

Uma abordagem histórico/didática de analogias envolvendo razões e proporções em contexto musical: um ensaio preliminar

A Historical/Didactical Approach of analogies involving ratios and proportions in music context: a preliminary essay

OSCAR JOÃO ABDOUNUR¹

Resumo

Este artigo tem por objetivo valorizar, sob uma perspectiva educacional, o potencial de assemelhação, de diferenciação e heurístico do pensamento analógico considerando para isto características estruturais peculiares presentes no desenvolvimento histórico de razão e proporção matemáticas, características estas que se evidenciam quando tais conceitos são tratados em determinados contextos musicais. Além disso, esses contextos possibilitam a inclusão de uma construção não necessariamente aritmética de razões e proporções no ambiente educacional, resgatando ainda do ponto de vista histórico seus vínculos à música e, portanto, seus significados, por vezes apenas correlacionados com conceitos aritméticos, tais como número, fração e igualdade. Tal construção tem, portanto, o intuito de proporcionar a valorização das origens não aritméticas de razões e proporções, bem como relevar diferenças na demarcação de tais conceitos no contexto de suas semelhanças estruturais, porém não semânticas, com conceitos aritméticos análogos. Dentre as características mencionadas, cabe ressaltar operações e proposições envolvendo razões e proporções com estruturas análogas em música teórica.

Palavras-chave: razões/proporções; pensamento analógico; relação história/ensino de matemática.

Abstract

This article aims at valuing, with an educational approach, the heuristic potential of the analogical thought, as well as its capability to differentiate and to resemble, considering for that peculiar structural features present in the historical development of mathematical ratios and proportions, features which stand out when these concepts were handled in determined musical contexts. Such approach makes possible the inclusion of a non-necessarily arithmetical construction for ratios and proportions in educational contexts, rescuing from the historical point of view its attachments with music and their meanings sometimes only related with arithmetical concepts such as number, fraction and equality. This construction intends thus to value the non arithmetical origins of ratios and proportions, as well as to reveal differences in the delimitation of such concepts in the context of their structural albeit non semantic similarities with analogical arithmetical concepts. Among such features, it is worthwhile to mention operations and propositions involving ratios and proportions with analogical structures in theoretical music.

Keywords: ratios/proportions; analogical thought; relationships between history and mathematics education.

¹ Instituto de Matemática da Universidade de São Paulo, IMEUSP – abdounur@ime.usp.br

Introdução

Inicialmente, apresentam-se pressupostos e terminologias a serviço do que se defende neste ensaio. Diversas são as situações históricas envolvendo racionalidade matemático-musical e particularmente no contexto das relações entre razões, proporções e intervalos musicais passíveis de serem exploradas na dinâmica de ensino/aprendizagem de matemática. Valoriza-se aqui o potencial didático-heurístico no tratamento dos conceitos de razão e proporção no contexto musical, onde evidenciam-se atributos que os diferenciam de conceitos estruturalmente análogos, tais como fração/número e igualdade respectivamente. Para isto, estabelece-se inicialmente um breve apanhado histórico do papel de razões e proporções no desenvolvimento da música ocidental, apresentando dados que conferem plausibilidade histórica à correlação entre altura musical e comprimento da corda, entre intervalos musicais e razões matemáticas, bem como entre composição de intervalos musicais contíguos e composição de razões matemáticas.

Cabe aqui ressaltar o sentido conferido ao termo aritmetização de teorias de razão, utilizado neste contexto para caracterizar a transformação complexa e irregular sofrida por razão e sua estrutura desde a Antiguidade e especialmente na Idade Média tardia e Renascença, na qual este conceito matemático perdeu de forma irregular seu caráter geométrico para assumir um caráter aritmético estruturalmente similar, porém semanticamente distinto. Como subprocesso deste modelo teórico, a razão perde gradativamente o significado de comparação entre duas grandezas de mesma natureza para ser identificada com número, confundindo-se ainda com divisão e com quociente de duas grandezas, assim como composição de razões identifica-se gradativamente com multiplicação de razões e proporções tornam-se aos poucos igualdades de números. Todo este processo ocorre historicamente de maneira complexa e irregular, o que corrobora o potencial didático que tais transformações possuem no ensino de razões e proporções, sobre o que se pretende discutir neste artigo tendo o pensamento analógico como um agente e a música como um contexto que possibilitam uma racionalização didática destes processos no contexto de ensino e aprendizagem. Este ensaio valoriza, portanto, o papel do pensamento analógico neste processo e de que maneira e em que medida a transformações nas estruturas associadas ao conceito de razão e proporção são passíveis de serem exploradas em educação no contexto das relações entre matemática e música.

As reflexões anteriores levantam questões concernentes a teorias matemáticas subjacentes aos tratamentos de razões desde a Antiguidade até a Idade Média tardia, especialmente em contextos musicais e suas possíveis implicações em educação. A influência tanto de problemas teóricos como práticos com os quais a música se depara ao longo da história são relevantes para aprimorar a consciência epistemológica da história de razão na dinâmica de ensino de matemática, consciência esta utilizável para precisar a demarcação entre conceitos direta ou estruturalmente análogos àqueles resultantes da definição de razão, tais como composição e multiplicação, igualdade e proporção dentre outros, diferenças estas menos notáveis ou mesmo praticamente inexistentes, quando tais conceitos são abordados, por exemplo, somente em contextos aritméticos.

Finalmente, cabe aqui ressaltar que embora seja plausível a existência de uma relação histórica na determinação do contexto musical para a presente abordagem, tal escolha tem um caráter didático, na medida em que as diferenças semânticas sutis entre *composição* e *multiplicação* e ainda entre *proporção* e *igualdade* tornam-se mais visíveis quando se pensa em razões como intervalos musicais. Tais aspectos fortalecem a necessidade de explorar didaticamente contextos específicos nos quais diferenças entre determinados conceitos tornam-se mais evidentes. Para fins de cumprir este objetivo, é importante introduzir inicialmente alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de razão e suas estruturas em contextos matemático-musicais, seguido então de sugestões de atividades didáticas que fazem uso do monocórdio para o tratamento de razões, analisadas ainda sob uma perspectiva epistemológica.

1. Breve antecedente histórico

A matemática e a música possuem na cultura ocidental vínculos já conhecidos desde a Antiguidade manifestados no assim conhecido experimento do monocórdio atribuído aos pitagóricos. Tal experimento não somente estabeleceu a relação inversamente proporcional entre o que hoje se denomina altura musical e comprimento de corda e a correspondência entre intervalos musicais e razões matemáticas verificadas em uma corda – oitava 1:2, quinta 2:3, quarta 3:4 –, mas ainda a consequência natural de que à composição de intervalos musicais contíguas subjaz a composição de razões matemáticas. Independente de quão explícitas todas estas relações se tornaram a partir

deste experimento, o fato é que tais relações e procedimentos que as contém de forma implícita participam do que se poderia considerar uma racionalização de fenômenos acústico-estético-musicais. Tal experimento determinou o início de discussões sobre música teórica fundamentadas na ideia de razão. Grattan-Guinness defende ser provável que por razões culturais, os matemáticos gregos, juntamente com seus contemporâneos e predecessores concebiam as teorias de razão como generalização de teoria musical, na medida em que propriedades das cordas e comparação entre alturas, assim como cálculos relacionados a tais magnitudes por meio de razões e proporções, eram uma importante parte da matemática desde os pitagóricos até Euclides (GRATTAN-GUINNESS, 1996, p. 367).

Szabo levantou questões relacionadas ao papel da música grega no desenvolvimento da matemática pura (SZABÓ, 1978) com o intuito de conjecturar, a partir de uma análise minuciosa de termos técnicos gregos envolvidos em ambas teorias, que a teoria pré-eudoxiana de proporções desenvolveu-se inicialmente como herança da teoria musical pitagórica. Neste sentido, abstrai-se a relação entre razão e intervalo musical, estabelecendo-se uma teoria mais geral para razões, na qual intervalo musical é um caso particular. Neste processo de empréstimo de teorias, onde o pensamento analógico desempenha um papel crucial, a teoria mais geral e abstrata de razões carrega consigo estruturas de seu contexto original que, por um lado, deixam de ter sentido no contexto mais geral, mas, por outro, revelam o significado mais original de razão, caracterizando atributos diferenciadores quando abordada novamente em contexto musical. Aqui cabe ressaltar, que independente do grau de plausibilidade desta tese, ou mesmo de sua veracidade, a consistência de tal relação permite, do ponto de vista didático, obter e explorar resultados concernentes à demarcação entre conceitos de razão, fração e número, uma vez que há intrinsecamente estruturas análogas entre tais conceitos cujas diferenças tornam-se mais visíveis, ou mesmo audíveis, quando tratadas em contextos musicais. O desenvolvimento histórico desta teoria mais geral de razão possibilitou sua transformação em conceitos estruturalmente análogos do ponto de vista estrutural, como mencionado anteriormente no processo de aritmetização, conceitos estes operacionalmente mais simples de serem manipulados, entretanto, tal simplificação pode acabar, por vezes, mascarando o sentido mais original de razão.

2. O pensamento analógico

Neste texto, o pensamento analógico encontra-se a serviço da construção de significados, no que concerne especialmente ao seu potencial de assemelhação/diferenciação, bem como heurístico. No estabelecimento de uma analogia entre dois contextos pelo reconhecimento de similaridades estruturais comuns, um atributo de um conceito do campo original pode revelar no atributo análogo de seu objeto análogo um significado inerente ao campo com o qual se estabeleceu a analogia, que dá sentido aquele atributo e/ou objeto desprovido de significado quando abordado em seu contexto original. Tal processo, visualizável no estabelecimento de uma analogia apropriada, ganha um caráter bastante singular em procedimentos didáticos a serviço da apreensão dos conceitos de razão e proporção no contexto musical. Uma característica relacionada portanto a este processo é a possibilidade deste movimento mental propiciar sentir o conhecimento (RICOEUR, 1992).

No que concerne à sensibilização do conhecimento, cabe ressaltar as acepções apresentadas por Paul Ricoeur (1992), aqui a serviço de aproximar o objeto que se objetiva construir ao campo semântico de que o está construindo. Tais reflexões remetem ao conceito de metáfora do filósofo francês, de acordo com o qual a apreensão instantânea de uma nova congruência em um processo metafórico não é somente *sentida*, mas também *vista*, processo no qual encontramos-nos incluídos como sujeitos conscientes. Cabe aqui ressaltar que, tendo em vista que o conceito de metáfora também possui, em certa medida, características do pensamento analógico mencionadas a serviço do presente artigo, não se trata de analisar aqui sua diferenciação em relação à analogia. Nas palavras de Ricoeur (1992), “sentir, no sentido emocional da palavra, é apropriar-se ou tornar-se próximo daquilo que nos foi colocado distante pelo pensamento em sua fase de objetivação”.

Este artigo pretende, portanto, valorizar, sob uma perspectiva educacional, o potencial de assemelhação/diferenciação, heurístico, bem como de atribuir significado e de fazer sentir o conhecimento, inerente ao pensamento analógico considerando para isto características estruturais peculiares presentes no desenvolvimento histórico de razão e proporção matemáticas, características estas que se evidenciam quando tais conceitos são tratados em determinados contextos musicais.

3. Razão e número, proporção e igualdade, composição e multiplicação

No contexto original de razões e proporções presente, por exemplo, na obra *Os Elementos* de Euclides, em nenhum momento Euclides se refere à igualdade de razões. Euclides discute igualdade de números e de grandezas, mas nunca se refere a duas razões como sendo iguais. Ele afirma, por outro lado, que elas estão “na mesma razão” ou que uma razão “é como” a outra em uma proposição referente a proporções (GRATTAN-GUINNESS, 1996). O conceito de proporção é, portanto, uma proposição lógica, envolvendo duas razões em que se pode, portanto, atribuir valor verdadeiro ou falso, ao passo que a igualdade reduz os vários casos de proporcionalidade a um elemento representante da classe de equivalência definida por todas as razões que são proporcionais, considerando iguais as diversas proposições que são proporcionais, mas não iguais. Analisando os tratados de matemática e música teórica até o Renascimento, é possível reconhecer rastros destas concepções geométrico-musicais de razão e proporção, relevando diferentes atributos nas estruturas associadas aos conceitos de razão e proporção, atributos estes vinculados à música ou que manifestam sentido em contextos musicais.

A composição de razões é uma característica curiosa presente na estrutura de razões desde o período clássico, cujas transformações irregulares que levam a identificá-la com o operador multiplicação são bem representativas da importância da música teórica na aritmetização de razões, processo este último que inclui a transformação gradativa de composição em multiplicação. A composição de razões, que se poderia chamar de um operador, embora nunca tenha adquirido historicamente o *status* de um termo técnico em matemático (SYLLA, 1984, p. 19), se manifesta tacitamente em contextos envolvendo razões desde o período clássico até o século XVII, quando finalmente é sobreposto pelo conceito de multiplicação.

Considerando o pressuposto de Szabo mencionado, de que a teoria pré-eudoxiana de razões e proporções é uma herança da teoria musical pitagórica, neste contexto, a ideia de composição de razões é a tradução matemática, analógico-estruturalmente falando, da composição de intervalos musicais contíguos, hipótese histórica esta cujo grau de plausibilidade não invalida a abordagem educacional aqui considerada. Tal abordagem educacional poderia ser considerada mesmo que não houvesse qualquer evidência

histórica que apontasse para a relação entre composição de razões e composição de intervalos musicais, dada as fortes similaridades, estruturalmente falando, entre composição e multiplicação. Como mencionado, a composição nunca teve legitimidade nem *status* de um conceito definido matematicamente, mas ocorre em textos matemáticos e teórico-musicais que revelam a força de uma forte tradição proveniente da possível relação bastante plausível estabelecida entre as teorias de razão e as teorias de música desde a Antiguidade.

Quando se considera que esta estrutura transitória com a qual o conceito de razão foi parcial e irregularmente munido em um longo período de sua história é proveniente de contextos musicais e também que composição faz um sentido muito peculiar e característico em tais contextos, é razoável considerar a música como um ambiente para abordar tais diferenças, uma vez que nele a estrutura prévia vinculada a razões se evidencia.

Alguns indicadores das diferentes teorias vinculadas ao conceito de razão manifestam-se atreladas com questões tais como a restrição de Euclides na operação de composição de razões implícita nas definições 9 e 10 do livro V assim como na proposição 23 do livro VI (HEATH, 1956, p. 248). Tais operações consistiam de composição de razões do tipo $a:b$ e $b:c$ para produzir $a:c$, que permitia então a repetição deste processo com $c:d$ e assim por diante.

Assim, esta operação, que possui grandes afinidades musicais, exigia em geral que dada uma sequência de razões a serem compostas, o segundo termo de uma razão deveria ser igual ao primeiro termo da razão seguinte. Matematicamente, não havia nenhum motivo para definir esta operação de tal maneira e poder-se-ia até pensar que não se a definiria assim a menos que se observasse seu significado do ponto de vista musical, em que tal operador não seria nada mais do que a tradução puramente matemática da composição de intervalos musicais contíguos. Por exemplo, $(2:3)::(3:4)::(1:2)$ é estruturalmente equivalente a composição musical do intervalo de quinta com aquele de quarta a fim de gerar uma oitava.

À luz das ideias de razão, proporção e composição apresentadas, o experimento de Pitágoras parece nos informar dois resultados, cujas implicações didático-epistemológicas serão consideradas a seguir. O primeiro ponto, e mais geral, é que razões matemáticas subjazem a intervalos musicais. Tal experimento nos diz ainda mais

especificamente que à composição de razões subjaz a composição de intervalos musicais e talvez ainda que devido a tal vínculo, composição de razões no estilo euclidiano fosse assim manipulada. Independentemente do interesse que essa reflexão possa ter para história da ciência, tal diferença ontológica, assim como aquelas referentes a razão e número, bem como proporção e igualdade merecem atenção em contextos educacionais.

Propõe-se a seguir uma possível situação simples em contextos didático-pedagógico, onde se pode vivenciar estas duas compreensões completamente distintas de razão e da estrutura que a acompanha, uma compreensão geométrico-musical onde razão, proporção e composição não possuem proximidade semântica respectivamente com número, igualdade e multiplicação e uma outra, onde razão, proporção e composição são respectivamente número, igualdade e multiplicação, passíveis de serem operadas aritmeticamente. A fim de enfatizar tal mudança epistemológica presente na história das teorias de razões, far-se-á uso de contextos musicais, que reproduzem e ampliam o experimento do monocórdio, explorando seu potencial didático-epistemológico.

4. O contexto musical no trabalho de diferenças semânticas em teorias de razões

A mudança estrutural aqui apresentada é aquela que passa de teorias de razões, envolvendo juntamente em sua estrutura concepções de proporções e composição de razões, semanticamente vinculadas à música e a geometria para teorias de razões, que as identificam com números, proporções com igualdades e admitem a composição de razões em geral, estas últimas de caráter aritmético. A questão é como abordar na dinâmica de ensino/aprendizagem uma mudança epistemológica desta natureza presente no desenvolvimento histórico de razões, de modo a evidenciar tal diferença imperceptível em domínios puramente aritméticos.

Pretende-se apresentar em seguida uma situação-problema que favoreça a percepção de similaridades estruturais entre conceitos musicais e matemáticos. A situação aqui proposta faz uso do monocórdio, considerando que tanto diferenças quanto semelhanças entre razões e números, entre proporções e igualdades e entre composição e multiplicação em campos musicais e aritméticos, respectivamente, podem ser evidenciadas, sentidas e apreendidas na manipulação com razões, proporções e na

operacionalização da composição no contexto deste experimento. A vivência de tal reconstrução possibilita aproximar conceitos matemáticos distantes no sentido de Ricoeur quando se manifestam tendências promissoras em música e vice-versa, dinâmica esta que não somente estimula a relação entre ambas as áreas e as competências relacionadas, mas ainda demanda habilidades matemáticas em contextos musicais e habilidades musicais em contextos matemáticos por meio de um simples dispositivo envolvendo conceitos elementares.

Primeiramente, é importante conscientizar os participantes do experimento com o monocórdio de que as razões 1:2, 2:3 e 3:4 subjazem às consonâncias perfeitas gregas oitava, quinta e quarta respectivamente, bem como familiarizá-los com a implementação e/ou observação de razões, de suas comparações (proporções) e de operações de composição no monocórdio. Tal experiência os possibilita, por exemplo, compor intervalos musicais contíguos e/ou razões matemáticas, onde o ponto final da segunda grandeza da primeira razão coincida com a primeira grandeza da segunda razão – razões do tipo $a:b$ com $b:c$ – vivenciando semanticamente em um contexto prático o que seria a composição de razões.

A partir desta familiarização, pode-se sugerir problemas tais como: 1) Seja r a nota correspondente à corda de comprimento L . Qual a nota produzida pelo comprimento $32L/27$? Indique, em termos de superposição de 4as, 5as e 8as, os passos sucessivos para se atingir tal resultado. Subindo a nota anterior de uma quarta, qual a nota e comprimento correspondente obtidos? Ouça-a no monocórdio comparando-a com o piano; 2) Seja L o comprimento correspondente a uma nota dada. Qual o comprimento necessário para elevar tal nota de uma oitava e uma quinta, decrescendo-a, em seguida, de 2 quartas? Ouça a nota resultante no monocórdio, comparando-a com aquela atingida ao realizarmos tal procedimento no piano.

Basicamente, resolve-se tais tipos de problemas encontrando o intervalo musical solicitado e verificando a composição de razões que o gera ou encontrando a combinação de razões que quando compostas fornece o intervalo dado. Problemas como estes possibilitam a oportunidade de experienciar, talvez ainda que inconsciente, razões, proporções e composição de razões como concebidas da maneira euclidiana. Nestas atividades, tem-se como elementos operacionais elementares as consonâncias perfeitas, que são razões discretas não tendo, portanto, neste contexto, relação categórica com

número, ou seja, vivencia-se inicialmente os conceitos de razão e proporção sem nenhuma identificação com número ou igualdade, sendo as razões neste contextos operadores que permitem uma comparação entre grandezas de mesma natureza, no caso, entre intervalos musicais ou entre comprimentos de corda.

Pode-se explorar tais problemas oferecendo, por exemplo, para sua resolução uma régua com quatro divisões e um compasso. Após evidenciar como composição é operada no monocórdio, tenta-se conduzir a atividade de modo a se fazer os cálculos pelas transferências das razões para a corda, dividindo-a no número de partes que aparece no denominador e tomando tantas partes quanto for o número do numerador, o que seria composição de razão no sentido clássico. Pode-se ainda tentar encontrar a nota resultante verificando este resultado pela composição de razões 1:2, 2:3 e decompondo as razões 3:4 duas vezes. Os procedimentos mencionados não possuem natureza aritmética.

Pode-se ainda explorar tal situação naturalmente com questões tais como “Obtém-se o mesmo resultado ao modificar a ordem os procedimentos?” ou “Pode-se calcular a composição de razões aplicando-a no final ao monocórdio?” ou ainda “O que se deve fazer para compor a:b com c:d quando não existe m inteiro tal que $mc = a$?”, cujas reflexões de resolução quando restritos aos instrumentos mencionados acima consolida o universo de operações e atitudes de modo geral inerentes à manipulação com razões e proporções segundo concepções geométrico-musicais.

Os mesmos problemas propostos podem ser refeitos fazendo uso de uma régua graduada e neste caso razões e composições equiparam-se a números e multiplicação respectivamente, diminuindo a ênfase de diferenciação entre igualdade e proporção. Este processo pode propiciar a manifestação de situações favoráveis a vivenciar e/ou valorizar o papel do pensamento analógico na percepção de similaridades estruturais entre conceitos no caso de razão e número, proporção e igualdade e composição e multiplicação, percepção esta associada à aproximação e identificação estabelecida entre tais conceitos no ato de aritmetizar. Assim, a vivência de tal atividade munida de diferentes instrumentos (régua graduada ou não, etc) possui potencial para reproduzir didaticamente o que historicamente gerou o processo complexo e irregular, definido inicialmente como aritmetização de teorias de razão.

Assim, a riqueza destes problemas simples consiste no desencadeamento de diferentes

concepções de teorias de razão a partir do que é oferecido como instrumento para resolvê-los. Eles se tornam mais interessantes na medida em que se restringem os instrumentos operacionais para suas soluções, por exemplo, compasso, régua não graduada, régua graduada, e instrumentos em geral. Tais instrumentos conformam tacitamente as teorias de razão à luz das quais os problemas serão enfrentados, ou seja, conformam os diferentes significados para razão e proporção, o que faz com que se reproduza a vivência de manipulação com razões, ora como comparações entre grandezas, ora como números, com proporções, ora com comparação entre razões, ora como igualdade e com composição, ora como composição com restrição, ora como multiplicação, no contexto de uma situação prática em que os atributos diferenciadores dos conceitos envolvidos estruturalmente analógicos tornam-se mais evidentes.

Considerações finais

De modo geral, a percepção de estruturas comuns pode propiciar a (re)construção de conceitos que em princípio dizem respeito a diferentes áreas. Uma analogia ou metáfora utilizada de forma sensível pode reconfigurar uma situação de aprendizagem, permitindo a (re)compreensão dos assuntos que fogem a intuição imediata, ou que possam parecer muito abstratos, tais como muitas interpretações associadas com razões e proporções assim como com uma ampla variedade de estruturas historicamente associadas a elas.

A abordagem aqui apresentada também nos revela, por meio de conceitos simples como razão e proporção abordados no caso em situações-problema com o monocórdio, exemplos de processos epistemológicos envolvidos na construção de teorias, em que se emprestam inicialmente estruturas de teorias analógicas pré-existentes para então se desenvolverem mais independentemente em seus novos contextos carregando em suas estruturas a herança da teoria da qual ela teve origem, adaptando-se e deparando com problemas em seu desenvolvimento que induzem atributos de seus conceitos a identificarem-se num processo analógico com atributos estruturalmente similares mais adequáveis aos novos contextos dentro dos quais aquela teoria passou a se inserir.

Na vivência de tais situações, em que o pensamento analógico desempenha um papel crucial, de assemelhação, de diferenciação e heurístico, estão em jogo formas de conhecimento com esquemas comuns, contexto este que favorece a aproximação de

conceitos a princípio distantes e que integra portanto nesta aproximação afeto e cognição, propiciando condições de sensibilizar o conhecimento, no sentido de Ricoeur.

Referências

- GRATTAN-GUINNESS, I. (1996). Numbers, Magnitudes, ratios, and proportions in Euclid's Elements : How did he handle them?. In: *Historia Mathematica*. v. 23.
- HEATH, T. L. (ed.). Euclid. (1956). *Euclid. The thirteen books of the Elements*. v. 2. New York: Dover Publications.
- RICOEUR, P. (1992). O processo metafórico como cognição, imaginação e sentimento In SACKS, S. (org.). *Da Metáfora*. São Paulo: Educ-Pontes, 145-160.
- SYLLA, E. D. (1984). "Compounding ratios. Bradwardine, Oresme, and the first edition of Newton's Principia." In: MENDELSON, E. *Transformation and tradition in the sciences. Essays in honor of I. Bernard Cohen*. Cambridge: Cambridge University Press, 11-43.
- SZABO, Á. (1978). *The Beginnings of Greek Mathematics*. Budapest: Akademiai Kiado.

Artigo recebido em 27 de julho de 2012