimal. Com isso, percebemos que a ideia de fração como parte-todo está presente em muitos livros (Ciscar; García, 1997; Giovanni Junior, 2021; Pinhal, 2022), bem como no currículo do 2º, 3º, 4º e 5º ano de escolaridade dos anos iniciais por meio das ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima parte. Porém, essas ideias estão, sobretudo, associadas à concepção de números naturais. É do 6º ano até o 9º ano do Ensino Fundamental que se inicia o estudo com número racional na representação fracionária com significados de quociente, operador, razão e medida.

Contudo, o ensino de frações não deve ser restrito a uma abordagem mecânica, focada apenas na memorização de regras e na aplicação direta de técnicas. Pinhal e Souza (2022, p. 6) ressaltam que o conceito de fração parece simples, mas possui diversas facetas que nem sempre estão no discurso didático do professor em sala de aula, o que “[...] têm conduzido a dificuldades no entendimento das operações aritméticas com frações e de novos conceitos matemáticos que estão relacionados com esse conceito [...]”. Além disso, “[...] o ensino e a aprendizagem do conceito de fração frequentemente ocorrem de maneira mecanizada, por meio de repetições de regras e algoritmos, sem que os alunos construam significado para o que estão realizando” (Pinhal; Souza, 2022, p. 6).

Ciscar e García (1997) enfatizam que as novas tecnologias, a exemplo das calculadoras, poderiam modificar o ensino de frações e abordar vários significados mais complexos envolvendo os números fracionários.

Tradicionalmente, os currículos de matemática nos níveis elementares davam grande ênfase ao desenvolvimento de muitos procedimentos mecânicos e rotineiros, em particular, os algoritmos de cálculo da Aritmética.

Atualmente, com a chegada das calculadoras, a eficiência e rapidez de cálculo dos alunos, e do ser humano em geral, perdeu muito do seu valor. Isto deverá implicar em uma diminuição do tempo dedicado à prática algorítmica, especialmente expressões complicadas, utilizando-a para aprofundar os conceitos, incluir temas não considerados até agora e desenvolver competências de nível cognitivo superior, como cálculo aproximado, estimativa etc. (Ciscar; García, 1997, p. 29, tradução nossa).

A existência de vários significados para frações pode ser abordada para uma compreensão mais ampla do conceito de fração, conforme ilustrado na Figura 01.

Figura 01: Quadro com significados das frações

Significado	Definição	Exemplo
Parte/todo	Partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $1/n$. Um procedimento de dupla contagem, das partes do todo e das partes tomadas, no geral, é o suficiente para solucionar o problema.	Uma jarra com suco foi dividida entre 3 copos. João bebeu um copo. Que fração representa o que ele bebeu da jarra?
Quociente	A fração indica uma divisão e seu resultado. Nas situações de quociente, temos duas variáveis, sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador.	Em uma festa foram distribuídos 2 bolos para 6 crianças igualmente. Quanto cada uma vai receber?
Probabilidade	A fração representa a chance de um evento ocorrer. (numero de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis).	Jogando uma vez um dado que fração representa a possibilidade de tirar o número 3 ou 4?
Operador multiplicativo	A fração é um valor escalar aplicado a uma quantidade, ou seja, um multiplicador da quantidade indicada.	Numa jarra contendo 900ml de suco Pedro bebeu $1/3$ do líquido. Quantos mililitros ele bebeu?
Número	A fração é um número em si, não sendo necessário que expresse uma relação ou contexto para ser compreendida numa dada situação.	Onde posso marcar na reta numérica $1/3$?
Medida	Comparação na qual a fração está relacionada à pergunta quantas vezes? Neste caso, uma determinada parte é tomada como referência para se medir uma outra.	Tomando a reta CD como unidade de medida, quanto mede AB? A ___ B C ___ D Outro caso: Quantos copos de $1/3$ litro são necessários para encher um balde de 15 litros?
Razão	A fração refere-se a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.	Para fazer um suco de laranja eu misturo numa jarra 2 copos de água para 1 de concentrado. Que fração de concentrado eu tenho na jarra?

Fonte: CAVALCANTI; GUIMARÃES, s/d, p. 3.

Outro aspecto importante no ensino de frações é a formação dos professores, um desafio considerável nessa área da matemática. A complexidade do tema, com seus diversos significados e conceitos, pode deixar o professor com a sensação de estar despreparado para ensinar frações. Cardoso e Mamede (2023) indicam algumas fragilidades e desafios enfrentados pelos professores do ensino fundamental no ensino de frações, tais como: fragilidade no conhecimento matemático dos professores sobre o conceito de fração; dificuldades na tradução de diferentes modos de representação de frações, essencial para o ensino desse objeto, e problemas na resolução de situações que envolvem quantidades discretas e na marcação de números fracionários na reta numérica.

As constatações das fragilidades e dificuldades (Cardoso; Mamede, 2023) comprometem a capacidade dos docentes de ensinar frações de maneira clara e compreensível para os alunos. A fim de superar esses desafios, vemos que a formação contínua de professores, voltada para a compreensão dos diferentes significados de fração e a aplicação de estratégias didáticas que facilitem a aprendizagem dos alunos, pode modificar esse cenário indicado pelos autores.

Além das dificuldades mencionadas por Cardoso e Mamede (2023), existem os problemas relacionados ao saber que os alunos possuem, a exemplo dos números naturais. Silva (1997) observa que o conhecimento dos números naturais constitui um obstáculo ao aprendizado dos números

fracionários. As crianças, ao iniciarem o trabalho com frações, tentam aplicar os conhecimentos que já possuem, tratando as frações como dois números naturais que estão escritos um em cima do outro. Essa observação ressalta a necessidade de superar essa concepção inicial para desenvolver uma compreensão mais acertada do que são os números fracionários. Acrescente-se que o ensino de frações enfrenta desafios significativos, incluindo a abstração do conceito para os alunos, a transição entre o concreto e o abstrato e o uso de métodos pedagógicos que não favorecem uma aprendizagem significativa aos alunos (Cardoso; Mamede, 2023).

Metodologia

Esta pesquisa bibliográfica, fundamentada em dissertações e teses, visa expor percepções sobre o ensino de fração a partir de uma revisão de literatura com foco em práticas docentes e no uso de materiais didáticos. Essas pesquisas foram realizadas em âmbito nacional e abordam o objeto fração. Dessa maneira, para este artigo, fizemos uma pesquisa no Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), limitada ao intervalo dos últimos dez anos, compreendendo o período de 2013 a 2023, em busca de dissertações e teses relacionadas ao ensino de frações, norteadas pelo objetivo deste artigo.

Inicialmente, frisamos que, durante as buscas, utilizamos as seguintes palavras-chave: “ensino de frações”, “fração nos anos iniciais”, “material concreto no ensino de frações”. Encontramos o quantitativo de trabalhos conforme especificações mostradas no Quadro 01.

Quadro 01: Resultado da busca por palavras-chave no site da CAPES

Palavra-chave	Resultados Obtidos
Ensino de frações no Ensino Fundamental	61
Fração nos Anos Iniciais	51
Organização Praxeológica no ensino de fração	01
Material concreto no ensino de fração	01

Fonte: Elaboração dos autores.

A leitura dos resumos de todas as pesquisas serviu para verificarmos se elas se enquadravam na temática de nossa pesquisa. Isso serviu de filtro para selecionamos oito dissertações e duas teses, de acordo com os requisitos que elegemos (intervalo temporal e temática sobre ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental). As pesquisas selecionadas são: Silva Junior (2015), Romeiro (2017), Barros (2018), Risso (2018), Furtado (2019), Grangeiro (2020), Cardoso (2020), Fecchio (2020), Moraes (2021) e Patrono (2023). Outros trabalhos foram encontrados, mas foram excluídos porque não correspondiam às intenções desta pesquisa, que tem por base o ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O Quadro 02 mostra as pesquisas selecionadas.

Quadro 02: Pesquisas selecionadas com base nos requisitos elegidos – intervalo temporal e temática

TÍTULO	ANO	TIPO	AUTOR	INSTITUIÇÃO
Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores.	2015	Dissertação	Francisco José da Silva Júnior	Universidade Anhanguera de São Paulo
O movimento do pensamento teórico de professores sobre o conceito de fração e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino.	2017	Dissertação	Iraji de Oliveira Romeiro	Universidade Federal de São Paulo
A solução de situações que envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática nos anos iniciais.	2018	Dissertação	Marcos José Pereira Barros	Universidade Federal do Tocantins
Diferentes materiais didáticos e seus usos em tarefas sobre frações em formação de professores dos anos iniciais.	2018	Dissertação	Fabiola Barcelos Risso	Instituto Federal do Espírito Santo
Utilização do estojo de frações como recurso para formação continuada de professores	2019	Dissertação	Glauce Cristina Furtado	Universidade Estadual Paulista
Ensino e aprendizagem de fração via exploração-resolução-proposição de problemas	2020	Dissertação	Osilene Bezerra Grangeiro	Universidade Estadual da Paraíba
O desenvolvimento de uma sequência didática para trabalhar o conceito de fração com professores de 4º e 5º anos do ensino fundamental.	2020	Dissertação	Leticia Cardoso Silva	Universidade Federal do Tocantins
Ensino de fração no ensino fundamental i: uma intervenção pedagógica	2020	Dissertação	Daniele Maria Bordini Fecchio	Universidade Estadual de Maringá
Abordagem sobre frações: uma análise do contrato didático e das concepções de ensino de matemática como fatores de influência	2021	Tese	Maria das Dores de Moraes	Universidade Federal de Pernambuco
Frações nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise de conhecimentos matemáticos que afloraram em situações de ensino ao longo de um curso de extensão	2023	Tese	Rosângela Milagres Patrono	Universidade Federal de Ouro Preto

Fonte: Elaborado pelos autores.

A análise de conteúdo das pesquisas do Quadro 02 se apoiou nas ideias de Bardin (2011), principalmente na “pré-análise”, “exploração do material” e “tratamento dos resultados [...]” (p. 125). Além disso, as inferências (Leite; Rocha, 2019) dos autores complementam a análise dos resultados.

As pesquisas selecionadas incluem estudos que abordam uma variedade de tópicos pertinentes ao ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Entre as pesquisas destacadas

encontramos investigações que exploram diferentes métodos pedagógicos para o ensino de frações. Essas pesquisas destacam a eficácia de métodos que vão além da simples memorização de regras, enfatizando a importância da construção do conceito e da compreensão dos números fracionários. Estudos que examinam como a formação inicial e continuada dos professores impacta a qualidade do ensino de frações e que identificam lacunas no conhecimento dos professores, oferecendo sugestões para aprimorar a formação docente, com ênfase na aplicação de material concreto e estratégias pertinentes à compreensão dos diferentes significados das frações, conforme analisaremos na próxima seção.

Resultados

Começamos pela dissertação intitulada *“Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores”*, de Silva Júnior (2015), que teve como objetivo geral “investigar como a formação continuada, desenvolvida na própria escola, por intermédio da reflexão sobre a prática, pôde contribuir para o desenvolvimento profissional das professoras participantes” (p. 21-22).

A partir das observações foi realizado um trabalho formativo com carga horária de trinta horas, baseado nas necessidades apresentadas pelas professoras. Nos encontros, elas responderam ao questionário de entrada, fornecendo informações sobre suas experiências pessoais e como compreendiam algumas ideias sobre fração. Além disso, foram discutidas as diferentes visões sobre fração e as perspectivas de fração trabalhadas no livro didático utilizado por essas professoras.

A base teórica da pesquisa de Silva Junior (2015) foi a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1983, 1990). As professoras assistiram às aulas que foram observadas e gravadas, fizeram anotações sobre como poderiam melhorar sua prática, produziram um novo plano de aula e tiveram a oportunidade de executá-lo novamente. Por fim, o autor considera que as professoras (re)significaram o conceito de fração e indicaram a compreensão e importância de se conhecer as frações em seus diversos significados de modo a clarificar suas estratégias de ensino. De acordo com Silva Junior (2015, p. 32) “[...] as docentes relataram como se sentiram participando da experiência e como a aula replanejada havia sido afetada pelo percurso da formação e contato com as ideias dos teóricos, até então desconhecidas por elas”. As percepções das professoras em relação às ideias teóricas revelam que existe certa carência formativa para professores dos anos iniciais que ensinam matemática.

Romeiro (2017) investigou *“O movimento do pensamento teórico de professores sobre o conceito de fração e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino”*. O objetivo geral desta pesquisa foi “investigar como o desenvolvimento do pensamento teórico dos professores de matemática sobre o conceito de fração impacta na escolha, utilização ou adequação dos materiais didáticos na atividade de ensino” (p. 18). Os resultados dessa pesquisa revelam uma evolução no

entendimento dos professores sobre frações, destacando as mudanças significativas em suas perspectivas teóricas ao longo do tempo. Os professores demonstraram uma variedade de abordagens ao lidar com o conceito de fração, refletindo diferentes níveis de compreensão e aplicação prática. Além disso, a pesquisa explorou o papel dos materiais didáticos na facilitação do ensino de frações, e a análise revela que a escolha e o uso apropriado de materiais didáticos desempenham um papel fundamental no processo de aprendizagem desse objeto.

O estudo enfatizou a importância de estratégias pedagógicas inovadoras e do desenvolvimento contínuo de recursos educacionais para promover uma compreensão mais aprofundada do conceito de fração. Concluiu-se que a interação dinâmica entre o pensamento teórico dos professores e a utilização de materiais didáticos possui um aspecto crucial para aprimorar a qualidade do ensino de frações e, por extensão, a aprendizagem dos alunos.

Essas percepções de interligação entre o teórico e o prático com materiais didáticos podem significar uma melhor compreensão sobre o objeto que se ensina, a exemplo das frações como parte dos números racionais.

Em sua pesquisa intitulada “*A solução de situações que envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática nos anos iniciais*”, Barros (2018) aborda a importância do conceito de fração no currículo de matemática, identificando os desafios enfrentados por professores ao ensinar fração nos anos iniciais, com ênfase no 4º e 5º do Ensino Fundamental. A dissertação expõe as estratégias adotadas por professores que lecionam matemática nos anos iniciais e a forma como estes tratam o conceito de fração em situações educacionais. O estudo contém uma revisão aprofundada da literatura existente, seguida de uma pesquisa empírica realizada com um grupo de professores.

A pesquisa revela os desafios comuns enfrentados por professores ao ensinar frações nos anos iniciais, incluindo a compreensão limitada dos alunos, a falta de recursos educacionais adequados e a necessidade de estratégias pedagógicas mais eficazes. A respeito da relação dos participantes com o objeto fração, constatou-se que os professores têm dificuldades para compreender e para ensinar o referido objeto, tendo uma relação básica com o conceito de fração, ou seja, conseguem dominar apenas “frações simples” e encontram entraves para entender frações equivalentes (Barros, 2018). Além disso, “muitos professores recorrem a materiais concretos, ao lúdico e a situações do dia a dia para ensinar o conteúdo de fração. Apesar disso, eles reconhecem que não se sentem confortáveis com esse conteúdo e que seu conhecimento sobre esse assunto é raso” (Barros, 2018, p. 168). Alguns culpabilizam a fraca formação recebida na graduação referente ao estudo de fração.

Nesse sentido, a pesquisa de Barros (2018) destaca a importância de contextualizar o ensino de frações, relacionando-o a situações do cotidiano dos alunos. As evidências mostram que os professores participantes da pesquisa conseguiram incorporar exemplos práticos e relevantes que

resultaram na melhoria significativa da compreensão do conteúdo pelos alunos. Por fim, ressalta a importância de abordagens pedagógicas inovadoras e do apoio institucional para melhorar a qualidade do ensino de frações nos anos iniciais, além de destacar a necessidade de capacitação contínua dos professores para promover práticas de ensino mais eficientes no processo de ensino e aprendizagem de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Notamos, com base na pesquisa de Barros (2018), a presença de lacunas formativas que causam limitações para os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ensinarem o objeto frações, mas esses professores tentam superar essas lacunas por intermédio de materiais concretos.

A preocupação com o uso de materiais didáticos para a aprendizagem de conhecimentos sobre os significados de frações levou Risso (2018) a desenvolver a dissertação “*Diferentes materiais didáticos e seus usos em tarefas sobre frações em formação de professores dos anos iniciais*”, em que a autora investigou a utilização de diversos materiais didáticos no ensino de frações, com foco na formação de professores para os anos iniciais do Ensino Fundamental. A autora explora como diferentes recursos pedagógicos podem aprimorar a abordagem deste objeto e melhorar a qualidade do ensino e aprendizagem. É realizada uma análise da efetividade de materiais didáticos variados, destacando estratégias e abordagens que promovem a compreensão conceitual e a habilidade dos professores em ensinar frações de maneira mais significativa.

A pesquisa de Risso (2018) tem por base os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural de Vigotski (1989) e Leontiev (1978). O desenvolvimento da pesquisa se deu por meio de um curso de extensão, em forma de oficinas, intitulado “*(Re)descobrimos frações e seus significados*” (p. 68) e organizado em etapas. A primeira etapa é denominada “Encontros de estudos teóricos e práticos de conhecimentos sobre fração e seus significados”, em seguida vem as “Oficinas de resolução de questões que abordem conhecimentos matemáticos sobre frações e seus significados” e a “Proposta de ressignificação de tarefas de formação desenvolvidas no curso de extensão, no contexto de sala de aula dos professores participantes do curso, com posterior análise dos resultados pelos pares”; por último, o “Registro de relatos de experiências desenvolvidas por professores sobre elaboração e aplicação de tarefas de aula sobre frações” (Risso, 2018, p. 71). Os sujeitos da pesquisa foram professores da rede pública que atuavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A principal discussão da dissertação de Risso (2018) se refere à importância de uma formação docente que integre a seleção apropriada de materiais didáticos ao planejamento de aulas sobre frações, contribuindo para o desenvolvimento profissional dos professores. Os resultados indicam que a implementação do estojo de frações na formação continuada pode ser um recurso valioso para aprimorar as habilidades pedagógicas dos professores, resultando em benefícios tangíveis para os estudantes. Esse estudo oferece importantes indicativos para a prática educacional, sugerindo que

estratégias envolvendo materiais concretos são fundamentais para a promoção de um ensino de matemática mais efetivo.

Próximo do que vimos na pesquisa de Barros (2018), a de Risso (2018) busca ressignificar a compreensão dos professores sobre o objeto fração, pondo-os em um processo de estudo formativo, para que superem as limitações formativas que possuem e aprimorem seu entendimento em relação ao significado das frações e assim ensinem esse objeto com maior domínio didático.

Por sua vez, a dissertação de Furtado (2019), intitulada “*Utilização do Estojó de Frações como Recurso para Formação Continuada de Professores*”, apresenta resultados promissores no contexto da educação. O estudo revela que a incorporação do estojó de frações como ferramenta pedagógica na formação continuada de professores traz melhoria para o ensino e aprendizagem desse objeto matemático. O autor, apoiando-se em Silva, Baldin e Martins (2017), apresenta as características e definições do “estojó de frações”:

O conjunto de transparências é composto por folhas de acetato com marcações que representam unidades fracionárias. As transparências, colocadas sobre as peças encaixadas servem para confirmar a notação e o significado de unidades fracionárias, assim como o papel do numerador de uma fração como contador das unidades fracionárias. Elas também são utilizadas para inferir resultados e verificar frações equivalentes, comparar frações e realizar as operações básicas. No estojó, as peças em MDF colorido são representações concretas da parte do todo representado pelo retângulo na moldura e as 23 transparências são usadas para a transição entre o concreto e o abstrato (Silva; Baldin; Martins, 2017, p. 8 apud Furtado, 2018, p. 22-23).

A pesquisa destaca que o “estojó de frações” contribui para o desenvolvimento de estratégias de ensino que visem superar as dificuldades de aprendizagem dos alunos e promover uma abordagem mais prática e visual no processo de aprendizagem. Nas conclusões e percepções de Furtado (2019, p. 71):

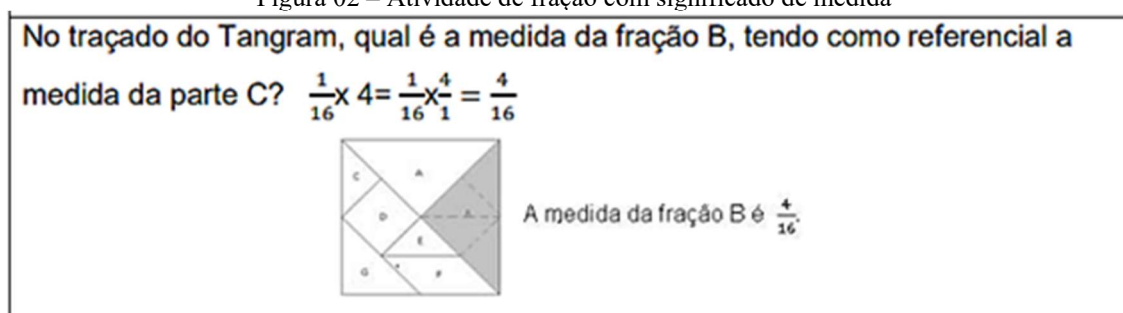
Acredito que o material manipulável que mostrei aqui é um material rico para promover situações em que haja reflexão a partir do concreto (o material manipulável) evoluindo para a representação gráfica, levando o professor ou o aluno a compreender melhor o conceito de frações.

A dissertação de Grangeiro (2020), intitulada “*Ensino e aprendizagem de fração via exploração-resolução-proposição de problemas*”, destaca a importância da formação continuada do professor que ensina matemática nos anos iniciais e como isso facilita a aprendizagem matemática dos alunos, em relação ao objeto fração. Na pesquisa de Grangeiro (2020), a complexidade associada ao aprendizado desse conceito é contextualizada e os desafios comuns que surgem nesse processo educacional são tratados em diversos aspectos, entre os quais estão os significados associados ao objeto fração. O estudo expõe uma metodologia para o ensino e aprendizagem de frações centrada na abordagem de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas, visando não apenas transmitir

conceitos, mas desenvolver habilidades cognitivas e aprofundar a compreensão dos alunos sobre as frações.

Através do uso de recursos tangíveis e situações do cotidiano, os alunos foram guiados a compreender intuitivamente o conceito de fração. Materiais manipuláveis, jogos e atividades práticas são empregados para criar um ambiente que favoreça a descoberta e a curiosidade, estimulando a participação ativa dos alunos. A última fase concentrou-se na proposição de problemas pelos próprios alunos. Essa abordagem promoveu a autonomia e a criatividade dos estudantes para que estes desenvolvessem situações-problema que exigissem o uso de frações. O resultado da pesquisa indica um aumento significativo no desempenho dos alunos em relação ao entendimento e aplicação de frações. Além disso, a percepção de Granjeiro (2020) é de que há uma maior motivação e engajamento dos estudantes nas atividades propostas. Uma dessas atividades consta na Figura 02.

Figura 02 – Atividade de fração com significado de medida



Fonte: GRANJEIRO, 2020, p. 61.

Cardoso (2020) realizou a dissertação “O Desenvolvimento de uma Sequência Didática para Trabalhar o Conceito de Fração com Professores do 4º e 5º Anos do Ensino Fundamental”. Essa pesquisa objetivou “analisar os efeitos do desenvolvimento de uma sequência considerando história, equivalência, comparação e significados de fração, bem como as características das quantidades e a utilização de diferentes registros de representação semiótica” (p. 23-24). Cardoso (2020) descreve que as sequências didáticas foram inspiradas nos autores Zabala (1998), Oliveira (2013) e Borges Neto et al. (2013). Na dissertação a autora explica as ideias que esses autores defendem sobre a elaboração de uma sequência didática, algo que não explicitaremos neste artigo.

Elucidaremos elementos norteadores quanto às diferentes concepções de sequência didática (SD) conforme os autores Zabala (1998), um dos mais renomados autores sobre o tema; Oliveira (2013), que escreve sobre a sequência didática interativa (SDI); e Borges Neto et al (2013), que postula a respeito da sequência Fedathi. Cada uma dessas sequências apresentam um modo intrínseco de desenvolvimento; possuem em comum a relação entre professor e estudante de forma integrada, relacionada, de forma que o papel do professor é de mediador e deve levar o estudante a ser autor no processo de aprendizagem (Cardoso, 2020, p. 46).

Cardoso (2020) assume os pressupostos teóricos dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2009) para tratar o conceito de fração e seus diferentes registros semióticos: registro figural

contínuo, registro figural discreto, registro simbólico numérico, registro simbólico algébrico e registro na língua natural (Cardoso, 2020).

A pesquisa de Cardoso (2020) tem, em seu contexto, a formação continuada de professores com foco no ensino e aprendizagem de fração no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. Essa formação ocorreu em seis encontros intercalados nos anos de 2018 e 2019, os quais contaram com a participação de noventa e oito professores da Secretaria Municipal de Educação do Município de Araguaína, estado do Tocantins.

Os resultados da pesquisa de Cardoso (2020) surgiram da implementação da sequência didática, composta de vinte e duas (22) atividades e noventa e cinco (95) tarefas. Essa sequência didática foi o cerne da formação continuada dos professores, mediada pelas atividades e tarefas realizadas durante os encontros formativos. Cada encontro da formação desenvolvida por Cardoso (2020) possui um conteúdo com várias atividades constituídas de tarefas realizadas pelos cursistas. Da análise das tarefas vieram os resultados da pesquisa. Na Figura 03 mostramos o quadro da análise da tarefa 01 da atividade 01 (entendendo comparação) do 4º encontro, que abordou o conteúdo “comparação de fração” (Cardoso, 2020, p. 150).

Figura 03 – Quadro 33 da análise realizada da tarefa 01 da atividade 01

Categorias de análise	Equipes participantes
Respondeu a tarefa. (RT)	E5
Não respondeu a tarefa. (NRT)	E1/E2/E3/E4
Respondeu a questão “a” corretamente. (RAC)	E5
Respondeu a questão “b” corretamente. (RBC)	-----
Respondeu a questão “c” corretamente. (RCC)	-----

Fonte: CARDOSO, 2020, p. 151.

Nas conclusões da dissertação de Cardoso (2020) constam vários desdobramentos percebidos no processo formativo realizado e, de forma geral, contribuiu para melhorar a formação dos professores cursistas em relação ao objeto fração, além de revelar possibilidades de avanços no processo de ensino e aprendizagem para alunos do 4º e 5º do Ensino Fundamental. Isso significa que a sequência didática elaborada para essa formação continuada é um material didático-formativo em potencial para outras adaptações formativas voltadas ao estudo de frações, principalmente para uma melhor compreensão matemática do objeto fração ensinado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Fecchio (2020), em sua dissertação “*O ensino de fração no ensino fundamental I: Uma intervenção pedagógica*”, realiza uma pesquisa “com o objetivo de investigar qual o conceito matemático de maior dificuldade para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal” (p. 17). A partir da informação da professora regente, o processo investigativo buscou responder como os alunos poderiam se apropriar do conceito informado por

meio de intervenção pedagógica pautada na Teoria Histórico-cultural. A pesquisa está fundamentada nos pressupostos dessa teoria, especialmente na formação de conceitos matemáticos, refletindo o processo de ensino e aprendizagem.

Para investigar as dificuldades dos alunos, foram analisados os conteúdos previstos para o 5º ano e o conceito de fração indicado pela professora regente (Fecchio, 2020). Além disso, realizou-se uma intervenção pedagógica para o ensino de fração, sendo o trabalho desenvolvido em uma escola regular da rede municipal de ensino no período de outubro a dezembro de 2018, distribuído em onze encontros de duas horas cada.

Fecchio (2020) descreve que os dados obtidos com a entrevista semiestruturada mostraram a dificuldade da professora regente. Para melhor entender essa dificuldade, uma sondagem diagnóstica inicial, constituída de catorze tarefas, foi aplicada aos alunos. Os dados obtidos na entrevista semiestruturada foram comparados aos da avaliação diagnóstica inicial. Os resultados dessa avaliação revelaram, por exemplo, que 22 alunos dominavam o conceito “Número versus quantidade” e 3 não; para o conceito associado ao “reconhecimento e leitura de fração em receitas culinárias ($\frac{1}{2}$ xícara)”, 13 alunos revelaram apropriação desse conceito e 12 não (Fecchio, 2020, p. 89). Foi com base nos dados da entrevista semiestruturada e na análise dos resultados da sondagem diagnóstica inicial que a autora desencadeou a intervenção pedagógica com os alunos. A intervenção teve um total de nove encontros e culminou em uma avaliação diagnóstica final.

Os resultados da pesquisa mostram que os alunos se apropriaram do conceito de fração, evidenciando a efetividade da intervenção pedagógica, contribuindo para ampliar as discussões sobre sondagem diagnóstica, a qual mostrou que os alunos não tinham entendido conceitos de fração. A intervenção pedagógica com uso de materiais, como figuras geométricas construídas em papel e recortadas, a manipulação de figuras na forma de dobradura e verificação das partes dobradas associadas a tipos de frações, constituiu parte das atividades realizadas pelos alunos.

Algo que visualizamos a partir da pesquisa de Fecchio (2020) é que o uso de materiais manipuláveis não garante um ensino que supere todas as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Dessa forma, ressaltamos a importância da formação docente na compreensão de conceitos matemáticos e a necessidade de continuidade de estudos, tanto no ensino de fração quanto de outros objetos da matemática, sempre que possível, a fim de aliar uma prática pedagógica embasada em teorias que promovam a aprendizagem efetiva dos alunos.

Moraes (2021), em sua tese de doutorado “*Abordagem sobre frações: uma análise do Contrato Didático e das Concepções de Ensino da Matemática como fatores de influência na aprendizagem de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental*”, aplicou uma sequência didática para professores, objetivando a exploração de diferentes concepções sobre números fracionários.

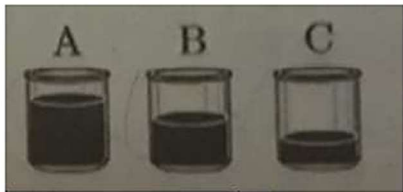
Morais (2021) realizou uma investigação com um grupo de professores, promovendo reflexões sobre os números fracionários e a gênese desse conceito, além de propor uma sequência didática para seu ensino. Utilizou a abordagem da pesquisa-ação. A autora analisou o contrato didático e as estratégias didáticas dos professores no ensino de frações. Além disso, também identificou diferentes concepções sobre o ensino de frações em atividades de medida, observando que alguns participantes associavam frações de forma equivocada. Isso revelou dificuldades epistemológicas na compreensão das frações como números, que representam quantidades relacionadas, e não apenas como números naturais independentes. Os resultados apontam para a necessidade de propostas pedagógicas mais adequadas para que os obstáculos e efeitos do contrato didático não afetem o ensino e a aprendizagem de números fracionários.

Patrono (2023), em sua pesquisa *“Frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise de conhecimentos matemáticos que afloraram em situações de ensino ao longo de um curso de extensão”*, faz uma abordagem da compreensão e desenvolvimento de habilidades relacionadas às frações por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo buscou “[...] desvelar tanto os conhecimentos matemáticos efetivamente mobilizados pelas participantes e/ou pela pesquisadora/formadora ao longo do curso [...]” (p. 69).

Durante a pesquisa, foram identificadas as situações de ensino que mais influenciaram o entendimento dos professores sobre frações. A análise dessas situações permitiu compreender quais abordagens pedagógicas foram mais propícias na promoção do aprendizado e na superação de dificuldades específicas relacionadas a esse tema matemático, tanto para professores quanto para alunos, a exemplo da atividade mostrada na Figura 04.

Figura 04 – Situação da quantidade fracionária de líquido dos três frascos

4ª. Três frascos, todos com capacidade igual a 1 litro, contêm quantidades diferentes de um mesmo líquido, conforme ilustração abaixo.



Como você expressaria, aproximadamente, usando fração, a quantidade de líquido de cada frasco?

Fonte: PATRONO, 2023, p. 169.

Os resultados da pesquisa de Patrono (2023) apontam progresso dos alunos em relação ao estudo de frações, indicando áreas de melhoria no processo de ensino. Além disso, a pesquisa fornece recomendações para práticas pedagógicas pertinentes no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental e o aprimoramento do ensino de matemática nesse nível de escolaridade.

Considerações Finais

Este artigo expõe uma síntese de revisão de literatura com foco em práticas docentes e no uso de materiais didáticos no ensino e aprendizagem do objeto fração. A análise revelou que a compreensão das frações é um grande desafio nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tanto para alunos quanto para professores. A formação inadequada dos professores e a predominância de métodos tradicionais de ensino, que se concentram na memorização de regras e algoritmos, dificultam a compreensão do significativo desse objeto matemático.

A variedade de interpretações dos significados de frações (como parte de um todo, operador e quociente) precisa ser explorada de forma contextualizada, visando mais eficiência no aprendizado do aluno. As metodologias de ensino devem ultrapassar a mera repetição de regras e levar os alunos a adquirirem uma compreensão conceitual adequada do objeto fração.

A análise das oito dissertações e duas teses revela uma convergência em torno da necessidade de formação continuada, uma que inclua a articulação entre teoria e prática e o uso de materiais didáticos adequados. Ademais, observou-se a falta de compreensão conceitual e carência de estratégias pedagógicas exitosas. Os estudos apontam a necessidade de abordagens inovadoras e contextualizadas, juntamente à utilização de materiais didáticos, sendo estes instrumentos necessários para a qualificação da prática docente e, conseqüentemente, para assegurar melhorias na aprendizagem do aluno.

Nossas percepções, a partir das pesquisas analisadas, servem de ponto de atenção para novos estudos que relacionam a formação docente à epistemologia do objeto fração, em convergência com o uso de materiais didáticos necessários para superar as dificuldades de aprendizagem discente.

Recebido em: 05/11/2024

Aprovado em: 26/03/2025

Referências

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Trad. Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.

BARROS, M. J. P. **A solução de situações que envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. 2018. 229 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2018. Disponível em: <https://repositorio.uft.edu.br/handle/11612/1788>. Acesso em: 28 jan. 2025.

BERTONI, N. E. **Pedagogia: Educação e linguagem matemática IV**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília. MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- CARDOSO, L. S. **O desenvolvimento de uma sequência didática para trabalhar o conceito de fração com professores de 4º e 5º anos do ensino fundamental**. 2020. 344 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2020. Disponível em: <https://repositorio.uft.edu.br/handle/11612/2392>. Acesso em: 28 jan. 2025.
- CARDOSO, P.; MAMEDE, E. Saber e ensinar frações: concepções e práticas de professores do ensino fundamental. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 49, e261007, p. 1-19, 2023. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ep/a/9cJvFhsjXs9sHsR7hBfVHnK/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 15 set. 2024.
- CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. Diferentes Significados de Fração: Análise de Livros Didáticos das Séries Iniciais. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA-SIPEMAT, 2. 2008. Recife. **Anais [...]** Recife: UFPE, 2008. p. 1-25. Disponível em: https://professoresdematematica.com.br/wa_files/gilda%20guimaraes%20diferentes%20significados%20de%20fracao_%20analise%20de%20livros%20didaticos%20das%20series%20iniciais.pdf. Acesso em: 15 set. 2024.
- CISCAR, S. L.; GARCÍA, M. V. S. **Fraciones: la relacion parte-todo**. Madrid: Editorial Síntesis, 1997. Disponível em: https://www.academia.edu/41365849/Fraciones_La_relaci%C3%B3n_parte_todo. Acesso em: 11 mai. 2024.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
- FECCHIO, D. M. B. **O ensino de fração no ensino fundamental I: uma intervenção pedagógica**. 2020. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.
- FURTADO, G. C. **A utilização do estojo de frações como recurso para formação continuada de professores**. 2019. 88 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Processos Formativos) – Programa de Pós-graduação em Ensino e Processos Formativos, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/191263>. Acesso em: 28 jan. 2025.
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A Conquista matemática: 2º do ano ensino fundamental, anos iniciais**. São Paulo: Editora FTD, 2021.
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A Conquista matemática: 3º do ano ensino fundamental, anos iniciais**. São Paulo: Editora FTD, 2021.
- GRANGEIRO, O. B. **Ensino e aprendizagem de fração via exploração-resolução-proposição de problemas**. 2021. 252 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2021. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/4019>. Acesso em: 28 jan. 2025.

JOSÉ, W. A. **Obstáculos Epistemológicos Inerentes ao Conceito de Fração**. 2021. 113 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2021. Disponível em: <https://repositorio.uft.edu.br/handle/11612/3689?mode=full>. Acesso em: 28 jan. 2025.

LEITE, R.; ROCHA, G. A. Desenho de pesquisa, inferência e causalidade: caminhos entre a abordagem qualitativa e quantitativa. **Revista Eletrônica de Ciência Política**, [s. l.], v. 10, n. 1, 107-119, 2019. DOI: <https://doi.org/10.5380/recp.v10i1.61004>. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/politica/article/view/61004>. Acesso em: 28 jan. 2025.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Trad Manuel Dias Duarte. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

MORAIS, M. D. **Abordagem sobre frações: uma análise do contrato didático e das concepções de ensino da matemática como fatores de influência na aprendizagem de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental**. 2021. 288 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/42165>. Acesso em: 11 mai. 2024.

PATRONO, R. M. **Frações nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise de conhecimentos matemáticos que afloraram em situações de ensino ao longo de um curso de extensão**. 2023. 261 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação, Instituto de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal de Ouro Preto, Mariana, 2023. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/16821>. Acesso em: 11 mai. 2024.

PINHAL, D. V. R. **Aritmética de Frações em Livros Didáticos Brasileiros e Japoneses**. 2022. 196 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.

PINHAL, D. V. R.; SOUZA, M. A. V. F. **Aritmética de frações**. Vitória: Edifes Acadêmico, 2022. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/727060?mode=full>. Acesso em: 11 mai. 2024.

RISSO, F. B. **Diferentes materiais didáticos e seus usos em tarefas sobre frações em formação de professores dos anos iniciais**. 2018. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

ROMEIRO, I. O. **O movimento do pensamento teórico de professores sobre o conceito de frações e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino**. 2017. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unifesp.br/items/baef9e15-a7d7-4e83-95e3-f82d937496de>. Acesso em: 15 set. 2024.

SANT'ANNA, N. F. P.; MANDARINO, S. P. F. A Introdução de Frações nos Anos Iniciais: a Percepção do Docente. **Revemop**, Ouro Preto, v. 4, e202223, p. 1-27, 2022. DOI: <https://doi.org/10.33532/revemop.e202223>. Disponível em: <https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/5261>. Acesso em: 15 set. 2024.

SILVA JUNIOR, F. J. **Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores**. 2015. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação Stricto sensu em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em: <https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/31992>. Acesso em: 15 set. 2024.

SILVA, A. F.; BALDIN, Y. Y.; MARTINS, A. C. C. Estojo de frações. In: **III Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018. p. 1-47. Disponível em: https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2019/05/3N-02-MC_T5_Aparecida_Silva_Nacional-arquivo-final.pdf. Acesso em: 17 fev. 2024.

SILVA, M. J. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 245 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11516>. Acesso em: 17 fev. 2024.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [s. l.], v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (ed.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983, p. 127-174.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.



Artigo está licenciado sob forma de uma licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional