

# Modelagem matemática em uma perspectiva sociocrítica: sobre a produção de discussões reflexivas

MARLUCE ALVES DOS SANTOS\*

## Resumo

Neste artigo analiso a produção de discussões reflexivas em um ambiente de modelagem matemática, numa perspectiva sociocrítica. Discuto sobre os propósitos do professor ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática e as discussões que são privilegiadas nesse ambiente. A pesquisa<sup>1</sup> foi de natureza qualitativa e teve como contexto um grupo de alunos do ensino fundamental da sala de aula de uma professora de matemática em um município da Bahia. A coleta de dados ocorreu através da observação, a qual foi registrada através da filmagem. Os resultados apontam para a oportunidade de produção de discussões reflexivas.

**Palavras-chave:** modelagem matemática; perspectiva sociocrítica; discussões Reflexivas.

## Abstract

*In this paper I analyse the production of reflective discussions in a Mathematical Modeling environment, through a sociocritical perspective. Both the aims of the teacher in developing a Mathematical Modeling activity and the discussions which are encouraged in this environment are discussed. The research was qualitative and its context was a class of elementary school students taught by a Mathematics teacher in a small city of the state of Bahia, Brazil. Data collection was*

---

\* Membro do Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática (NUPEMM) da Universidade Estadual de Feira de Santana, reconhecido pela CAPES. Home do NUPEMM: [www.uefs.br/nupemm](http://www.uefs.br/nupemm). Membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Bahia (SBEM-Ba) em Feira de Santana.

1 Essa pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisas (CEP) da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) sob o protocolo nº 066/2006. Ressalte-se que os nomes aqui colocados são fictícios.

*carried out through observation, as well as recorded by filming. Results suggest the opportunity of producing reflective discussions.*

**Keywords:** *Mathematical Modeling, sociocritical perspective, reflective discussions.*

## Introdução

No últimos anos, a influência da perspectiva sociocrítica nos estudos desenvolvidos no Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática (Nupemm) resultou no interesse sobre a produção de discursos em sala de aula. Particularmente, desenvolvi uma pesquisa de mestrado que procurou responder como são produzidas as discussões reflexivas em um ambiente de Modelagem Matemática, bem como as oportunidades de sua produção. Essa “nova direção” para a pesquisa em Modelagem Matemática, produção de discursos, sinaliza um deslocamento de outras perspectivas sobre fenômenos específicos que são desenvolvidas no contexto social da sala de aula.

Modelagem Matemática, em sala de aula, constitui parte do debate atual sobre as abordagens inovadoras para a educação matemática. Em termos gerais, trata-se de obtenção de modelos matemáticos,<sup>2</sup> da abordagem matemática de situações do dia-a-dia ou se refere à aplicação da matemática em outras áreas do conhecimento. Existem diversos conceitos sobre Modelagem Matemática na literatura, nacional ou internacional. Para fins deste artigo, Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e investigar, através da matemática, situações-problema com referência na realidade (Barbosa, 2001, 2003).

Essa forma de conceituar Modelagem define o que é entendido como uma atividade de Modelagem, o que possibilita determinar suas fronteiras em relação a outros ambientes de aprendizagem. Entretanto, para o professor desenvolver uma atividade em sala de aula, são necessárias outras especificações, como os objetivos e os papéis que o professor e os alunos assumem nesse ambiente, abrangendo seus propósitos, o que pode ser compreendido pela noção de “perspectiva” (Barbosa, 2006c).

---

2 Modelo matemático refere-se a qualquer representação da situação em estudo através de signos matemáticos.

## Uma perspectiva sociocrítica para a Modelagem Matemática

O termo perspectiva vem do latim tardio *perspectivus*, e deriva por sua vez de dois verbos: *perspecto*, que significa “olhar até o fim, e examinar atentamente”; e *perspicio*, que significa “olhar através, ver bem, olhar atentamente, examinar com cuidado e reconhecer claramente (Gadotti, 2000). Barbosa (2003a, 2006a, 2006c) sugere a expressão perspectiva sociocrítica para denotar uma forma de ver a Modelagem Matemática, na educação matemática, como uma oportunidade para que os alunos discutam a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade, e a forma como estão sendo usados, que é como instrumentos de poder.

Segundo Barbosa (2003a), a forma pela qual o professor conduz a atividade de Modelagem Matemática, é a maneira como ele a concebe. A preocupação desse autor é convergente com a de Niss (2001), que enfatiza a importância em clarificar os conceitos, os objetivos e as perspectivas relativas às aplicações de modelagem na educação matemática como um pré-requisito essencial para o pensamento coerente da sua utilização em sala de aula e para uma prática sistematizada e refletida sobre o campo.

No âmbito nacional e internacional, existem diferentes perspectivas para abordar as atividades de Modelagem Matemática de um ponto de vista teórico. Kaiser e Sriraman (2006) desenvolveram uma revisão de literatura e sistematizaram cinco perspectivas sobre modelagem, que podem ser caracterizadas por apresentarem similaridades e diferentes abordagens. Os autores sugerem um sistema de classificação para as perspectivas de modelagem baseado em análises da literatura gerada principalmente por trabalhos desenvolvidos no International Congress of Mathematical Instructions (ICMI) e no International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA). As perspectivas são:

- realística ou modelagem aplicada: enfatiza o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas matemáticos aplicados, e na promoção de competências em modelagem, as situações-problema são autênticas e reais;
- epistemológica: a ênfase recai sobre as situações-problema que são estruturadas para gerarem o desenvolvimento da teoria matemática;

- educacional didática ou educacional conceitual: estrutura o processo de aprendizagem e integra situações-problema autênticas com o desenvolvimento da teoria matemática;
- sociocritica: ocupa-se com a análise da natureza dos modelos matemáticos e seu papel na sociedade;
- contextual: as situações-problema são devotadas à construção da teoria matemática, mas sustentado nos estudos psicológicos sobre sua aprendizagem.

As perspectivas acima podem se associar aos argumentos para inserção de Modelagem Matemática no currículo, como proposta por Blum e Niss (1991, apud Barbosa, 2001): motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel da matemática na sociedade. Essas perspectivas colocam ênfase em diferentes aspectos, e dessa forma podem ser eleitas com diferentes objetivos didáticos (Barbosa, et. al., 2007):

- o desenvolvimento da teoria matemática (epistemológica, educacional e contextual);
- o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas aplicados (realística);
- a análise da natureza e do papel dos modelos matemáticos na sociedade (sociocrítica).

A compreensão do papel dos modelos matemáticos na sociedade pode estabelecer condições para organizar o ambiente de Modelagem, e assim motivar o aluno a se envolver, visando explorar a atividade matemática, provocando reflexões sobre os critérios utilizados na construção dos modelos matemáticos. A intenção é levar os alunos a pensar sobre questões sociais que podem estar envolvidas nessa construção. Nesse sentido, os diferentes propósitos do professor implicarão diferentes maneiras de organizar as atividades de Modelagem em sala de aula.

### **Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem**

A noção de ambiente de aprendizagem refere-se às condições que são propícias para que os alunos possam desenvolver suas ações (Skovsmose, 2000). Ter referência na realidade e ser um problema para os alunos são características que constituem condições específicas para as

ações que os alunos e os professores desenvolvem nesse ambiente (Santos e Barbosa, 2007). A noção de problema refere-se as situações em que os alunos não possuem esquemas prévios, ao contrário do exercício, em que os alunos já sabem como abordar a situação. Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem em uma perspectiva sociocrítica prenuncia as dimensões epistemológicas e políticas.

O que define a especificidade desse ambiente de aprendizagem são as condições para a organização e o processo de exploração da atividade. Devido à natureza aberta das atividades de Modelagem, os alunos podem estudar problemas que não necessariamente sejam pertencentes à disciplina matemática, que envolvam formular hipóteses e simplificações que se relacionem aos modelos matemáticos propostos, que sirvam para analisar a situação-problema em questão, possibilitando que o aluno seja capaz de interpretar e agir em uma situação em que a matemática esteja presente em sala de aula.

É nesse contexto que se discute sobre a ênfase de que os argumentos e as decisões na sociedade são baseados em modelos matemáticos, que se traduzem em questões de poder, como discutido por Skovsmose (1994), revelando implicações teóricas sobre o papel dos modelos matemáticos na sociedade, em particular no desenvolvimento do ambiente de Modelagem Matemática em uma perspectiva sociocrítica (Barbosa, 2003b). Em uma sala de aula, quando o professor e os alunos desenvolvem uma atividade de Modelagem, podem explorar conceitos, idéias e procedimentos matemáticos sobre a construção de um modelo matemático. Outrossim, devido à natureza aberta dessas atividades, é possível que não haja a discussão sobre a construção de um modelo matemático porque o aluno pode desenvolver outros caminhos, possibilitando outras discussões.

### **Propósitos da Modelagem e discussões privilegiadas**

Nesta seção, discuto sobre Modelagem Matemática em uma perspectiva sociocrítica de Modelagem Matemática, incluindo noção de discussões reflexivas, estabelecendo interrelações com os propósitos do professor e as discussões que podem ser privilegiadas nesse ambiente. Ênfase que perspectivas diferentes implicam posicionamentos diferentes nos tipos de discussões produzidos na prática de Modelagem Matemática dos alunos e dos professores. Barbosa (2003, 2006a) argumenta que a perspectiva sociocrítica para a Modelagem Matemática sugere a ênfase

das discussões reflexivas. Portanto, um professor que tenha como propósito constituir a perspectiva sociocrítica em seus resultados em sala de aula, pode ir além de convidar os alunos a se envolverem na produção ou construção de um modelo matemático, mas também convidá-los a refletir sobre sua natureza.

As diferentes perspectivas de Modelagem Matemática, como acima apresentadas, podem gerar diferentes propósitos para as discussões produzidas e enfatizadas no desenvolvimento das atividades. Nesse sentido, as perspectivas como categorias externas à sala de aula são constituídas através dos discursos dos alunos e dos professores. Barbosa e Santos (2007) apontam que estar envolvido na atividade, motivado para desenvolver uma ação sobre ela e desenvolver habilidades de exploração e utilização da matemática são condições essenciais para que os alunos possam refletir sobre os critérios utilizados na construção dos modelos matemáticos.

Os argumentos acima delineados, se aproximam do trabalho de Barbosa (2001) sobre as concepções de futuros professores acerca da Modelagem, particularmente do primado de argumentação. O autor discute sobre o primado da argumentação ao observar que os professores, em cada perspectiva de Modelagem Matemática, privilegiava e hierarquizava alguns argumentos em detrimento de outros. A noção de primado de argumentação se aproxima da noção de *privileging*, discutida por Wertsch (1993).

Wertsch (ibid.) sugere a noção de *privileging* para denotar o fato de que alguns discursos são privilegiados em um determinado contexto sociocultural. *Privileging* se relaciona com a idéia de *primado de argumentação*, pois acaba por estabelecer uma hierarquia entre as discussões conforme os propósitos do professor. Caso o professor queira convidar os alunos a confrontarem os resultados matemáticos para de alguma forma implementar as discussões reflexivas nos espaços de interações, estará privilegiando a perspectiva sociocrítica na sala de aula, posicionando as demais perspectivas como “meio” para sua efetivação.

Barbosa e Santos (2007) discutem sobre a prática dos alunos no ambiente de Modelagem inspirado em Wertsch (1993), que enfatiza a necessidade de analisar a gênese e as transições do fenômeno estudado. Essa ênfase, para os autores, remete aos caminhos seguidos pelos alunos quando desenvolvem atividades de Modelagem. Desse ponto de vista, a ênfase pode recair sobre as práticas discursivas nas ações que os alunos

desenvolvem no ambiente de Modelagem Matemática. Por esse motivo, Barbosa (2007) propõe a noção de espaços de interações para significar os encontros entre aluno-aluno ou aluno-professor para discutir sobre as atividades de Modelagem.

Nesse sentido, tome-se a noção de rotas de Modelagem, em Barbosa (2006a, p. 5), como um percurso discursivo, ou seja, “uma progressão dos discursos produzidos pelos alunos e/ou professor no ambiente social”. Wertsch (1993), ao examinar o discurso, busca compreender o poder entre a voz do professor e a voz do aluno. Para o autor, a voz do professor é diretiva e as vozes dos alunos são muito pouco diretivas. Diretiva, segundo o autor, significa que os alunos podem participar na formulação do problema, mas é a voz do professor que o regula.

[...] os discursos produzidos nos momentos de interação social entre alunos (e alunos) e entre estes e o professor são cruciais para compreender a prática de Modelagem dos alunos, pois neles circulam vozes que são legitimadas, secundarizadas ou silenciadas, o que se traduz em importantes condições para as ações dos alunos. (Barbosa, 2006c, p. 5)

Segundo Barbosa e Santos (2007), as rotas de Modelagem são constituídas pelas discussões compreendidas na construção do modelo matemático. Inspirado em Skovsmose (1990), Barbosa (2007, p. 165) sugere que as rotas de Modelagem podem ser constituídas por três tipos de discussões:

As discussões matemáticas referem-se aos conceitos e às idéias integralmente pertencentes à disciplina matemática. As discussões técnicas, ao processo de matematização da situação em estudo. E, por sua vez, as discussões reflexivas referem-se à conexão entre os pressupostos utilizados na construção do modelo matemático e os resultados, bem como à utilização desses últimos na sociedade.

Tomarei, entretanto, a noção de discussões reflexivas um pouco diferente do autor. As discussões reflexivas referem-se à influência dos critérios utilizados na construção do modelo matemático em seus resultados e sobre o papel deste em uma determinada prática social. A fim de representar os argumentos acima, sobre os propósitos do professor e os tipos de discussões que são privilegiadas, sintetiza-se a tabela a seguir:

Tabela 1 – Relação entre os propósitos de Modelagem e o tipo de discussão privilegiada

Propósito da Modelagem	Tipos de discussões privilegiadas
Desenvolver conceitos/idéias matemáticas	Matemáticas
Desenvolver habilidades de resolução de problemas matemáticos aplicados	Técnicas
Analisar a natureza dos modelos matemáticos	Reflexivas

Fonte: Barbosa, 2007, p. 168.

As discussões matemáticas, técnicas e reflexivas, como abordadas acima, refletem, segundo Barbosa e Santos (2007), os diferentes propósitos do professor ao desenvolver atividades de Modelagem Matemática.

A análise da práticas dos alunos ao desenvolverem as atividades de Modelagem, toma como foco as discussões que constituem a rota de Modelagem, apontando para a noção de *privileging* (privilegiar), que segundo Wertsch (1993, 1998) evidencia a constituição do discurso, a partir das vozes que estão presentes em determinado contexto social e que são privilegiadas em detrimento de outras (Barbosa, 2007).

## O contexto e a metodologia da pesquisa

O contexto da pesquisa aqui analisada foi com um grupo de alunos do ensino fundamental da sala de aula de uma professora de matemática aqui denominada de Joana, em um município da Bahia. Joana foi aluna da disciplina de Metodologia e Estágio Supervisionado II e III do curso de Licenciatura em Matemática do Programa de Formação de Professores de 5<sup>a</sup> à 8<sup>a</sup> séries do ensino fundamental – Modalidade presencial na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), em Feira de Santana, Bahia.

Obrigatoriamente, todos os alunos deveriam realizar uma atividade de Modelagem nas turmas em que lecionavam. Então, busquei uma professora que lecionava próximo de onde resido e cujo horário era compatível como o meu. Escolhi procurar por Joana e convidá-la para participar da pesquisa, desenvolvendo junto à sua turma uma atividade de Modelagem.

A coleta de dados ocorreu através da observação, a qual foi registrada através da filmagem e utilizou-se também o diário de campo.



A professora escolheu a 6ª série para desenvolver a atividade de modelagem que aconteceria no no terceiro bimestre (3ª unidade) do ano letivo de 2006. Nessa época, a escola estava desenvolvendo um projeto sobre “Meio Ambiente”, assim, a professora pensou na “conta de água” para desenvolver a atividade de Modelagem, que ocorreu durante dez encontros, cada um com duas aulas em um total de 100 minutos.

A professora Joana decidiu estudar a conta de água para possibilitar que os alunos pudessem verificar em suas casas como é a medição e a tarifação do consumo de água encanada em suas residências, além de serem estimulados a economizar água e não prejudicar a natureza. Para esse fim, indicou para os alunos que as tarifas são encontradas no endereço eletrônico da Empresa Baiana de Saneamento (Embasa)<sup>3</sup> ou que poderiam ir ao próprio local (espaço físico) onde estava instalado o prédio da instituição, naquele município. A professora contou com a colaboração dos seus colegas da área de Comunicação e Expressão, que forneceram textos sobre o desperdício e sobre a declaração universal da água, o que favoreceu estudo sobre o assunto, além de ter servido como material auxiliar para os alunos.

A professora escolheu a equipe que seria observada através de sorteio. Inicialmente, a equipe era composta por cinco alunos, que aqui são denominados Eliene, Flávia, Maria, Mariana e Nilza. No decorrer do desenvolvimento da atividade, Marcelo passou a fazer do grupo. Todos os alunos eram da comunidade e tinham entre 12 e 13 anos. Quanto à forma de distribuição e abastecimento de água: Eliene, Maria e Flávia tinham em casa somente uma cisterna;<sup>4</sup> Mariana tinha somente água fornecida pela Embasa; e Nilza e Marcelo possuíam água da Embasa e da cisterna.

A pergunta que orientou a pesquisa foi: Como as discussões reflexivas são produzidas em um ambiente de Modelagem Matemática? Como questão específica, estabelece-se: Quais as oportunidades de produzir discussões reflexivas em um ambiente de Modelagem Matemática? Para este fim, procurei analisar se ocorreram as duas condições necessárias para a produção reflexivas: os diferentes critérios envolvidos na construção dos modelos matemáticos e se houve o confronto dos resultados obtidos.

---

3 Informações disponíveis no site [www.embasa.gov.br](http://www.embasa.gov.br)

4 Reservatório superficial de águas pluviais construído de alvenaria.

## Descrrevendo o episódio

Esse episódio ocorreu no terceiro encontro do projeto e foi iniciado partindo de em um breve relato da professora para retomar a tarefa agendada anteriormente, que era para que os alunos escolhessem um de seus colegas de equipe para medir o consumo de água de sua casa, e o outro colega da equipe mediria o consumo da escola, ambos durante uma semana, no mesmo horário. A professora solicitou aos alunos que colocassem os dados coletados no quadro e, após as anotações, pediu que os observassem para iniciar uma discussão sobre a forma como era realizada o cálculo da fatura de fornecimento de água pela Embasa. Utilizando os dados trazidos por uma das equipes, a professora Joana ensina, utilizando o quadro, como calcular o consumo de água de um mês, a saber, tomando o último registro medido e subtraindo da medição atual.

A seguir, todas as equipe foram convidadas pela professora para voltar aos dados que coletaram durante uma semana, a fim de que calculassem, em equipe, o consumo de água medido nesse intervalo de tempo, conforme o solicitado e ensinado no quadro pela professora. Logo após, a professora pede que os alunos desenvolvam o cálculo de sua equipe conforme o que ela ensinou:

*Professora: Bom, agora vamos verificar os valores. Vamos conferir! Primeiro, vamos analisar o valor da equipe cinco em relação às outras {equipes}. É alto em relação às outras equipes {o valor}, não é? Quantas pessoas moram nesta casa? Quais os trabalhos em que a água é utilizada? A tarefa seguinte é analisar como podemos reduzir o valor da fatura da conta de água da nossa casa.*

A fala da professora denota que sua intenção era ensinar, mas, ao verificar o alto consumo da casa de uma das alunas de uma das equipes, ela começa a levantar outros questionamentos, o que está representado nas falas das alunas a seguir. A fim de ilustrar os cálculos dos aluno dessa equipe, a seguir suas anotações:

Colégio Estadual Remúlio Galvão 30/08/06

Aluno = \_\_\_\_\_


Professora = \_\_\_\_\_

Disciplina = Matemática Série = 6<sup>ª</sup>

Turma = Matemática Turma = A

Trabalho

de



Matemática

Grupo 5

Data	Nº pontos	Nº acertos	
24/08/2006	0231	202	quinta-feira
25/08/2006	0231	301	sexta-feira
26/08/2006	0231	522	sábado
27/08/2006	0231	522	Domingo
28/08/2006	0231	900	Segunda-feira
29/08/2006	0231	902	terça-feira
30/08/2006	0232	883	quarta-feira

002999

062312

00157

003283

073205

001683

000413

006703

000010

Ao finalizar a realização dos cálculos, Joana convida as equipes para colocarem seus cálculo no quadro. Uma das alunas da equipe observada, Mariana, passou a verificar que o resultado da sua casa era maior em relação as das outras equipes. Isso leva a inferir que ao verificar o seu resultado com o das outras equipes, a aluna confrontou os resultados obtidos. A professora prosseguiu comparando os consumos das casas dos alunos e verificando por que o valor de consumo da equipe de Mariana era mais alto que a do restante da sala, o que reforça a preocupação da aluna.

*Mariana: Na minha casa, somente tem duas pessoas e a minha conta é mais alta que a das outras equipes que têm mais pessoas (olhando para os cálculos das outras equipes, de forma pensativa).*

*Fernanda: Veja, Mariana, (você) gasta mais neste dia aqui (olhando para as anotações sexta-feira para sábado e sábado para domingo). Porque? Você sabe? Talvez esteja aí a explicação, não?*

*Fernanda: Na escola, um valor grande pode até ser, não é? Tem bastante torneira, vasos sanitários, pia, cozinha grande, lava muito prato e várias coisas.*

*Nilza: Lá em casa tem três pias. Uma para lavar prato, para lavar mão e roupa. Tem mais gente que na sua casa, Mariana. Se esta conta fosse lá em casa ia ser maior. Tem mais pessoas, somos em cinco, e muitas torneiras.*

Joana começou a atividade convidando os alunos a voltarem para os dados. Conforme anteriormente mencionado, optei por evidenciar a prática dos alunos descritas pela produção de seus discurso (Lerman, 2001; Werstch, 1993, 1998) em um ambiente de Modelagem Matemática. A fim de lembrar o leitor, as discussões reflexivas referem-se à influência dos critérios utilizados na construção do modelo matemático em seus resultados e sobre o papel deste em uma determinada prática social.

## **Possibilidade de análise**

O problema proposto para a turma de forma coletiva mobiliza a participação dos alunos. De natureza simples, a tarefa não exige dos alunos um esforço deliberado de atenção para a execução da atividade. Ao longo do episódio, a professora trabalha no sentido de comparar os resultados das equipes, a fim de explicitar e problematizar as hipóteses que os alunos têm acerca de como reduzir o consumo de água em casa. Ao que parece, a professora tem consciência do seu papel de mediador no processo de construção do conhecimento. Caracterizei o episódio como o confronto de resultados em relação aos critérios.

## **O confronto de resultados em relação aos critérios**

Para analisar oportunidade ou produção de discussões reflexivas é necessário identificar suas partes constituintes, a seguir: 1. os critérios e os resultados; 2. o papel dos modelos matemáticos na sociedade. Entretanto, compreende-se que não é suficiente identificar os critérios utilizados na construção dos modelos ou os resultados obtidos; eles precisam ser conectados. Por critérios, compreendo os pressupostos matemáticos que orientam a elaboração/construção de um modelo matemático.

Para analisar o episódios, voltamos para os argumentos acima, a fim de identificá-los e discuti-los: os propósitos da Modelagem e os tipos

de discussões privilegiadas nesse ambiente, a perspectiva sociocrítica e as rotas de Modelagem Matemática. Lembrando que essas discussões foram produzidas em torno em torno dos agentes – alunos e professor.

A professora Joana, ao iniciar a aula, rememora a sua preocupação com a turma quanto ao valor da equipe cinco em relação às outras. Para garantir a continuidade da atividade, ela levanta questões a fim de incentivar a turma a refletir sobre o problema: “Quantas pessoas moram nesta casa? Quais os trabalhos em que a água é utilizada?”. Percebe-se que na voz da professora não há um tom de imposição de questões, pois apenas procura resgatar o que já foi negociado anteriormente, num movimento de interlocução. Essas questões iniciam o processo de matematização da situação em estudo, por esse motivo são denominadas discussões técnicas.

Embora não tivesse percebido na voz da professora Joana um tom de imposição, foi percebido uma voz diretiva, pois ela estava interessada em ensinar os alunos a calcular a fatura da conta de água. Como emergiram questões diferentes desse propósito, ela levou os alunos a confrontarem os resultados obtidos da coleta realizada por eles em sua casa através da anotação dos consumos pela leitura que realizaram no hidrômetro, que foi o instrumento utilizado para esse fim. Inicialmente, para gerar esse confronto, ela questionou a quantidade de pessoas que residia nas casas pesquisadas e as atividades que eram desenvolvidas por essas pessoas que demandasse a utilização da água. Provavelmente, com isso, sua intenção, era de possibilitar discussão sobre os diversos fatores a serem consideradas na situação-problema. Mas não está clara a sua intenção de levar os alunos a pensarem sobre as questões sociais envolvidas nessa situação.

As falas seguintes dos alunos foram desencadeadas pela voz da professora, que procurou direcionar o processo de aprendizagem elegendando o confronto de resultados, o que possibilitou a produção de diferentes vozes que se materializaram nas diferentes hipóteses oferecidas pelos alunos. Na socialização dentro da equipe, os alunos notam que o resultado dos dados coletados por Mariana e o das outras equipes são diferentes. Na discussão desenvolvida pela equipe, percebe-se que começam a levar em consideração algumas hipóteses que poderiam influenciar no resultado do cálculo do consumo de água da semana na casa da Mariana e confrontar os diferentes resultados. Entretanto, as hipóteses da situação em questão

não apresentam claramente os critérios utilizados no modelo matemático, logo, não servem de subsídio para determinar uma discussão reflexiva e sim discussões técnicas.

Sugiro, portanto, que há oportunidade de produção quando gerado um confronto de hipótese da aluna Mariana e de suas colegas com o resultado das outras equipes. Provavelmente, o conhecimento do seu contexto, ou melhor, do seu dia-a-dia, levou a ter um estranhamento em relação ao ocorrido, como se não fizesse sentido o resultado e volta-se, em conjunto, para o levantamento de aspectos a serem incluídos nos critérios utilizados sobre um determinado cálculo apresentado no quadro. O aluno, como parte do processo, poderia atuar com voz diretiva, entretanto, a voz do professor, legítima autoridade em sala de aula, direciona o processo, e não dá continuidade às questões levantadas pela equipe.

Analisando a voz da professora, percebe-se que sua preocupação em comparar os resultados produzidos por diferentes alunos ou grupos de alunos poderiam ter gerado discussões reflexivas, uma vez que fosse discutido o modelo matemático (fórmula/representação matemática) presente na conta de água fornecida pela Embasa: Faixa de consumo ( $m^3$ ) Valor Unitário (R\$) X Consumo ( $m^3$ ) (apartamentos/casas/salas) X Unidade de Consumo = Valor (R\$). Seria instituída a perspectiva sociocrítica se a professora, partindo das questões que levanta, estimulasse o levantamento de questões sociais, e dessa forma estariam analisado o papel desse modelo, acima descrito, em sala de aula e discutindo a influência dos resultados obtidos para a sociedade.

Ponto, então, que algumas questões poderiam ser levantadas com o intuito de produzir discussões reflexivas partindo das hipóteses da equipe. Destaco que a produção de discussões nesse episódio ficou restrita a discussões técnicas. Por esse motivo, argumento que o propósito da professora era de desenvolver habilidades de resolução de problemas matemáticos aplicados. Ou seja, desenvolver habilidade de calcular o valor da fatura da conta de água da casa dos alunos. O que é pertinente aos seus propósitos iniciais, que é o de ensinar os alunos a calcularem a fatura de água de sua casa.

A seguir, para ilustrar o que está sendo discutido, uma parte da Tabela de Tarifas disponibilizada pelo *site* da Embasa utilizada pelos alunos e pela professora.

**Tabela de Tarifas**

TARIFAS MENSAIS PARA SERVIÇOS DE SANEAMENTO BÁSICO - VALORES SEM O ICMS  
 APLICAÇÃO SOBRE AS CONTAS EMITIDAS A PARTIR DE 1 DE JUNHO / 2006 - LEI FEDERAL N. 6.528 DE 11/05/78 E DECRETO  
 ESTADUAL N.º 3.060 DE 29/04/94

1. ABASTECIMENTO DE ÁGUA TRATADA/BRUTA

1.1. SISTEMAS MEDIDOS

Faixas de Consumos	Residencial Popular (1.1) e Filantrópica(1.4)	Residencial (1.2)	Residencial (1.3)	Residencial Social (1.7)
Até 10 m <sup>3</sup>	R\$ 2,05 p/ mês	R\$ 9,10 p/mês	R\$ 9,10 p/mês	R\$ 5,20 p/ mês
11 - 15 m <sup>3</sup>	R\$ 1,44 p/ m <sup>3</sup>	R\$ 2,17 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,17 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,17 p/m <sup>3</sup>
16 - 20 m <sup>3</sup>	R\$ 1,54 p/ m <sup>3</sup>	R\$ 2,32 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,32 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,32 p/m <sup>3</sup>
21 - 25 m <sup>3</sup>	R\$ 1,63 p/ m <sup>3</sup>	R\$ 2,46 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,46 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,46 p/m <sup>3</sup>
26 - 30 m <sup>3</sup>	R\$ 1,66 p/ m <sup>3</sup>	R\$ 2,50 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,50 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,50 p/m <sup>3</sup>
31 - 40 m <sup>3</sup>	R\$ 1,72 p/ m <sup>3</sup>	R\$ 2,59 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,59 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,59 p/m <sup>3</sup>
41 - 50 m <sup>3</sup>	R\$ 1,77 p/ m <sup>3</sup>	R\$ 2,67 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,67 p/m <sup>3</sup>	R\$ 2,67 p/m <sup>3</sup>
> 50 m <sup>3</sup>	R\$ 2,04 p/ m <sup>3</sup>	R\$ 3,08 p/m <sup>3</sup>	R\$ 3,08 p/m <sup>3</sup>	R\$ 3,08 p/m <sup>3</sup>

Tabela (parte) de tarifas disponível no site da Embasa: [www.embasa.br](http://www.embasa.br)

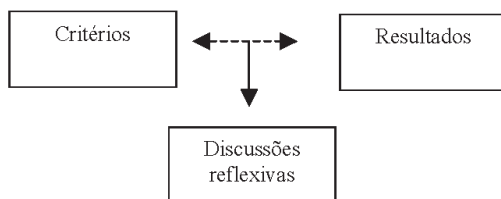
Como conseqüência das vozes dos alunos, ao levantarem hipóteses sobre os porquês do valor alto da casa de Mariana, destaco uma oportunidade de produção de discussões reflexivas e, conseqüentemente, um propósito de instituir a perspectiva sociocrítica. Para esse fim, seria preciso ter critérios identificados para orientar a elaboração/construção do modelo matemático representado acima. Para que isso ocorresse, a partir do processo de levantamento de hipóteses dos alunos, seria preciso que Joana continuasse dialogando com eles, para houvesse o confronto entre os critérios e os resultados. Poderia, então, recair no propósito de analisar a natureza do modelo matemático presente na fatura.

A voz diretiva de Joana não se modifica quando se estabelece contato com as vozes dos alunos. Questões como: Por que as faixas de consumo são pré-estabelecidas? Como a Embasa chegou até esta fórmula? Por que essa fórmula contém essas variáveis e essas constantes, e não outras? Por que essas faixas de consumo e não outras? Por que esse o preço unitário e não outro? Quais questões sociais estão envolvidas nesta tabela de tarifas? Dentre outras questões sempre relacionando com o resultado dos dados coletados pelos alunos.

## A produção de discussões reflexivas

Neste artigo, cujo o propósito é analisar a oportunidade de produção de discussões reflexivas em um ambiente de Modelagem, o episódio acima delinea um esboço teórico. O foco refere-se ao que aconteceu tomando uma situação corrente para discutir a oportunidade de produção, o que é denominado por Skovsmose e Borba (2004) raciocínio crítico na pesquisa.

Tomando como objetivo a análise do episódio, identifiquei a oportunidade de produção de discussões reflexivas. O episódio sugere que a comparação entre os diferentes resultados poderia ter levado os alunos a discutirem a influência dos critérios a serem incluídos na construção do modelo matemático. A figura a seguir sintetiza a idéia de “inseparabilidade” da discussão sobre os critérios e os resultados, se considerarmos o propósito de gerar as discussões reflexivas. Se tomarmos o âmbito dos critérios, é necessário que se chegue ao âmbito dos resultados para que as discussões reflexivas se viabilizem. O raciocínio é análogo para o caso de tomarmos os resultados como ponto de partida.



Oportunidade e produção de discussões reflexivas

Fonte: Santos (2007, p. 96)

A ocorrência dessas duas condições – a discussão sobre os critérios e os resultados – pode não ser suficiente para a produção das discussões reflexivas, pois podem depender da prática desenvolvida em um contexto sociocultural onde ocorrem.

## Considerações finais

Neste artigo, discutimos sobre a prática dos alunos no ambiente de Modelagem em uma perspectiva sociocrítica. Essa análise traz implicações importante para os professores que desejam desenvolver o ambiente de Modelagem, em uma perspectiva sociocrítica, em suas aulas de matemática.



Uma vez que se desenvolva alguma discussão entre os alunos e entre os alunos e o professor nos espaços de interação, podem apresentar questões que agendem a influência dos critérios sobre os resultados obtidos. No caso de a discussão ser sobre os resultados, a intervenção do professor pode ser análogo para os critérios, desde que atenda às considerações expostas no decorrer do artigo.

Estudar sobre a gênese da produção das discussões reflexivas é reconhecer oportunidades e produção de discussões reflexivas no ambiente de Modelagem, o que ainda não é aparente na literatura, constituindo-se assim em contribuição teórica para o campo científico na área de Educação Matemática. Para o professor que intencione “nutrir” a criticidade dos alunos em relação ao uso dos modelos matemáticos na sociedade, o resultado desta pesquisa amplia o leque de oportunidades que podem subsidiar o processo pedagógico em condições efetivas para agendar atividade de Modelagem como ambiente de aprendizagem em uma perspectiva sociocrítica, a fim de oportunizar a produção de discussões reflexivas.

## Referências

- ALRØ, H. e SKOVSMOSE, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique*. Dordrecht, Kluwer.
- BARBOSA, J. C. (2001). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Rio Claro, Unesp.
- (2003a). “What is Mathematical Modelling?” In: LAMON, S. J.; PARKER W. A. e HOUSTON, K. (eds.). *Mathematical Modelling: a way of life*. Chichester, Ellis Horwood.
- (2003b). *Modelagem matemática e a perspectiva sociocrítica*. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2, Santos. *Anais...* São Paulo, SBEM, 1 CD-ROM.
- (2006a). “Teacher-student interactions in mathematical modeling”. In: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W. e KHAN, S. (eds.). *Mathematical Modelling: Education, engineering and economics*. Chichester, Horwood.
- (2006b). *Students’ discussions in Mathematical Modelling*. In: International Conference on the Teaching of Mathematics, 3. Istanbul. *Anais...* Istanbul.

- BARBOSA, J. C. (2006c). Mathematical modelling in the classroom: socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, v. 38, pp. 293-301.
- BARBOSA, J.C.; CALDEIRA, A. D. e ARAÚJO, J. de L. (2007). *Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife, SBEM.
- BARBOSA, J. C. e SANTOS, M. A. (2007). *Modelagem matemática, perspectivas e discussões*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9, Belo Horizonte. *Anais...* Recife, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 1 CD-ROM.
- BARRETO, A. C. (1988). *Modelos matemáticos nas ciências não-exatas (uma introdução à matemática humanística)*. Rio de Janeiro, PUC-RJ (versão preliminary).
- BARROMEO FERRI, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, [sl], v. 38, n. 2, pp. 86-95.
- BLUM, W. e NISS, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, v. 22, n. 1, pp. 37-68, fev.
- BORBA, M. e SKOVSMOSE, O. (1997). The ideology of certainty in mathematics education. *For the learning for mathematics*, v. 17, n. 3, pp. 17-23, nov.
- CHRONAKI, A. e CHRISTIANSEN, I. M. (ed.) (2005). *Challenging perspectives on mathematics classroom communication*. Greenwich, Information Age Publishing.
- IKEDA, T. e STEPHENS, M. (2001). “The effects of student’s discussion in mathematical modeling”. In: MATOS, F. J. *Modelling and mathematics education*. Chichester, Horwood.
- GADOTTI (2000). *Perspectivas atuais da Educação*. Porto Alegre, Artes Médicas.
- KAISER, G. e SRIRAMAN, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* [sl], v. 38, n. 3, pp. 302-310, jun.

- LERMAN, S. A. (2001). “Cultural discursive psychology for mathematics teaching and learning”. In: ATWEH, B. et al. (eds.). *Sociocultural research on mathematics education: an international perspective*. Londres, Lawrence.
- NISS, M. (2001). “Issues and problems of research on the teaching and learning of application and modeling”. In: MATOS, F. J. *Modelling and mathematics education*. Chichester, Horwood.
- SANTOS, M. A. dos (2007). *A produção de discussões reflexivas em um ambiente de modelagem matemática*. Dissertação de mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Salvador, Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana.
- SANTOS, M. A. dos e BARBOSA, J. C. (2007). *As oportunidades de produção das discussões reflexivas num ambiente de Modelagem Matemática*. In: Conferência Nacional de Modelagem Matemática, 5, Ouro Preto. Anais... Belo Horizonte, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 1 CD-ROM.
- SKOVSMOSE, O. (1990). Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v. 21, n. 5. pp. 765-779.
- (1994). *Toward a Philosophy of critical mathematics education*. Dordrech, Kluwer.
- (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, ano 13, n. 14, pp. 66-91.
- SKOVSMOSE, O. e VALERO, P. (2001). “Breaking Political Neutrality: The Critical Engagement of Mathematics Education with Democracy”. In: ATWEH, B. et al. (eds.). *Sociocultural research on mathematics education: an international perspective*. Londres, Lawrence.
- WERTSCH, J. V. (1993). *Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action*. Cambridge, Harvard University Press.
- (1998). *Mind as action*. Nova York, Oxford University Press.

Recebido em out./2008; aprovado em dez./2008