

# Contextualizando momentos da trajetória do ensino de cálculo na graduação em matemática da USP

## Contextualizing moments of the trajectory of teaching calculus in mathematics graduation course of USP

---

GABRIEL LOUREIRO DE LIMA<sup>1</sup>

### Resumo

*O presente estudo, tomando como objeto de análise quatro importantes momentos da trajetória da disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral do curso de graduação em Matemática da Universidade de São Paulo, procuramos evidenciar que muitas das transformações ocorridas durante o desenvolvimento de tal disciplina foram consequências de transformações mais amplas que estavam ocorrendo nos domínios da Matemática, da Educação ou da Educação Matemática. Mais do que mudanças locais, foram reflexos da influência exercida por modelos de ensino presentes em instituições do exterior e que começaram a ganhar espaço no país e também de mudanças nas concepções a respeito do papel do professor e do estudante no processo de ensino e aprendizagem na universidade.*

**Palavras-chave:** Ensino Superior; Cálculo Diferencial e Integral; Universidade de São Paulo.

### Abstract

*The present study, taking as object of analysis four important moments of the trajectory of early discipline of Differential and Integral Calculus in Mathematics graduation course of Universidade de São Paulo, we show that many of the transformations that occurred during the development of this discipline were consequences of broader transformations that were taking place in the fields of Mathematics, Mathematics Education or Education. More than local changes were reflections of the influence exerted by teaching models present in institutions abroad and began to gain traction in the country and also changes in conceptions about the role of teacher and student in the process of teaching and learning in university.*

**Keywords:** Higher Education; Differential and Integral Calculus; Universidade de São Paulo.

### Introdução

Por um longo período de tempo, acreditou-se que o estudante, ao ingressar na universidade, por já ter optado por algo de seu interesse e não ser mais “forçado”, como ocorria na Educação Básica, a estudar diversos conteúdos que possivelmente não lhe agradassem, já estaria suficientemente motivado para aprender aquilo que lhe seria ensinado, não necessitando, desta forma, de nenhuma preocupação didática por parte do professor. No ensino superior, segundo esta crença, bastaria que o docente tivesse pleno

---

<sup>1</sup> Bacharel, licenciado e mestre em Matemática pela UNICAMP, doutor em Educação Matemática pela PUC-SP e professor do Departamento de Matemática da PUC-SP, email: gllima@pucsp.br.

“conhecimento do campo científico de sua área, alicerçado nos rigores da ciência e um exercício profissional que legitimasse esse saber no espaço da prática” (CUNHA, 2004, p. 527). A este respeito, Chervel (1990, p. 185) destaca que, na universidade, era ignorada “a necessidade de adaptar a seu público os conteúdos de acesso difícil. (...) nessa relação pedagógica, o conteúdo é uma invariante. (...) E tudo que se solicita do aluno é “estudar” a matéria para dominá-la e assimilá-la”. Quaisquer dificuldades com os conteúdos que estavam sendo ensinados, se houvessem, seriam consequências de falhas no trabalho do aluno; não seriam jamais provenientes de questões referentes aos procedimentos didático-pedagógicos do professor. Como pontua Masetto,

Em nenhum momento, por exemplo, perguntava-se se o professor tinha transmitido bem a matéria, se havia sido claro em suas explicações, se estabelecera uma boa comunicação com o aluno, se o programa estava adaptado às necessidades e aos interesses dos alunos, se o professor dominava minimamente as técnicas de comunicação. Isso tudo, aliás, era percebido como supérfluo, porque, para ensinar, era suficiente que o professor dominasse muito bem apenas o conteúdo da matéria a ser transmitida. (MASETTO, 1998, p. 12).

Pouco a pouco, no entanto, a ideia de conhecimento como algo definitivamente acabado e que poderia ser transmitido de alguém que sabe para alguém que está buscando aprender foi sendo abandonada. Mais ainda; segundo Fischer (2009, p. 312), nem o conhecimento é “um produto acabado, aguardando ser passado adiante, nem o processo de transmiti-lo assegura aprendizagem efetiva, uma vez que esta só se processa quando o sujeito toma parte ativa, envolvendo-se inteiramente com o objeto de conhecimento”. Dessa forma, aquela ideia de que bastaria o professor universitário ter pleno domínio do que estava transmitindo para que os alunos aprendessem, também caiu por terra. Em vez disto, passou-se a acreditar que a aprendizagem teria mais chance de acontecer se houvesse uma relação de parceria entre professores e estudantes universitários rumo à construção daquele conhecimento que estava sendo trabalhado e, conseqüentemente, reflexões didáticas específicas a respeito do processo de ensino e de aprendizagem na universidade, até então consideradas desnecessárias, precisaram entrar em cena.

Paralelamente a isto, o próprio caráter do ensino superior passou por transformações. Conforme salienta Prandi (2009, p. 139), inicialmente o ingresso em uma universidade era privilégio para poucos, que buscavam, mais do que uma formação profissional, um aprimoramento pessoal. Estes, embora muitas vezes enfrentassem dificuldades durante seus cursos superiores, provavelmente, não se achavam no direito de questionar os procedimentos didáticos de seus mestres, que, em sua grande maioria, eram

profissionais dotados de grande respeito em suas áreas de atuação. Assim, não se queixavam das aulas que assistiam e nem de serem, eventualmente, reprovados; procuravam, a todo custo, estudar e, sozinhos, sanar suas dificuldades. Paulatinamente, no entanto, houve um processo de expansão das universidades e de ampliação do número de vagas oferecidas que acabou ocasionando uma mudança no perfil dos estudantes do ensino superior. As dificuldades enfrentadas pelos alunos foram, pouco a pouco, se agravando e muitos deles acabavam desistindo da graduação por não conseguirem acompanhar as disciplinas presentes no currículo do curso que haviam escolhido, principalmente no primeiro ano. Assim, as grandes taxas de evasão e as pressões dos próprios estudantes para que fossem tomadas medidas que tornassem os conteúdos do ensino superior mais acessíveis para aqueles que estavam ingressando neste nível educacional, também fizeram com que as discussões a respeito dos processos de ensino e aprendizagem na universidade se tornassem cada vez mais frequentes.

Com relação, especificamente, ao ensino de Matemática, em particular de Cálculo, durante muito tempo, o foco dos cursos foi a apresentação formal e rigorosa do conteúdo matemático, em uma abordagem centrada nela mesma que, de acordo com Salinas & Alanís (2009, p. 362), se vincula àquela estratégia de ensino tradicional, na qual o professor “se limita a exibir (ensinar) a estrutura, pois pressupõe que é desta maneira que se dará a aprendizagem” (tradução nossa). Porém, de acordo com Olimpio Junior (2007), “a iniciação à matemática universitária implica em forte, porém necessária, desestabilização” (p. 44) e, pouco a pouco, pesquisas, que em relação à didática do Cálculo e da Análise se tornaram mais frequentes a partir de meados da década de 1980, passaram a evidenciar que mesmo o aluno se empenhando em seus estudos e o professor desempenhando seu trabalho de maneira tida como adequada segundo os paradigmas atuais de ensino e aprendizagem, certamente ele enfrentará algumas dificuldades, já que muitas destas são inerentes aos próprios conceitos usualmente trabalhados nesta disciplina. Cantoral destaca, por exemplo, que:

A diferença entre o Cálculo e a matemática escolar anterior a ele é que este incorpora ideias novas como taxas de variação, variação instantânea, os processos infinitos e as situações limite. Ele também estende a matemática à realidade, enriquecendo os modelos. Isto traz consigo a introdução de novos símbolos, os quais, eventualmente, podem modificar o campo semântico de alguns objetos já conhecidos da matemática, como é o caso da igualdade (=). Neste sentido, o estudante se encontra diante de ideias que também necessitam de novos símbolos, estratégias e concepções. (CANTORAL, 1993, p. 3 – tradução nossa).

Esta citação de Cantoral (1993), explicitando algumas das diferenças entre a Matemática da escola básica e a Matemática universitária nos remete à questão das dificuldades normalmente enfrentadas pelos estudantes na *transição do ensino secundário para o superior*. Conforme pontua Gascón (2009, p. 278), neste momento se tornam explícitas as discontinuidades existentes entre a Matemática possível de ser estudada na educação básica e aquela que deve ser aprendida na universidade. Tais discontinuidades, de acordo com o autor, dizem respeito tanto quanto a maneira de organizar as questões matemáticas que serão estudadas, quanto aos processos utilizados para o estudo das mesmas. Por exemplo, na educação básica, em geral, não se exige que o aluno seja capaz de interpretar os resultados obtidos nas atividades matemáticas, enquanto que, na maioria das vezes, nas tarefas realizadas na universidade isso é fundamental. Da mesma forma, no ensino superior há, em relação ao que ocorre usualmente até o ensino médio, uma mudança na distribuição das responsabilidades dentre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Essas são apenas algumas das diversas características apontadas por Gascón (2009) e que, pouco a pouco, também passaram a ser levadas em consideração nas discussões a respeito do ensino de Matemática nas aulas universitárias.

Embasados pelas ideias expostas nos parágrafos anteriores, podemos afirmar então que, desde a implantação da primeira universidade brasileira, em 1934<sup>2</sup>, até os tempos atuais, ocorreram diversas mudanças na estrutura das universidades e nas concepções de educadores a respeito de como deveria se dar o processo de ensino e aprendizagem no terceiro grau. Tais mudanças, inevitavelmente, refletiram na maneira como os conteúdos das disciplinas presentes nos currículos dos mais diversos cursos de graduação foram trabalhados ao longo dos anos. Neste artigo, considerando como exemplos quatro aspectos, a saber, (i) a maneira como o curso de graduação em Matemática da USP foi estruturado, (ii) a introdução, em tal curso, de uma disciplina de Cálculo precedendo à de Análise, (iii) a implantação, nesta disciplina de Cálculo, de uma metodologia de ensino diferenciada, que se baseava em roteiros para trabalhos em grupo visando a construção do conhecimento pelo próprio estudante e (iv) a diferenciação entre as disciplinas de Cálculo I destinadas ao Bacharelado e à Licenciatura, procuraremos mostrar que muitas das transformações estruturais e

---

<sup>2</sup> Em 1934 foi fundada a Universidade de São Paulo (USP), primeira universidade, na verdadeira acepção do termo, a ser implantada no país.

didáticas ocorridas ao longo da trajetória da disciplina de Cálculo do curso de Matemática da USP, instituição que durante muito tempo foi o principal modelo para outras universidades brasileiras, não decorreram apenas das dificuldades enfrentadas pelos alunos daquela instituição ou de preocupações didáticas específicas da equipe de docentes que lá atuava. Foram, na realidade, consequências de transformações mais amplas, ocorridas nos cenários da Matemática, da Educação e da Educação Matemática; da influência exercida por estratégias e materiais didáticos utilizados em instituições do exterior e que, pouco a pouco começaram a ganhar espaço no país, de mudanças nas concepções a respeito do papel do estudante universitário no processo de construção de seu próprio conhecimento, do que é ensinar na universidade e especificamente a respeito do que é ensinar Matemática neste nível educacional.

## **1. O procedimento de coleta de dados referentes ao curso de Matemática da USP**

Os dados que serviram de base para as análises apresentadas neste trabalho foram obtidos durante a investigação de doutorado que realizamos no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, sob a orientação do Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva. Na referida tese, procuramos responder à seguinte questão:

De que maneira a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral foi implantada no curso de Matemática da Universidade de São Paulo, de que forma se modificou, ao longo dos anos, em termos do nível de rigor e das preocupações didáticas e como se transformou, de uma disciplina inicialmente de Análise Matemática, em outra efetivamente de Cálculo Diferencial e Integral? (LIMA, 2012a, p. 20).

E, para isto, optamos por coletar dados por meio de entrevistas semiestruturadas planejadas e realizadas segundo a metodologia da História Oral que, de acordo com Garnica (2004, p. 155), frente a impossibilidade de se construir “a” história, procura reconstruir, por meio da narrativa de atores sociais que tiveram participação relevante em certo contexto, algumas das várias versões da história. Sai de cena então a existência de uma história real, de uma história que realmente aconteceu, para entrar em jogo a concepção de História como versão (GARNICA, 2003).

Dentre as diversas vertentes da História Oral indicadas por Meihy (1996), nossa investigação se inseriu naquela conhecida como *Temática*, uma vez que partiu de um

assunto específico e predeterminado, a saber, o ensino de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Matemática da USP. De posse da questão geradora explicitada no início desta seção, passamos a selecionar os depoentes de maneira a garantir que fossem ouvidas pessoas que de fato pudessem trazer informações significativas a respeito daquilo que estava sendo investigado. A respeito desta seleção, Garnica nos alerta que a mesma “frequentemente ocorre num processo de rede, pois dado que o tema faz parte de uma determinada comunidade, é usual que um depoente lembre-se de (e sugira) nomes de outros possíveis depoentes” (GARNICA, 2007, p. 40). E foi realmente isto que ocorreu durante a realização de nossa pesquisa de doutorado: “não tínhamos como escolher, a priori, quem iríamos ouvir; os depoentes foram surgindo entrevista a entrevista, por indicação explícita dos próprios entrevistados ou por meio de alguma indicação dada por eles em seus depoimentos” (LIMA, 2012a, p. 51). Ao final deste processo, havíamos entrevistado 18 pessoas que, de alguma forma, como professores ou como estudantes, estiveram, em algum momento, envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo no curso de Matemática da USP.

Realizadas as entrevistas, as mesmas – todas elas tiveram seus áudios gravados - foram textualizadas e tais textualizações enviadas aos depoentes para que os mesmos as conferissem e autorizassem ou não sua utilização na pesquisa. Em seguida, as textualizações foram analisadas segundo aquilo que Bolívar (2002) denomina de *análise paradigmática de dados narrativos* que, assim como a Análise de Conteúdo, estabelecida dentre outros por Bardin (2006), procura organizar aquilo que foi obtido por meio de categorias visando obter determinadas generalizações a respeito do tema estudado:

Optamos pelo primeiro tipo de análise paradigmática em que as categorias são decididas a priori, mas, no caso deste trabalho, elas não derivaram de uma teoria prévia; se originaram de nossa intenção de analisar alguns elementos específicos do ensino do Cálculo, estabelecidos antes da coleta dos depoimentos (...) a saber: se a orientação da disciplina estava mais próxima, de fato, do Cálculo Diferencial e Integral ou da Análise Matemática, qual o nível de rigor adotado nos diferentes cursos e quais as preocupações de caráter didático manifestadas, ao longo de diferentes épocas, pelos professores e autores de manuais empregados como referências nos cursos iniciais de Cálculo analisados nesta pesquisa. Os roteiros de entrevistas foram elaborados de maneira a possibilitarem a coleta de informações a respeito destes elementos. (LIMA, 2012a, p. 67).

Como destaca Garnica (2007, p. 23-24), é necessário que o pesquisador que se vale da metodologia da História Oral esteja consciente de que os depoimentos coletados lhes

fornece – e isto mais uma vez exige a consciência da inexistência de uma verdade definida e definitiva – uma percepção parcial e lacunar da realidade estudada. Além disso, conforme alertam Gaertner & Baraldi (2008, p. 53), a memória é seletiva, tanto naquilo que é lembrado, quanto naquilo que é esquecido ou silenciado e os depoentes muitas vezes podem constituir múltiplas versões do passado e transmiti-las de acordo com suas percepções atuais, uma vez os significados atribuídos às ações e às escolhas do passado são consequências do sentido dado a elas no momento em que este as está narrando. É neste sentido que Garnica (2007) destaca que tanto aquele que interpreta os depoimentos quanto o próprio depoente tem o presente como filtro para a compreensão das experiências que estão sendo relatadas. O pesquisador deve então estar consciente da existência de tal filtro e de posse dos referenciais de que dispõe tentar recuperar, da melhor maneira possível, “as redes de poder, não como foram, mas como são possíveis... [a ele] compreendê-las, resgatá-las” (p. 46).

O trabalho aqui apresentado visa então, por meio da contextualização de alguns aspectos da trajetória da disciplina inicial de Cálculo do curso de Matemática da USP evidenciados em Lima (2012), complementar algumas das informações obtidas por meio das entrevistas que realizamos durante a investigação de doutorado, preencher mais lacunas e caminhar em direção à uma compreensão ainda mais efetiva a respeito da implantação e do desenvolvimento da disciplina de Cálculo na instituição que, durante décadas, foi referências para outras posteriormente criadas no país.

Iniciaremos este processo de contextualização analisando como foi estruturado o curso de graduação em Matemática implantado na USP em 1934.

## **2. A maneira como foi estruturado, em 1934, o currículo do curso de Matemática da USP**

Entre o final do século XVIII e o início do século XIX, o Cálculo passou por um minucioso processo de rigorização de suas ideias fundamentais, processo este que culminou na criação de um novo campo de conhecimento: a Análise Matemática. Foram percebidas diversas falhas nos fundamentos geométricos do Cálculo e, conseqüentemente passou-se a buscar uma fundamentação analítica para seus conceitos e processos. Podemos dizer, portanto que, conforme destacam Baron & Bos (1985, p. 43), o processo de transição ocorrido, a partir do século XVIII, do Cálculo para a Análise, mais do que o estabelecimento de dois novos subcampos para a Matemática,

envolveu uma transformação fundamental na forma como os conceitos matemáticos eram tratados: de uma orientação que, a princípio, era totalmente geométrica, para outra baseada em números.

Ao longo do século XIX, a Análise e, conseqüentemente o Cálculo, se estabeleceram sobre alicerces cada vez mais sólidos, razão pela qual tal século, na História da Matemática, se tornou conhecido como o *século do rigor*. E o primeiro grande passo em direção a isto foi dado por Cauchy (1789-1857), que, em 1821, desenvolveu uma teoria de limites com base na qual definiu continuidade, diferenciabilidade e integral definida. Cauchy, que desde 1816 era professor da Escola Politécnica de Paris, utilizou essa sua teoria de limites para embasar uma nova disciplina, chamada *Análise Matemática*, organizada de maneira rigorosa e desenvolvida, segundo Reis (2001, p. 59), por meio “de um conjunto consistente de definições e teoremas apresentados formal e logicamente, com uma notação unificada e coerente ao longo de todo o texto de seu *Cours d’analyse* (1821)”. Foi precisamente neste momento que passou a existir, pela primeira vez no currículo de um curso superior de Matemática, uma disciplina, de fato, chamada Análise. Gradativamente, os cursos europeus de Cálculo, que até então se baseavam em manuais de Cálculo Infinitesimal redigidos entre a metade do século XVIII e o início do século XIX por autores como Euler (1707-1783), Lacroix (1765-1843), Lagrange (1736-1813) e Legendre (1752-1833), e que, em geral, enfatizavam as técnicas de diferenciação e de integração e à aplicação das mesmas na resolução de alguns problemas matemáticos, foram se transformando em cursos de Análise Matemática, nos quais, com base nos trabalhos desenvolvidos por Cauchy, o foco passou a ser a apresentação das ideias analíticas que fundamentavam rigorosamente os conceitos de limite, continuidade, derivada e integral. De acordo com Rezende (2003), pouco a pouco, “todas as disciplinas da Matemática que tratavam de processos infinitos (limites, séries, diferenciação e integração) foram reunidas sob o nome de Análise” (p. 239). Em outras palavras, na medida em que a Análise Matemática se constituiu como um novo campo de conhecimento, as universidades europeias deixaram de contemplar em seus currículos uma disciplina efetivamente de Cálculo; os alunos passaram a estudar apenas Análise, trabalhada por meio da teoria dos limites desenvolvida por Cauchy.

Pouco tempo depois, no entanto, percebeu-se que a Análise, mesmo com os avanços trazidos pela teoria dos limites, ainda não estava solidamente estruturada e que, portanto, a busca pelos fundamentos do Cálculo ainda não havia terminado. O problema estava no fato de que as ideias de limite, continuidade e diferenciabilidade dependiam

bem mais do que se supunha das propriedades dos números, e Cauchy havia construído sua teoria sobre uma noção ainda muito intuitiva do sistema dos números reais. Weierstrass (1815 – 1897) percebeu então que, caso se quisesse, de fato, obter uma fundamentação consistente para o Cálculo, a primeira providência a ser tomada deveria ser estabelecer rigorosamente o sistema dos números reais, para que, desta forma, todos os elementos da Análise que dele decorressem pudessem ser estabelecidos com segurança. Foi o que aconteceu no final do século XIX, quando Dedekind (1831 – 1916) e Cantor (1845 – 1918) demonstraram como construir o sistema dos números reais.

Tendo se concluído mais este importante passo na fundamentação do Cálculo, é claro que esta nova conquista também foi introduzida na disciplina de Análise ministrada nas universidades europeias. Além disso, o processo de Aritmetização da Análise exerceu grande influência no desenvolvimento da Matemática como ciência. O rigor, a partir de então, passou a ser valorizado e perseguido em todas as áreas constituintes da Matemática e também no ensino da mesma. A partir desse processo, a maneira considerada como sendo a mais adequada, e também a que estava em maior consonância com o rigor exigido pela Matemática, para se apresentar as noções fundamentais do Cálculo passou a ser por meio da definição weierstrassiana de limite.

Como evidencia Lima (2012), foi exatamente esta abordagem que o analista italiano Luigi Fantappiè, que durante o processo de implantação da Universidade de São Paulo e de sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras foi contratado para chefiar a cátedra de Análise Matemática de tal Faculdade, introduziu no ensino superior brasileiro. E vale destacar que tal introdução se deu, inicialmente, na Escola Politécnica de São Paulo - instituição criada em 1893 e que em 1934 foi agregada a USP - antes mesmo do curso de Matemática da FFCL ter efetivamente entrado em funcionamento. Ao chegar ao país, em 1934, Fantappiè se tornou professor da disciplina Cálculo Infinitesimal na Escola Politécnica, ocupando o cargo que havia ficado vago com falecimento, em setembro de 1933, de Rodolpho Baptista de San Thiago que, desde 1901, era o responsável por aquela disciplina. Segundo Oliveira (2004), a abordagem dada ao Cálculo por San Thiago tomava como referência o livro *Premiers Éléments du Calcul Infinitesimal* de Hyppolite Sonnet, lançado em 1869, que trata o conteúdo em questão de acordo com a concepção de Leibniz (1646-1716) e Newton (1642-1727), dando ênfase aos infinitésimos e à noção intuitiva de limite. Nota-se, portanto, que a fundamentação do Cálculo baseada no tratamento de limites proposto por Weierstrass no final do século

XIX ainda não estava presente nesta disciplina ministrada por San Thiago. Foi Fantappiè, ao assumir tal curso em 1934, quem introduziu no país, de acordo com Mattos (2011), o ensino da Matemática baseado nas ideias do formalismo, movimento matemático que se tornou bastante popular na Europa no início do século XX, sendo o responsável, segundo Oliveira (2004), por uma mudança na forma de apresentar os conceitos do Cálculo aos estudantes da Poli, adotando, para isso, o livro *Lezioni di Analisi* de Francesco Severi, publicado em 1933 e que, em um texto bastante formal, adota a ideia de limite, apresentada segundo a concepção weierstrassiana, como fundamento para o Cálculo. Essa foi também a orientação dada ao ensino do Cálculo na FFCL em 1935, quando o curso de Matemática entrou efetivamente em funcionamento. Não havia neste curso da FFCL uma disciplina chamada Cálculo; seguiu-se o modelo europeu e os alunos estudavam diretamente Análise Matemática, já com elevado nível de formalismo e de rigor simbólico-formal. O que gostaríamos de salientar, no entanto, é que o fato de no curso de Matemática da USP ter sido introduzido o modelo europeu de ensino universitário e, portanto, não se ensinar o Cálculo antes da Análise, não foi estritamente um reflexo da concepção individual de Fantappiè a respeito do que era mais adequado para os graduandos em Matemática. Foi uma consequência direta daquilo que estava se passando em contextos mais amplos, relacionados ao próprio processo histórico de desenvolvimento da Matemática, à constituição do Cálculo e da Análise como campos de conhecimento, ao nível de rigor considerado como ideal pelos matemáticos para o ensino do Cálculo na época em que a USP foi fundada e à influência exercida pelo movimento formalista.

### **3. A introdução, no curso de Matemática da USP, de uma disciplina de Cálculo precedendo a de Análise**

Na Matemática, na maioria das vezes, não basta apenas saber se determinado resultado é válido ou não; é de suma importância saber se o mesmo foi ou não cuidadosamente fundamentado e, neste sentido, Freudenthal (1973, p. 147) relaciona o rigor na Matemática àqueles critérios que se utiliza para se estabelecer uma verdade científica. No processo de Aritmetização da Análise, o que se buscava era exatamente fundamentar noções do Cálculo que, na prática, se mostravam corretas, mas que ainda careciam de um embasamento científico consistente. Por isso mesmo, podemos afirmar, assim como Reis (2004, p. 154), que o principal legado deixado por este processo, ocorrido durante

o século XIX, ao ensino foi seu modelo de rigor. Foi este modelo que, na Europa a partir de meados do século XIX e no Brasil a partir da fundação da USP em 1934, passou a imperar nos cursos de Análise ou mesmo naqueles que, apesar de terem mantido a nomenclatura Cálculo, na realidade, tinham como foco uma apresentação analítica dos conteúdos que estavam sendo trabalhados.

Mas será que podemos afirmar que os cursos de Cálculo ministrados nas universidades europeias e nas escolas politécnicas brasileiras antes do processo de Aritmetização da Análise não eram rigorosos? Certamente não. Como nos mostra a história da Matemática, o rigor se dá em níveis (GRATTAN-GUINNESS, 1997, P. 81); em um primeiro momento as coisas são descobertas, de maneira intuitiva e visual, e somente depois é que se procura fundamentar de maneira lógica e rigorosa aquilo que foi descoberto e, portanto, aqueles cursos existentes até meados do século XIX englobavam o nível de rigor possível até aquele momento em razão do estágio de desenvolvimento matemático das noções que eram abordadas nos mesmos, o que evidencia que o rigor depende do contexto no qual se está trabalhando. A questão é que, após o estabelecimento da Análise, passou-se a considerar como aceitável, tanto nos textos e trabalhos acadêmicos quanto no ensino, apenas um nível muito elevado de rigor. Já que agora o Cálculo estava solidamente fundamentado, isso também deveria ser levado em consideração no ensino, mesmo que os estudantes ainda não tivessem atingido um grau de maturidade matemática condizente àquele nível de rigor com o qual os conceitos lhes estavam sendo apresentados. Ao reformularem, no final do século XIX, os cursos de Cálculo, retirando dos mesmos quaisquer abordagens iniciais mais intuitivas para os conceitos de limite, derivada e integral, transformando-os em cursos de Análise e valorizando, desde o primeiro contato com tais noções, um tratamento analítico caracterizado por um alto nível de rigor simbólico-formal, os matemáticos e professores das universidades europeias acabaram, mesmo certamente não tendo esta intenção, dificultando que o estudante pudesse ter, conforme afirma Ávila apud Reis (2001, p, 252), um aprendizado progressivo e continuado até que atingisse um grau de amadurecimento matemático que permitisse a rigorização da disciplina. Em resumo, ao buscar-se ensinar diretamente Análise Matemática, o modelo europeu não levou em consideração o contexto em que se daria tal ensino. Tentou-se transpor diretamente o rigor acadêmico para a sala de aula sem que houvesse uma flexibilização que considerasse, dentre outros fatores, o fato da disciplina ser destinada a ingressantes na universidade.

Já o modelo de ensino em vigor nas universidades norte-americanas tinha uma orientação diferente: em um primeiro momento, o estudante, em um curso denominado Cálculo, trabalhava de maneira mais manipulativa com os conceitos, com ênfase em seus significados, nos procedimentos algorítmicos envolvendo tais conceitos e na maneira como os mesmos poderiam ser utilizados na resolução de alguns problemas matemáticos. Já em um segundo momento, em um curso denominado Cálculo Avançado, os conteúdos estudados no Cálculo eram retomados de maneira analítica, com um nível mais elevado de rigor simbólico-formal, em uma abordagem semelhante àquela presente na disciplina Análise Matemática do modelo europeu.

Esse modelo norte-americano, até o início da década de 1950, não havia sido difundido no Brasil. As universidades que funcionavam no país seguiam aquilo que era feito pela USP e, portanto, adotavam o modelo europeu. A partir de meados dos anos 50, no entanto, professores da USP como Omar Catunda (responsável pela cátedra de Análise Matemática desde o retorno de Fantappiè à Itália, em 1939) e, posteriormente, Carlos Benjamin de Lyra, estiveram nos Estados Unidos para complementar suas formações e lá entraram em contato com aquele modelo de curso no qual os ingressantes no ensino superior estudavam inicialmente Cálculo para, posteriormente, estudarem Análise Matemática (ou Cálculo Avançado). Além disso, pouco a pouco, manuais norte-americanos redigidos de acordo com esta mesma orientação começaram a chegar ao Brasil, ao mesmo tempo em que as dificuldades dos alunos que estavam ingressando na universidade e já enfrentando um curso tão rigoroso quanto aquele de Análise Matemática só aumentavam e, como salienta Lima (2012), na USP, já se tornavam alvo de preocupação por parte de alguns docentes, como, por exemplo, Elza Furtado Gomide.

Foi exatamente no momento em que Catunda foi ao Estados Unidos para aperfeiçoar sua formação que Gomide passou a ministrar aulas de Análise Matemática para os alunos do primeiro ano do curso de Matemática. A docente percebeu então que, assim como ocorrera na época em que ela era estudante, os alunos enfrentavam muitas dificuldades com aquela abordagem estritamente formal dada ao conteúdo e que, conseqüentemente, o curso só passava a interessar a partir do momento em que eram introduzidas as operações de diferenciação e de integração. Passou então a refletir que talvez, de fato, o mais indicado fosse, antes de ensinar Análise Matemática, introduzir os conceitos de função, limite, derivada e integral de maneira mais manipulativa, com ênfase nos significados daquilo que estava sendo trabalhado para, posteriormente, se

preocupar com a fundamentação. Como declarou em entrevista concedida a Lima (2012):

A disciplina de Análise Matemática deveria ser dada depois da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral; primeiramente dar um curso de Cálculo sem crítica e depois fazer a Análise, que é, na verdade, a justificativa, a crítica do Cálculo, com todos os teoremas, a construção dos números reais, etc. Afinal, como os alunos poderiam compreender diretamente a crítica de algo que ainda nem conheciam? (GOMIDE, 2012, sem numeração de páginas).

Quando Catunda retornou ao Brasil e Gomide apresentou a ele sua sugestão de inicialmente ensinar Cálculo para, posteriormente, ensinar Análise, da mesma maneira como era feito nos Estados Unidos, o catedrático, que havia acabado de presenciar este modelo funcionando, encampou a ideia. Iniciou-se então uma reorientação da disciplina de Análise Matemática destinada aos alunos do primeiro ano do ensino superior, reorientação esta que, apesar de inicialmente ter sido bastante sutil, foi contínua e culminou com a introdução, em 1964, no currículo do curso de graduação em Matemática da USP, de uma disciplina efetivamente denominada Cálculo Diferencial e Integral precedendo a disciplina de Análise.

Convém destacar que a introdução de tal disciplina ter se dado exatamente na década de 1960 reforça o fato desta também ter sido uma consequência do crescimento da influência exercida pelo modelo norte-americano no ensino superior brasileiro, influência essa que passou a se dar principalmente por meio dos livros de Cálculo e de Cálculo Avançado que, pouco a pouco, passaram a ser conhecidos e adotados no Brasil. Segundo Ávila (2002),

Até aproximadamente 1960 o ensino do Cálculo em nossas escolas superiores (...) seguia os moldes dos livros europeus, como o de autoria do francês Édouard Goursat ou o do italiano Francesco Severi. Os cursos então estruturados incorporavam o que hoje costumamos distribuir em disciplinas separadas, como o Cálculo propriamente e a Análise Matemática. Era o modelo dos famosos “*Cours d’Analyse*” das escolas francesas. (...) A partir de 1960 as coisas mudaram rapidamente. Os livros americanos tomaram o lugar dos livros europeus. E assim surgiu entre nós o costume de ensinar o Cálculo primeiro, ficando a Análise Matemática para depois, numa disciplina separada. Nos Estados Unidos já era hábito corrente ministrar um primeiro curso de Análise numa disciplina de “Cálculo Avançado”. (ÁVILA, 2002, p. 83-84).

Percebe-se então que, ao contrário do que se poderia inferir levando-se em consideração apenas o depoimento de Gomide presente em Lima (2012), a introdução de uma disciplina de Cálculo precedendo à de Análise na graduação em Matemática da USP não foi consequência apenas das reflexões da referida docente e do catedrático Catunda

a respeito das dificuldades enfrentadas por aqueles estudantes que cursavam diretamente Análise. Foi reflexo de algo que estava se passando, em âmbito mundial, no contexto do ensino da Matemática na universidade. Um modelo predominante até então (o modelo europeu) começava a perder espaço ao mesmo tempo em que um modelo diferente (o modelo norte-americano) se fortalecia e era amplamente divulgado por meio de livros didáticos que passaram a ser adotados em diversos países.

#### **4. A implantação de aulas de Cálculo baseadas em trabalhos em grupo e na construção do conhecimento pelo próprio estudante**

Se, de acordo com Prandi (2009), nos primeiros anos de funcionamento da USP e de algumas outras universidades brasileiras que a sucederam o acesso ao ensino superior era bastante restrito e os estudantes que nelas ingressavam não costumavam questionar os métodos didático-pedagógicos de seus mestres, com o passar do tempo, a expansão das universidades e o aumento do número de vagas no cursos oferecidos pelas mesmas, processo este que começou a se efetivar, de acordo com Saviani (2010), em meados da década de 1960, ocasionaram uma mudança no perfil do público que passou a ser atendido por estas instituições. A ideia de que os métodos dos professores universitários eram inquestionáveis e de que, por mais difícil que fosse para os alunos, aquilo que os mestres ensinavam deveria ser, a qualquer custo, interiorizado, por meio de muito empenho e trabalho pelos estudantes, sem que neste processo coubesse qualquer outra responsabilidade ao docente além do domínio efetivo e pleno daquilo que estava transmitindo, pouco a pouco, caiu por terra. Começou a existir uma cobrança maior em relação às preocupações de caráter didático e aos métodos pedagógicos dos professores do terceiro grau.

Até o final dos anos 1960, nas aulas ministradas nas universidades (e também nos outros níveis de ensino), o estudante assumia um papel passivo no processo de ensino e aprendizagem. Este, em geral, não se engajava na construção de seu próprio conhecimento; recebia tudo pronto do professor que lhe transmitia o saber. Observava-se então uma relação entre alguém que sabe e ensina e alguém que não sabe, mas que, ouvindo passivamente os ensinamentos de seu mestre, irá aprender. Em vigor estava a concepção de conhecimento como um acúmulo de informações, como algo passível de ser transmitido de um lugar (ou de um sujeito) para outro. Gradativamente, no entanto, essa concepção foi sendo rejeitada e, conforme destaca Fischer (2009), passou-se a levar

em consideração a relação entre o aluno e o conteúdo a ser conhecido, relação esta que é dinâmica, permanente e pode sempre ser enriquecida pela mediação do professor.

Foi então que, na década de 1970, como consequência desta concepção emergente, as aulas universitárias passaram, segundo Pimenta e Anastasiou (2002, p, 151-153), paulatinamente, a valorizar a parceria entre professores e estudantes na busca pelo conhecimento. Não mais a figura do professor transmissor é que deveria prevalecer. Discente e docente deveriam existir para a ciência, e não mais o professor para o aluno. E esta ideia ganhou ainda mais força a partir do momento em que começou a se difundir no meio educacional brasileiro, através dos trabalhos do pedagogo cearense Lauro de Oliveira Lima, o *Método Psicogenético*, que se fundamenta nos estudos de Piaget e prega que o processo de ensino e aprendizagem deve se dar essencialmente por meio de discussões em grupos a serem realizadas pelos estudantes.

O Método Psicogenético, desenvolvido por Oliveira Lima ao longo das décadas de 1960 e 1970, tem como base a tríade *situação-problema, dinâmica de grupo e tomada de consciência*. Nele, o professor, ao invés de ser a figura responsável pela “transmissão” do conhecimento, deveria assumir a postura de orientador, propondo situações-problema desafiadoras que engajassem os estudantes e os mobilizassem a, por meio de discussões em grupo nas quais diversos conhecimentos fragmentados seriam integrados, buscar soluções para os mesmos (OLIVEIRA LIMA, 1985). O docente, ao optar por esta metodologia de trabalho, segundo o referido autor, não “dá aulas”, mas sim “orienta um período de aprendizagem”; o professor não ensina, mas auxilia o aluno a aprender por meio de desafios adequados e graduais. “Não se trata de proibir as explicações do professor, mas de conseguir profundo engajamento do aluno no processo didático” (p. 21). Para caracterizar a postura que, para ele, seria mais adequada de ser assumida pelo docente que se engaja no Método Psicogenético, Oliveira Lima (1985, p. 33) recorre a metáfora do “técnico do time de futebol”, que “não joga o jogo da educação: preside a atividade como um “expert” que critica, sugere, estimula, mas não decide. Não há orador e auditório, mas um grupo de trabalho assessorado pelo perito”. Se contrapondo àquilo que dominava no ensino brasileiro e que Oliveira Lima denomina de “aulas de salvação”, a dinâmica de grupo passa então a ser difundida como um “processo de engajamento” mútuo em vista de um objetivo (p. 22). Após os grupos terem obtido as resoluções das situações-problema propostas, estas são colocadas em discussão. Neste momento os alunos devem explicar, para o professor e para os demais grupos, quais

foram os raciocínios adotados para chegar à solução. É este momento que, no Método Psicogenético, recebe o nome de tomada de consciência.

Nas aulas de Cálculo da USP, ao longo da década de 1970, podemos perceber, simultaneamente os reflexos dessa mudança de paradigma em relação ao processo de ensino e aprendizagem na universidade e da difusão do Método Psicogenético de Oliveira Lima. Nesta época, um grupo de professores envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo, descontentes com os resultados obtidos pelos estudantes em um primeiro curso da disciplina, passou a procurar maneiras de tentar possibilitar um aprendizado efetivo e significativo aos alunos. Uma das alternativas encontradas naquele momento foi exatamente a adoção de uma metodologia de ensino que se baseava na discussão em grupo, por parte dos estudantes, de atividades apresentadas em roteiros de estudos elaborados pelos professores que, em um primeiro momento, se colocavam à disposição dos grupos para auxiliá-los no esclarecimento de dúvidas e na troca de ideias que pudessem ser pertinentes à compreensão e ao enfrentamento daqueles problemas propostos e, em um segundo momento, mediavam um debate entre todos os grupos a respeito das atividades realizadas para, finalmente, como consequência do que havia sido discutido durante tal debate, fazerem a institucionalização do objeto matemático visado naquela ocasião.

Inicialmente os envolvidos nesta experiência, que foi colocada em prática, pela primeira vez, nas turmas da graduação em Física, não se inspiraram, ao menos explicitamente, nos estudos de Oliveira Lima. Foram influenciados pelo que estava sendo feito, naquela mesma época, em cursos de Cálculo de universidades norte-americanas. Iracema Martin Bund, a docente que coordenou a implantação, em 1970, desta metodologia na USP, retornou dos Estados Unidos, onde havia concluído seus estudos de doutorado, bastante impressionada com a maneira como as aulas de Cálculo eram conduzidas naquele país. De acordo com Lima (2012),

Os alunos assistiam às aulas teóricas em turmas grandes e, depois, eram separados em turmas menores que ficavam sob a responsabilidade de assistentes dos professores da teoria (*teacher assistants*). Nestas turmas menores era feito um trabalho mais dirigido, com auxílio de roteiros elaborados com base nos livros adotados como referência nos cursos. Martin Bund, enquanto fazia seu doutorado, era uma *teacher assistant* e, ao retornar ao Brasil, propôs que fosse adotado no IME um esquema de trabalho parecido com esse, com a diferença de que, ao invés de trabalhar a teoria primeiramente em turmas grandes de forma tradicional, trabalhá-la também com base em roteiros (LIMA, 2012a, p. 306).

De Souza, que foi monitora de Martin Bund em uma dessas turmas de Cálculo nas quais as tradicionais aulas expositivas foram substituídas por esse trabalho com roteiros e discussões em grupo, em entrevista concedida a Lima (2012), descreveu da seguinte maneira o funcionamento das aulas a partir de então:

Elaborávamos roteiros baseados em um livro e então dizíamos ao aluno: leia a página tal, responda tal coisa, etc.; cada aluno era responsável por uma tarefa. Os alunos se reuniam em círculos no início da aula para discutirmos um pouco as ideias; em seguida, esses alunos eram divididos em grupos para que fizessem as tarefas propostas para aquele dia. Havia uma série de perguntas que eles deveriam responder em grupos e nós, professores, ficávamos apenas tirando as dúvidas. Ao final das duas horas de aula, (...) os alunos voltavam a se reunir em círculo para comentar sobre a realização da tarefa daquele dia: o que haviam aprendido, quais tinham sido as dificuldades de cada um, os erros de cada um, as dúvidas. (DE SOUZA, entrevista, 2009).

A institucionalização do conteúdo trabalhado era então feita pelo professor, em geral, após algumas aulas de trabalhos em grupo, com base em tudo o que havia sido produzido pelos grupos, que aula a aula entregavam suas anotações ao docente para que este pudesse analisá-las antes do encontro seguinte, e também levando em consideração aquilo que havia sido discutido nos momentos iniciais e finais das aulas. Conforme já salientamos, em um primeiro momento, apenas as aulas de Cálculo da Física eram ministradas desta maneira; na Matemática, as aulas expositivas continuaram em vigor até 1975, quando um grupo de professores, liderado pela professora Maria Cristina Bonomi decidiu implantar, também nesta graduação, essa metodologia baseada em roteiros e trabalhos em grupo. Foi neste momento que a influência do método desenvolvido por Oliveira Lima se tornou explícita.

Bonomi, antes de ser contratada pela USP, era professora da Educação Básica; dava aulas em um Colégio Pluricurricular Experimental na cidade de São Paulo e neste, conforme salienta Lima (2012), participou de palestras e debates com profissionais, “que, na época, eram bastante conceituados no cenário nacional da educação como, por exemplo, Terezinha Fran e Joel Martins. Nesta mesma escola, participou de um curso chamado *Dinâmica de Grupo* ministrado por Lauro de Oliveira Lima” (p. 331-332). Ao chegar na USP, a docente passou a questionar aquilo que era feito até então e, embora estivesse em um outro nível educacional – a universidade – defendia que aqueles ensinamentos que havia adquirido no Colégio Pluricurricular, especialmente aqueles que diziam respeito à dinâmica de grupo de Oliveira Lima, poderiam ser adaptados para o trabalho com estudantes universitários. Conforme ela mesma destaca, “na minha cabeça essas preocupações com o ensino já estavam bastante presentes e (...) eu achava

que na universidade as coisas também poderiam ser mudadas” (BONOMI, entrevista, 2009), ideia que, convém salientar, traz em seu bojo, mais uma vez, a influência explícita de Oliveira Lima, uma vez que, para o pedagogo seu método poderia ser aplicado para o ensino de qualquer disciplina, em qualquer nível educacional, da educação infantil à pós-graduação.

Salientamos então que, de acordo com o que foi apresentado nesta seção, a introdução, no curso de Matemática da USP, de uma metodologia de ensino diferenciada, baseada no trabalho do próprio aluno, por meio de discussões em grupo auxiliadas por roteiros de estudo, não foi consequência única e exclusivamente das concepções daquela equipe de professores que estava à frente do ensino do Cálculo naquele momento, embora, em razão da grande quantidade de trabalho que demandava, tenha durado apenas o tempo em que tal equipe permaneceu responsável pelo ensino da disciplina em questão. A experiência didática em questão foi colocada em prática inspirada por reflexões que eram feitas em contextos internacionais e por investigações que estavam sendo realizadas, na mesma época, por educadores brasileiros que gozavam de prestígio nos cenários escolares e universitários do país. Não foi sequer algo local e isolado; havia outras instituições apostando nesta mesma metodologia, como atesta o professor Roberto Ribeiro Baldino ao afirmar, em entrevista concedida a Reis (2001), que em 1974, na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), o Cálculo também era ensinado por meio de roteiros.

## **5. O Fórum das licenciaturas e a diferenciação entre as disciplinas de Cálculo I do Bacharelado e da Licenciatura**

Como é discutido em Lima (2012), desde a criação do curso de Matemática da USP em 1934 até 1945, após três anos de graduação, os estudantes recebiam o diploma de Bacharel em Matemática. Aqueles que quisessem atuar como docentes da educação básica deveriam cursar mais um ano de Formação Pedagógica para, então, receberem também o título de Licenciado em Matemática. A partir de 1946, de acordo com Pires (2006, p. 225), uma mudança na estrutura do curso tornou mais clara a distinção entre Licenciatura e Bacharelado: os estudantes cursavam três anos de disciplinas obrigatórias e depois mais um ano, no qual optavam por disciplinas pedagógicas (caso buscassem o título de licenciados) ou por disciplinas matemáticas (caso buscassem o título de bacharéis). Em meados da década de 1960 foram criadas duas comissões com a função

de organizar novos currículos para os cursos de Licenciatura e de Bacharelado em Matemática da instituição, uma vez que ganhava força a ideia de que tais modalidades de graduação deveriam ter estruturas curriculares distintas e que fossem adequadas aos seus objetivos. Como consequência das reflexões promovidas no âmbito destas comissões, em 1968 adotou-se à seguinte estrutura para o funcionamento dos cursos: após um primeiro ano de graduação, no qual os estudantes cursavam disciplinas básicas, eles deveriam optar pela Licenciatura ou pelo Bacharelado e assim, a partir do segundo ano, além das disciplinas pedagógicas, que eram cursadas apenas pelos licenciandos, as disciplinas matemáticas oferecidas a cada uma das modalidades também eram diferentes, havendo, inclusive, algumas oferecidas apenas à Licenciatura e outras apenas ao Bacharelado. Apesar destas alterações que, pouco a pouco, acentuavam as diferenças entre o curso destinado à formação de professores e o curso destinado à formação de matemáticos, a disciplina inicial de Cálculo continuava sendo ministrada conjuntamente para os estudantes destas duas modalidades.

A partir de 1990 iniciou-se na USP um longo e aprofundado debate com o objetivo de analisar as deficiências e desenvolver estratégias que pudessem colaborar com a melhoria dos cursos de Licenciatura da instituição. Tal debate, que recebeu o nome de *Fórum das Licenciaturas da USP*, durou até o início de 1992 e promoveu reuniões entre membros de todas as unidades da universidade que, de alguma forma, estivessem envolvidas nos cursos de Licenciatura oferecidos pela mesma. De acordo com Gatti,

Neste Fórum desenvolveram-se vários encontros, com a criação de vários grupos de trabalho e elaboração de muitos documentos e propostas, culminando em 1992 com uma Resolução sobre a reestruturação dos cursos de licenciatura nessa universidade, que procura consubstanciar as conclusões e sugestões do Fórum discutidas nas várias instâncias colegiadas (...) formando um conjunto amplo que, nesse momento, representava o pensamento da comunidade sobre o destino, ou melhor, os destinos pelos quais as licenciaturas da USP poderiam enveredar. (...) Não só as propostas, em seus fundamentos, estrutura, limites e possibilidades, foram ampla e coletivamente discutidas, como foram trabalhadas questões como: atuação profissional do licenciado; articulação da universidade com as iniciativas de melhoria das condições de trabalho do professor de 1º e 2º graus; estágio; formação em serviço; ingresso nos cursos de licenciatura e evasão; especificidades dos cursos noturnos: formação de professores de 5ª a 8ª séries. Este Fórum interno da Universidade de São Paulo conduziu a uma abertura a diferentes propostas e à multiplicidade de opções, além de abrir campo para negociações as mais diversas no nível dos diretamente envolvidos com a atividade de formar professores nas diferentes especialidades (GATTI, 1996, p. 64-66).

Segundo as informações apresentadas no site oficial do curso de Licenciatura em Matemática da USP<sup>3</sup>, após os debates realizados no Fórum no âmbito da Universidade, as discussões prosseguiram no Instituto de Matemática e Estatística e tiveram como objetivo a definição de uma nova estrutura curricular para a Licenciatura oferecida por este instituto, levando em consideração as especificidades de um curso destinado à formação de professores de Matemática, estrutura esta que foi finalmente implantada em 1994.

Com relação especificamente ao Cálculo, essa nova estrutura estabeleceu que a ênfase devia ser:

(...) A atribuição de significados aos conceitos e propriedades, salientando os aspectos geométricos envolvidos e problemas geradores, de modo a favorecer que os alunos e alunas se tornem capazes de resolver problemas de forma reflexiva e não automática. Posteriormente é importante que sejam expostos a um tratamento mais formal e rigoroso dos conteúdos por meio de uma disciplina de Introdução à Análise Matemática. Essa é uma área em que se pode propiciar ao licenciando a visão dos processos históricos de busca de rigor em Matemática, além de ser rica em interfaces com conteúdos matemáticos trabalhados na escola básica, notadamente as noções fundamentais e delicadas envolvendo os números reais e o infinito. (<http://www.ime.usp.br/~martha/Lic/projetopedagogico.php> - último acesso em 28 de agosto de 2013).

Foi também por meio desta nova estrutura curricular que se deu a diferenciação entre a disciplina de Cálculo I da Licenciatura e a do Bacharelado, que, de acordo com Cerri (2009), foi posta em prática porque era preciso atribuir às disciplinas da Licenciatura características que as tornassem mais apropriadas para seu público-alvo, além de ser imprescindível a discussão de conteúdos que pudessem contribuir para a formação do futuro professor. Os objetivos da mudança foram, então, “preparar melhor o aluno para o primeiro semestre do curso e escolher, dentre os conteúdos que se vê no curso de Cálculo I aqueles que são mais adequados à formação do professor; e não só isso, mas também a forma de abordar e tratar esses conteúdos” (CERRI, 2009, entrevista). Segundo Hellmeister (2009), houve também a preocupação em retomar, sob um enfoque apropriado ao contexto do Cálculo, assuntos já trabalhados na educação básica, mas que, em geral, os ingressantes na Licenciatura não dominavam. Tentou-se, em um curso inicial de Cálculo, acolher melhor o aluno que estava chegando ao ensino superior, diagnosticar algumas falhas em sua formação matemática e, desta maneira, procurar corrigi-las.

---

<sup>3</sup> <http://www.ime.usp.br/mat/licenciatura/historia> - último acesso em 28 de agosto de 2013.

Com o exposto nesta seção, procuramos evidenciar que, assim como as demais transformações já discutidas nesse trabalho, a diferenciação entre as disciplinas de Cálculo I oferecidas nas modalidades Licenciatura e Bacharelado do curso de graduação em Matemática da USP, também não foi uma decisão isolada tomada por um grupo específico de professores em determinado momento da trajetória do curso em questão, mas sim fruto de discussões que estavam ocorrendo em um contexto que, apesar de mais local do que àqueles nos quais estão imersas as demais mudanças aqui discutidas, teve reflexos em todos os cursos de Licenciatura da USP e não somente na Matemática.

### **Considerações finais**

Com a criação da Universidade de São Paulo e a implantação em tal instituição do primeiro curso superior de Matemática do país, que durante muito tempo serviu de modelo para outros instituídos posteriormente, inaugurou-se, no Brasil, a tendência em enfatizar, já desde o primeiro contato do estudante com este ramo de conhecimento, os aspectos formais do Cálculo. A preocupação com o rigor simbólico-formal, em geral, suplantava a preocupação com os significados daquilo que estava sendo trabalhado e as dificuldades enfrentadas pelos alunos aumentavam ano a ano. Sob a influência de novas concepções que começaram a emergir a respeito do processo de construção de conhecimento por parte dos estudantes, sobre o ensino e a aprendizagem na universidade, e também inspirado por modelos de organização da Matemática diferentes daquele que havia embasado a criação do curso da USP, o ensino do Cálculo, na instituição – e conseqüentemente também naquelas outras universidades que a tomavam como modelo - a partir de meados da década de 1950 e, principalmente durante as décadas de 1960 e 1970, começou a sofrer reorientações.

Embora tais reformulações tenham, inicialmente, sido postas em prática com a preocupação de tentar possibilitar ao estudante um aprendizado efetivo e menos traumático daquilo que estava sendo trabalhado, algumas destas, conforme argumentamos em Lima (2012), parecem ter dado origem à visões que, segundo as pesquisas atuais, se mostram equivocadas, como, por exemplo, associar a disciplina de Cálculo à intuição e a disciplina de Análise ao rigor, ou associar o Cálculo aos algoritmos e a Análise aos fundamentos ou ainda ministrar o curso de Cálculo como se ele fosse uma mera preparação para o curso de Análise, sem levar em consideração suas especificidades e seu real papel na formação matemática do estudante. Uma das

principais consequências trazidas por estas ideias equivocadas é a crise de identidade que, conforme aponta Rezende (2003), pode ser percebida atualmente na disciplina inicial de Cálculo, especialmente no curso de Matemática, no qual a subordinação desta à Análise, tem levado a uma abordagem excessivamente rigorosa e formal que dificulta a compreensão, por parte dos alunos, das ideias básicas do Cálculo e de seus respectivos significados.

Conforme sinalizam os dados presentes em Lima (2012), tal crise não é recente. Passou a delinear-se já durante o processo de implantação e desenvolvimento da disciplina de Cálculo no currículo do primeiro curso superior de Matemática do país. A superação da mesma é, conforme apontamos em Lima & Silva (2012), Lima (2013a) e Lima (2013b), urgente e deve ser buscada por aqueles educadores matemáticos que se preocupam com a questão do ensino e aprendizagem na universidade. E, como um primeiro passo para esta superação, é preciso que nos conscientizemos da necessidade de se construir uma identidade própria para um primeiro curso de Cálculo, o que, segundo Rezende (2003), implica em focar os problemas construtores, as potencialidades e os significados dos conceitos centrais deste ramo de conhecimento, ou seja, voltar o ensino do Cálculo para o próprio Cálculo, rompendo o cordão que o submete à Análise e procurando nele mesmo as metas para seu ensino e os níveis de rigor possíveis.

A busca por uma identidade para a disciplina inicial de Cálculo, em qualquer curso de graduação do qual a mesma possa ser parte integrante do currículo, é, a nosso ver, uma questão-chave na perspectiva atual das pesquisas em Educação Matemática no Ensino Superior e, para que possamos dar início a esse trabalho, é necessário que compreendamos, sob os mais diversos aspectos, o processo que levou tal curso a ter as características que tem hoje. E esta compreensão não pode ser superficial; é preciso que se analise as relações entre as transformações sofridas pela disciplina ao longo do tempo e as mudanças ocorridas em contextos mais gerais como os da Matemática, da Educação e da Educação Matemática. Visando dar início a este processo mais amplo de compreensão e de contextualização das transformações sofridas, paulatinamente, pela disciplina de Cálculo presente naquele curso de Matemática que durante muito tempo foi modelo para outros oferecidos no país realizamos o estudo aqui apresentado.

## Referências

ÁVILA, G. (2002). O Ensino do Cálculo e da Análise. *Revista Matemática Universitária*, São Paulo, n.33, p. 83-95, dez.

- BARDIN, L. (2006). *Análise de Conteúdo*. Lisboa, Edições 70.
- BARON, M. E. & BOS, H. J. M. (1985). *Curso de história da matemática: origens e desenvolvimento do cálculo*. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M. M. Mendes. Brasília, Editora da Universidade de Brasília, 5 v.
- BOLÍVAR, A. (2002). “De nobis ipsis silemus?”: Epistemologia de al investigación biográfico-narrativa em educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1). Disponível em <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>. Último acesso em 16/11/2011.
- BONOMI, M. C. (2009). *Entrevista* concedida a Gabriel Loureiro de Lima. São Paulo, 06 de março.
- CANTORAL, R. (1993). Hacia una didáctica del cálculo baseada en La cognición. *Memorias de la Séptima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matematica Educativa*, Panamá, Universidad de Panamá.
- CERRI, C. (2009). *Entrevista* concedida a Gabriel Loureiro de Lima. São Paulo, 29 de abril.
- CHERVEL, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*. Porto Alegre, Palmarinca n. 2, p. 177-229.
- CUNHA, M. I. (2004). Diferentes Olhares sobre as Práticas Pedagógicas no Ensino Superior: a docência e sua formação. *Educação*, Porto Alegre, ano XXVII, n.3 (54), p. 525 – 536, set./dez.
- DE SOUZA, V. H. G. (2009). *Entrevista* concedida a Gabriel Loureiro de Lima. São Paulo, 06 de novembro.
- FISCHER, B. T. D. (2009). Docência no Ensino Superior: questões e alternativas. *Educação*, Porto Alegre, v. 32, n. 3, p. 311 – 315, set./dez.
- FREUDENTHAL, H. (1973). Mathematical Rigour. *Mathematics as an Educational Task*. Netherlands, D. Reidel Publ., p. 147-154.
- GAERTNER, R. & BARALDI, I. M. (2008). Um Ensaio Sobre História Oral e Educação Matemática: pontuando princípios e procedimentos. *Bolema*. Rio Claro (SP), ano 21, n° 30, pp. 47-61.
- GARNICA, A. V. M. (2003). História Oral e Educação Matemática: de um inventário a uma regulação. *Zetetiké*. Campinas – SP, CEMPEM/FE/UNICAMP, vol. 11, n. 19, pp. 9-55, jan./jun.
- \_\_\_\_\_. (2004). (Re)Traçando Trajetórias. (Re)Coletando Influências e Perspectivas: Uma Proposta em História Oral e Educação Matemática. *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. In: (Org.) BICUDO, M. A.; BORBA, M. C.; São Paulo, Cortez Editora, 151-163.
- \_\_\_\_\_. (2007). *História oral em educação matemática: outros usos, outros abusos*. Guarapuava: SBHMat., 84 p. – (Coleção História da Matemática para Professores).
- GASCON, J. (2009). El problema de la Educación Matemática entre la Secundaria y la Universidad. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 11, n. 2, pp. 273 – 302.
- GATTI, B. A. (1996). *Diagnóstico, problematização e aspectos conceituais sobre a formação do magistério (subsídio para o delineamento de políticas na área)*. São Paulo, Departamento de Pesquisas Educacionais, Fundação Carlos Chagas. Disponível em:

[http://www.fcc.org.br/biblioteca/publicacoes/textos\\_fcc/arquivos/1322/arquivoAnexado.pdf](http://www.fcc.org.br/biblioteca/publicacoes/textos_fcc/arquivos/1322/arquivoAnexado.pdf) - último acesso em 25 de setembro de 2013.

GOMIDE, E. F. (2008). *Entrevista* concedida a Gabriel Loureiro de Lima. São Paulo, 4 de novembro.

GRATTAN-GUINNES, I. (1997). O que foi e o que deveria ser o Cálculo? *Zetetiké*. Campinas-SP, CEMPEM/FE/UNICAMP, vol. 5, n. 7, pp. 69-94, jan./jun.

HELLMEISTER, A. C. P. (2009). *Entrevista* concedida a Gabriel Loureiro de Lima. São Paulo, 10 de fevereiro.

LIMA, G. L. (2012a). *A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994*. Tese de doutorado em Educação Matemática. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

\_\_\_\_\_. (2013a). O Ensino do Cálculo no Brasil: breve retrospectiva e perspectivas atuais. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)*. Curitiba, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

\_\_\_\_\_. (2013b). A Implantação e o Desenvolvimento da Disciplina de Cálculo no Brasil: o modelo difundido pela USP. *Anais do VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática (CIBEM)*. Montevideú, Uruguai.

LIMA, G. L. & SILVA, B. A. (2012). O Ensino do Cálculo na Graduação em Matemática: considerações baseadas no caso da USP. *Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)*. Petrópolis-RJ.

MASETTO, M. (1998). *Docência na Universidade*. Campinas-SP, Papirus.

MATTOS, A. C. de. (2011). A Matemática no Contexto da Criação da Universidade de São Paulo em 1934. *Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática*. Disponível em [http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1\\_Mattos\\_A\\_C\\_Matem%C3%A1tica\\_no\\_Contexto\\_da\\_Cria%C3%A7%C3%A3o\\_da\\_Universidade\\_de\\_S%C3%A3o\\_Paulo.pdf](http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Mattos_A_C_Matem%C3%A1tica_no_Contexto_da_Cria%C3%A7%C3%A3o_da_Universidade_de_S%C3%A3o_Paulo.pdf) – último acesso em 25 de setembro de 2013.

MEIHY, J. C. S. B. (1996). *Manual de História Oral*. São Paulo, Loyola.

OLIMPIO JUNIOR, A. (2007). Primeiro Ano num Curso de Matemática: a definição de função e a dualidade local/global em conceitos de Cálculo. *Bolema*. Rio Claro (SP), ano 20, n° 28, 2007, pp. 39 a 67.

OLIVEIRA, A. S. V. (2004). *O ensino do cálculo diferencial e integral na Escola Politécnica de São Paulo, ano de 1904: uma análise documental*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro-SP, IGCE, UNESP.

OLIVEIRA LIMA, L. de. (1985). *Mutações em Educação segundo Mc Luhan*. Petrópolis-RJ, Editora Vozes, 18ª Ed.

PIMENTA, S. G. & ANASTASIOU, L. das G. C. (2002). *Docência no Ensino Superior*. São Paulo: Cortez (coleção Docência em Formação v. 1).

PIRES, R. C. (2006). *A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo*. Tese de doutorado em Educação Matemática, São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PRANDI, L. R. (2009). Tendências do Processo Didático-Pedagógico no Ensino Superior na Contemporaneidade. *Akrópolis*, Umuarama, v.17, n. 3, p. 137 – 142, jul./set.

REIS, F. S. (2001). *A tensão entre Rigor e Intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Tese de doutorado em Educação. Campinas, Faculdade de Educação, UNICAMP.

REZENDE, W. M. (2003). *O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. Tese de doutorado em Educação. São Paulo, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

SALINAS, P. & ALANÍS, J. A. (2009). Hacia un Nuevo Paradigma en La Enseñanza del Cálculo dentro de una Institución Educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, vol. 12, n. 3, p. 355 – 382, nov.

SAVIANI, D. (2010). A Expansão do Ensino Superior. *Poésis Pedagógica*. Catalão-GO, UFG, v. 8, nº2, pp. 4-17, ago/dez. Disponível em [www.revistas.ufg.br/index.php/poesis/article/download/14035/8876](http://www.revistas.ufg.br/index.php/poesis/article/download/14035/8876) - último acesso em 26 de setembro de 2013.

Recebido: 29/06/2013

Aceito: 15/12/2013