# O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática

## Le modèle de Toulmin et l'analyse de la pratique de l'argumentation en mathématiques

---

JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES[1]
SADDO AG ALMOULOUD[2]

**Resumo**

*Esta pesquisa objetiva evidenciar que a prática da argumentação pode se apresentar como método que favorece a compreensão de noções matemáticas. Para alcançarmos nosso objetivo realizamos um estudo de caso com alunos do quinto ano do Ensino Fundamental (alunos de 10 a 11 anos) de uma escola pública localizada em Belém do Pará, utilizando duas instituições argumentativas: a sala de aula e o laboratório de informática. A fundamentação teórica baseou-se nas reflexões teóricas de Toulmin. Em nossa pesquisa a prática da argumentação se revelou como um método que favoreceu a compreensão das noções de área e perímetro de figuras planas. Essa prática possibilitou a aquisição de competência argumentativa, no sentido de ter auxiliado no desenvolvimento da linguagem matemática, e na compreensão dos assuntos estudados.*

***Palavras-chave**: Argumentação em matemática; Área e perímetro de figuras planas; Método de ensino.*

**Resumé**

*Cette recherche vise à montrer que la pratique de l'argumentation peut être présentée comme une méthode pour faciliter la compréhension des concepts mathématiques. Pour atteindre notre objectif nous avons effectué une étude auprès d´élèves de cinquième année de l'école primaire (élèves âgés de 10 à 11 ans) dans une école publique située à Belém do Pará, en utilisant deux institutions argumentatives: la classe et le laboratoire d'informatique. Le cadre théorique est basée sur des réflexions théoriques de Toulmin. Dans notre étude, la pratique de l'argumentation se révèle comme une méthode qui favorise la compréhension des concepts d'aire et de périmètre de figures planes. Cette pratique a permis l'acquisition d'une compétence argumentative, pour avoir aidé dans le développement du langage mathématique et la compréhension des sujets étudiés.*

***Mots-clés:** Raisonnement en mathématiques, aire et le périmètre de figures planes, la méthode d'enseignement.*

## Introdução

Douek e Pichat (2003) destacam que o processo argumentativo em sala de aula vem ganhando espaço em pesquisas por diferentes razões, como por exemplo, a necessidade

---

[1] Doutor em Educação Matemática, professor no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da UFPA – messildo@ufpa.br
[2] Doutor em Educação Matemática, professor no Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática na PUC-SP – saddoag@pucsp.br

de uma aproximação, desde muito cedo, de competências que são relevantes no processo de justificação; a exploração do potencial da interação social no desenvolvimento do conhecimento matemático e a importância das competências de argumentação, ao nível do currículo, direcionadas para o aumento da autonomia intelectual dos alunos.

Os princípios e normas para Educação Matemática (NCTM, 2000), indicam que a escola deve oportunizar ao discente condições de formular e investigar conjecturas matemáticas, desenvolver e avaliar argumentos matemáticos e provas.

Pesquisas difundidas na área de Educação Matemática concebem a argumentação como uma atividade facilitadora da aprendizagem de provas e demonstrações em matemática (BOERO; GARUTI; MARIOTTI, 1996; DOUEK, 1998, 1999 e 2000; MARIOTTI, 1997 e 2002; PEDEMONTE, 2002).

Boavida (2005) justifica a pertinência de envolver os alunos, principalmente da escola básica, em práticas de argumentação, pois a competência argumentativa abrange à capacidade de comunicar, ouvir e agir de forma crítica e atenciosa, o que pode levar os discentes a assumirem suas posições de forma esclarecida.

Nesse sentido o processo argumentativo apresenta-se como um grande desafio ao professor de matemática que precisa envolver os discentes em uma trama argumentativa que esteja de acordo com as normas da matemática. Como ressalta Goodwin (2009), as normas devem assegurar a força do argumento, tal  força é propiciada pelos critérios normativos da disciplina.

As normas devem proporcionar aos alunos condições de perceberem se seus resultados são razoáveis ou absurdos, permitindo assim fazer emergir um importante aspecto do trabalho em matemática que é o da validação.

Para analisar as validações de argumentos, Toulmin (2006) as organiza em uma estrutura que possibilita uma apreciação minuciosa do processo argumentativo. Particularmente em matemática, o autor afirma que os argumentos pelos quais se apoiam as asserções podem alcançar em algum momento os mais elevados padrões, e os critérios matemáticos devem permitir ajustar estes argumentos produzidos pelos alunos e mediados pelo professor, para assim poderem ser validados.

Assim, nosso objetivo é evidenciar que a prática da argumentação pode se apresentar como método que favorece a compreensão de noções matemáticas.

Em nossa concepção, o uso desse método deve favorecer a aquisição da competência argumentativa, que possibilite aos discentes se apropriarem de estratégias para solucionarem problemas, desenvolverem a linguagem necessária para expressar ideias matemáticas, relatarem, ouvirem e discutirem a propósito de sua compreensão sobre os assuntos estudados, além de aflorar o respeito pela opinião do outro, favorecendo a compreensão dos conceitos em jogo.

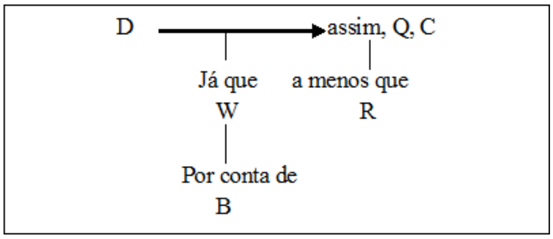
Nossa proposta para analisar as argumentações, oriundas das comunicações de ideias necessárias às soluções dos problemas propostos, está constituído de duas partes, a organização dos argumentos em um modelo estrutural proposto por Toulmin (2006) e as respectivas análises funcionais destes, a partir das fases que devem ser contempladas para estabelecermos a prática da argumentação enquanto método.

## Breve levantamento de pesquisas em educação matemática que utilizaram o modelo de Toulmin

Para analisar se um argumento é válido ou não, Toulmin (2006) postula que devemos representá-lo em uma estrutura ou *modelo.* Neste, organizamos os elementos principais na forma de dados (D) – fatos aos quais recorremos para fundamentar nossa conclusão; conclusão (C) – afirmações que buscamos estabelecer como válidas; garantias (W[3]) – justificam a passagem dos dados a conclusão, atribuindo força ao argumento. Essa força aparece algumas vezes expressa por meio de qualificadores modais (Q) – que, por sua vez, podem se apresentar na forma de possibilidades ou impossibilidades. Nesse segundo caso, haverá a necessidade de se estabelecer quais as situações em que as garantias não se aplicam, ou seja, as condições de refutação (R); podemos ainda fazer uso explícito ou implícito de apoios (B[4]) na forma de afirmações categóricas que podem fundamentar nossas garantias.  Vale ressaltar que os argumentos podem se apresentar na forma completa ou reduzida, sendo composto nesse último caso pelos dados, justificativas e conclusão (Figura 1).

[3] W - do inglês warrante.
[4] B – do inglês banking.

Figura 1 – Modelo de Toulmin completo




Fonte: Toulmin (2006, p. 150)

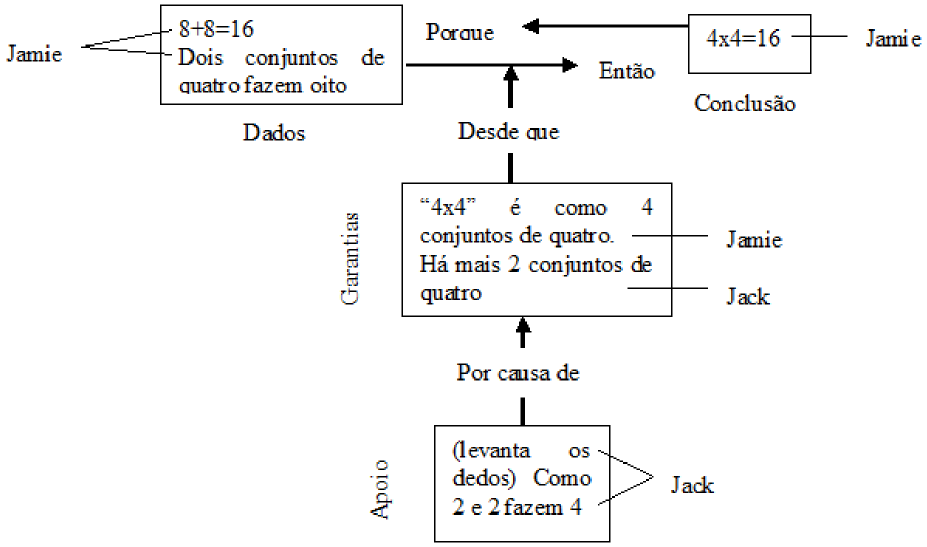
O modelo de Toulmin, anunciado anteriormente vem sendo usado em diversas áreas do conhecimento. Mas neste texto, discorreremos sobre pesquisas voltadas para análises de argumentos em salas de aulas de matemática. O modelo foi utilizado inicialmente por Krummheuer (1995), e, nas análises do autor, observa-se a ausência de qualificadores e refutações. Esse esquema reduzido representa o processo de argumentação dos episódios ocorridos na pesquisa do autor.

Segundo Inglis, Mejia-Ramos e Simpson (2007), grande parte das pesquisas subsequentes em Educação Matemática seguiu Krummheuer (1995), usando o esquema reduzido. Como podemos constatar em: Yackel (2001); Hoyles e Küchemann (2002); Pedemonte (2002); Knipping (2003); Evens e Houssart (2004) e Weber e Alcock (2005). Outros poucos pesquisadores, como Alcolea Banegas (1998); Aberdein (2005, 2006); e Inglis, Mejia-Ramos e Simpson (2007), fizeram uso do esquema em sua totalidade, incluindo assim os qualificadores modais e as refutações. Consideramos pertinente a modelação dos argumentos na forma reduzida, mas o modelo integral nos parece contemplar de forma bem ampla o que pode ocorrer em sala de aula, pois percebemos na trama argumentativa da aula afirmações de certezas, incertezas e, por vezes, refutações de conjecturas dos aprendizes.

Krummheuer (1995) investigou a prática da argumentação coletiva em sala de aula de matemática, analisando seus dados com base nas interações argumentativas e no modelo de análise de argumento proposto por Toulmin.

A investigação do autor contribui para evidenciar as potencialidades deste modelo para analisar a natureza e a qualidade das comunicações de ideias em sala de aula de matemática. Apresentaremos a seguir a análise, via modelo de Toulmin, de uma atividade proposta pelo autor para alunos das séries iniciais, que ainda não apresentavam domínio da operação multiplicação. A questão consistia em determinar o produto 4x4 (Figura 2).

Figura 2 - Argumentação dos alunos sobre a operação de multiplicação




Fonte: Krummheuer (1995, p. 246, tradução nossa)

O autor classificou a argumentação coletiva de Jack e Jamie como substancial[5], em decorrência do fundamento representar uma analogia.

Os alunos usaram como dados a soma de oito com oito e o fato de dois conjuntos de quatro formarem oito, para justificarem a passagem desses dados à conclusão, que deu dezesseis. Os dois discentes utilizaram como garantia a afirmação que o agrupamento de dois conjuntos de dois forma quatro e o agrupamento de quatro conjuntos de quatro formaria então dezesseis. O gesto feito pelo aluno compôs o processo argumentativo e fez parte da fundamentação da garantia, expressa pelo apoio que dois mais dois seriam quatro.

As intervenções do pesquisador auxiliaram na composição, tanto dos dados quanto das garantias, e, consequentemente, favoreceram a compreensão da operação 4x4=16.

Segundo Boavida (2005, p. 81), as intervenções do professor possibilitam a explicitação de garantias e apoios, pois

> [...] nem sempre as explicações ou justificações apresentadas pelos alunos na aula de Matemática contêm todas as informações que permitem compreendê-las ou que são importantes para a sua compreensão.

[5] Toulmin (2006) faz uma diferença entre argumentos analíticos e substanciais. Segundo o autor, chama-se analítico um argumento que vai dos dados à conclusão de forma que o apoio para a garantia inclua explícita ou implicitamente a informação transmitida na própria conclusão. Caso contrário, ou seja, no caso em que o apoio da garantia não contiver informações transmitidas na conclusão, o argumento será substancial.

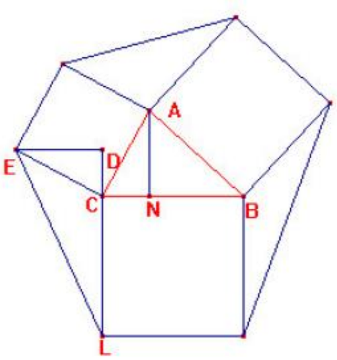
Caberia ao professor, em determinados momentos, avaliar

> [...] se os dados apresentados são suficientes para apoiar e/ou permitir compreender a conclusão, se há ou não consenso sobre os dados, quais as garantias que permitem aos alunos inferir a conclusão e se é, ou não, necessário solicitar o fundamento destas garantias de modo que as experiências de aprendizagem sejam produtivas para os vários elementos da turma e não apenas para alguns. (BOAVIDA, 2005, p. 81).

As discussões de Boavida (2005), a respeito da pesquisa de Krummheuer (1995), evidenciam as contribuições desse autor para análise de argumentos em sala de aula de matemática à luz das reflexões teóricas de Toulmin. Além disso, o autor utilizou o modelo analisando argumentos oriundos da interação entre interlocutores. Assim, a estrutura contemplou não só a fala de um sujeito, mas de um conjunto deles como ocorre quando utilizamos o processo argumentativo para auxiliar na compreensão de conceitos em matemática.

Por sua vez, Pedemonte (2002), propôs em sua pesquisa uma atividade que consistia em fornecer uma figura que representa um triângulo qualquer ABC, no qual se construiu três quadrados um em cada lado do referido triângulo, e mais três triângulos por meio da ligação entre os vértices livres dos quadrados. O problema versava sobre a comparação entre as medidas das áreas de cada um dos três triângulos com a medida da área do triângulo ABC (Figura 3).

Figura 3 – Ilustração do problema sobre área do triângulo




Fonte: Pedemonte (2002, p. 184)

A autora decompôs a questão em dois momentos a fim de compará-los. No primeiro, analisou as argumentações produzidas pelos alunos ao lerem o comando da questão; em seguida, as demonstrações realizadas por esses. Como nos interessa as comunicações de ideias, exibiremos o momento de argumentação.

Nesta questão, os alunos propuseram três justificativas para assegurarem a igualdade entre as áreas: igualdade por transitividade, igualdade sucessiva e teorema da igualdade entre triângulos. Apresentaremos apenas o primeiro caso, pois acreditamos ser suficiente para entendermos como a autora utilizou o modelo na análise dos argumentos.

Após calcularem cada uma das medidas de áreas, os discentes afirmaram que as medidas das áreas eram iguais. Para justificarem esse fato, buscaram relacionar as bases e as alturas que tornam a medida da área constante. A autora classificou a argumentação como abdutiva e a organizou, na estrutura proposta por Toulmin (1996), conforme a Figura 4.

Figura 4 - Organização da argumentação dos alunos na estrutura de Toulmin

D: bases iguais e alturas iguais → C: os triângulos têm a mesma área

W: igualdade por transitividade

Fonte: Pedemonte (2002, p. 185, tradução nossa)

No decorrer de suas análises, a autora trata a estrutura como ternária, atribuindo à garantia “W” às propriedades da matemática, mas Toulmin (1996) afirma que essas propriedades são anunciadas como justificativas de forma hipotética como verdade transitória, que, por vezes, precisam ser fundamentadas no apoio “B”**,** que representa as leis de um determinado campo, mesmo quando esse elemento não é explicitado pode ser indicado por servir como regulador do processo de validação.

A autora constatou em sua pesquisa que o modelo de Toulmin é uma ferramenta que permite identificar aproximações entre argumentação e demonstração, no caso de estruturas similares, e o distanciamento no caso de estruturas diferentes.

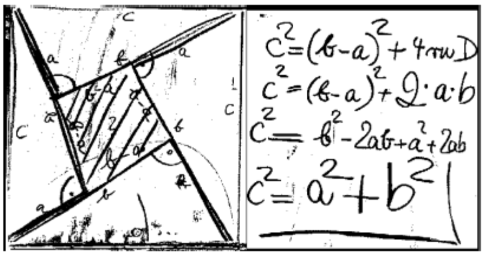
Para Knipping (2008), o processo de prova nas salas de aula segue sua própria base racional peculiar. Reconstruir as estruturas das argumentações nestes processos revela elementos desta base racional. A autora utiliza o modelo de Toulmin da argumentação para reconstruir argumentos locais, e o estende para fornecer um modelo global da argumentação para reconstruir processos de prova na sala de aula.

A autora procura fornecer um método para revelar a racionalidade dos argumentos que são produzidos durante os procedimentos de prova na sala de aula. Compara, então, argumentos locais à argumentação global e se propõe a mostrar como este método pode revelar diferenças na base racional do processo de provar.

Ainda segundo esta autora, no modelo de Toulmin, podemos ver uma característica importante de muitos argumentos: as garantias que frequentemente são implícitas. Neste caso, as justificativas que autorizam a conclusão não estão incluídas na prova escrita.

Muitas coisas que se tornam implícitas nas passagens da hipótese para a conclusão, podem ser reveladas no modelo de Toulmin. Veja no trabalho de Knipping com o Teorema de Pitágoras, apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Ilustração da solução de um dos estudantes




Fonte: Knipping (2008, p. 78, tradução nossa)

A autora postula que a análise cuidadosa dos tipos de garantias que são empregadas de forma explicita ou implícita em situações concretas em sala de aula, permite que nós reconstruamos os tipos de justificativas matemáticas dos estudantes e do professor. Em particular, a comparação das autorizações e dos apoios em diferentes argumentos pode revelar que tipo de argumento é usado pelos discentes em salas de aula.

Apesar de a autora utilizar o modelo de Toulmin simplificado, concordamos com sua conclusão que, ao analisar as conjecturas de estudantes e/ou professores na classe, de acordo com este modelo funcional, podemos reconstruir as argumentações que evoluem nos debates em sala de aula.

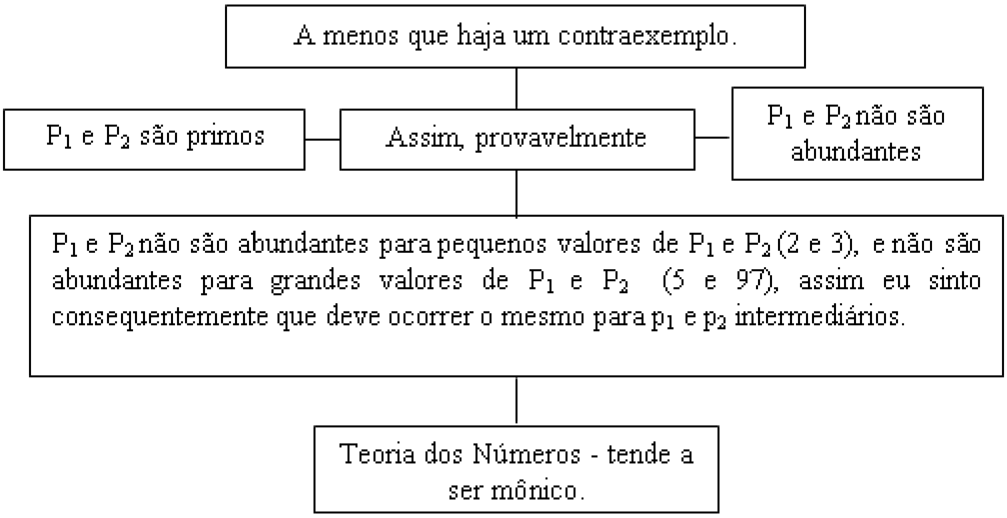
Inglis, Mejia-Ramos e Simpson (2007), em seus estudos, realizaram uma série de entrevistas clínicas semi-estruturadas, a partir da aplicação de tarefas bases para estudantes bem sucedidos em matemática em nível de graduação e pós-graduação (mestrandos e doutorandos).

Esses autores buscaram investigar como esses alunos avaliavam enunciados condicionais. Os participantes recebiam informações sobre Teoria dos Números como definições de números abundantes[6], perfeitos[7] e defectivos[8], além de conjecturas como: se $P_1$ e $P_2$ são primos, então, eles são abundantes. A partir disso, os alunos discutiam a

[6] Um número abundante é um número inteiro menor do que a soma de seus divisores próprios. Divisores próprios de um número positivo N são todos os divisores inteiros positivos de N exceto o próprio N.
[7] Um número se diz perfeito se é igual à soma de seus divisores próprios.
[8] Um número defectivo é um número inteiro maior do que a soma de seus divisores próprios.

respeito das conjecturas (Figura 6). Destacamos nessa pesquisa a importância de uma coordenação e direcionamento das argumentações, visto que o entrevistador solicitava o máximo de esclarecimento a respeito dos procedimentos utilizados pelos estudantes. Assim, emergem elementos do modelo que são implícitos ou inexistentes em outras pesquisas.

Figura 6 - Argumentação de um dos estudantes

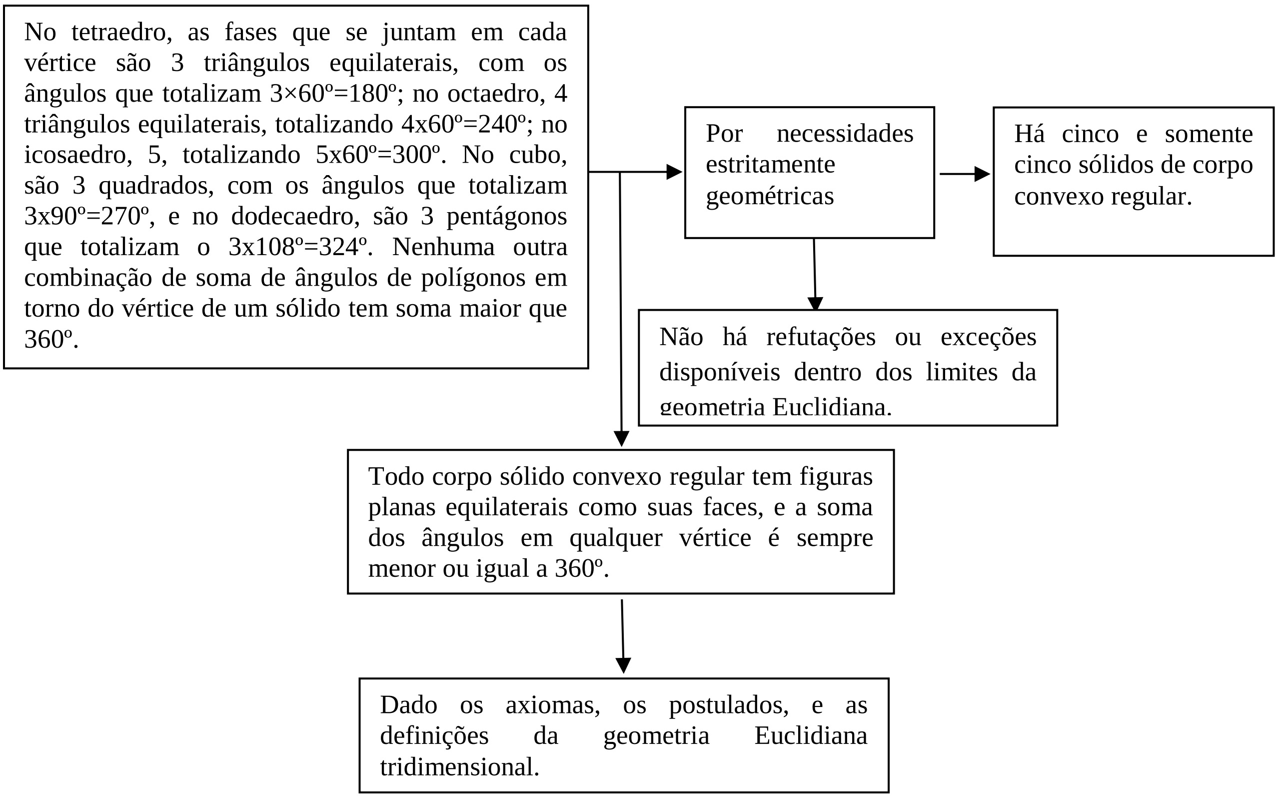



Fonte: Inglis, Mejia-Ramos e Simpson (2007, p. 8, tradução nossa)

Percebemos, neste esquema, a importância tanto da refutação da conjectura quanto do qualificador - quando um dos estudantes diz que pensa que é provável que a indicação seja verdadeira, com base em dois exemplos e um argumento relativo à monocidade; ele aceita que não mostrou o resultado formalmente, mas informalmente, acreditando que a indicação é provavelmente verdadeira, e não se sentiu obrigado a continuar e produzir uma prova formal. O esquema de Toulmin é contemplado assim no que diz respeito ao qualificador modal que pode não carregar a certeza, mas reduz consideravelmente a incerteza (INGLIS; MEJIA-RAMOS; SIMPSON, 2007).

Aberdein (2005) apresenta como exemplo de aplicação desta estrutura uma prova matemática. Por conseguinte, recorre ao caso dos sólidos de Platão, cuja prova está contida no livro XIII dos Elementos de Euclides (Figura 7).

Figura 7 - Argumentação sobre os sólidos de Platão




Fonte: Aberdein (2005, p. 291, tradução nossa).

Inglis, Mejia-Ramos e Simpson (2007) consideram que, usando o esquema completo de Toulmin, consegue-se abarcar uma escala mais ampla de distinções de argumento matemático.

Conforme as pesquisas vistas anteriormente, podemos inferir que o modelo de Toulmin habilita-se como uma ferramenta que possibilita a organização e análise de argumentos. Essas investigações tornaram possíveis identificar que a estrutura pode ser contemplada parcialmente ou por completo. Acreditamos que dependendo de cada situação os argumentos se apresentarão de uma forma ou outra.

Constatamos, também, que as pesquisas que utilizaram como referência a teoria da argumentação de Toulmin enfocaram apenas o que o autor denomina de parte fisiológica do argumento não se atentando para a parte anatômica, segundo o autor está, é composta de três fases: o anúncio de um problema, as discussões sobre o problema e o veredicto dado à solução do problema.

Deste modo, temos como finalidade direcionar nossa investigação, tanto, as fases que compõem a parte anatômica, capaz de evidenciar a argumentação como método de ensino, quanto à fisiológica, fazendo uso do modelo como um filtro, que possibilita destacar nas argumentações os elementos essenciais e permite identificar os tipos de argumentos e as respectivas funções de validação na comunicação de ideias.

## Fases do processo argumentativo

Ao afirmar que a função primária dos argumentos são as justificações apresentadas como apoio de asserções, Toulmin (2006) propõe as fases que normalmente nos defrontamos na constituição de uma argumentação. Em sua proposta, o autor não está preocupado em discutir sobre as nuances de cada fase, e sim, os pontos principais do processo argumentativo, que compõem segundo ele, a parte fisiológica desse processo. Assim, proporemos as características de cada fase no âmbito do ensino de matemática, a partir de nossas pesquisas na área, apoiando-nos nas investigações de Douek e Scali (2000), Pedemonte (2002), Cabassut (2005) e Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005).

Nossas inferências perpassam por eleger a experiência de referência como uma forma de desencadear uma problemática, identificar os tipos de argumentos e suas respectivas funções de validação no decorrer da comunicação de ideias e analisar a força das argumentações tendo como parâmetro sua convergência para uma solução específica. Dessa forma, postulamos que estas fases podem servir como orientações para que a prática da argumentação possa ser desenvolvida no ensino de matemática, de modo a favorecer a compreensão dos conceitos estudados.

As fases de uma argumentação acrescidas de nossas inferências de acordo com Toulmin (2006) são:

1. Apresentação do problema – A problemática central relativa à apreensão de um determinado conceito, como os de área e perímetro de figuras planas, é composta por problemas periféricos que compõem particularidades necessárias à aquisição conceitual do objeto em jogo, como, por exemplo, o entendimento de área enquanto região e medida de área como mensuração desta região, a partir da escolha de uma unidade de medida.

Para efeito de fase inicial, conceberemos um primeiro problema que possa transversalizar a sequência e envolver os alunos no processo de comunicação de ideias. Em nossa concepção, este momento inicial pode se dar em termos de experiência de referência anunciada por Douek e Scali (2000). Considerando as devidas adaptações aqui sugeridas, como a de situar a referida experiência de forma pontual, ou seja, no momento inicial e quando necessária para se abordar novas particularidades do conceito em jogo.

2. Opinião sobre o problema – A ação dos alunos sobre as atividades deve lhes possibilitar coletar indícios que possam apresentar em defesa de uma solução específica. Esta fase, em geral, pode se desdobrar em uma série de estágios. Ressaltamos, nesse momento, as afirmações de Toulmin (2006) a respeito de que qualquer que seja a natureza de uma asserção específica, sempre se pode contestar a asserção e/ou pedir atenção aos fundamentos em que a asserção se baseia. Assim, poderemos analisar, classificar e avaliar as argumentações justificatórias a partir de seus apoios, estruturas e méritos que possam reivindicar no interior de um determinado campo.

3. Veredicto – relacionamos esta fase com a validação, ou seja, com uma das etapas que o processo de argumentação está sujeito. Lembrando que o veredicto pode remeter a outro ato judicial derivado deste, assim como a validação local pode remeter a uma problemática que exija a validação global, como, por exemplo, podemos validar que o triângulo pode ser usado como unidade de medida; em seguida evidenciar que várias figuras, que apresentam características próprias necessárias ao recobrimento de uma determinada superfície, podem ser usadas da mesma forma.

Em relação à parte anatômica, Toulmin (2006) detalha algumas características de cada fase anunciada por ele. Na primeira fase, o autor se limita a afirmar que seja posto um problema. No decorrer da segunda fase, o autor alega haver três estágios, com as seguintes características: dado um problema, inicialmente, haverá uma série de soluções candidatas que, em seguida, serão anunciadas e, finalmente, uma das soluções será tomada como solução específica, após a rejeição das outras, que terão sua força evidenciada por qualificadores modais, como “impossível”, “provável” ou “necessário”. Na última fase, dar-se-á o veredicto da solução.

Em nossa proposta, admitimos que, na primeira fase, o problema assuma a forma de uma experiência de referência, nos moldes de Douek e Scali (2000). Na segunda fase, propomos que o primeiro e segundo estágios se deem em concomitância, em virtude de o processo argumentativo em sala de aula ser composto por vários interlocutores e de as soluções candidatas sofrerem o processo de convergência argumentativa, postulado por Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005). Assim, pode haver tanto a eliminação das soluções candidatas, que não estiverem em conformidade com as normas da matemática quanto à composição dessas para se chegar à solução específica. Nesses estágios, sugerimos que sejam classificados os argumentos, a fim de compreendermos, por um lado, a natureza dos argumentos utilizados pelos alunos, se são pragmáticos, semânticos ou formais conforme anunciados por Cabassut (2005), e, por outro lado, a natureza do raciocínio produzido por eles, como abdutivo, indutivo ou dedutivo postulado por Pedemonte (2002). Na última fase, que Toulmin (2006) denomina de veredicto, admitimos como momento de validação e fizemos uso das funções da validação (função de verificação, explicação, sistematização, descoberta e comunicação), elencada por Cabassut (2005), para que pudéssemos qualificar as validações.

Para analisar como a competência argumentativa se constitui e auxilia na compreensão de assuntos em sala de aula de matemática, tomamos como referência noções a respeito dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.

Esses estudos, aliados aos de argumentação, nos levaram a desenvolver nossa pesquisa em duas instituições argumentativas: a sala de aula e o laboratório de informática. No primeiro caso, utilizamos materiais como lápis, papel, régua, cola, etc.; no segundo, fizemos uso do *software* de geometria dinâmica Geogebra. Além disso, acreditamos que a manipulação na tela do computador pode motivar a participação dos alunos e favorecer argumentações simultâneas às ações realizadas.

Para que os alunos se inserissem na prática da argumentação, utilizando esta como procedimento de auxílio na solução dos problemas propostos, tomamos como primeiro momento uma experiência de referência, na qual os discentes produziram um texto a respeito de um animal recém chegado ao Bosque Rodrigues Alves[9], e, após socializarem as historinhas, se engajaram no processo argumentativo para obterem as soluções das questões requeridas pelo problema.

## Análise das atividades

Ao por em prática nossa proposta de investigação (NUNES, 2011), elaboramos atividades que foram realizadas por alunos do quinto ano de uma escola municipal localizada em uma região de periferia de Belém do Pará. Essas atividades foram aplicadas em sessões de uma hora e meia de duração cada. Os alunos se organizaram em grupos para realizarem as atividades. Destacaremos três sessões de um total de dez a fim de corroborarmos com as questões postas neste artigo: Utilizaremos uma identificação alfa numérica e nos deteremos a três alunos ($A_1$ – para aluno 1, $A_2$ – para aluno 2, $A_3$ – para aluno 3).

[9] O Bosque Rodrigues Alves localiza-se em uma área central na cidade de Belém-PA, apresenta extensão de 150 mil metros quadrados, em 2002, adquiriu o *status* de primeiro Jardim Botânico da Amazônia. Comporta uma flora com aproximadamente 4.987 tipos arbóreos, e uma fauna de vertebrados com de cerca de 70 espécies nativas, entre peixes, anfíbios, répteis, aves e mamíferos (OLIVEIRA et al., 2002).

## Primeira atividade

A primeira atividade consistia na elaboração de uma história a respeito de um novo animal que chegaria ao Bosque Rodrigues Alves, Jardim Botânico da Amazônia. O texto deveria indicar a espécie, a origem do animal e como chegou ao parque, dentre outras informações. Após a produção e leitura do texto, foi solicitado aos alunos que planejassem e desenhassem o ambiente (viveiro) no qual o animal ficaria. Em seguida deveriam desenhar o viveiro como se estivessem observando-o de cima para baixo. Logo depois, recortaram canudinhos e colaram sobre as linhas que representam o cercado. Após isso, recortaram e colaram folhas de Etil Vinil Acetato (EVA) a fim de representarem o chão do viveiro.

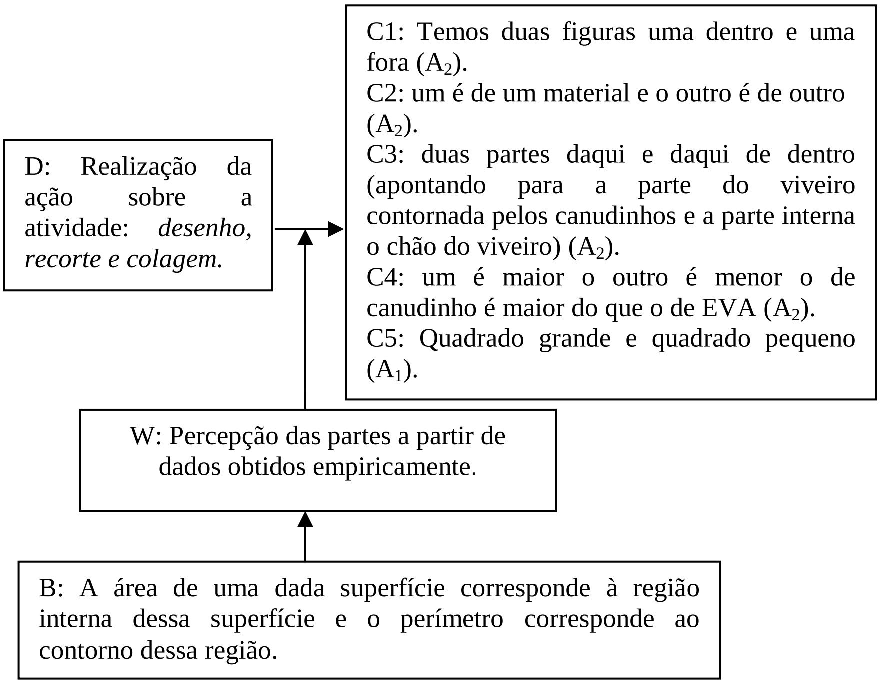
Na sequência deveriam identificar o formato do viveiro que desenharam, assim como as partes que o compunham diferenciado-as.

Não nos deteremos em relatar os textos elaborados pelos alunos, pois nosso interesse neste artigo está direcionado para o esboço do viveiro, mais particularmente ao desenho da vista superior deste e as discussões relacionadas a ele.

O objetivo da questão era que os alunos projetassem viveiros de diversas formas geométricas para, em seguida, relacionarem intuitivamente o contorno ao perímetro e à região interna do viveiro à área. Por outro lado, pretendíamos verificar se a questão posta poderia ser considerada uma autêntica experiência de referência, ou seja, se poderia induzir à comunicação de ideias relacionadas ao objeto em estudo.

A questão sobre as partes que compunham o desenho nos possibilitou analisar a componente fisiológica dos argumentos e inseri-las no modelo de Toulmin (Figura 8). Procederemos às análises da solução, a partir das transcrições das comunicações de ideias e dos diálogos entre os alunos e entre o pesquisador e alunos.

Figura 8 - Recorte das comunicações de ideias dos alunos




Fonte: Nunes (2011, p. 136)

A passagem dos dados “D” à conclusão **C** se deu mediante a autorização da garantia “W”, baseada em dados obtidos empiricamente, ou seja, da ação direta sobre a atividade. Assim, a argumentação apoiou-se em observações e constatações. Tal fato aliado à busca de uma solução mais plausível são elementos que caracterizam esta argumentação como pragmática abdutiva.

A intervenção do pesquisador “a respeito de uma melhor identificação das partes relativas à C2, C3 e C4” levou os alunos a convergirem os argumentos para as seguintes conclusões específicas:

*$A_1$: As partes são o chão do viveiro e o cercado.*

*$A_2$: Contorno pelos canudinhos e região interna.*

A validação apresentou-se com função de explicação, visto que as argumentações pragmáticas buscaram esclarecer e convencer os interlocutores da verdade das afirmações, a partir dos fatos evidenciados pelas ações oriundas das atividades de manipulação. A clarificação das asserções emergiu, também, em virtude da mediação do pesquisador que visava a levar os alunos a diferenciar área e perímetro de forma intuitiva, relacionando esses objetos à região interna e ao contorno das configurações construídas pelos alunos, e expresso no apoio “B”.

$A_2$ explicitou uma série de soluções candidatas, a fim de diferenciar “a região e sua fronteira”, inclusive apontando as partes para diferenciá-las, já $A_1$ as diferenciou inicialmente de forma gestual. Em C1 e C5, percebe-se uma mesma ideia que é a separação em duas figuras – as noções de figuras e quadrado - expressas nesta conclusão, não estão em conformidade aos conceitos em questão, por isso perderam força com a intervenção do pesquisador ao solicitar maiores explicações, enquanto que C2 e C4 estão relacionadas aos diferentes materiais que compõem as partes. Aqui demos mais atenção, em virtude de as entendermos como conclusões mais plausíveis, ou seja, que vão ao encontro de uma solução específica, adquirindo força nos diálogos com o pesquisador. C3 nos indica uma solução gestual que foi determinante na diferenciação entre área e perímetro, a associação dessa conclusão a C2 e C4 compôs soluções específicas, o que levou a questão ao desfecho. As soluções candidatas anunciadas por Toulmin são, de acordo com ele, descartadas em detrimento de uma solução em particular, mas percebemos que estas deram suporte para se chegar a uma resposta mais plausível. Dito de outra forma, elas, neste caso, não são simplesmente descartáveis e sim constitutivas da solução específica, ou seja, convergiram para se chegar ao veredicto.

As associações do contorno ao cercado, ou seja, a construção com canudinhos e região interna ao chão do viveiro evidenciam que obtivemos êxito na primeira aproximação para diferenciar área e perímetro, além de confirmarmos que a prática da argumentação favoreceu o cumprimento da atividade. Percebemos que o processo argumentativo abrangeu as três fases propostas.

A primeira fase foi contemplada a contento. Nesta fase, a experiência de referência se pôs de forma a motivar a entrada dos discentes no processo de argumentação e sua principal função, que é a justificatória, foi evidenciada. Esse ponto de partida também estabeleceu o contrato didático[10] necessário à inserção do grupo na prática da argumentação.

A segunda fase se cumpriu evidenciando os estágios que a compõem e o encaminhamento para a terceira fase de validação.

## Segunda atividade

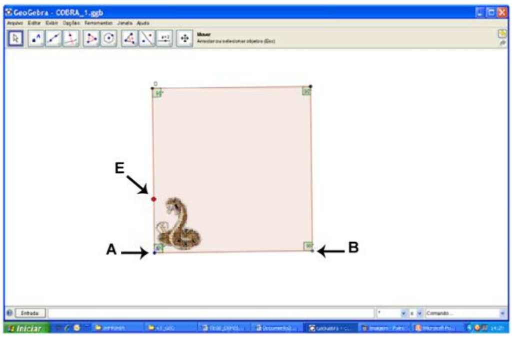
Na sessão seguinte, na sala de informática, exploramos aspectos dinâmicos do programa, a fim de possibilitar que a prática da argumentação levasse à identificação do

[10] [...] uma relação que determina explicitamente em pequena parte, mas, sobretudo implicitamente aquilo que cada parceiro, o professor e o aluno têm a responsabilidade de gerir e pelo qual será de uma maneira ou de outra, responsável perante o outro (BROUSSEAU, 1996, p.51).

quadrado e do retângulo por meio de suas propriedades, a invariância da forma por translação e rotação e a percepção da diferença entre perímetro e área.

As questões foram pré-elaboradas no programa Geogebra, a fim de que as figuras conservassem suas características, após movimentação de arraste com o *mouse*. Na primeira figura (Figura 9), havia a possibilidade de movimento de translação (ponto "A") e rotação (ponto "B"), sem modificação da figura. Na Figura 12, a construção da figura que representa um quadrado permitia a sua deformação, por meio do arraste do vértice com o *mouse* sobre o comprimento da circunferência, que serviu de construção auxiliar. O ponto foi posto de tal sorte a limitar sua movimentação no contorno do quadrado e o animal foi fixado em um dos cantos da Figura 9.

Figura 9 - Configuração da atividade proposta de um dos grupos



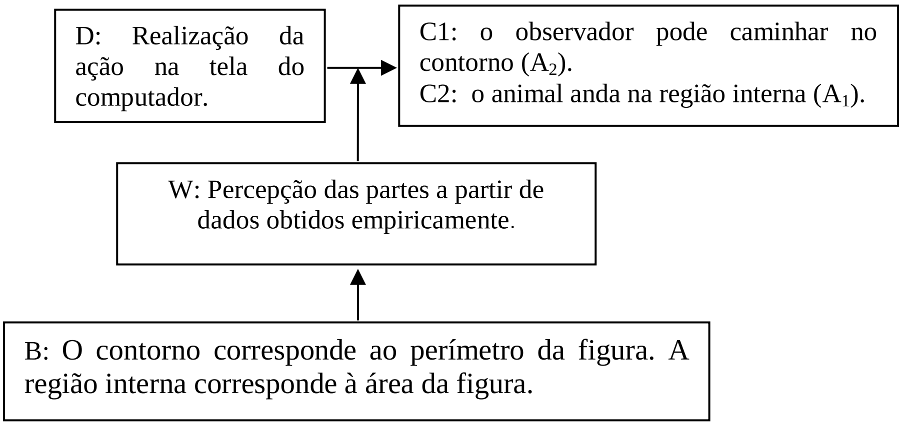

Fonte: Nunes (2011, p. 139)

A questão consistia em movimentar o ponto "E", por onde o observador poderia se movimentar. Considerando que o animal não poderia sair do viveiro os discentes diferenciaram os dois movimentos solicitados. Em seguida deveriam identificar o formato do viveiro, justificando sua resposta. Após isso, deveriam movimentar os pontos A e B (Figura 9) e verificar o que ocorre com a figura. Além disso, foram inquiridos se as diferentes posições alterariam o formato da figura, justificando a resposta.

Nesta atividade, objetivávamos Identificar as figuras que representam um quadrado e um retângulo - por meio de suas propriedades, além de identificar que, mesmo movimentando a figura (translação e rotação), continuaria representando um quadrado ou um retângulo; em decorrência da conservação de tais propriedades. Com a atividade, também, pretendíamos reforçar a diferenciação entre a região interna e seu contorno.

Após a exploração dos movimentos do ponto e do animal, os alunos relacionaram a questão à primeira atividade e após mediação do pesquisador se pronunciaram de acordo com a Figura 10.

Figura 10 - Recorte das comunicações de ideias dos alunos

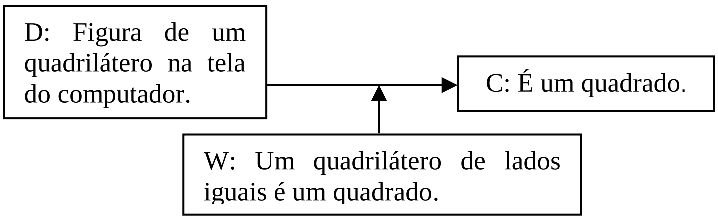



Fonte: Nunes (2011, p. 140)

A argumentação pragmática que compõe a fala dos alunos apresentava-se em conformidade com os conceitos dos termos institucionalizados, assim as correspondências evidenciadas pelo pesquisador, correspondentes ao apoio “B”, provocaram a convergência das argumentações para uma solução específica que desencadeou a institucionalização local dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.

O grupo “A” constatou que a figura geométrica que formava o viveiro era um quadrado, como constatamos a seguir (Figura 11).

Figura 11- Recorte das comunicações de ideias dos alunos



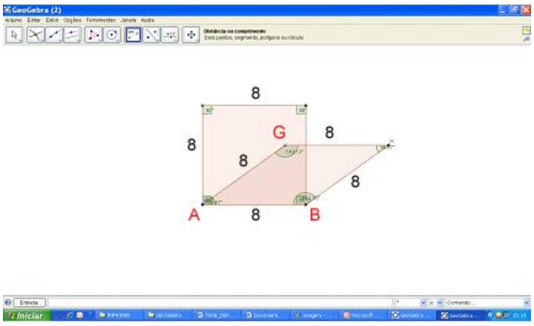

Fonte: Nunes (2011, p. 141)

Notamos que a garantia “W” que sustenta o argumento está baseada estritamente nos dados “D” obtidos na observação na tela do computador. Isso o caracteriza como pragmático do tipo abdutivo, pois se busca a justificativa mais plausível para a conclusão “C”. Por outro lado, ao referir-se ao conceito de quadrado, a argumentação é considerada, também, como “semântica”. Esta segunda classificação nos possibilita inferir que a força do argumento “*basta ter lados iguais para ser quadrado*” leva a caracterizá-lo como incompleto e consequentemente provisório. Assim, buscamos indícios que pudessem favorecer sua convergência para uma argumentação coerente com o significado do termo quadrado, por meio de critérios baseados na definição de quadrado. Para tal, procedemos a ações que possibilitaram à coleta de indícios que favoreceram a ampliação da ideia provocando sua convergência.

Pudemos assim reorganizar a argumentação dos alunos, após intervenção do pesquisador em uma nova estrutura, na qual o apoio da garantia está em consonância com a definição.

O pesquisador apresenta uma figura que representa um quadrado que ao ser deformada (na tela do computador) continua com 4 lados iguais, mas os ângulos são modificados em razão da deformação (Figura 12), após isso pergunta aos alunos se continuava representando um quadrado, obtendo assim a resposta indicada na Figura 13. Em seguida solicita aos alunos que preste atenção no que se altera, quando deformamos a figura.

Figura 12 - Ilustração da deformação do quadrado apresentada aos alunos




*$A_1$ – o ângulo vai mudando.*

Fonte: Nunes (2011, p. 142)

O pesquisador retoma posição que configura um quadrado e solicita aos alunos que observem a medida do ângulo.

*$A_1$ - Os ângulos têm 90º.*

Figura 13 - Recorte das comunicações de ideias dos alunos

D: Figura de um quadrilátero na tela do computador.

É um quadrado.

W: Um quadrilátero que apresenta lados iguais e ângulos iguais a 90º é um quadrado.

B: Definição de quadrado.

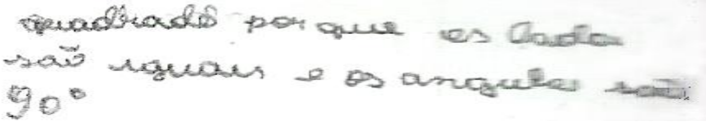
Fonte: Nunes (2011, p. 141)

A validação, baseando-se em argumentações pragmáticas oriundas de observações e manipulação de ferramentas do programa, apresentou-se predominantemente com função de validação por sistematização em nível local, em decorrência de se admitir uma justificativa visual a partir de um número limitado de resultados. A atividade de manipulação e a mediação do pesquisador possibilitaram a convergência do argumento, que se configurou de acordo com a definição do quadrado, atribuindo à conclusão consistência teórica. Assim, a validação se deu pelo reconhecimento da figura por suas propriedades, a partir das ferramentas do programa, o que nos remete à seguinte questão: o trabalho em particular com o quadrado que representava o viveiro foi tomado como representante da classe do objeto “quadrado”. Evidenciamos, nessa estrutura, um caso de argumentação indutiva por passagem ao limite.

Na análise apresentada, observa-se inicialmente uma estrutura simples que evidencia a resposta imediata, a partir de conhecimentos já estabelecidos pelos alunos sobre a configuração de um quadrado, sem apelo a fundamentações teóricas como propriedade e definições. A partir da mediação do pesquisador, pudemos exibir, na estrutura, mais um elemento que apoia a justificativa e auxilia na validação da argumentação. Outro ponto que nos chama atenção é que a convergência das soluções ocasionou uma validação com função de sistematização local para o conceito de quadrado.

A convergência se deu mediante apresentação de um contraexemplo (Figura 12), um dos princípios básicos da matemática para se refutar asserções, que não estejam conforme definições, propriedades, etc., no campo da matemática. Aqui Toulmin (2006) chama a atenção para impossibilidades estabelecidas por critérios correspondentes a cada campo. Assim, o termo modal “não pode ser” ou no caso “não é suficiente”, subtendido no processo argumentativo, leva à coleta de indícios (ação possibilitada pelo programa) que permitiu o desfecho da questão (Figura 14).

Figura 14 - Solução escrita pelos alunos




Fonte: Nunes (2011, p. 143)

Na sequência da atividade, a questão posta foi primeiramente identificar a figura. Em seguida, incorrer na prática da argumentação, mediada pelo pesquisador, a fim de caracterizar o viveiro com formato retangular.

## Terceira atividade

O objetivo desta atividade foi diferenciar superfície e área, de tal forma que o aluno percebesse que ao modificarmos uma dada superfície e construirmos outra, a área permaneceria a mesma. As relações entre os objetos, nesse caso, por exemplos, são as transformações de um polígono em outro equivalente, assim, buscamos explorar a conservação de área por equidecomponibilidade. A percepção e a comparação, oriundas das ações de manipulação das peças recortadas em cartolina na forma de figuras, devem permitir ao aluno elaborar o significado de área enquanto quantidade de material ocupado pela figura.

Nesta atividade, os alunos receberam cartolinas recortadas em formatos de quadrados que se encontravam sobre a bancada, além disso, precisaram recortar a figura em sua diagonal, necessitaram, também, de régua graduada e tranferidor.

Esta atividade versava sobre conservação de área por recorte e colagem. E consistia em identificar que figura estava representada no recorte de cartolina e sua respectiva justificativa. Em seguida precisaram recortar a figura em sua diagonal e a partir das duas peças obtidas deveriam formar um triângulo. Após isso, conjecturar sobre a relação entre as áreas das duas figuras.

Em relação ao primeiro ítem da atividade, inicialmente, os alunos deram a seguinte resposta:

*$A_2$ – Quadrado. Parece um quadrado*

A partir dessa resposta, o pesquisador pergunta – *como podemos ter certeza que seja um quadrado?* - obtendo como resposta a seguinte assertiva:

*$A_1$ – precisa medir.*

O pesquisador prosseguiu na solicitação de explicações – a partir das medidas, como podemos afirmar que seja um quadrado?

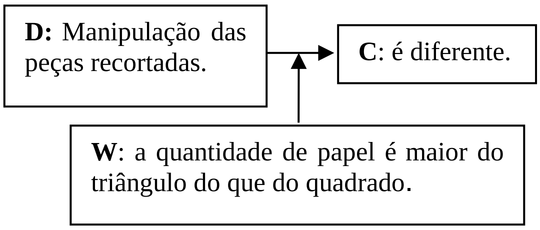
*$A_1$ – todos os lados iguais e tem que ver as medidas desses lados aqui tem que medir 90º.*

Assim, ficou evidente que a atividade desenvolvida no laboratório parece possibilitar a apreensão do conceito de quadrado. A partir disso, os alunos utilizaram régua e transferidor para validarem que realmente se tratava de um quadrado.

Não houve dificuldades com relação ao recorte na diagonal e respectiva formação de um triângulo a partir das duas peças obtidas.

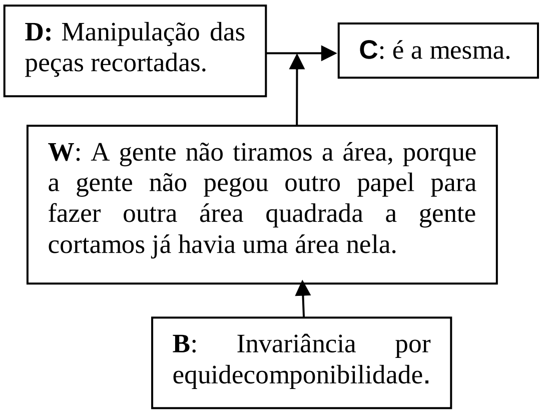
No decorrer da solução do problema, houve contradição entre as argumentações dos dois grupos, com relação à igualdade ou não entre as figuras, a partir da ação de recortar e colar. Por esse motivo, as análises a seguir trazem a discussão gerada pela controvérsia evidenciando, cada vez mais, o grande valor da prática da argumentação para compreensão de conceitos matemáticos na escola (Figuras 15 e 16).

Figura 15 - Argumentação grupo B




Fonte: Nunes (2011, p. 145)

Figura 16 - Argumentação grupo A




Fonte: Nunes (2011, p. 145)

Os dados "D" obtidos pela manipulação das peças e observação do ocorrido levam a uma argumentação pragmática e abdutiva, pois a conclusão específica "C" do grupo "B" é justificada por meio dessas ações. Da mesma forma caracteriza-se a solução do grupo "A", como este tipo de argumento leva a soluções plausíveis e transitórias; constata-se que há uma contradição entre as conclusões que devem ser confrontadas, de tal sorte que os critérios necessários à validação de uma das soluções sejam mediados pelo pesquisador. Pretendíamos assim envolver os alunos num processo de reflexão que favorecesse a convergência dos argumentos conflitantes, com base na ideia de invariância por equidecomponibilidade, já contemplada pela equipe "B".

A validação apresentou-se com prevalência da função de comunicação baseando-se em argumentações pragmáticas, ou seja, apoiadas em observações e constatações oriundas das atividades de manipulação e na mediação do pesquisador que buscava a compreensão da propriedade de invariância por equidecomponibilidade por meio da percepção que figuras diferentes podem apresentar a mesma área.

A diferença estrutural dos dois argumentos evidencia que a força da justificativa “W” é garantida pelo apoio “B”, que remete a conceitos, propriedades, etc., assim, a segunda justificativa não encontra apoio nos critérios estabelecidos pela matemática, sendo a argumentação representada na forma estrutural mais simples. Após a discussão mediada pelo pesquisador, defrontamo-nos com uma validação na qual prevaleceu a função de comunicação, e, mais uma vez, o ensejo da questão evidencia função de sistematização local para a propriedade de invariância da área por equidecomponibilidade.

A situação de controvérsia foi conduzida de acordo com as indicações de Boavida (2005), e, assim, o argumento que estava em desacordo com as normas da matemática (grupo “A”) foi perdendo força. As afirmações passaram primeiramente ao campo das possibilidades, para, em seguida, serem substituídas pela argumentação do grupo “B”, que estava em conformidade com a definição de equidecomponibilidade de área. Assim, a questão específica do grupo “A”, que se apresentava em desacordo com a propriedade de invariância da área, convergiu, com a mediação do pesquisador, para a argumentação do grupo “B”, que foi mais eficaz, pois se apresentava em conformidade com a propriedade supracitada, chegando assim à validação da solução do problema proposto.

Além de alcançarmos nosso objetivo relativo à apreensão da conservação de área, ligada à ideia que figuras diferentes podem apresentar áreas iguais, a atividade permitiu, também, aos alunos que estes levassem em conta a opinião dos colegas, e revelou que o confronto de ideias pode ser um processo negociado de construção de conhecimento.

## Considerações finais

A prática da argumentação em torno das noções de área e perímetro de figuras planas se revelou como método que favoreceu a compreensão dessas noções. As atividades permitiram aos alunos produzir e testar suas conjecturas em conjunto com as ações e a mediação do pesquisador. Essas ações e mediações levaram os discentes a perceber certas relações e propriedades a respeito dos conceitos em jogo.

Em nossa pesquisa, alcançamos nosso objetivo na medida em que a prática da argumentação se revelou como método que favoreceu a compreensão de conceitos em matemática, enfocando os assuntos área e perímetro de figuras planas. Assim a prática da argumentação pode favorecer a aquisição de competência argumentativa, auxiliando os discentes, entre outras coisas, a desenvolver a linguagem matemática, e compreender os assuntos estudados.

As atividades desenvolvidas no Geogebra permitiram que os alunos comunicassem suas ideias, descobrindo propriedades envolvidas nas manipulações das figuras na tela do computador. As argumentações que emergiram no decorrer da solução dos problemas levaram os discentes a descobrirem relações entre os elementos de uma figura, que possibilitaram auxiliar na compreensão dos conceitos envolvidos nas atividades.

A prática da argumentação se revelou nessa pesquisa como um método que favoreceu a compreensão dos conceitos de área e perímetro de figuras planas, confirmando nossa hipótese.

O modelo de Toulmin foi introduzido, para analisar argumentos em salas de matemática, por Krummeheuer (1995). Esse autor utilizou o modelo de forma reduzida, não apresentando qualificadores, nem refutações. Pedemonte (2002) e Knipping (2008) utilizaram o modelo considerando-o ternário, exibindo em suas análises apenas os dados, a conclusão e a garantia. Outros como Inglis, Mejina-Ramos e Simpson (2007) fizeram uso do modelo completo. Em nossa perspectiva, as argumentações poderão ser modeladas na estrutura de Toulmin e revelar-se, tanto de forma reduzida como completa, de acordo com diversos fatores como, por exemplo, a relação que o aluno tenha com o objeto de estudo, a mediação do professor, os tipos de atividades propostas, etc.

As pesquisas que utilizaram a perspectiva teórica de Toulmin, das quais fizemos o levantamento, centralizaram suas análises na parte fisiológica do processo argumentativo. Em nossa pesquisa, além da parte fisiológica, estudamos a parte anatômica, o que nos possibilitou modelar o processo argumentativo em termos de fases, e, assim, apresentar a prática da argumentação como método de ensino.

Toulmin (2006), ao propor as fases da parte anatômica, não se detém em esmiuçá-la, chamando a atenção para a complexidade que se iria incorrer para esse feito, sobretudo, porque sua proposta busca universalizar a análise do processo argumentativo. Mas, ao focarmos um campo, como o da matemática escolar, percebemos que seria viável, pois entendemos que as características gerais das fases anunciadas pelo autor podem ser modeladas, em termos de experiência de referência, tipos de argumentos, convergência argumentativa e funções da validação.

## Referências


ABERDEIN, A. The uses of argument in mathematics. Argumentation, v. 19, n. 3, p. 287–301, 2005.

_______ .Managing informal mathematical knowledge: Techniques from informal logic. Lecture Notes in Artificial Intelligence, v. 4108, p. 208–221. 2006.

ALCOLEA BANEGAS, J. L'Argumentació en matemàtiques. In: E. C. i Moya (Ed.), XIIè Congrés Valenciaà de Filosofia). Valencià, Spain: Diputació de Valencià, p.135–147, 1998.

BOAVIDA, A. M. R. A argumentação em Matemática Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração. 2005. 975f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2005.

BOERO, P.; GARUTI, R.; MARIOTTI, M.A. Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures, Proceedings of PME-XX, Valencia, v. 2, p. 121-128, 1996.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da matemática In: Didáctica das matemáticas, Jean Brun (dir.). Lisboa: Instituto Piaget, 1996, Coleção horizontes pedagógicos.

CABASSUT R. Démonstration, raisonnement et validation dans l'enseignement secondaire des mathématiques en France et en Allemagne. 2005. 424 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Ecole doctorale Savoir scientifique: épistémologie, histoire des sciences, didactique des disciplines. Université Paris 7, Paris, 2005.

DOUEK, N. Analysis of a long term construction of the angle concept in the field of experience of sunshadows, PME-XXII. v. 2, p. 264–271, Stellenbosch, 1998.

_______. Argumentative aspects of proving of some undergraduate mathematics students' performances. PME XXIII. v. 2, p. 273-280, Haifa, Israel. 1999.

_______. Importance des Ascpects Argumentatatifs dans la Production et Demonstration de Conjectures. Compte Rendu de l'Atelier, 2000.

DOUEK, N.; SCALI, E. About argumentation and conceptualisation, Proceedings of PME-XXIV, v. 2, p. 249-256, Hiroshima, 2000.

DOUEK, N.; PICHAT, M. From oral to written texts in grade I and the approach to mathematical argumentation. Proceedings of PME-XXVII, v. 2, p. 341-348, Honolulu, 2003.

EVENS, H.; HOUSSART, J. Categorizing pupils written answers to a mathematics test question: I know but I can't explain. Educational Research, v. 46, p. 269–282, 2004.

GOODWIN, J. A argumentação não tem função. Comunicação e Sociedade, v. 16, p. 123-144, 2009.

HOYLES, C.; KÜCHEMANN, D. Students' understanding of logical implication. Educational Studies in Mathematics, v. 51, n. 3, p. 193–223, 2002.

INGLIS, M.; MEJIA-RAMOS, J. P.; SIMPSON, A. Modelling mathematical argumentation: the importance of qualification. Educational Studies Mathematics, v. 66, p. 3-21, 2007.

KNIPPING, C. Argumentation structures in classroom proving situations. In M. A. Mariotti (Ed.). Proceedings of the third congress of the european society for research in mathematics education (ERME), Bellaria, Italy, 2003.

______. A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. Zentralblatt für Didaktikt der Mathematik, v. 40, p. 427–441, 2008.

KRUMMHEUER, G. The ethnography of argumentation. In: P. COBB; H. BAUERSFELD (Eds.), The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures. Hillsdale, NY: Erlbaum, p. 229-269, 1995.

MARIOTTI, M. A. Justifying and proving: figural and conceptual aspects. in M. Hejny and J. Novotna (eds.), Proceedings of the European Research Conference on Mathematical Education, Podebrady, Czech Republic, 1997.

______. La preuve em Mathématique. Zentralblatt für Didaktikt der Mathematik. v. 34, n. 4, p. 132-144, 2002.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCM, 2000.

NUNES, J. M. V. A Prática da Argumentação como Método de Ensino: O Caso dos Conceitos de Área e Perímetro de Figuras Planas. 2011. 217 f. Tese (Doutorado em Educação Matemáticas). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo, 2011.

OLIVEIRA, J. M.; COELHO, A. R.; CUNHA, F. A.; UIEDA, W. Levantamento da Fauna de Quirópteros no Jardim Botânico Bosque Rodrigues Alves, Belém-Pa. Anais do In: VI CONGRESSO E XI ENCONTRO DA ABRAVAS. 2002, Guarapari. Anais...Guarapari, 2002.

PEDEMONTE, B. Etude didactique et cognitive des rapports de l’argumentation et de la démonstration dans l’apprentissage dês mathématiques. 2002. 301 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourrier, Grenoble I, Gênova, 2002.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. Tratado da argumentação: a nova retórica. Trad. Maria Ermantina Glavão G. Pereira. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

TOULMIN, S. E. Os Usos do Argumento. Trad. Reinaldo Guarany e Marcelo Brandão Cipolla. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

WEBER, K.; ALCOCK, L. Using warranted implications to understand and validate proofs. For the Learning of Mathematics, v. 25, n. 1, p. 34–38, 2005.

YACKEL, E. Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In: M. Heuvel-Panhuizen (Ed.). Actas da 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Utrecht: Utrecht University, 2001, p. 1-24.

Recebido em 3/4/2013

Aceito em 1/7/2013