

Diversidade Representacional do ensino de frações presentes em livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental de Jacarezinho/PR

Representational Diversity of the teaching of fractions in 6th grade elementary school textbooks in Jacarezinho/PR

Alayane Yaeko Fukuoka Bueno¹

Andreza Cristina da Rocha²

Rayssa Milene Genoario³

Daniel Trevisan Sanzovo⁴

RESUMO

O presente estudo teve como objetivo investigar as Múltiplas Representações abordadas para o ensino de frações em livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental, recomendados pelo Programa Nacional do Livro Didático de escolas e colégios públicos do município de Jacarezinho/PR, durante o período de 2015 a 2024. A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa e de natureza documental, utilizando a Análise de Conteúdo como referencial analítico. Foram levantadas categorias emergentes como C1 - Conceito de Frações, C2 - Frações Equivalentes, C3 - Comparação de Frações, C4 - Operações com Frações, C5 - Potenciação e Raiz Quadrada, C6 - Probabilidade, Porcentagem e Proporção, e C7 - Problemas envolvendo Frações. As representações foram analisadas como subcategorias, incluindo Língua Natural (S1), Representação Fracionária (S2), Representação Figural (S3), Representação Tabular (S4), Representação Egípcia (S5), Representação Contextualizada (S6) e Representação Gráfica (S7). Em termos gerais, as representações fracionárias e figurais, combinadas com a Língua Natural (S1), representaram 23,6% dos registros, seguidas pela Representação Contextualizada (S6) com 17,9%, pela Representação Gráfica (S7) com 6,6%, pela Representação Tabular (S4) com 2,8% e pela Representação Egípcia (S5) com 1,9%. Observou-se que as proporções apresentadas nas subcategorias foram identificadas em 78,3% dos livros didáticos adotados em sala de aula entre 2015 e 2024.

Palavras-chave: Ensino em Matemática; Múltiplas Representações; Ensino Fundamental; Frações.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the Multiple Representations addressed for teaching fractions in 6th grade Elementary School textbooks, recommended by the National Textbook Program for public

¹ Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Campus de Jacarezinho. E-mail: fukuokayaeko@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-1596-5478>.

² Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Campus de Jacarezinho. E-mail: andrezacristina15@outlook.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-5205-5361>.

³ Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Campus de Jacarezinho. E-mail: rayssaagenoario@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-3701-9444>.

⁴ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) do colegiado de Matemática (Campus de Jacarezinho) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino - PPGEN (Campus de Cornélio Procópio). E-mail: dsanzovo@uenp.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5177-1564>.

schools and colleges in the city of Jacarezinho/PR, during the period from 2015 to 2024. The research adopted a qualitative and documentary approach, using Content Analysis as an analytical framework. Emerging categories were raised such as C1 - Concept of Fractions, C2 - Equivalent Fractions, C3 - Comparison of Fractions, C4 - Operations with Fractions, C5 - Exponentiation and Square Root, C6 - Probability, Percentage and Proportion, and C7 - Problems involving Fractions. The representations were analyzed as subcategories, including Natural Language (S1), Fractional Representation (S2), Figural Representation (S3), Tabular Representation (S4), Egyptian Representation (S5), Contextualized Representation (S6) and Graphical Representation (S7). In general terms, fractional and figural representations, combined with Natural Language (S1), represented 23.6% of the records, followed by Contextualized Representation (S6) with 17.9%, Graphical Representation (S7) with 6.6%, Tabular Representation (S4) with 2.8% and Egyptian Representation (S5) with 1.9%. It was observed that the proportions presented in the subcategories were identified in 78.3% of the textbooks adopted in the classroom between 2015 and 2024.

Keywords: Mathematics Teaching; Multiple Representations; Elementary Education; Fractions.

Introdução

As frações podem gerar medo e dificuldade entre os estudantes, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. As razões para isso são diversas, abrangendo desde questões relacionadas à natureza do conhecimento até as complexidades das representações, notações e enunciados dos problemas, os quais demandam uma compreensão mais abstrata por parte dos alunos (Cardoso; Mamede, 2023; Santos; Passos; Borelli, 2024).

Para compreender o conceito de frações, recomenda-se reconhecer sua complexidade, uma vez que podem abranger uma variedade de significados e relações interligadas. Em outros termos, entender as frações implica conhecer suas diversas interpretações (Kieren, 1980).

Por sua vez, Prain e Waldrip (2006) definem as denominadas Múltiplas Representações como a prática de apresentar um mesmo conceito e/ou processo científico de diversas maneiras. Eles indicam que os alunos sejam expostos a diferentes modos de representação dos conceitos científicos como parte integrante de sua educação. Nessa perspectiva, é crucial que os estudantes sejam capazes de compreender e integrar essas múltiplas formas de representação como parte essencial do processo de aprendizagem sobre a natureza do conhecimento científico e sua expressão.

Considerando o exposto, é relevante ressaltar a importância do livro didático nas instituições de ensino, destacando-o como o recurso mais amplamente utilizado pelos professores. Muitas vezes, ele não se restringe a ser apenas um suporte no processo de

ensino e aprendizagem, mas também direciona a prática pedagógica dos educadores (Vasconcelos; Souto, 2003).

Neste contexto, a presente pesquisa procura responder à questão investigativa sobre *quais tipos de Múltiplas Representações são abordadas no ensino de frações nos livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental no município de Jacarezinho/PR, durante o período de 2015 a 2024?*, buscando analisar os livros utilizados nas escolas e colégios públicos do município.

Fundamentação Teórica

As políticas públicas na educação são fundamentais para o desenvolvimento do sistema pedagógico em todos os níveis, buscando garantir qualidade e equidade no acesso. Entre os principais instrumentos está a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que define aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica (Glap; Frasson, 2023).

Já o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) desempenha um papel crucial ao disponibilizar materiais didáticos de qualidade para as escolas públicas. Executado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e pelo Ministério da Educação, o PNLD contribui significativamente para a implementação das diretrizes educacionais (Brasil, 2024).

A BNCC, por sua vez, um dos principais documentos orientadores da Educação Básica, aborda a unidade temática dos números, visando promover o desenvolvimento do pensamento numérico. Isso implica compreender como quantificar e interpretar argumentos baseados em quantidades, além de assimilar conceitos como aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem (De Goes *et al.*, 2023).

As operações com números fracionários são frequentemente introduzidas aos alunos de forma rápida, por meio de regras. Inicialmente, os estudantes têm dificuldade em compreender os significados dos números fracionários e suas relações mútuas, ao contrário do que ocorre com os números naturais, nos quais começam a perceber o sentido gradualmente (Bertoni, 2009).

Por sua vez, as Múltiplas Representações (MR) podem auxiliar na questão da diferenciação entre o objeto e sua representação, pois envolvem a apresentação de um conceito matemático de diversas maneiras, tais como língua natural, representações fracionárias, figurais, gráficas, tabulares, egípcias, contextualizadas, dentre outras.

Nesse contexto, uso de MR tem potencial para atender às diversas necessidades de aprendizado dos alunos, pois cada indivíduo pode ter preferências diferentes na forma como assimila e processa informações matemáticas, além de poder facilitar a conexão entre diferentes conceitos matemáticos e ajudar os alunos para lidarem com novas situações e contextos e a uma compreensão mais profunda, duradoura e significativa dos conceitos científicos pelos aprendizes (Sanzovo, 2017).

Procedimentos Metodológicos

O presente estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa de natureza documental, voltada para compreender, de forma interpretativa, como os livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental abordam o ensino de frações. A escolha pela pesquisa documental justifica-se por permitir acessar fontes primárias já consolidadas - no caso, os livros recomendados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) - e, a partir delas, desvelar concepções, tendências e representações subjacentes aos materiais analisados. Tal perspectiva segue o entendimento de Junior *et al.* (2021), para quem a análise documental é um percurso metodológico adequado à investigação qualitativa por combinar rigor e abertura interpretativa.

Adotou-se como eixo analítico os pressupostos da Análise de Conteúdo (AC) de Bardin (2011), organizada em três etapas: (i) pré-análise, (ii) exploração do material, e (iii) tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Na pré-análise, foram definidos os objetivos, estabelecidos os critérios de inclusão e exclusão e delimitado o *corpus*, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1 – Critérios de inclusão e exclusão para a formação do *corpus*

Critérios de Inclusão	Critérios de Exclusão
Escolas e colégios públicos localizados no município de Jacarezinho, Paraná.	Escolas e colégios privados ou localizados fora do município de Jacarezinho, Paraná.
Livros didáticos destinados ao 6º ano do Ensino Fundamental, Anos Finais, recomendados pelo PNLD.	Livros didáticos não destinados ao 6º ano do Ensino Fundamental, Anos Finais ou não recomendados pelo PNLD.
Utilizados no período de 2015 a 2024.	Utilizados fora do período de 2015 a 2024.
Que abordem o ensino de frações.	Não abordam o ensino de frações.

Fonte: Os próprios autores.

A exploração do material consistiu em leituras sucessivas dos livros, com destaque para as seções voltadas ao ensino de frações, buscando identificar trechos, imagens e atividades que expressassem diferentes tipos de representações. Cada ocorrência foi

recortada, codificada e agrupada em unidades de registro, posteriormente organizadas em categorias e subcategorias.

As categorias emergiram da própria análise e abarcaram os principais conteúdos relacionados às frações (C1 a C7), enquanto que as subcategorias corresponderam às formas de representação observadas (S1 a S7). Esse processo foi conduzido com vistas a garantir exaustividade (consideração de todas as ocorrências), representatividade (seleção de elementos significativos), homogeneidade (uniformidade no tratamento dos dados) e pertinência (relação com os objetivos da pesquisa).

Na etapa de tratamento e interpretação dos resultados, os registros foram quantificados de modo descritivo (percentuais de ocorrência por categoria e subcategoria), mas a análise privilegiou uma leitura qualitativa, interpretando como as diferentes representações foram mobilizadas em cada livro e em que medida dialogavam com a proposta pedagógica expressa pelo PNLD e pela BNCC. Assim, a quantificação não foi tomada como dado estatístico isolado, mas como recurso de apoio para sustentar interpretações acerca das tendências e lacunas na utilização das representações.

Quanto ao *corpus*, após consulta ao Núcleo Regional de Educação (NRE) de Jacarezinho (PR) e Sistema do Material Didático (SIMAD/FNDE), foram identificadas seis instituições e, nelas, seis coleções recomendadas para o período de 2015 a 2024. Dentre estas, quatro livros atenderam plenamente aos critérios de inclusão e compuseram a base de análise, conforme indicado pelo Quadro 2. A leitura analítica incidiu sobre capítulos, seções, exemplos, ilustrações e atividades que abordassem direta ou indiretamente o ensino de frações.

Quadro 2 – Livros didáticos que constituíram o *corpus* da pesquisa

Código	Referência
L1	ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. Praticando matemática , 6. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora Brasil, 2012.
L2	MORI, I.; ONAGA, D. S. Matemática: ideias e desafios , 6º ano. 18. ed. São Paulo: Saraiva, 2015.
L3	JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. A conquista da matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais . 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.
L4	JÚNIOR, J. R. G. A conquista da matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais . 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

Fonte: Os próprios autores.

Em síntese, o percurso metodológico adotado buscou ir além da descrição de ocorrências, enfatizando a interpretação do sentido pedagógico atribuído às diferentes representações. Dessa forma, a análise não apenas catalogou as manifestações da

diversidade representacional, mas também discutiu suas implicações didáticas e formativas, em consonância com a perspectiva qualitativa anunciada.

Resultados e Discussões

O Quadro 3 apresenta, na primeira coluna, a codificação dos conteúdos abordados nos livros, seguido das categorias, definição das categorias, subcategorias e os Livros Didáticos (LD) que abordam essas múltiplas representações nas colunas seguintes, respectivamente.

Quadro 3 – Categorias e subcategorias (emergentes) da análise de conteúdo do *corpus*

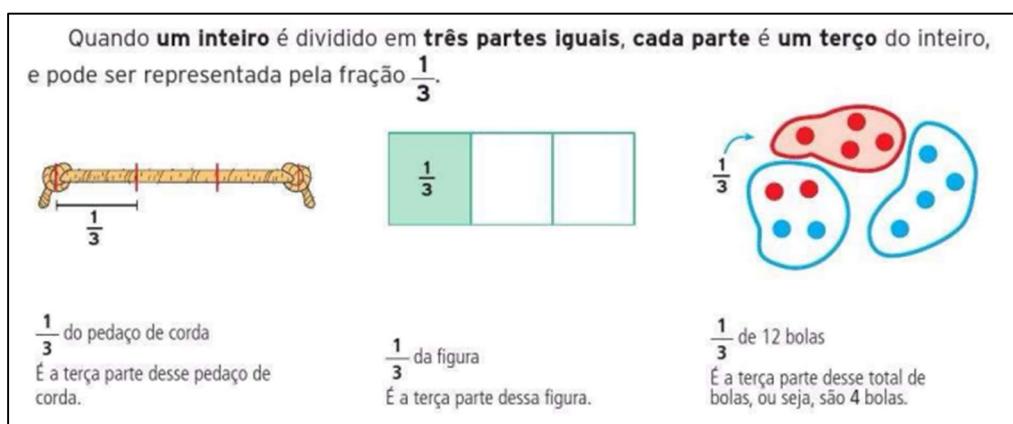
Cód.	Categoria	Definição	Subcategoria	LD
C1	Conceito de Frações	Identificar os tipos de representações utilizados na seção de conceituação de frações, incluindo seus significados, tipos de frações, termos de uma fração e a forma correta de lê-las no <i>corpus</i> da pesquisa	Língua Natural (S1)	L1, L2, L3, L4
			Representação Fracionária (S2)	L1, L2, L3, L4
			Representação Figural (S3)	L1, L2, L3, L4
			Representação Tabular (S4)	L1
			Representação Egípcia (S5)	L3, L4
			Representação Contextualizada (S6)	L1, L2, L3, L4
C2	Frações Equivalentes	Identificar os tipos de representações utilizados na seção de frações equivalentes e simplificação de frações no <i>corpus</i> da pesquisa	Língua Natural (S1)	L1, L2, L3, L4
			Representação Fracionária (S2)	L1, L2, L3, L4
			Representação Figural (S3)	L1, L2, L3, L4
			Representação Contextualizada (S6)	L1
C3	Comparação de Frações	Identificar os tipos de representações utilizados na seção de comparação de frações, incluindo frações com numeradores iguais, com denominadores iguais, e com numeradores e denominadores diferentes no <i>corpus</i> da pesquisa	Língua Natural (S1)	L1, L2, L3, L4
			Representação Fracionária (S2)	L1, L2, L3, L4
			Representação Figural (S3)	L1, L2, L3, L4
			Representação Contextualizada (S6)	L1, L3, L4
C4	Operações com Frações	Identificar os tipos de representações utilizados na seção de operações com frações, incluindo adição e a subtração de frações, multiplicação de frações, inverso multiplicativo, regra do cancelamento e divisão	Língua Natural (S1)	L1, L2, L3, L4
			Representação Fracionária (S2)	L1, L2, L3, L4
			Representação Figural (S3)	L1, L2, L3, L4
			Representação Gráfica (S7)	L3, L4

		de frações no <i>corpus</i> da pesquisa	Representação Contextualizada (S6)	L1, L2, L3, L4
C5	Potenciação e Raiz Quadrada	Identificar os tipos de representações utilizados na seção de potenciação e raiz quadrada de frações no <i>corpus</i> da pesquisa	Língua Natural (S1)	L1, L2
			Representação Fracionária (S2)	L1, L2
			Representação Figural (S3)	L1, L2
C6	Probabilidade, Porcentagem e Proporção	Identificar os tipos de representações utilizados na seção de probabilidade, porcentagem e proporção de frações no <i>corpus</i> da pesquisa	Língua Natural (S1)	L2, L3, L4
			Representação Fracionária (S2)	L2, L3, L4
			Representação Figural (S3)	L2, L3, L4
			Representação Gráfica (S7)	L2
			Representação Contextualizada (S6)	L2, L3, L4
C7	Problemas envolvendo Frações	Identificar os tipos de representações utilizados nos problemas envolvendo frações no <i>corpus</i> da pesquisa	Língua Natural (S1)	L1, L2, L3, L4
			Representação Fracionária (S2)	L1, L2, L3, L4
			Representação Figural (S3)	L1, L2, L3, L4
			Representação Gráfica (S7)	L1, L2, L3, L4
			Representação Tabular (S4)	L1, L2
			Representação Contextualizada (S6)	L1, L2, L3, L4

Fonte: Os próprios autores.

Nos livros didáticos analisados, o Conceito de Frações (C1) é apresentado de forma intuitiva, focando na relação entre parte e todo. Isso é ilustrado por exemplos cotidianos, como dividir uma pizza ou chocolate em partes iguais. A relação parte-todo se torna clara quando um todo é dividido em partes iguais, e a fração representa a quantidade de partes em relação ao total, como mostrado na Figura 1.

Figura 1 – Relação parte-todo: corda, figura retangular e coleção de bolas.



Fonte: MORI; ONAGA, 2015, p. 152.

A Figura 1 ilustra a divisão de uma corda, uma figura retangular e uma coleção de bolas, utilizando Língua Natural (S1), Representação Fracionária (S2) e Representação Figural (S3). Essas situações são contextualizadas para facilitar a compreensão do conceito.

Em seguida, os livros L1, L2, L3 e L4 exploram os termos de uma fração e a forma adequada de lê-las, conforme ilustrado na Figura 2. Também são discutidos os diferentes tipos de frações, incluindo as próprias e as impróprias, além de seus significados.

Figura 2 – Termos de uma fração e sua leitura.

O numerador e o denominador são os termos de uma fração.

$$\frac{2}{3}$$

2 → numerador
3 → denominador

O denominador **3** indica em quantas partes iguais a unidade foi dividida.
O numerador **2** indica quantas dessas partes foram consideradas.
Observe como são lidas (ou escritas por extenso) algumas frações.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$
→ um meio	→ um sexto	→ um décimo

Fonte: JÚNIOR, 2022, p. 134.

A Figura 2 apresenta os termos de uma fração, como o numerador e o denominador, acompanhados de exemplos da sua leitura. Essa figura combina a Língua Natural (S1) e Representação Fracionária (S2).

Diferentemente da estrutura atual, os primeiros registros do uso de frações datam do antigo Egito, onde as terras ao longo do Nilo eram divididas entre famílias em troca de tributos. Devido às inundações periódicas, essas terras precisavam ser medidas frequentemente, e os tributos eram pagos proporcionalmente à área cultivada. Assim, as frações surgiram para facilitar a divisão de unidades de medida, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Representação de frações no antigo Egito.

Os egípcios conheciam as frações de numerador 1, e esta era a forma que eles usavam para representá-las:

	$\rightarrow \frac{1}{3}$		$\rightarrow \frac{1}{6}$		$\rightarrow \frac{1}{20}$
--	---------------------------	--	---------------------------	--	----------------------------

Fonte: JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 132.

A Representação Egípcia (S5) de frações (vide Figura 3) é discutida nos livros L3 e L4 como parte da introdução à conceituação de frações. Além disso, essa representação também aparece no livro L1, na seção livre. Já no livro L2, que menciona o período dos faraós na seção de leitura, destaca-se o *Papiro de Rhind*⁵ como exemplo de Representação Fracionária (S2) da época.

Nos livros analisados, a categoria Conceito de Frações (C1) apresentou Representação Fracionária (S2), Linguagem Natural (S1) e Representação Figural (S3) e Representação Contextualizada (S6), cada uma correspondendo a 21,1%. Em comparação, a Representação Egípcia (S5) foi de 10,5%, seguida pela Representação Tabular (S4), que alcançou 5,3%, com o livro L1 sendo o único a abordar essa representação. É importante destacar que, nessa categoria, não foi utilizada Representação Gráfica (S7) em nenhum dos livros, e essa foi a única categoria que incluiu a Representação Egípcia (S5).

Partindo do princípio da propriedade fundamental das frações, as Frações Equivalentes (C2) desempenham um papel crucial. Elas mostram que frações diferentes podem expressar a mesma quantidade, facilitando a comparação e a simplificação de cálculos. Essenciais em operações matemáticas como adição, subtração, multiplicação e divisão, as Frações Equivalentes também são fundamentais em situações cotidianas, como ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Situações cotidianas envolvendo Frações.

Priscila e Felipe compraram, na cantina da escola, uma barra de chocolate para cada um. As barras são iguais:

Priscila

Felipe

Priscila dividiu sua barra de chocolate em duas partes iguais e comeu uma delas.

Felipe dividiu sua barra em quatro partes iguais e comeu duas delas.

Qual das crianças comeu mais chocolate?

Ilustra Cartoon

Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012, p. 179.

⁵ *Papiro de Rhind*: um dos primeiros documentos históricos de caráter matemático que se tem notícia; ver Geronimo e Saito (2012) para mais detalhes.

A Figura 4 ilustra um cenário contextualizado que utiliza Frações Equivalentes para resolver a situação proposta, combinando Representação Figural (S3) e Língua Natural (S1). Para facilitar os cálculos, as frações podem ser expressas em suas formas reduzidas ou expandidas. A forma com os menores termos possíveis é chamada de fração irredutível, como ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Simplificação de frações: frações irredutíveis.

Simplificar uma fração significa obter uma fração equivalente à fração dada, escrita com termos menores. Por exemplo:

Dai, $\frac{48}{72} = \frac{2}{3}$.

Podemos dividir sucessivamente o numerador e o denominador da fração por um divisor comum, até obtermos a fração com os menores termos possíveis. Essa fração é chamada de **forma simplificada** ou **forma irredutível** da fração dada.

Assim, a fração $\frac{2}{3}$ é a forma irredutível da fração $\frac{48}{72}$.

Para simplificar uma fração, devemos dividir o numerador e o denominador da fração dada por um mesmo número maior do que 1.

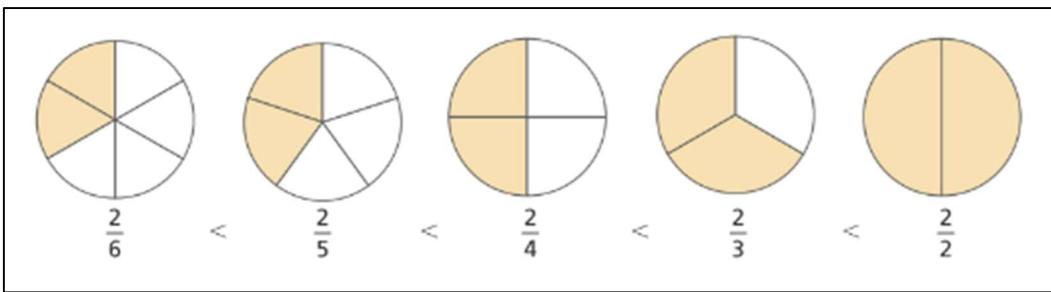
Fonte: JÚNIOR, 2022, p. 143.

A Figura 5 apresenta o processo de simplificação de frações até sua forma irredutível, integrando Representação Fracionária (S2) e Língua Natural (S1), conforme evidenciado nos livros L1, L2, L3 e L4.

Em nossa análise da categoria de Frações Equivalentes, constatamos que as Representação Fracionária (S2) e Representação figural (S3), junto com a Língua Natural (S1), representam 30,8% cada uma, respectivamente, enquanto que a Representação Contextualizada (S6), presente apenas no livro L1, corresponde a 7,7%.

Esses dados revelam uma abordagem restrita nas combinações de representações sobre o tema, evidenciando a ausência de Representação Gráfica (S7) e Representação Tabular (S4). Essa limitação se reflete também na categoria de Comparação de Frações (C3) nos livros analisados L1, L2, L3 e L4, que abordam frações com numeradores iguais, frações com denominadores iguais, e frações com numeradores e denominadores diferentes. Um dos exemplos é ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Comparando frações com numeradores iguais.



Fonte: JÚNIOR, 2022, p. 140.

A Figura 6, apresentada por meio de Representação Figural (S3) e Representação Fracionária (S2), ilustra a comparação de frações com o mesmo numerador, destacando que a menor fração é aquela que possui o maior denominador. Nesta categoria, as Representação Fracionária (S2) e Representação Figural (S3), juntamente com a Língua Natural (S1), representam cada uma 26,7%, respectivamente, enquanto que a Representação Contextualizada (S6) corresponde a 20,0%.

Com relação à categoria C4 – Operações com Frações, nos livros analisados L1, L2, L3 e L4, são abordadas a adição e a subtração de frações com denominadores iguais e diferentes. A multiplicação de frações, o inverso multiplicativo, a regra do cancelamento e a divisão de frações são discutidos apenas nos livros L1 e L2. Em contraste, os livros L3 e L4 tratam a divisão de frações de maneira simplista, apresentando-a apenas como a fração resultante da divisão de dois números naturais.

A Figura 7 ilustra a quantidade de partes coloridas em duas cores diferentes, representando a fração pintada e a fração que falta, contextualizando um exemplo de adição e subtração de frações. Nela, percebemos Representação Fracionárias (S2) e Representação Figural (S3), combinadas com Língua Natural (S1).

Figura 7 – Adição e subtração de frações com denominadores iguais.

Dividi uma cartolina em oito partes iguais. Ontem pintei três partes de verde e hoje, duas de laranja.

- Que fração da cartolina toda eu já pintei?
- Que fração da cartolina toda falta pintar?

Observe:

cartolina toda	$\longrightarrow \frac{8}{8}$	$\left. \begin{array}{l} \text{fração pintada ontem} \longrightarrow \frac{3}{8} \\ \text{fração pintada hoje} \longrightarrow \frac{2}{8} \end{array} \right\}$

Fração da cartolina já pintada: $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$.

Resta pintar $\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ da cartolina.

Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012, p. 185.

As mesmas representações, Representação Fracionárias (S2) e Representação Figural (S3), combinadas com Língua Natural (S1), são identificadas na Figura 8, que ilustra a multiplicação de frações.

Figura 8 – Multiplicação de frações.

Qual é o dobro de $\frac{3}{8}$?
 Ora, o dobro de $\frac{3}{8}$ corresponde a $2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$,
 que na forma irredutível é $\frac{3}{4}$.
 Observe: $2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

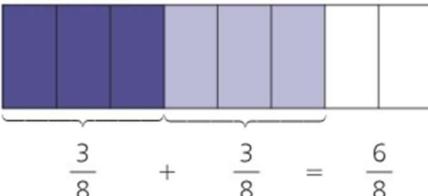


Ilustração: DAE

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$$

Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012, p. 188.

Nos livros analisados, a categoria Operações com Frações (C4) abrangeu Representação Fracionária (S2), Representação Figural (S3) e Representação Contextualizada (S6), além da Língua Natural (S1), cada uma correspondendo a 22,2%, respectivamente. A Representação Gráfica (S7) correspondeu a 11,11%, e não foram identificados registros da Representação Tabular (S4).

Além das operações básicas da Matemática envolvendo frações, como adição, subtração, multiplicação e divisão, também foram observadas a Potenciação e a Raiz Quadrada (C5), que podem ser aplicadas a frações, conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Potenciação e raiz quadrada de frações.

Observe:

$$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ fatores iguais a } 2} = 32$$

Com frações, a ideia é a mesma. Veja:

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{49}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^0 = 1 \text{ e } \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2}$$

Sabemos que $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$.
 Veja algumas raízes quadradas de frações:

- $\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}$ porque $\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$
- $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$ porque $\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$



Lélio Magri

Fonte: ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012, p. 193.

A Figura 9 apresenta a definição de potenciação em Língua Natural (S1), ilustrando sua aplicação em frações em comparação com seu uso em números naturais, além de abordar a aplicação da raiz quadrada em frações. Essa abordagem inclui também representação Fracionárias (S2) e Representação Figural (S3).

Embora as operações básicas da Matemática sejam amplamente discutidas, a potenciação e a raiz quadrada são abordadas apenas nos livros L1 e L2, com informações limitadas sobre o tema. Nesses livros, foram identificadas apenas Representação Fracionária (S2), Representação Figural (S3) e em Língua Natural (S1), cada uma correspondendo a 33,3%, respectivamente, do conteúdo analisado. Além disso, não foram utilizadas Representação Gráfica (S7) e Representação Tabular (S4), e essa é a única categoria que não faz uso da Representação Contextualizada (S6).

O conteúdo da categoria C6 (Probabilidade, Porcentagem e Proporção), podem ajudar aos alunos a entenderem como essas representações estão interligadas e como podem ser aplicadas em situações cotidiana. Por exemplo, essas habilidades permitem calcular descontos em produtos em promoção, comparar notas em provas e ajustar ingredientes em receitas, tornando a matemática prática e relevante.

Embora estejam inter-relacionadas, cada uma dessas áreas possui um foco distinto: a porcentagem é uma forma específica de expressar partes de um todo, a probabilidade mede a chance de um evento ocorrer e a proporção compara quantidades. A Figura 10 apresenta uma explicação sobre porcentagem e suas formas de representação.

Figura 10 – Porcentagem.

A expressão **por cento**, simbolizada por **%**, é muito comum no dia a dia. Basta abrir jornais, revistas, ligar o rádio ou a televisão e assistir a debates que notaremos a presença dela. **97%** (lemos: noventa e sete por cento) é um número escrito na forma **percentual** ou **porcentual**.
$$97\% = \frac{97}{100} = 0,97$$
 e significa 97 em cada grupo de 100.
Dividindo um inteiro em 100 partes iguais, 97% representam 97 dessas partes.

Fonte: MORI; ONAGA, 2015, p. 169.

Podemos observar a Representação Fracionária (S2) e a Língua Natural (S1) que abordam diferentes formas de expressar percentuais, além de descrever a leitura adequada desse conceito.

Os livros analisados, L2, L3 e L4, abordam o tema da porcentagem, com destaque para o uso de gráficos de barras no livro L2. Já a probabilidade é discutida nos livros L3 e L4, enquanto a proporção é abordada na seção de leitura do livro L2 e na seção de

tratamento da informação do livro L3. No entanto, o livro L1 não aborda esses conteúdos na seção sobre frações, tratando-os somente após o conteúdo de números decimais.

A Figura 11 exemplifica uma situação cotidiana relacionada à probabilidade, mostrando como as decisões diárias podem ser influenciadas por fatores probabilísticos.

Figura 11 – Probabilidade em situações-problema.

Vítor colocou em uma caixa 8 bolas de gude coloridas iguais, sendo 5 amarelas e 3 azuis. Se ele pegar uma bola qualquer, qual é a probabilidade de a bola ser amarela?

A probabilidade de a bola ser amarela é de **5 em 8**, ou seja, $\frac{5}{8}$.

Pelas situações apresentadas, é possível determinar a **probabilidade** de um evento expressando esse valor por meio de uma **fração**; essa fração é denominada **probabilidade** de ocorrência do evento.

Fonte: JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. 164.

A Figura 11 utiliza Representação Fracionária (S2) e Língua Natural (S1) para contextualizar uma situação do dia a dia. Isso destaca a relevância do conceito de probabilidade na vida cotidiana e a importância de compreendê-lo para tomar decisões em diversas situações.

A categoria Probabilidade, Porcentagem e Proporção (C6) é abordada por meio de Representação Fracionária (S2) e Representação Contextualizada (S6), combinadas com a Língua Natural (S1), cada uma representando 21,4%, respectivamente. A Representação Figural (S3) e a Representação Gráfica (S7) correspondem a 14,3% cada, respectivamente, enquanto a Representação Tabular (S4) representa 7,1%.

Por fim, após a discussão dos conteúdos abordados no ensino de frações, serão analisados os Problemas envolvendo Frações (C7) presentes nos livros didáticos analisados. A Figura 12 ilustra um problema em que os alunos precisam converter a Representação Fracionária (S2) para a Língua Natural (S1), e vice-versa.

Figura 12 – Problema envolvendo frações.

7. Copie no caderno a tabela seguinte e complete-a:

Escrita	$\frac{7}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{17}{23}$			
Leitura			um terço	cinco sextos	dois milésimos	treze quinze avos	

Fonte: MORI; ONAGA, 2015, p. 154.

Nesta abordagem estão presentes a Língua Natural (S1) e a Representação Fracionária (S2), combinadas com a Representação Tabular (S4). A categoria C4 é explorada por meio de diferentes representações: Fracionária (S2), Figural (S3), Gráfica (S7) e Contextualizada (S6), cada uma correspondendo a 18,2%, respectivamente. A Representação Tabular (S4), por sua vez, representa 9,1%. Todos os livros analisados contemplaram todas as representações, exceto a Tabular (S4), presente apenas nos livros L1 e L2, e a Representação Egípcia (S5), que foi identificada exclusivamente na C1.

Essa categoria (C7) abrange todos os problemas relacionados a frações na seção sobre o tema, estendendo-se às demais categorias. Ao analisar as outras categorias, a atenção foi concentrada exclusivamente no texto principal, sem considerar informações adicionais.

Considerações Finais

O presente estudo teve como objetivo investigar as Múltiplas Representações (MR) abordadas no ensino de frações presentes nos livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental no município de Jacarezinho/PR, no período de 2015 a 2024. Para isso, foram analisadas as obras recomendadas pelo PNLD e utilizadas nas escolas e colégios públicos de Jacarezinho/PR durante esse período.

Os livros que compuseram o *corpus* da pesquisa atenderam aos critérios de inclusão e exclusão estabelecidos e foram analisados por categorias. A partir dessa análise, como visto em seção própria, emergiram sete categorias: C1 (Conceito de Frações), C2 (Frações Equivalentes), C3 (Comparação de Frações), C4 (Operações com Frações), C5 (Potenciação e Raiz Quadrada), C6 (Probabilidade, Porcentagem e Proporção) e C7 (Problemas envolvendo Frações. Além disso, sete subcategorias, que incluem os tipos de representações presentes no ensino de frações: Língua Natural (S1), Representação Fracionária (S2), Representação Figural (S3), Representação Tabular (S4), Representação Egípcia (S5), Representação Contextualizada (S6) e Representação Gráfica (S7).

Nos livros analisados, contabiliza-se o total de 106 registros do uso das MR, distribuídas da seguinte forma: 19 (dezenove) da C1, 13 (treze) da C2, 15 (quinze) da C3, 18 (dezoito) da C4, 6 (seis) da C5, 13 (treze) da C6 e 22 (vinte e dois) da C7. Em termos gerais, as Representação Fracionária (S2) e Representação Figural (S3), combinadas com a Língua Natural (S1), representaram 23,6% dos registros, seguidas pela Representação

Contextualizada (S6) com 17,9%, pela Representação Gráfica (S7) com 6,6%, pela Representação Tabular (S4) com 2,8% e pela Representação Egípcia (S5) com 1,9%, respectivamente.

Portanto, é possível observar a utilização de uma Diversidade Representacional por meio dos tipos de representações abordados em cada categoria dos conteúdos, bem como pelas combinações de diferentes representações utilizadas no ensino de frações. Além disso, as proporções apresentadas por subcategorias foram identificadas em 78,3% dos livros adotados em sala de aula entre 2015 e 2024. É importante destacar que o livro L4, analisado neste estudo, está previsto para ser utilizado nessas escolas e colégios públicos até 2027. Se essa previsão se concretizar, representará 83,3% dos livros adotados entre 2015 e 2027.

Espera-se que este estudo seja uma referência para futuras pesquisas e para o aprofundamento do tema, incentivando novas investigações sobre o uso de MR para o ensino de frações. Suas descobertas poderão orientar práticas pedagógicas, apoiar a formação de professores e influenciar a criação de materiais didáticos, contribuindo tanto para a pesquisa acadêmica quanto para a melhoria da Educação Matemática.

Recebido em: editora
Aprovado em: editora

Referências

- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando matemática, 6.** 3. ed. renovada. São Paulo: Editora Brasil, 2012.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** 3. reimpr. da 1. ed. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BERTONI, N. E. **Educação e linguagem matemática IV: frações e números fracionários.** Brasília: Universidade de Brasília, 2009.
- BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Programas do Livro.** Disponível em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro>. Acesso em: 21 out. 2024.
- CARDOSO, P.; MAMEDE, E. Saber e ensinar frações: concepções e práticas de professores do ensino fundamental. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.49, e261007, 2023.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.**

Porto Alegre, RS: Artmed, 2007.

DE GOES, A. L.; DA SILVA, D. C.; TREVISAN SANZOVO, D.; LUCAS, L. B. Base Nacional Comum Curricular: uma perspectiva perante a Aprendizagem Significativa e Múltiplas Representações no ensino da Matemática. **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 30, e14832, 2023. (obedecendo regras avaliação às cegas).

GERONIMO, R. R.; SAITO, F. O papiro de Rhind: uma estudo preliminar. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 1, n. 1, 2012.

GLAP, L.; FRASSON, A. C. As políticas curriculares no Brasil: o percurso até a formulação da Base Nacional Comum Curricular. **Boletim de Conjuntura (BOCA)**, Boa Vista, v. 13, n. 39, p. 419–441, 2023.

JUNIOR, E. B. L.; OLIVEIRA, G. S.; SANTOS, A. C. O.; SCHNEKENBERG, G. F. Análise documental como percurso metodológico na pesquisa qualitativa. **Cadernos da Fucamp**, v. 20, n. 44, p. 36-51, 2021.

JÚNIOR, J. R. G. **A conquista da matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

MORI, I.; ONAGA, D. S. **Matemática: ideias e desafios, 6º ano**. 18. ed. São Paulo: Saraiva, 2015.

PRAIN, V.; WALDRIP, B. An exploratory study of teachers' and students' use of multimodal representations of concepts in primary science. **International Journal of Science Education**, v. 28, n. 15, p. 1843-1866, 2006.

KIEREN, T. E. The rational number construct: its elements and mechanisms. In: KIEREN, T. (Ed.). **Recent research on number learning**. Columbus: Eric/Smeac, 1980. p. 125-150.

SANTOS, E. F.; PASSOS, A. M. A.; BORELLI, S. S. O conceito de frações e os significados apresentados nos materiais curriculares da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo. **Ensino da Matemática Em Debate**, v.11, n.3, p.166-183, 2024.

SANZOVO, D. T. **Níveis interpretantes alcançados por estudantes de licenciatura em ciências biológicas acerca das estações do ano por meio de utilização de estratégia**

de diversidade representacional: uma leitura peirceana para sala de aula. 2017. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017. (obedecendo regras avaliação às cegas).

VASCONCELOS, S. D.; SOUTO, E. O livro didático de Ciências no ensino fundamental: proposta de critérios para análise do conteúdo zoológico. **Ciência e Educação (Bauru)**, v. 9, n. 1, p. 93-104, 2003.

Recebido em: 21/01/2025

Aprovado em: 22/10/2025



Artigo está licenciado sob forma de uma licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional