Um estudo sobre problemas de tradução relativos às propriedades de limites de função real de uma variável real

A study about translation problems concerned to the limit’s properties of a real function of one real variable

DAILSON EVANGELISTA COSTA[1]

MÔNICA SUELEN FERREIRA DE MORAES[2]

MARISA ROSÂNI ABREU DA SILVEIRA[3]

RESUMO

Objetivamos com este trabalho realizar um levantamento dos problemas de tradução relativos às propriedades de limite de função. Para tanto, fizemos uma pergunta para alunos universitários, buscando analisar os erros cometidos na tradução dos enunciados em língua materna para linguagem matemática e vice-versa. Esse levantamento constitui uma parte fundamental em nossa pesquisa de mestrado, cujo objeto de estudo é o conceito de limite de função, viabilizando nosso entendimento acerca das manifestações dos problemas que ocorrem frequentemente no processo de ensino e aprendizagem do conceito de limite de função, e, mais especificamente, de suas propriedades.

Palavras-chave: *tradução, propriedades de limite de função, linguagem matemática.*

ABSTRACT

This work aimed to make a survey of the problems of translation on the properties of threshold function. Therefore, we did a question for college students, seeking to analyze the mistakes in the translation of utterances in language to mathematical language and vice versa. This survey is a key part in our research masters, whose object of study is the concept of limit function, enabling our understanding of the manifestations of the problems that often occur in the teaching and learning of the concept of limit function, and more specifically, of its properties.

Keywords: *translation, limit property function, mathematical language.*

INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos anos, trabalhos em Educação apontaram para os altos índices de evasão e retenção nas escolas. Os problemas da educação no Brasil não são de hoje, e as principais causas, entre outras, são tristemente conhecidas: a equivocidade das políticas governamentais, a negligência, principalmente em relação à educação básica, o ensino de baixa qualidade e o descuido na capacitação didática dos docentes. Conforme Kurata

[1] Universidade Federal do Tocantins (UFT) – dailson_mat@hotmail.com

[2] Universidade Federal do Tocantins (UFT) – monicasuelen@yahoo.com.br

[3] Universidade Federal do Pará (UFPA) – marisabreu@ufpa.br

(2007) e Cavasotto (2010), as altas taxas de evasão no ensino superior não são diferentes dos ciclos anteriores, e o principal motivo não é econômico, mas a qualidade discutível do ensino.

Como docentes e pesquisadores em Educação Matemática, observamos que referente à disciplina Cálculo, uma de nossas preocupações está no fato de que os alunos, em sua maioria, não conseguem compreender o conceito de limite. Na educação matemática, o Cálculo, e mais especificamente o conceito de limite, tem sido alvo de constante análise e discussão. Alguns estudos como o de Pinto (2010), Barrichello (2008) e Santos (2005), apontam que os alunos, na sua maioria, seja em qualquer nível de ensino, possuem muitas dificuldades quanto à tradução na escrita em língua materna para a linguagem matemática. Para Feio (2009) os alunos têm dificuldades em lidar com o simbolismo e as regras inerentes à linguagem matemática, pois essa linguagem dispõe de um conjunto de signos próprios que se relacionam a partir de determinadas regras. Machado (2001) explica que a linguagem matemática presente em sala de aula é híbrida, fruto do cruzamento da própria linguagem matemática com o que o autor denominou de linguagem natural.

Com isso, buscamos construir uma compreensão para a seguinte pergunta: **Quais os problemas de tradução relativos às propriedades de limite de função?** Por conseguinte, o objetivo foi de realizar um levantamento dos problemas de tradução relativos às propriedades de limite de função.

Para realização desse estudo, solicitamos que 15 alunos do 3º semestre da Licenciatura em Matemática, cursando a disciplina Cálculo I no Instituto Federal do Pará (IFPA), respondessem uma questão referente à tradução dos enunciados das propriedades de limite escrita em língua materna para linguagem matemática e vice-versa.

A análise das respostas fornecidas foi realizada à luz dos obstáculos epistemológicos, mais especificamente do obstáculo do símbolo citado por Sierpinska (1985), assim como foram utilizadas as concepções de "*ver-como*", revelação do aspecto e vivência da significação de Wittgenstein, trazidas por Hebeche (2002), o rigor da matemática suscitado por Granger (1989), e ainda, o simbolismo suscitado por Whitehead (1987).

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

Conforme Almouloud (2007), uma das preocupações dos pesquisadores em ciências humanas é compreender em que condições as crianças adquirem conhecimentos e o processo que auxilia essa construção. Com relação à aprendizagem dos conceitos matemáticos, a maioria dos pesquisadores em didática da matemática defende a ideia de que um dos fatores que influenciam essa aprendizagem é o tratamento que o educador dá ao erro do aluno.

Assim, a aquisição de uma noção matemática perpassa por problemas em que o sujeito seja capaz de resolver usando essa noção, fazendo conexões intra ou interdisciplinares. Dessa forma, o erro tem papel fundamental na aprendizagem.

Para Brousseau (1983), o erro é a expressão de um conjunto de concepções espontâneas que integradas em uma rede coerente de representações cognitivas transforma-se em obstáculo à aquisição de novos conceitos, pois:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso [...], mas o efeito de um conhecimento anterior que, por um tempo, era interessante e conduzia ao sucesso, mas agora se mostra falso, ou simplesmente inadaptável. Os erros desse tipo não são erráticos e imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos (BROUSSEAU, 1983, p. 171, tradução nossa).

Os erros cometidos por um mesmo sujeito podem ser provenientes da maneira de conhecer, da concepção característica ou ainda produto de um conhecimento antigo, que deu certo *a priori*. Para Almouloud (2007), o erro é considerado necessário para: desencadear o processo de aprendizagem; o professor conhecer as concepções do aluno e compreender os obstáculos subjacentes; e, assim, ter as condições necessárias para a adaptação das situações didáticas em prol da aprendizagem do aluno. É então, imprescindível buscar respostas às seguintes questões: Quais obstáculos podemos evitar? Quais obstáculos não devemos evitar? Como superar os obstáculos que não devemos evitar?

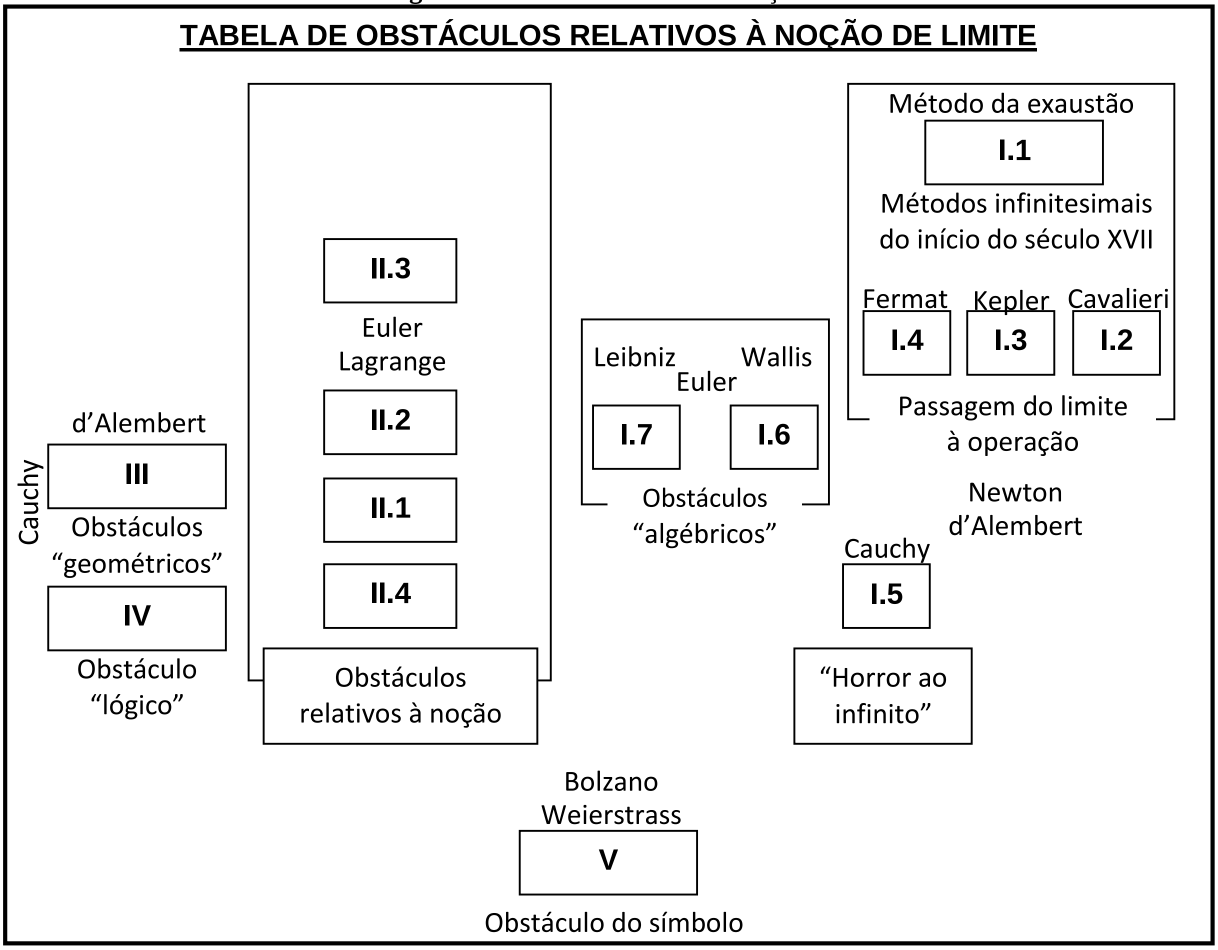
Brousseau (1983) distingue origens diversas para os obstáculos identificados na didática da matemática caracterizando-os em epistemológicos, didáticos, psicológicos e ontogênicos. Neste trabalho iremos evidenciar apenas os obstáculos com características epistemológicas.

Os obstáculos de origem epistemológica são inerentes ao saber e podem ser identificados nas dificuldades que os matemáticos encontraram, na história, para a compreensão e utilização desses conceitos. Esse tipo de obstáculo é, na realidade, constitutivo do próprio conhecimento e não se pode nem se deve evitá-lo (ALMOULOUD, 2007).

Sierpinska (1985) propõe, a partir do estudo do desenvolvimento histórico do conceito de limites e de análise de um experimento, uma lista de obstáculos relacionados com a noção de limite: "Horror ao Infinito"; Obstáculos relacionados com a noção de função;

Obstáculos geométricos; Obstáculos "lógicos"; O obstáculo do símbolo. Podemos visualizá-los na figura abaixo:

Figura 1: Obstáculos relativos à noção de limite



Fonte: Sierpinska (1985), p.38.

Dentre os obstáculos elencados pela autora, nos deteremos no obstáculo do símbolo. Conforme Sierpinska (1985), o símbolo da operação de passagem para o limite, foi introduzido apenas por Cauchy. Como a passagem ao limite não era considerada, o símbolo não foi necessário. Para Fermat, Newton, Leibniz e muitos outros, as operações de passagem para o limite, fazem parte do cálculo de fluxões, diferenciais, integrais, e nesses casos era utilizado o sinal de igual ou expressões do discurso matemático usado sobre proporções.

Cauchy foi obrigado a dar um símbolo à operação da passagem ao limite porque admitiu a noção de limite como um conceito básico em relação às noções de continuidade, derivada e integral (BARON; BOS, 1985). Assim, a operação limite foi simbolizada de um modo que enfatiza as semelhanças também com a álgebra, e esconde as diferenças que podem levar a uma perda de sentido. Sierpinska (1985) exemplifica relatando um caso de sua experiência no qual uma equipe participante não usa nenhum símbolo específico, enquanto na outra, os alunos usaram um sinal de igual $a_p = 1$ ao invés de $\lim_{x \to 0} a_p(x) = 1$.

WITTGENSTEIN, GRANGER E WHITEHEAD: UM OLHAR PARA A LINGUAGEM MATEMÁTICA

Para se caracterizar um conhecimento, conforme Granger (1989) é necessário confrontá-lo com o conhecimento matemático. É quase senso comum, atualmente, não se querer admitir tal reflexão, no entanto, ela ocorre, considerando a confiabilidade que o rigor da matemática nos inspira e transmite. No entanto, conforme o autor, “em que condições, a que preço essa infalibilidade é obtida, quais os objetos que ela desenvolve e, se não dissimula, por acaso, sob formas fascinantes uma simples aparência do saber?” (GRANGER, 1989, p. 67). Para responder esta pergunta, o pensador faz uma reflexão acerca de uma epistemologia da matemática, buscando elucidar a natureza de um saber filosófico contestado, a matemática, dentre o qual elenca o rigor como objeto de discussão.

Granger (1989) se pergunta se não é somente a matemática que pôde dar uma significação efetiva a um ideal de conhecimento rigoroso, fazendo um apelo ao leitor para que admitamos esse ideal e, ainda, reconhecendo que o rigor como tal só pode ser alcançado a preço da vacuidade e da insignificância. Assim afirma o autor em dizer que “pelo menos a procura do rigor parece inseparável da atividade matemática” (GRANGER, 1989, p. 68).

O rigor, para o autor, é uma propriedade intrínseca dos sinais, de seu sistema e de sua manipulação, entendendo como essencial um elemento de rigidez. Assim, assinala o autor, “a matemática enquanto conhecimento rigoroso por excelência, nos revelou alguns traços de um certo ideal do conhecimento, ao qual todo saber pode ser, senão medido, pelo menos comparado” (GRANGER, 1989, p. 94).

Deste modo, o autor acena para duas ideias: a primeira, não tratar o rigor como uma finalidade estática, mas sim, “um horizonte recuado”, configurando o progresso do rigor como algo positivo; a segunda ideia trata da precisão, num simbolismo, a ligação das operações aos objetos.

Hebeche (2002) trata de três conceitos chave nas concepções de Wittgenstein: *ver-como*, revelação do aspecto e vivência da significação. Conforme o autor, o *ver-como* está ligado com a revelação do aspecto através da exteriorização. A vivência da significação retrata uma forma de vida, de uma formação social e cultural com o domínio de uma técnica. Aprendemos a usar o conceito de ver, ser, de ouvir, sentir ou de cheirar no fluxo da vida. Nesse sentido, Wittgenstein, conforme Herbeche (2002), retrata a noção de jogo de linguagem, ressaltando que falar em uma língua é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida. O autor caracteriza ainda os jogos de linguagem como sendo as práticas no uso de uma linguagem quanto as suas variedades em forma, sentido, sons etc.

A revelação do aspecto do objeto se dá pelo domínio de uma técnica que permite a compreensão da parte e do todo sobre o objeto. No entanto, isso só ocorre quando há a exteriorização (HEBECHE, 2002). Pode haver ainda, segundo o autor, a cegueira para o objeto no indivíduo que ainda não possui a sensibilidade para *ver-como*, pois, apresenta uma carência do domínio da técnica, desse modo, esse indivíduo não é capaz de "distinguir o modo sutil do 'como' (*wie*) dessas técnicas" (HEBECHE, 2002, p. 109).

Whitehead (1987) faz uma discussão quanto ao uso do simbolismo. O autor relata que o comportamento da humanidade perante o simbolismo é marcado por uma relação de atração e repulsa, sendo os principais motivos para essa repulsa a inteligência prática, o desejo teorético de penetrar nos fatos últimos, e, os impulsos críticos e irônicos. O autor destaca que por mais que se tente expulsar o simbolismo, este sempre se fará presente devido ser inerente a vida humana, citando como exemplo a linguagem.

A linguagem matemática se caracteriza como uma linguagem simbólica, pois apresenta codificação através de seus símbolos. O simbolismo, segundo Whitehead (1987) é a forma que a humanidade encontrou para se expressar, através de símbolos, retirando alguns elementos da experiência e relacionando-os entre si. Seu objetivo é o realçamento da importância daquilo que é simbolizado.

> Numa primeira discussão de exemplos de simbolismo, a nossa primeira dificuldade é descobrir precisamente o que é ser simbolizado. Os símbolos são bastante específicos, mas muitas vezes, é extremamente difícil analisar o que está para além deles, mesmo se existe manifestamente algum apelo para lá dos meros actos cerimoniais (WHITEHEAD, 1987, p. 57).

Os atos cerimoniais dizem respeito, por exemplo, em matemática, às demonstrações. Para o autor, em cerimoniais que tenham durado muitas épocas, suas interpretações simbólicas variam, portanto, um símbolo poderá ter diferentes significados para pessoas diferentes.

A seguir, trazemos um estudo realizado com alunos do curso de Licenciatura em Matemática relacionando os problemas expressos por esses alunos ao traduzir as propriedades de limite de função da linguagem materna para a matemática, bem como o contrário, da linguagem matemática para a materna.

PROBLEMAS DE TRADUÇÃO DAS PROPRIEDADES DE LIMITE DE FUNÇÃO: UM ESTUDO REALIZADO

Como nos propomos fazer um levantamento dos problemas de tradução relativos às propriedades de limite de função real de uma variável real, levando em consideração o fato de que o limite de cada função existe e pertence ao conjunto dos números reais, foi elaborado o seguinte quadro:

Quadro 1: Questões de tradução.

Considere $\lim_{x\to a} f(x) = L_1$, $\lim_{x\to a} g(x) = L_2$ e $k \in \mathbb{R}$. Transcreva os itens abaixo da linguagem matemática para a língua materna ou vice-versa.	
Língua materna	***Linguagem matemática***
O limite da soma é a soma dos limites.	(A)
(B)	$\lim_{x\to a}[f(x) - g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) - \lim_{x\to a} g(x) = L_1 - L_2$
O limite do produto é o produto dos limites.	(C)
(D)	$\lim_{x\to a}[kf(x)] = k\lim_{x\to a} f(x) = kL_1$
O limite do quociente é o quociente dos limites, desde que o limite do denominador seja diferente de zero.	(E)
(F)	$\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n = {L_1}^n$, onde $n \in \mathbb{N}$

Fonte: Elaborado pelo autor

Os participantes da pesquisa foram 15 (quinze) alunos do Instituto Federal do Pará (IFPA) que cursavam a disciplina de Cálculo I e estavam no 3º semestre da Licenciatura em Matemática. Foi proposto que preenchessem o quadro 1 traduzindo as propriedades de limite de função, ora da língua materna para a linguagem matemática, ora da linguagem matemática para a língua materna, conforme pode ser observado (no quadro 1).

Ao fazermos a análise das respostas obtidas com o quadro 1, percebemos que praticamente todos os equívocos cometidos pelos alunos podem ser caracterizados como oriundos do obstáculo simbólico tratado por Sierpinska (1985), pois a simbologia utilizada para representar as propriedades de limite se assemelha muito com a álgebra e se distancia da forma como é mais efetiva a apreensão desse conceito, que é pela forma geométrica. Trazemos as demais considerações da análise de acordo com os itens (A, B, C, D, E e F) destacados no quadro 1.

- Item (A)

Dentre os 15 (quinze) alunos que fizeram a tradução proposta, 11 (onze) deram a resposta esperada para este item: $\lim_{x\to a}[f(x) + g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x) = L_1 + L_2$, 2 (dois) alunos não responderam e outros 2 (dois) cometeram equívocos de tradução, conforme os quadros 2 e 3:

Quadro 2: Resposta do aluno 4.

$\lim f(x) + \ g(x) = \lim f(x) + \lim g(x)$

Quadro 3: Resposta do aluno 6.

$\lim_{x\to a} \left[f(x) + \lim_{x\to a} g(x)\right] = L_1 + L_2$

Fonte: Elaborado pelo autor

Como podemos verificar nos quadros 2 e 3, tanto o aluno 4 quanto o aluno 6 não estabeleceram um rigor na tradução da linguagem materna para a linguagem matemática, visto que não faz sentido dizer em limite de uma ou mais funções se não estabelecermos os pontos nas funções $f(x$) e $g(x)$ os quais x está tendendo, muito menos simplesmente dizer que a soma dos limites é igual a $L_1 + L_2$. Isto é, faltou um conhecimento rigoroso por excelência, preciso, um simbolismo que liga as operações aos objetos (GRANGER, 1989; WHITEHEAD, 1987). Já os aspectos revelados indicam um "*ver-como*" se não fosse preciso estabelecer um valor a em $f(x)$ e $g(x)$ para qual x estaria tendendo, possivelmente o aluno 4 "*viu-como*" se $\lim_{x\to a} f(x) = \lim f(x)$ (HEBECHE, 2002).

- Item (B)

Neste item, 11 (onze) alunos traduziram corretamente da linguagem matemática para a língua materna: o limite da diferença é a diferença dos limites, sendo que 1 (um) deles substituiu a palavra "diferença" por "subtração", o que não configura nenhum erro; 3 (três) alunos não responderam, e apenas 1 (um) apresentou uma tradução incompleta da propriedade, designando $\lim_{x\to a}[f(x) - \ g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) - \lim_{x\to a} g(x) = L_1 - L_2$ simplesmente como "limite da diferença". Ao observar o quadro preenchido por este aluno, verificamos que ele só preencheu a coluna de linguagem matemática. O erro cometido na tradução para língua materna foi sua única tentativa para esse tipo de tradução. Com isso, concluímos que nesse aluno se apresenta a cegueira para o objeto, pois ele não tem o domínio da técnica da tradução da linguagem matemática para língua materna (HEBECHE, 2002).

- Item (C)

Neste item, esperamos a seguinte tradução: $\lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \bullet \lim_{x \to a} g(x) = L_1 \cdot L_2$, e 8 (oito) alunos a fizeram; 4 (quatro) não responderam e tivemos 2 (dois) casos de traduções equivocadas e 1 (um) caso de tradução incompleta:

Quadro 4: Resposta do aluno 2.

$$\lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \bullet \lim_{x \to a} g(x)$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 5: Resposta do aluno 4.

$$\lim_{\square}[f(x) + g(x)] = \lim_{\square} f(x) \bullet \lim_{\square} g(x) + \lim_{\square} f(x) \bullet \lim_{\square} g(x)$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 6: Resposta do aluno 6.

$$\lim_{x \to a} f(x) \bullet \lim_{x \to a} g(x) = \lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = L_1 \cdot L_2$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando os quadros apresentados acima, que apresentam 1 (um) caso de tradução incompleta e os 2 (dois) casos de traduções equivocadas nos permitem afirmar que o rigor na precisão da tradução da linguagem natural para a linguagem matemática não foi atingido (GRANGER, 1989). O primeiro caso (quadro 4) trata-se de uma tradução incompleta, pois o aluno 2 não concluiu que $\lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = L_1 \cdot L_2$. Provavelmente o aluno 4, além de não estabelecer um ponto a no domínio de $f(x)$ ou $g(x)$ de tal forma que x tanto de f quanto de g tendesse para este suposto valor a, também confundiu esta propriedade como a soma do produto entre os limites de $f(x)$ e $g(x)$. Isso revela uma falta de domínio de uma técnica que permite a compreensão da parte e do todo sobre o objeto (HEBECHE, 2002). Já o aluno 6 mostrou um uso incorreto dos símbolos que envolvem a propriedade (WHITEHEAD, 1987).

- Item (D)

Dentre os 15 (quinze) alunos participantes da pesquisa, somente 5 (cinco) traduziram a seguinte propriedade de limite apresentada em linguagem matemática: $\lim_{x\to a}[kf(x)] = k\lim_{x\to a} f(x) = kL_1$, para a língua materna de maneira esperada (o limite do produto da constante pela função é igual ao produto da constante pelo limite). Dentre esses 4 (quatro) alunos, destacamos que 1 (um) deles utilizou o termo "vezes" ao invés de "produto". Temos ainda que 5 (cinco) alunos não responderam este item, e, 6 (seis) alunos cometeram variados equívocos de tradução:

Quadro 7: Resposta do aluno 1.

O limite do produto de uma constante é o produto de uma constante de limite.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 8: Resposta do aluno 5.

O limite de uma constante é a própria constante.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 9: Resposta do aluno 6.

O produto do limite de uma constante com o limite de uma função é kL_1.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 10: Resposta dos alunos 8 e 14.

O limite da constante é a constante dos limites.

Fonte: Elaborado pelo autor

Nas respostas destacadas acima, podemos observar a falta de domínio da técnica de tradução da linguagem matemática para a língua materna, caracterizando a cegueira para o objeto tratada por Hebeche (2002). Temos ainda que o aluno 6 não conseguiu traduzir kL_1, mantendo o uso da simbologia para esclarecer o que desejava (WHITEHEAD, 1987).

- Item E

Neste item, 3 (três) alunos traduziram integralmente a seguinte propriedade de limite escrita em língua materna: O limite do quociente é o quociente dos limites, desde que o limite do denominador seja diferente de zero, para a linguagem matemática $\left(\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2}, L_2 \neq 0\right)$. Observamos também que 4 (quatro) alunos traduziram, de forma correta, somente esquecendo da última parte, $\frac{L_1}{L_2}$. Apenas 1 (um) aluno traduziu a propriedade de maneira incompleta, não traduzindo a condição do denominador ser diferente de zero. Temos ainda 5 (cinco) alunos que não responderam e 2 (dois) alunos que cometeram equívocos de tradução:

Quadro 11: Resposta do aluno 12.

$$\frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2}$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 12: Resposta do aluno 14.

$$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{x \neq 0}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{x \neq 0} = \frac{L_1}{L_2}, L_2 \neq 0$$

Fonte: Elaborado pelo autor

Tanto o aluno 12 quanto o aluno 14 cometeram equívocos de tradução, o primeiro não traduziu a sentença "...o quociente dos limites, desde que o limite do denominador seja diferente de zero" para a linguagem matemática $\frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$ com $L_2 \neq 0$, mostrando assim uma falta de rigor com relação à tradução da linguagem natural para a matemática. Já o segundo mostra uma descaracterização da linguagem, tornando-a sem sentido, e estabelecendo no denominador a expressão $x \neq 0$, o que é um equívoco. Todavia, a linguagem matemática se caracteriza como uma linguagem simbólica, pois apresenta codificação através de seus símbolos (WHITEHEAD, 1987), assim como os jogos de linguagem são como as práticas no uso de uma linguagem quanto as suas variedades em forma, sentido, sons etc. (HEBECHE, 2002).

- Item F

Dos 15 (quinze) alunos participantes da pesquisa, somente 1 (um) traduziu efetivamente essa propriedade do limite escrita em linguagem matemática: $\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n = L_1{}^n$, onde $n \in \mathbb{N}$, para língua materna: O limite da potência é igual a potência do limite da função, desde que o expoente seja um número natural. Outros 2 (dois) alunos traduziram parcialmente essa propriedade, esquecendo de mencionar apenas a condição de que n deveria pertencer ao conjunto dos número naturais. Dentre os participantes, 7 (sete) não responderam esse item, e, 5 (cinco) cometeram equívocos de tradução:

Quadro 13: Resposta do aluno 5.

O limite de uma exponencial é a exponencial do limite.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 14: Resposta do aluno 6.

A potência do limite de uma função é a potência do limite.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 15: Resposta do aluno 7.

O limite da potência eleva todo o limite ao expoente com n pertencente aos naturais.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 16: Resposta do aluno 10.

O limite da exponencial é igual a exponencial do limite, onde o expoente pertencente ao conjunto dos números naturais.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 17: Resposta do aluno 14.

O limite do expoente é o expoente dos limites desde que o expoente seja positivo.

Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse item, podemos verificar erros com relação à função exponencial com as operações com potência, como foi o caso do aluno 5 e do aluno 10, apontando, assim, para erros conceituais da matemática, caracterizando falta de rigor, conforme proposto por Granger (1989), pois o rigor para o autor é uma propriedade intrínseca dos sinais, de seu sistema e de sua manipulação.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Conforme Viali e Silva (2007, p. 7) "a linguagem matemática é construída e precisa da língua materna nessa construção". Para Menezes (2000), a linguagem matemática dispõe de um conjunto de símbolos próprios, codificados, e que se relacionam segundo determinadas regras, que supostamente são comuns a certa comunidade e que as utilizam para comunicar.

Viali e Silva (2007) defendem que o rigor com as linguagens materna e matemática são necessários para que não se desenvolvam conceitos errôneos nem se induza o aluno ao erro ou à falta de entendimento de alguma questão, pois, segundo as autoras, "as duas linguagens precisam ser claras para que o encadeamento seja perfeito e permita a análise completa do problema" (VIALI; SILVA, 2007, p. 8). Corroborando assim com o pensamento de Granger (1989) com relação ao rigor matemático, no entanto, em um outro viés.

Propomo-nos nesse trabalho fazer um levantamento acerca dos problemas de tradução relativos às propriedades de limite de função e verificamos que os problemas analisados podem ser minimizados se a linguagem tiver o tratamento adequado nas aulas de matemática, em qualquer nível de ensino. Acreditamos ser necessária a busca de alternativas que proporcionem aos alunos o desenvolvimento de habilidades de tradução tanto em linguagem matemática quanto em língua materna.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. *Fundamentos da didática da matemática.* Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BARON, Margaret. E.; BOS, H. J. M. *Curso de história da matemática:* origens e desenvolvimento do cálculo. Vol 1-5. Trad. de José Raimundo Braga Coelho. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARRICHELLO, Leonardo. *Problemas de cálculo diferencial em um ambiente de interação escrita.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2008.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches em Didactique des Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 4.2, p. 164-198, 1983.

CAVASOTTO, Marcelo. *Dificuldades na aprendizagem de cálculo:* o que os erros cometidos pelos alunos podem informar. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

FEIO, Evandro dos Santos Paiva. ***Matemática e linguagem:*** um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem matemática. 2009. 102f. Dissertação (Mestrado em Educação de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

GRANGER, Gilles-Gaston. *Por um conhecimento filosófico.* São Paulo: Perspectiva, Ed. Papirus, 1989.

HEBECHE, Luiz. *O mundo da consciência:* o ensaio a partir da filosofia da psicologia de L. Wittgensteins. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

KURATA, Katsuyoshi. *O ensino de cálculo para cursos superiores de tecnologia na área ambiental:* aspectos motivacionais do aluno. Dissertação (Mestrado em Tecnologia: Gestão, Desenvolvimento e Formação). Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, São Paulo, 2007.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna:* análise de uma impregnação mútua. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MENEZES, L. Matemática, linguagem e comunicação. *In:* Millenium, nº 20, 2000. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/20 ect3.htm> Acessado em: 20 jun. 2012.

MORAIS, E. C.; SILVEIRA, M. R. A. da. A linguagem matemática na aprendizagem da média aritmética. *In:* Revista Pesquisa em Foco: Educação e Filosofia, vol. 4, n. 4, ano 4, Julho 2011.

PINTO, Gisele Teixeira Dias Costa. *Uma proposta para o ensino e aprendizagem de limite de função real.* Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

SANTOS, Vinício de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. *In:* NACARATO Adair Mendes; LOPES, Celi Espassandin (Org.). Escritas e leituras na educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SIERPINSKA, Anka. Obstacles Épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches em Didactique des Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.6.1, p.5-67, 1985.

VIALI, L.; SILVA, M. M. da. A linguagem matemática como dificuldade para alunos do ensino médio. *In:* Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007. Salvador, BA: SBEM, 2007.

WHITEHEAD, Alfred North. *Simbolismo:* o seu significado e efeito. São Paulo: Edições 70, 1987.

Enviado: 07/08/2014
Aceito: 23/11/2015