UNA PRAXEOLOGÍA MATEMÁTICA DE ESCALA EN UN TEXTO UNIVERSITARIO

Mathematical praxeology of scale in a university textbook

FRANCISCO UGARTE GUERRA[1]
CINTYA GONZALES HERNÁNDEZ[2]

Resumen

Este artículo presenta los resultados de una investigación cualitativa, con enfoque documental, cuyo objetivo es describir y analizar las Organizaciones Matemáticas (OM), en torno a la noción de escala, que se presentan en un texto universitario de matemáticas seleccionado. Para encontrar las OM hemos realizado un análisis del texto utilizando como referente teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).
Palabras claves: *Escala. Proporción. Praxeología.*

Abstract

This article presents the results of a research aimed at describing and analyzing Mathematics Organizations (OM), around the notion of scale, which are presented in a textbook of selected mathematics. To find the OM we performed an analysis of the text using as a theoretical reference the Anthropological Theory of Didactics (TAD), the methodology adopted involves a qualitative research approach to documentary.
Keywords: *Scale. Proportion. Praxeology.*

Introducción

La noción de proporción, base para el concepto de escala, aparece en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular (EBR) del Perú en el área de números, relaciones y operaciones, y funciones, tanto en forma explícita como implícita. Por ejemplo, a través de la presentación de relaciones entre cantidades, porcentajes, regla de tres y funciones. De la misma manera, en el nivel superior es común que el concepto de proporción forme parte de los contenidos matemáticos desarrollados en los cursos de carreras de ingeniería y arquitectura, ya sea bajo el nombre de análisis dimensional, escala, función lineal, entre otras denominaciones y, sin embargo, a pesar que todos se fundamentan en la noción de proporción, no hemos encontrado que esta relación se haga evidente. En palabras de Chevallard (2001) estaríamos frente a una "cuestión muerta" o, en palabras de García (2005) frente a un "fenómeno de desarticulación".

---

[1] Pontificia Universidad Católica del Perú/Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas-IREM-Perú, email: fugarte@pucp.edu.pe
[2] Pontificia Universidad Católica del Perú-Perú, email: cintya.gonzales@pucp.edu.pe

En este sentido, nosotros pensamos que la descripción de las OM permitiría determinar el grado de articulación entre conceptos fundamentales y sus derivados, lo que Chevallard (2001) denomina sectores y temas. Nosotros proponemos que las OM permitirían una graduación de la articulación existente entre un sector y los temas correspondientes. Tal es el caso de la proporción (sector) y las escala, porcentajes, regla de tres, etc (temas). Además las OM permiten “medir” el grado de completitud de las praxeologías locales, en el sentido de Fonseca (2004).

En el desarrollo de este artículo, lo que se pretende es describir las OM encontradas en un texto que tiene como título Matemáticas para Arquitectos, en torno a las nociones antes mencionadas, para ello seleccionamos la sección del capítulo donde se encuentran estos contenidos. Para ello identificaremos las tareas, técnicas y el discurso tecnológico teórico que los autores del texto proponen en su acción para resolver las tareas presentadas, además del grado de complejidad creciente (puntual, local o regional) y, la completitud de la praxeología encontrada.

Antes de presentar la descripción identifiquemos las herramientas de la teoría que hemos utilizado.

Algunos elementos de la tad

Esta teoría considera que toda actividad humana puede describirse como un modelo único, que se resume con la palabra *praxeología*. Este modelo permite el análisis de prácticas sociales, a través de su descripción y del estudio de las condiciones en que tales prácticas se realizan. Para el caso de una actividad matemática, la descripción y estudio de las prácticas de enseñanza de la Matemática, Silva (2005).

Praxeología u Organización Matemática (OM)

Una OM es la respuesta a un conjunto de cuestiones y el medio por el cual se llevan a cabo determinadas tareas, en el seno de cierta institución. Las OM son a la vez el objeto y el producto de la actividad de estudio. De acuerdo con Chevallard (2002), toda actividad humana consiste en cumplir una determinada tarea t que pertenece a un cierto tipo de tarea T, utilizando por lo menos alguna técnica τ, justificada por una tecnología θ que permite por un lado pensar sobre la técnica y, por otro lado, producir nuevas técnicas. Además de existir una teoría Θ, que a su vez justificaría la tecnología utilizada.

Estas componentes praxeológicas forman parte de dos aspectos inseparables: la práctica matemática y el discurso razonado.

Grados o niveles de complejidad

- Praxeologías puntuales (PP): son aquellas que están generadas por lo que se considera en la institución como un único *tipo de tareas*, *T*. Esta noción es relativa a la institución considerada, alrededor de un tipo de tareas, se encuentra formada por (al menos) una técnica, por una tecnología y por una teoría constituida $[T/\ \tau;\ \theta/\ \Theta]$.

> El predominio del *saber*, se encuentra raramente en las praxeologías puntuales. Generalmente en una institución dada, I, una teoría Θ responde a varias tecnologías θ_j, cada una de las cuales a su vez justifican y hace inteligibles varias técnicas τ_{ij}, correspondientes a otros tantos tipos de tareas T_{ij}. (Chevallard 1999, p. 6)

- Praxeologías locales (PL): son el resultado de la integración de diversas praxeologías puntuales. Cada praxeología local está caracterizada por una *tecnología* θ, que sirve para justificar, explicar, relacionar entre sí y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la integran, $[T_i/\ \tau_i;\ \theta/\ \Theta]$.

- Praxeologías regionales (PR), se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración, alrededor de una *teoría* matemática común Θ, de diversas praxeologías locales. La reconstrucción institucional de una teoría matemática requiere elaborar un lenguaje común que permita describir, interpretar, relacionar, justificar y producir las diferentes tecnologías (θ_j) de las praxeologías locales que integran la praxeología regional, $[T_{ij}/\ \tau_{ij};\ \theta_j/\ \Theta]$.

- Praxeologías globales, (PG): surgen agregando varias praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías, $[T_{ijk}/\ \tau_{ijk};\ \theta_{jk}/\Theta_k]$.

Indicadores de completitud

Según Fonseca (2004) los indicadores para medir el grado de completitud de una Praxeología Local (PL) son:

1. Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.
2. Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas.
3. Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las técnicas.
4. Existencia de tareas y de técnicas "inversas".

5. Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas.

6. Existencia de tareas matemáticas abiertas.

7. Necesidad de construir técnicas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas.

Con respecto a las tareas matemáticas abiertas, Fonseca (2004) define 2 niveles:

> Primer nivel: son aquellas en la que los datos son valores conocidos que se tratan como si fuesen desconocidos (parámetros) y las incógnitas no son objetos matemáticos concretos (números) sino las relaciones que se establecen entre ellos en determinadas condiciones explicitas en el enunciado de la tarea. Segundo nivel: el estudiante ha de decidir ante una situación matemática determinada, que datos debe utilizar y cuáles son las incógnitas más pertinentes (modelización matemática). (p. 183)

Cabe resaltar que el grado de completitud es relativo, que no tiene sentido hablar de PL "completas" ni de PL "incompletas", se trata en todos los casos, de una cuestión de grado: existen PL más o menos "completas" que otras en función del grado en que sus componentes cumplen las condiciones descritas por los indicadores arriba enunciados.

Descripción de la om

Para evidenciar la organización matemática del tema *escala*, en el texto elegido, identificamos los tipos y tareas en cada problema y luego identificamos la técnica propuesta o inducida para resolver cada tarea, la tecnología y teoría relativas.

Tipos de tareas

En primer lugar, tal como lo plantea Chevallard, cada tipo es un conjunto de tareas, de allí que consideramos que la organización matemática construida en el texto está compuesta de *tipos de tareas*. Nosotros hemos definido tres tipos de tareas T_i ; $1 \leq i \leq 3$

T_1: Usar la escala para hallar una medida de longitud.

T_2: Hallar la escala a partir de dos medidas de longitud.

T_3: Conociendo las dimensiones en la realidad, determinar si la representación está hecha a escala.

Tareas

Definidos los tipos encontramos 9 tareas. Utilizamos la notación t^i_j; donde *i* indica a qué tipo pertenece y *j* indica el número de tarea.

Las tareas encontradas se listan a continuación:

t_1^1: Dada la escala E y la medida de una longitud en la realidad. Hallar la medida de esa longitud en el dibujo.

t_2^1: Dada la escala E y una medida en el dibujo. Hallar la medida de esa longitud en la realidad.

t_3^1: Dada la escala E y un representación hecha a escala (mapas, planos, fotos, etc.). Hallar la medida de una longitud de la realidad.

t_4^1: Dada la escala E. Determine la extensión real aproximada (largo x ancho).

t_1^2: Dados una medida en la realidad y una medida en el dibujo. Hallar la escala.

t_2^2: Dados una medida de la realidad y una representación (mapa, foto, plano, etc.) hecho a escala. Hallar la escala.

t_3^2: Hallar la escala en forma estandarizada, es decir escribirla de la forma 1: r, $r \in \mathbb{N}$

t_4^2: Hallar la escala que maximice la representación.

t_5^2: Hallar la escala en forma $\frac{1}{10^n}$.

t_1^3: Conociendo las dimensiones en la realidad, determinar si la representación está hecha a escala.

Técnicas

En nuestro trabajo, cada técnica está conformada por "pasos", pues las técnicas encontradas son algorítmicas. Las sucesiones de pasos con las que se pueden resolver las tareas, se denominan "técnicas". Nosotros hemos denominado *La técnica*, al conjunto de todos los pasos que forman parte de las técnicas encontradas en los ejemplos resueltos del texto, es decir, toda tarea, en la sección analizada del texto, tiene como técnica a un subconjunto propio de *La técnica*.

Antes de presentar las técnicas asociadas a las tareas, señalaremos los pasos que constituyen *La técnica*. Veamos,

Paso 0: Aproximar la medida de una longitud en el mapa utilizando la regla.

Paso 1: Reconocer la relación entre una unidad de medida en el dibujo y su correspondiente valor en la realidad.

Paso 2: Convertir unidades de longitud.

Paso 3: Plantear una proporción.

Pasó 3*: Usar la escala como operador.

Paso 4: Realizar operaciones con porcentajes.

Paso 5: Usar la fórmula $E = \frac{D}{R}$, D y R en las mismas dimensiones.

Paso 6: Calcular el área de un rectángulo.

Paso 7: Escribir la escala en forma normalizada.

Paso 8: Determinar la escala del mapa suponiendo que la dimensión del largo (ancho) real ocupa toda la dimensión del largo (ancho) de la hoja.

Paso 9: Acotar un número entre potencias de 10

Paso 10: Escribir un número en notación científica

El paso 3*, es considerado como parte del desarrollo de la tarea t_1^1, el autor del texto utiliza la escala como operador, conforme con Silva (2005), "en las tareas que solicitan la movilización de operador o fraccionario $\frac{a}{b}$ es manipulando como algo que actúa sobre una cantidad y la modifica produciendo una nueva cantidad"

Si bien estos 10 pasos forman *La técnica*, cada paso puede ser también una tarea que se pueden plantear en otro tema que no sea escalas, con esto podemos confirmar el carácter dicotómico de los elementos praxeológicos. Por ejemplo, usualmente en los cursos de física o química escolar se pide a los alumnos que realicen conversiones de unidades. Para estos alumnos, la conversión de unidades es una tarea, mientras que para los alumnos que utilizan el texto que analizamos, la conversión de unidades es un paso de *La técnica*, que como mencionamos líneas abajo, forma parte de muchas de las técnicas encontradas.

Estos 10 pasos no necesariamente pertenecen a una sola técnica, subconjuntos de los pasos de *La técnica* pueden dar lugar a una técnica, por ejemplo, la técnica τ_1^1 está formada por la sucesión de pasos (1, 2, 3).

Uno o más pasos de una misma técnica puede formar parte de otras técnicas, por ejemplo, el paso 2 de *La técnica*, que también es el paso 2 de la τ_1^1 está presente en la mayoría de las técnicas.

Es claro que con *La técnica* se pueden resolver todas las tareas de los tipos que hemos encontrado (no necesariamente usando todos los pasos cada vez).

Todos estos pasos fueron encontrados en el desarrollo de los ejemplos resueltos. Así estos tomados como n-uplas, $(a, b, c, \ldots)$ forman las técnicas, y están denotadas por:

τ_j^i, técnica asociada a la tarea *j*, del tipo *i*.

$\tau_{1,1}^1 = (1, 2, 3)$

$\tau_{1,2}^1 = (1, 2, 3^*)$

$\tau_2^1 = (1, 2, 3)$

$\tau_3^1 = (0, 1, 2, 3)$

$\tau_4^1 = (1, 2, 3, 6)$

$\tau_1^2 = (2, 5)$

$\tau_2^2 = (0, 2, 5)$

$\tau_3^2 = (0, 2, 5, 7)$

$\tau_4^2 = (0, 2, 5, 7, 9, 10)$

$\tau_5^2 = (2, 5, 8)$

$\tau_1^3 = (0, 3)$

Tecnología asociada a las técnicas

Notemos que cada paso de *La técnica* puede ser considerado por sí mismo la técnica de alguna tarea. En ese sentido, cada paso considerado como técnica, tendría una tecnología asociada, a la que llamaremos justificación, es decir, para nuestra investigación se cumple que toda tecnología es una justificación pero no toda justificación es una tecnología, pues hay pasos de *La técnica* que por sí solos no son técnica de ninguna tarea de la sección del texto analizado . De esta forma, la tecnología asociada a una técnica (subconjunto propio de *La técnica*) no es otra cosa que la unión de las justificaciones de los pasos de que la definen.

Paso 0: Aproximar la medida de una longitud en el mapa utilizando la regla.

Justificación 0: Conocimiento de las unidades de Longitud.

Paso 1: Reconocer la relación entre una unidad de medida en la representación y su correspondiente valor en la realidad.

Justificación 1: El conocimiento matemático movilizado en esta tarea es razón de números reales.

Paso 2: Convertir unidades de longitud.

Justificación 2: En esta tarea es el conocimiento unidades de longitud.

Paso 3: Plantear una proporción.

Justificación 3: El conocimiento matemático movilizado en esta tarea es: el uso de la propiedad de las proporciones de números reales, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$

Producto de extremos es igual al producto de medios. O resolver una ecuación de primer grado.

Paso 3*: Usar la escala como operador.

Justificación 3*: El conocimiento que está detrás de esta técnica es fracción.

Paso 4: Realizar operaciones con porcentajes.

Justificación 4: El conocimiento movilizado es porcentaje.

Paso 5: Usar la fórmula $E = \frac{D}{R}$, D y R en las mismas unidades.

Justificación 5: El concepto que está inmerso es la razón.

Paso 6: Calcular el área de un rectángulo (largo x ancho)

Justificación 6: Conocimiento de áreas poligonales.

Paso 7: Escribir la escala normalizada, es decir, $E = \frac{1}{r}$ con $r \in \mathrm{IN}$

Justificación 7: Este paso necesita conocimiento de operaciones con fracciones.

Paso 8: Determinar la escala del mapa suponiendo que la dimensión del largo (ancho) real ocupa toda la dimensión del largo (ancho) de la hoja.

Justificación 8: El concepto que está inmerso es la razón de números.

Paso 9: Escribir un número en notación científica.

Justificación 9: Conocimiento del conjunto de números reales.

Paso 10: Acotar un número entre potencias de 10.

Justificación 10: Conocimiento de desigualdades.

Como ya hemos dicho, una técnica es un subconjunto propio de *La técnica*. Luego la tecnología asociada a una técnica es la unión de las justificaciones de los pasos que constituyen esa técnica. En este caso la unión de justificaciones es la tecnología de la técnica. En general, llamaremos justificación de cualquier subconjunto de *La técnica* a la unión de las justificaciones de los pasos que la constituyen.

Con respecto a las tecnologías ${}^{i}_{j}\theta$ asociadas a las técnicas τ^{i}_{j} (formada por pasos), la denotaremos de la siguiente manera:

Si el paso *k* es por sí mismo la técnica de alguna tarea *j* del tipo *i*, entonces decimos que ${}^{i}_{j}\theta_k$ es la tecnología del paso *k*, caso contrario, decimos que ${}^{i}_{j}J_k$, es la justificación del paso *k*.

Si *I* es el conjunto de pasos de alguna tarea *j* del tipo *i*, entonces su tecnología no es más que la unión de las justificaciones de los pasos que conforman su técnica, en símbolos $\bigcup_{k\in I} {}^{i}_{j}J_k$.

La tecnología para nuestro estudio la tomaremos adoptada de la tecnología del modelo proporcional. Por otro lado, la teoría hablando en el sentido de García (2005), es la Teoría de razones y proporciones.

Análisis de la organización matemática

Afirmamos que, el alcance de la técnica τ^{2}_{3} que presenta el texto es limitado, ya que no resuelve todas las tareas del tipo, podríamos decir que una tarea de ese tipo T_2 que se encuentra en el texto está dada para que se cumplan las condiciones.

Si tenemos la siguiente situación donde las medidas son tomadas de la forma Unitaria Misma Unidad, pero NO múltiplos, por ejemplo:

Tarea: Escribir en forma normalizada, de la forma $\frac{1}{r}$ donde $r \in \mathrm{IN}$, la escala $\mathrm{E} = \frac{2}{3}$.

Técnica: dividir el numerador y el denominador por el mismo valor que el numerador, resulta: $\mathrm{E} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{1.5}$

Observamos que el denominador resulta un número racional, entonces afirmamos que faltan pasos en esta técnica para poder dar respuesta a esta tarea.

De esta organización se puede ver que para determinar una longitud de la realidad, es decir, t_3^2 de T_1 se puede usar la escala como operador, más no para determinar una longitud en la representación.

Podríamos decir que la tarea t_3^2 es una tarea de proporción cuya técnica es la reducción a la unidad; en el sentido de Floriani es un tipo de problema multiplicativo unitaria misma unidad.

A continuación mostraremos una tabla donde presentamos los Tipos de tareas, las tareas y técnicas.

Tabla 1**:** OM inmersa en el texto analizado.

Tipo de tareas T_i	Tareas $t_{i,j}$ (tarea *j* del tipo de tarea *i*)	Técnica $\tau_{i,j}$ (Técnica asociada a la tarea *j*)
T_1	t_1^1	$\tau_{1,1}^1 = (1\ 2\ 3)$ $\tau_{1,2}^1 = (1\ 2\ 3^*)$
	t_2^1	$\tau_2^1 = (1\ 2\ 3)$
	t_3^1	$\tau_3^1 = (0\ 1\ 2\ 3)$
	t_4^1	$\tau_4^1 = (1\ 2\ 3\ 6)$
T_2	t_1^2	$\tau_1^2 = (2\ 5)$
	t_2^2	$\tau_2^2 = (0\ 2\ 5)$
	t_3^2	$\tau_3^2 = (0\ 2\ 5\ 7)$
	t_4^2	$\tau_4^2 = (0\ 2\ 5\ 7\ 9\ 10)$
	t_5^2	$\tau_5^2 = (2\ 5\ 8)$
T_3	t_1^3	$\tau_1^3 = (0\ 3)$

Fuente: Gonzales (2014, p.90)

En la praxeología matemática identificada, encontramos 3 tipos de tareas, 9 tareas y 11 técnicas. Por lo que concluimos que el texto describe una Praxeología Local.

Para la tarea t_1^1, el texto presenta dos técnicas $\tau_{1,1}^1$ y $\tau_{1,2}^1$, en la cual la segunda técnica se usa la escala como operador; esta técnica permite calcular una longitud en la representación, pero no puede ser usada para determinar una longitud en la realidad.

Observamos también, que el Tipo T_3 una presenta una sola tarea.

En nuestro análisis podemos añadir que las formas en que se presenta la escala en los Tipos de tareas son muy importantes para las respuestas que brindan los estudiantes, en la siguiente tabla presentamos las formas en que está representada la escala en cada ejemplo resuelto y ejercicios propuestos con o sin gráfico del texto analizado, según las formas de representación descritas en Gonzales (2014).

Tabla 2: Formas de representación de escala encontradas en el texto analizado.

		Ejemplos resueltos		Ejercicios propuestos	
		Con gráfico	Sin gráfico	Con gráfico	Sin gráfico
Escala explícita	Forma 1	--	--	--	--
	Forma 2	--	16	--	1; 11
	Forma 3	--	--	--	--
	Forma 4	--	--	--	--
	Forma 5	15	10; 12; 14	3; 6	7; 12
Escala implícita		13	11	5; 10	2; 4

Fuente: Gonzales (2014, p. 90)

En la tabla podemos observar que los ejemplos resueltos no hay diversidad de ostensivos, solo presentan la escala de la forma 2 y 5, pero en las respuestas de los ejemplos se presenta la escala en la forma 4 y como se puede ver en los ejemplos se presentan escalas de reducción.

Notamos al hacer el análisis que el ejemplo resuelto 12 a pesar de que presenta gráfica, no es usada en la resolución del problema, de esta descripción podemos decir que de la misma forma se presenta en el ejercicio propuesto 2. Es debido a esto que los presentamos ejemplo y ejercicio sin grafico en la tabla. Además también podemos relacionar la forma en que es presentada la escala en una tarea con la subcategorías presentadas por Floriani en el capítulo 2, notamos que cuando se da la escala de la forma 4 y como dato la medida del dibujo y nos piden la medida de la realidad, es decir una tarea t_2^1 del Tipo T_1 estamos en la problema de proporcionalidad directa subcategoría: Unitaria Diferente Unidad pues es el caso de Multiplicación según Vergnaud, este es el caso en el ejemplo 17.

A continuación presentamos una tabla en donde podemos encontrar la variedad de tareas encontradas en los ejemplos resueltos y ejercicios propuestos.

Tabla 3: Variedad de tareas encontradas en los ejemplos resueltos y ejercicios propuestos.

Tipo de tareas	Tareas $t_{i,j}$	Ejemplos resueltos	Ejercicios propuestos
T_1	t_1^1	10, 12, 13c, 14, 15c	3, 4a, 6
	t_2^1		1
	t_3^1	13a y b	5b
	t_4^1	16b, 17	5c, 11b, 12 a
T_2	t_1^2	11	5a, 9
	t_2^2	13	5 a
	t_3^2	16a	11 a
	t_4^2	16d	4b, 5e, 10, 11d, 12b
	t_5^2	16c	4b, 5d, 7, 10, 11c, 12b
T_3	t_1^3	15a y b, 18ª	2

Fuente: Gonzales (2014, p. 90)

A partir de esta tabla podemos observar que los ejemplos desarrollados presentan tareas separadas por ítems y los ejercicios propuestos también presentan tareas separadas por ítems, y en un ítem piden realizar dos tareas como por ejemplo los ejercicios 4b, 5a, 12b, y el ejercicio 7. Podemos identificar que se presentan las tareas del mismo tipo tanto en los ejemplos como en los ejercicios, también se puede observar que se encuentran las técnicas suficientes para resolver los ejercicios propuestos.

Encontramos una sola tarea que en realidad es un Tipo de tarea $T_{3,}$ que se resuelve con la técnica τ_1^3, esto nos muestra la carencia de tareas que me permitan reforzar esta técnica, es decir tareas de comparación.

Vemos como resultado del análisis del libro de texto que hay algunos Tipos de tareas que no están siendo consideradas.

La mayoría de los ejemplos en el libro se enfocan en encontrar dimensión de la representación (dibujo) en la realidad, y no como ampliación.

<u>Problema 1</u>

En un dibujo se representan unas bacterias en una escala de 400 000: 1, que también se escribe como $\frac{400\ 000}{1}$, lo cual quiere decir que el tamaño de la bacteria real se ha ampliado 400 000 veces, si el tamaño real de la bacteria es 0,00000175cm, ¿Cuál es el tamaño de la bacteria en el dibujo?

Este es un problema que se resuelve con el conjunto ($T_1/\tau_{1,1}^{1}$).

Problema 2

Carlos decide ir de vacaciones por el sur el fin de semana. La ciudad a donde desea ir se encuentra a 12cm de distancia según el mapa, el cual está hecho con una escala de 1:3 000 000. Determine:

a. La distancia real en km.
b. Si su auto rinde 18 km por galón y el galón de gasolina cuesta S/. 13,60, ¿Cuánto gastará por el viaje de ida y vuelta?

Problema 3

Para una finca de terreno rectangular, se elabora un plano con escala de 1:50000. En el dibujo, uno de sus lados mide 1 dm y se sabe que el otro lado mide el doble.

a. Calcule el área de la finca en la realidad.
b. Si la finca se ha comprado por 18 millones de dólares. ¿Cuál es el precio pagado por metro cuadrado?

A partir de esta primera parte del análisis, pasaremos a evaluar el conjunto de ejemplos resuelto, el grado de completitud de la Organización Matemática Local, utilizando los indicadores antes mencionado.

Con respecto a los 7 indicadores, se tiene:

1. Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.

   Encontramos 3 tipos de tareas, que se relacionan entre sí mediante los pasos de la técnica encontrada, podríamos decir que un paso que integra las tareas es la conversión de unidades, sobre tareas asociadas al cuestionamiento tecnológico se ve implícitamente debido a que se encuentra en la modelización ecuacional.

b. La maqueta de un colegio fue hecha usando la escala 3:200.

   i. ¿Puede ser que la altura de uno de los prismas de la maqueta que representa un aula mida $0,6$ cm? Justifique su respuesta.

2. Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas.

   Para una tarea encontramos dos técnicas pero no se hace referencia de esto en el texto, usar la escala como operador; pero en las demás tareas del tipo T_1, T_2 y T_3 se encontraron una sola técnica.

3. Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las técnicas.

Con respecto a nuestro objeto de estudio en el texto se presenta solo 2 formas de representar la escala, por lo tanto encontramos una dependencia de los ostensivos, esto se puede ver en la tabla 10, pues la mayoría de ejemplos se presentan con la forma 2 y se resuelven con la forma 5.

4. Existencia de tareas y de técnicas "inversas".

   Con respecto a la existencia y técnicas de tareas inversas aquellas definidas intercambiando los datos y las incógnitas de la tarea inicial, encontramos dos tipos de tareas que hacen referencia a la existencia de tareas inversas, éstas son: t_1^1: Dada la escala E y la medida de una longitud en la realidad, hallar la medida de esa longitud en el dibujo y t_2^1: Dada la escala E y la medida de una longitud en el dibujo, hallar la medida de esa longitud real.

5. Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas.

   El texto no presenta tareas con las descripciones de este indicador.

6. Existencia de tareas matemáticas abiertas.

   Con respecto a la existencia de tareas abierta en la que los datos y las incógnitas no están prefijados completamente de antemano, el texto presenta una tarea abierta ejemplo 13c) donde el alumno ante datos con valores desconocidos y las incógnitas no son valores concretos.

Ejemplo 13. La siguiente figura es la fotografía que les tomaron a Gonzalo y Gabriela al lado de un árbol. Si Gabriela mide 1,20 m y al medir con una regla la altura de Gonzalo en la foto, se obtiene 1,5 cm (compruébelo), entonces,

a. Determine la altura real de Gonzalo.

b. Determine la altura real del árbol.

c. ¿Cuál sería su altura en la foto?

7. Necesidad de construir técnicas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas.

   El texto no presenta tareas con las descripciones de este indicador.

La organización matemática en torno a escala, tal como se lleva a cabo en la universidad, no puede ser considerada como una PP, porque contiene tres tipos de tareas, por otra parte la citada organización tampoco puede considerarse como un PL.

Consideraciones finales

En el presente trabajo hemos descrito y analizado una praxeología relativa al estudio de la noción de escala, de acuerdo con los supuestos teóricos de la TAD, que han resultado muy adecuados para el trabajo pretendido. Esta praxeología nos permite ver qué tipos de tareas se presentan en un tema de escala y desde que punto de vista es estudiado.

Referencias

CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches em didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

CHEVALLARD Y. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente, *XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, Huesca. Recuperado de http://yves.chevallard.free.f.

CHEVALLARD, Y. (2002). *Organiser l'etude. 1. Structures & Fonctions.* Actas de la 11 Ecole d'Été de Didactique des Mathematiques. Rance: La Pensée Sauvage.

Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular del Perú (2009). 2da Edición. Recuperado el 3 de mayo de 2013 de: http://www.minedu.gob.pe/

FONSECA Bon, C. (2004). *Discontinuidades Matemáticas y Didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. (Tesis de doctorado en Ciencias Matemáticas). Universidad de Vigo, España.

GARCÍA García, F. J. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. (Tesis Doctoral). Universidad de Jaén, España.

GONZALES Hernández, C. (2014). *Una praxeología matemática de proporción en un texto universitario*. Tesis de maestría en enseñanza de las matemáticas. PUCP, Perú.

SILVA, M. J. F. (2005). *Investigando saberes de profesores do ensino fundamental com enfoque en números fraccionarios para a quinta serie*. (Tesis de doctorado en Educación Matemática). PUC/SP São Paulo, Brasil.

Recebido: 31/03/2014
Aceito: 02/04/2014