

# Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon

CÉLIA MARIA CAROLINO PIRES\*

## Resumo

Este artigo tem como propósito apresentar reflexões de um grupo de pesquisadores<sup>1</sup> que investiga a organização, o desenvolvimento e a implementação curricular em Matemática, a partir de formulações do pesquisador americano Martin Simon. Para esse autor, o construtivismo epistemológico tem sido fonte de pesquisas no ensino da Matemática e tem oferecido bases para reformas na Educação Matemática. Ele considera, porém, que, embora o construtivismo tenha potencialidade para sustentar mudanças no ensino da Matemática, é necessário formular modelos de ensino baseados no construtivismo. Com tal preocupação, Simon propõe que se pense num ciclo do ensino da Matemática em que inclui a idéia de Trajetória Hipotética de Aprendizagem – THA. O grupo de pesquisa também analisou o posicionamento de outros autores que discutem a noção de THA.

**Palavras-chave:** construtivismo; educação matemática; planejamento do ensino; trajetórias hipotéticas de aprendizagem; Martin Simon.

## Abstract

*This paper aims to introduce reflections by a group of researchers<sup>1</sup> that investigates the organization, development, and implementation of a Mathematics curriculum as per Martin Simon's postulates. According to this author, the epistemological constructivism has been a source of research in Mathematics teaching and has provided bases to the reform of Mathematics education. However, he considers that, even though constructivism has potential for supporting changes to mathematics teaching, it is necessary to formulate constructivism-based teaching models. With that in mind, Simon proposes that we think on Mathematics teaching cycle where the notion of Hypothetical Learning Trajectory (HLT) is included. The research group has also analyzed the positioning of other authors who discuss the concept of HLT.*

**Keywords:** *constructivism; reform of mathematics teaching; hypothetical learning trajectory; Martin Simon.*

---

\* Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – PUC-SP, E-mail: celia@pucsp.br

1 Grupo de Pesquisa que desenvolve o projeto “Construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem e implementação de inovações curriculares em Matemática no Ensino Médio”, no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP

## Introdução

Tendo participado de movimentos de reformas ao longo de quase quatro décadas e pesquisado a organização e o desenvolvimento curricular no Brasil, viemos a acumular múltiplas experiências e questionamentos sobre o assunto. Quando iniciamos nossa carreira docente, em 1966, as orientações do Movimento Matemática Moderna chegavam às escolas e proporcionaram nossa primeira experiência com a idéia de mudança ou inovação curricular.

Durante a década de 1980, participamos de projetos no âmbito da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo que levaram à elaboração de uma proposta curricular e de materiais de apoio à implementação curricular. Na década de 1990, em nossa tese de doutorado, aprofundamos novos conhecimentos ao pesquisar currículos de Matemática. Ao final dessa década, integramos a equipe de elaboração e de coordenação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Ensino Fundamental e de Educação de Jovens e Adultos.

Como pesquisadora, de 2000 a 2007 – no âmbito do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP –, desenvolvemos o projeto “Inovações Curriculares nos Ensinos Fundamental e Médio” com um grupo de mestrandos e doutorandos. Os estudos incluíram análises sobre a trajetória da Matemática na organização curricular brasileira para a educação básica e análises das atuais propostas de ensino de Matemática; focalizaram variáveis que intervêm na formulação de propostas curriculares e discutiram como as diretrizes veiculadas por documentos oficiais são traduzidas na prática dos professores em sala de aula e nos livros didáticos, analisando o currículo como “práxis”.

Alguns trabalhos buscaram cotejar propostas curriculares com questões de vestibulares e também com questões do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Outros estudos investigaram relações entre os processos de formação de professores e os processos de mudança, inovação e desenvolvimento curricular – ponto de confluência com as investigações de outro projeto de pesquisa sobre “Formação de Professores de Matemática”, realizado no mesmo período e por nós coordenado. Como resultado do projeto “Inovações Curriculares nos Ensinos Fundamental e Médio” foram concluídas 17 dissertações de mestrado e um doutorado.

Desde o segundo semestre de 2007, estamos desenvolvendo um novo projeto de pesquisa denominado “Construção de trajetórias

hipotéticas de aprendizagem e implementação de inovações curriculares em Matemática no Ensino Médio”. Esse projeto tem como motivação a necessidade de desenvolver propostas de apoio à inovação curricular na área de Matemática, considerando alguns princípios apresentados nas Diretrizes e Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio. O objetivo é construir, analisar e avaliar situações de aprendizagem em relação a diferentes expectativas de aprendizagem do Ensino Médio, a partir da construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem (THA). Estas consistem de objetivos para a aprendizagem de tarefas matemáticas que serão usadas para promover a aprendizagem dos estudantes bem como o levantamento de hipóteses sobre o processo dessa aprendizagem, conforme afirma Simon (1995). Tal projeto insere-se numa das linhas de pesquisa do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, qual seja Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores.

O trabalho pretende contribuir para o conhecimento sobre as aprendizagens dos alunos do Ensino Médio em tarefas que envolvem resolução de problemas, investigação, uso de tecnologias, abordagens interdisciplinares. Envolve alunos do mestrado e doutorado que desenvolverão pesquisas sobre organização e desenvolvimento curricular na área de Matemática e inclui como colaboradores da pesquisa professores de Matemática de Ensino Médio, da rede pública estadual de São Paulo.

Dois textos, traduzidos pelo grupo de pesquisa – um do pesquisador Martin A. Simon, da Pennsylvania State University (1995) e outro, de Pedro Gómez e José Luis Lupiáñez (2007) – desempenharam papel importante para as discussões e reflexões que apresentamos neste artigo, já que apresentam a noção de trajetória hipotética de aprendizagem (THA) como parte do modelo de Ciclo de Ensino de Matemática proposto por Simon. Dentre as questões discutidas no grupo, que puderam ser amparadas pela leitura dos textos, destacam-se:

- a) Como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com a planificação do ensino?
- b) Como as pesquisas na área de Educação Matemática, que trazem resultados importantes sobre a aprendizagem, podem contribuir para a organização de um ensino que potencialize boas situações de aprendizagem dos alunos?

c) Que atuação pode ter um professor de Matemática no que se refere às atividades de planejamento do ensino, de forma compatível com uma perspectiva construtivista de aprendizagem?

### **Reconstrução pedagógica da Matemática de uma perspectiva construtivista**

Não é exagero afirmar que debate e pesquisa sobre questões curriculares ainda não são uma tradição na comunidade de educadores matemáticos brasileiros. Fazemos tal avaliação com base na experiência de termos participado da equipe de elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais, quando analisamos pareceres advindos de docentes e pesquisadores de universidades de todo o país. Naquela oportunidade, observamos que as discussões se concentraram no problema da centralização *versus* descentralização das decisões sobre currículos e na necessidade e/ou adequação da existência de currículos prescritivos – em especial no âmbito nacional.

Discussões outras foram travadas em torno de tópicos bastante pontuais como, por exemplo, o uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental ou a ênfase ao ensino de representações fracionárias dos números racionais.

A falta de critérios para a avaliação de um currículo ficou bastante evidente; não emergiram argumentos consistentes sobre a eleição (ou não) de conhecimentos matemáticos mínimos a serem construídos pelos estudantes brasileiros ou sobre aspectos didáticos e metodológicos relativos ao processo de ensino e de aprendizagem.

São poucas as fontes teóricas no campo específico da organização e desenvolvimento curricular em Matemática. Nas investigações que conduzimos no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, inicialmente nos apoiamos em trabalhos como os de Bishop (1991) e Doll (1997), que apresentam alguns princípios orientadores, os quais podem sustentar a construção de critérios de avaliação – autores estes que ainda são pouco discutidos entre nós.

Nos estudos do grupo, observamos que, na área de Educação Matemática, parte bastante significativa das pesquisas que foram desenvolvidas ao longo das últimas décadas situam-se no campo da Didática da Matemática e se inscrevem na área de influência das abordagens construtivistas, colocando o foco na construção de conhecimentos matemáti-

cos pelos estudantes. Os resultados dessas pesquisas, contudo, não têm influência direta na elaboração ou ressignificação de propostas de ensino compatíveis com as informações que as pesquisas indicam a respeito das formas de aprendizagem dos alunos.

Em nossas reflexões dentro do grupo, é bastante freqüente um certo desconforto quanto à discussão sobre “currículo” – entendido como planificação de uma trajetória a ser realizada por alunos, seja ao longo da educação básica ou durante o ensino superior. Esse desconforto é causado por uma idéia bastante comum de que, numa perspectiva construtivista, esse percurso deve ser ditado por interesses dos alunos e sem definições prévias de objetivos e conteúdos. Desse modo, a leitura do texto de Simon (1995) foi bastante significativa para o trabalho desses mestrandos e doutorandos interessados em pesquisar questões curriculares.

Para Simon (*ibid.*), o construtivismo epistemológico tem sido fonte de pesquisas no ensino da Matemática e tem oferecido uma base para recentes esforços de uma reforma na Educação Matemática. No entanto, considera que embora o construtivismo tenha potencialidade para sustentar mudanças no ensino da Matemática, é necessário formular modelos de ensino baseados no construtivismo.<sup>2</sup>

Em seu artigo, Simon discute a tensão criativa entre a meta dos professores para o ensino e o compromisso de ser sensível ao pensamento matemático dos seus alunos. O autor inclui em suas reflexões alguns outros temas, a saber: a) as atividades de ensino estruturadas e implementadas, tendo como ponto central a consideração do pensamento/entendimento dos alunos; b) o planejamento do ensino, gerado a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem dos alunos; c) a formação continuada dos professores, apoiada em reflexões sobre trajetórias hipotéticas de aprendizagem de seus alunos, num processo de permanente elaboração.

Simon ressalta que a perspectiva construtivista no ensino tem sido foco para muitos dos estudos empíricos e referenciais teóricos na Educação Matemática e que, como resultado, tem contribuído para inovações nas

---

2 Os dados apresentados no artigo de Simon foram coletados dentro de uma sala de aula experimental, de 25 alunos, em que o pesquisador acompanhou um professor de Matemática em tarefas sobre a construção do conceito de área; a partir da análise dos dados coletados, trabalhou numa fundamentação teórica visando à formulação de uma pedagogia da Matemática.

reformas do ensino da Matemática, como é o caso, nos Estados Unidos, das proposições do NCTM - Conselho Nacional de Professores de Matemática.

Para o autor, embora o construtivismo tenha apresentado aos professores de Matemática caminhos proveitosos para o entendimento de como se processam as aprendizagens, a tarefa da reconstrução de uma “Pedagogia da Matemática” baseada na visão construtivista é um desafio considerável, no qual a comunidade de Educação Matemática tem apenas começado a trabalhar. Na opinião de Simon, o construtivismo pode contribuir com importantes caminhos para o ensino da Matemática em sala de aula, embora não estipule um modelo particular.

Ao referir-se à “Pedagogia da Matemática”, Simon explica que o termo “pedagogia” tem a intenção de significar todas as contribuições para a educação matemática na sala de aula. Dessa maneira, o autor inclui não apenas um trabalho multifacetado do professor, mas também o currículo a ser construído e o desenvolvimento de materiais de ensino. Assim, o foco específico de seu trabalho está na tomada de decisão a respeito de conteúdos matemáticos e nas tarefas de ensino da Matemática em sala de aula.

Para expor sua proposta de Ciclo de Ensino de Matemática e de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem, Simon busca situar sua posição em relação às perspectivas construtivistas e as relações entre construtivismo e pedagogia da Matemática, que resumiremos nos dois próximos itens.

## **Recuperando aspectos da perspectiva construtivista**

Simon destaca inicialmente que o interesse na difusão do construtivismo entre teóricos da Educação Matemática, pesquisadores e praticantes tem moldado o discurso para diferentes pretensões do construtivismo.

De expressões como “Construtivismo Radical” e “Construtivismo Social” derivam algumas orientações, caracterizando a existência de uma diversidade de perspectivas epistemológicas semelhantes dentro dessas categorias. Conseqüentemente, parece importante uma descrição aprofundada da perspectiva construtivista na qual nossa pesquisa está baseada. (Simon, 1995, p. 4)

Simon comenta que, na perspectiva construtivista, nós, seres humanos, preferivelmente construímos nosso conhecimento de mundo por

meio de nossas percepções e experiências, que são mediadas pelo nosso conhecimento prévio. E prossegue:

Nosso interesse está no trabalho (adaptação com a nossa experiência de mundo). Para esclarecer essa concepção de trabalho, precisamos fazer uma extensão: construir nosso senso de percepção ou dados, construir um prognóstico adequado para resolver um problema ou para realizar uma meta. (Ibid., p. 4)

Do seu ponto de vista, a maior parte das informações que dividem os recentes debates epistemológicos sobre o conhecimento são, fundamentalmente, as que o identificam como um processo social e as que o tomam como um processo cognitivo.

A posição radical do construtivismo focaliza a construção individual para obter, desse modo, uma perspectiva cognitiva ou uma perspectiva psicológica. Embora a interação social seja vista como um contexto importante para o conhecimento, o foco está na reorganização cognitiva individual. Em contrapartida, a epistemologia com orientação sociocultural vê a construção mental como um processo socialmente determinado; o conhecimento individual origina-se da dimensão social. Para a perspectiva social, o conhecimento localiza-se na cultura, insere-se num sistema – que é maior que a soma de suas partes.

Simon insiste que sua posição evita qualquer extremo, e busca construir um trabalho teórico baseado em autores como: Blumer (1969), Bauersfeld (1988), Cobb, Yackel, e Wood (1989) e Von Glasersfeld (1991).

Sobre estes autores, lembramos alguns dados. Blumer, por exemplo, lançou novas luzes sobre a problemática das relações plurais dos seres humanos, enquanto seres individuais e sociais, ao considerar a produção de significação como um processo resultante da comunicação e da interação dos indivíduos com os objetos do mundo exterior, com outros indivíduos e consigo. Para esse autor, o processo de interpretação humana possui duas fases distintas: na primeira, o agente determina para si mesmo os elementos com que se relaciona; necessita especificar os elementos possuidores do significado; a execução de tais designações constitui um processo social interiorizado, no qual o agente interage consigo mesmo. Essa operação equivale a algo bem diferente de uma combinação de fatores psicológicos: é uma situação em que o indivíduo se empenha em um processo comunicativo com ele mesmo. Na segunda fase, em virtude

desse processo de autocomunicação, interpretar torna-se uma questão de manobra de significados. O agente seleciona, modera, susta, reagrupa e transforma os significados sob o ponto de vista da situação em que se encontra e da direção dos seus atos. Por conseguinte, a interpretação não deveria ser considerada como uma mera aplicação automática de significados existentes, mas como um processo formativo em que os significados são utilizados e trabalhados para orientar e formar ações. Deve-se sempre levar em consideração que os significados desempenham seu papel na ação por meio de um processo de auto-interação (Blumer, 1980, p. 22).

Simon, ao referir-se aos trabalhos de Cobb (1989), lembra que, para esse autor, a coordenação das duas perspectivas construtivistas é necessária para entender a aprendizagem em sala de aula. Ela não está somente no social ou na dimensão cognitiva mas, preferencialmente, na combinação da análise dessas duas perspectivas.

Simon formula uma analogia à luz das teorias psíquicas:

Nenhuma teoria em particular acena um enfoque suficiente para caracterizar dados psíquicos. Porém, cada teoria tem construído uma contribuição significativa para basear teoricamente a pesquisa; considerando ser um enfoque particular e considerando ser um enfoque que acena também para cada teoria em particular, coordena a descoberta que se origina de cada perspectiva moldada para avanços neste campo. (Simon, 1995, p. 6)

Do mesmo modo, a organização do desenvolvimento do conhecimento em sala de aula parece uma análise particular coordenada, baseada em perspectivas psicológicas (cognitivas) e sociológicas. A análise psicológica da aprendizagem da Matemática em sala de aula foca-se no conhecimento individual sobre a Matemática, seu entendimento para o outro e seu senso de funcionamento na aula de Matemática. A análise sociológica toma como ponto de partida o conhecimento e as normas sociais da sala de aula. As “normas sociais” referem-se àquilo que está entendido como a construção do conhecimento com efetiva participação dos alunos nas aulas de Matemática. Incluem também as expectativas que os membros da comunidade têm sobre professores e alunos, os conceitos dos meios utilizados para a elaboração da aula de Matemática e o caminho utilizado para validar a aula de Matemática.



Para Simon, é proveitoso ter uma visão da Matemática como uma atividade cognitiva apreendida por processos culturais e sociais e como fenômenos sociais e culturais constituídos por uma comunidade altamente conscientizada.

### **Construtivismo e Pedagogia da Matemática**

No entender de Simon, a aprendizagem é entendida como um processo de construção individual e social mediado por professores com a concepção de um trabalho estruturado – na qual se entende a aprendizagem dos alunos. Compreender o desenvolvimento da aprendizagem é extremamente útil e tal fato leva à questão de como o construtivismo poderia contribuir para a reconstrução de uma Pedagogia da Matemática.

Novamente faz referência a autores como Wood, Cobb e Yackel, para os quais os professores devem ter como finalidade a construção de uma prática que capacite seus alunos a percorrerem o caminho da aprendizagem matemática. Esse é o desafio fundamental que deve fascinar os professores de Matemática, o que implica a necessidade de reconstruir meios para fazer conhecer a Matemática na escola e, desse modo, meios para ensinar Matemática.

Simon pondera, mais uma vez, que se o construtivismo é uma teoria epistemológica, ela não define uma orientação particular de ensino. O desenvolvimento do conhecimento está presente no professor ou no ensino realizado. Não existe uma simples função que mapeie a metodologia de ensino dentro de princípios construtivistas. Ou seja: *o construtivismo epistemológico não determina a apropriação ou inapropriação de estratégias de ensino.*

Para Bauerfied, citado por Simon, a construção cognitiva, de natureza essencialmente humana, e a processual, emergente dos temas, regularidades e normas entrecruzando Matemática e interação social – para trazer a cognição e o social juntos – não podem ser construídas *com simples sumários prescritivos de ensino.* Assim, não há referências a respeito da operacionalização de uma perspectiva construtivista social, sem contradizê-la. Comumente é usada a denominação “ensino construtivista”. No entanto, o construtivismo não oferece uma noção de como resolver os problemas de ensino ou de como efetivá-lo.

Simon propõe que, para uma perspectiva teórica, a questão que precisa de atenção é a seguinte: “Em que o construtivismo contribui para o desenvolvimento de um proveitoso trabalho teórico estruturado pela Pedagogia da Matemática?”

Concordamos plenamente com Simon quando considera excessivamente simplista aproveitar a conexão do construtivismo para o ensino com a romântica noção de “deixar os alunos sozinhos e eles construirão seu conhecimento matemático”. Ou então: “Colocar alunos em grupos e deixá-los socializar o modo como eles resolvem seus problemas”.

Nas experiências educacionais brasileiras, idéias como estas foram veiculadas de forma maciça e ocasionaram grandes problemas no que se refere ao papel do ensino e do professor. Simon conta que em sua experiência com alunos perguntava-se: “Como poderia entender o pensamento daqueles estudantes e como poderia trabalhar com eles para verificar se seriam capazes de desenvolver raciocínios mais poderosos?” O autor conclui que, nessas experiências com alunos, ficou bem nítida a relação entre o projeto de atividades do professor e a consideração do pensamento que os alunos podem trazer em sua participação nessas atividades – e que conduzem à formulação da idéia de trajetórias hipotéticas de aprendizagem.

### **Trajétoria(s) hipotética(s) de aprendizagem segundo Simon**

Simon defende a idéia de que os objetivos da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e o conhecimento dos estudantes que estarão envolvidos no processo de aprendizagem são elementos importantes na construção de uma trajetória hipotética de aprendizagem – parte-chave do que ele denomina Ciclo de Ensino de Matemática.

No que se refere ao conhecimento dos professores de Matemática, além das hipóteses sobre o conhecimento dos alunos, outros diferentes saberes profissionais intervêm, como, por exemplo: teorias de ensino sobre Matemática; representações matemáticas; materiais didáticos e atividades; e teorias sobre como alunos constroem conhecimentos sobre um dado assunto – saberes estes derivados da pesquisa em literatura e/ou da própria experiência docente.

Durante o desenvolvimento de atividades pelos professores, um objetivo inicial planejado, geralmente, deveria ser modificado muitas vezes (talvez continuamente), durante o estudo de um conceito matemático particular. Quando os alunos começam a comprometer-se com

as atividades planejadas, os professores deveriam “comunicar-se” com as observações dos alunos, nas quais eles formatam novas idéias sobre esse conceito. Assim, o ambiente de aprendizagem envolveria resultados da interação entre o professor e os alunos e o modo como eles se engajam em um conteúdo matemático.

Simon refere-se a um comentário de Steffe (1994): um professor pode propor uma tarefa; contudo, *como* os alunos constroem suas tarefas e suas experiências é que vai determinar seu potencial de aprendizagem. Assim, por exemplo, se um aluno dá uma resposta a um problema elaborado pelo professor e, no entendimento do professor, não foi uma compreensão adequada sobre conceitos ou procedimentos envolvidos, isso deve resultar num novo objetivo de ensino sobre o assunto. Esse objetivo, temporariamente, substitui o original.

Simon afirma que, em suas experiências, a discussão na sala de aula o impulsionou a reexaminar diversos conhecimentos para favorecer a elaboração do seu “mapa conceitual” e destaca que o termo “mapa”, nesse contexto, é usado para enfatizar que o conhecimento do professor serve como um mapa que traduz como ele se empenha na construção da compreensão dos alunos e identifica o potencial de aprendizagem.

Simon ressalta que o que foi observando em relação aos alunos mudou sua perspectiva sobre o conhecimento dos alunos e quanto à concepção matemática envolvida (seu mapa interno). Essa reorganização de perspectivas contribuiu para a modificação de seus objetivos, planos para atividades de ensino/aprendizagem que ele havia elaborado anteriormente.

### **O ciclo de ensino de Matemática segundo Simon**

A análise do episódio de ensino vivenciado por Simon contribuiu para o desenvolvimento do Ciclo de Ensino Matemático (Figura 1), como um modelo de inter-relações cíclicas dos aspectos do conhecimento do professor, pensamento, tomada de atitudes.

Simon refere-se às *hipóteses* sobre o conhecimento dos alunos para enfatizar que não temos acesso direto ao conhecimento deles. E destaca:

Como professor, minha concepção do conhecimento matemático dos alunos está estruturada pelo meu conhecimento da Matemática em questão. Convenientemente, o que observei no gosto pelo pensamento matemático dos alunos e meu entendi-

mento das idéias matemáticas envolveram interconexões. Estes dois fatos são interessantes na esfera do ensino do professor. (Simon, 1995, p. 29)

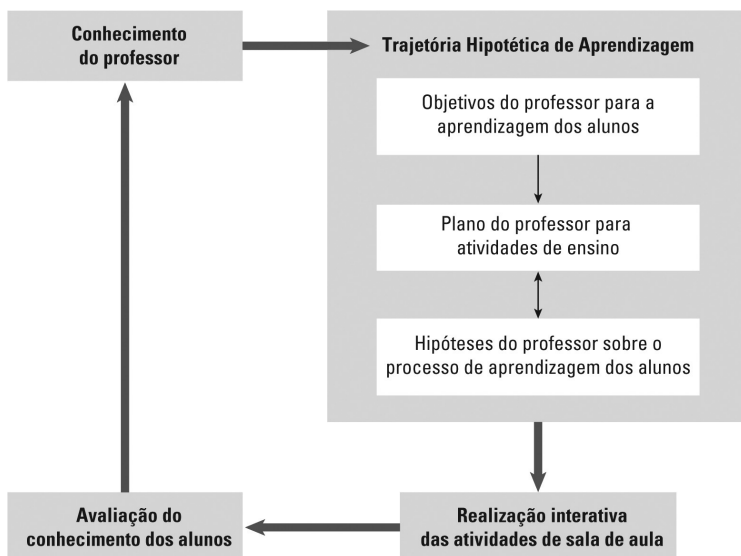


Figura 1 – Ciclo de ensino de matemática abreviado (Simon, 1995)

E faz uma referência a Steffe (1994) para o qual, usando seu próprio conhecimento matemático, os professores de Matemática devem interpretar a linguagem e as ações dos seus alunos e tomar decisões sobre possíveis conhecimentos matemáticos destes e sua possibilidade de aprendizagem. Para Simon, é a meta da aprendizagem do professor para seus alunos que possibilita uma direção para uma trajetória hipotética de aprendizagem:

Usaremos o termo trajetória hipotética de aprendizagem tanto para fazer referência ao prognóstico do professor como para o caminho que possibilitará o processamento da aprendizagem. É hipotética porque caracteriza a propensão a uma expectativa. O conhecimento individual dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora freqüentemente em caminhos similares. O conhecimento do indivíduo tem alguma regularidade (cf. Steffe, Von Glaserfeld, Richards e Cobb, 1983), que em sala de aula adquire

com atividades matemáticas freqüentes em métodos prognósticos, e que muitos dos alunos em uma mesma sala de aula podem se beneficiar das mesmas tarefas matemáticas. (Simon, 1995, p. 34)

Para Simon, a trajetória hipotética de aprendizagem dá ao professor a possibilidade de construir seu projeto de decisões, baseado em suas melhores suposições de como o conhecimento poderia ser processado.

### **Composição da trajetória hipotética de aprendizagem, segundo Simon**

Uma trajetória hipotética de aprendizagem – THA – é composta por três componentes:

1. o objetivo do professor com direções definidas para a aprendizagem de seus alunos;
2. as atividades de ensino;
3. o processamento hipotético de aprendizagem (uma suposição de como o pensamento e o entendimento dos alunos será colocado em ação no contexto de aprendizagem das atividades).

A criação das possibilidades de modificações da trajetória hipotética de aprendizagem é a parte central do modelo adiante diagramado.

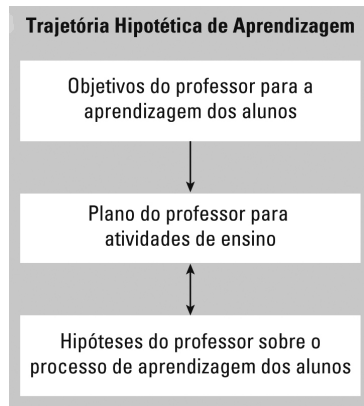


Figura 2 – Trajetória hipotética de aprendizagem

A noção da trajetória hipotética de aprendizagem, para Simon, pressupõe a importância da relação entre a meta pretendida e o raciocínio sobre decisões de ensino e a hipótese sobre esse percurso. Para ele, o desenvolvimento de um processo hipotético de aprendizagem e o desenvolvimento de atividades dessa aprendizagem têm uma relação simbólica. A geração de idéias para atividades de aprendizagem é subordinada à hipótese do professor sobre o desenvolvimento do pensamento e aprendizagem de seus alunos. A escolha da palavra “trajetória” é significativa para designar um caminho. Simon convida a uma analogia:

Façamos uma analogia: considere que você tenha decidido viajar ao redor do mundo para visitar, na seqüência, lugares que você nunca tinha visto. Ir para a França, depois Havaí, depois Inglaterra, sem uma série de itinerário a seguir. Antes, você adquire conhecimento relevante para planejar sua possível jornada. Você faz um plano. Você pode inicialmente planejar toda a viagem ou uma única parte dela. Você estabelece sua viagem de acordo com seu plano. No entanto, você deve fazer constantes ajustes, por causa das condições que irá encontrar. Você continua a adquirir conhecimento sobre a viagem e sobre as regiões que você deseja visitar. Você muda seus planos a respeito da seqüência do seu destino. Você modifica o tamanho e a natureza de sua visita, de acordo com o resultado da interação com as pessoas no decorrer do caminho. Você adiciona os destinos à sua viagem e que não eram de seu conhecimento. O caminho que você utilizará para viajar é sua “trajetória”. O caminho que você antecipa em algum ponto é a sua “trajetória hipotética”. (Ibid., p. 35)

### **A geração de uma trajetória hipotética de aprendizagem.**

Em seu texto, Simon (ibid.) destaca que a geração de uma THA prioriza buscar a forma pela qual o professor desenvolve seu planejamento em atividades de sala de aula, mas também ajuda a identificar como o professor interage com as observações dos alunos, coletivamente, constituindo uma experiência e construindo novos conhecimentos.

Esta experiência pela essência da sua construção social é diferente das primeiras antecipações dos professores. Simultaneamente

ocorre uma construção social de atividades em sala de aula e a modificação das idéias e conhecimento do professor, que ele vai construir em função do que está acontecendo ou do que aconteceu na sala de aula. (Ibid., p. 36)

O diagrama da Figura 1, mostrado anteriormente, indica que a avaliação do pensamento do aluno (com constantes idas no modelo de ensino apresentado), pode trazer muitas adaptações a respeito de qualquer conhecimento do professor, o que possibilita uma nova ou modificada trajetória hipotética de aprendizagem.

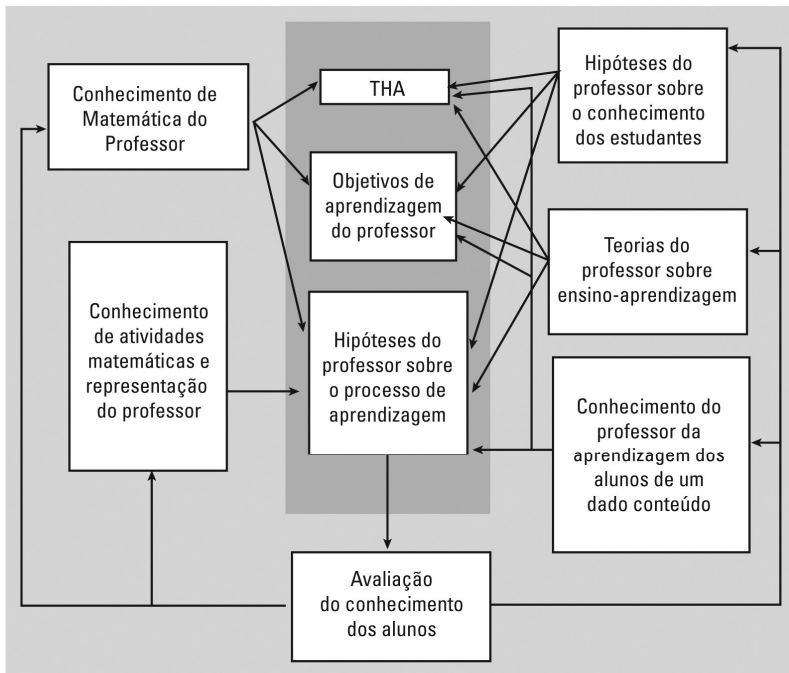


Figura 3 – Domínios do conhecimento do professor, trajetória hipotética de aprendizagem e interações com os alunos

Simon destaca a relação entre os vários domínios do conhecimento do professor, a trajetória hipotética de aprendizagem e as interações com os alunos (Figura 3). O conhecimento matemático do professor contribui

para a identificação de um objetivo de ensino. Esses domínios de conhecimento, a meta de ensino e o conhecimento da representação das atividades matemáticas para o professor, seu conhecimento sobre a aprendizagem individual do aluno, bem como a concepção de aprendizagem e ensino (ambos em geral dentro da Matemática) contribuem para o desenvolvimento de atividades de aprendizagem e processos de aprendizagens hipotéticas.

Simon afirma ainda que a modificação da trajetória hipotética de aprendizagem não é alguma coisa que somente ocorre durante o planejamento entre aulas. O professor está constantemente comprometido em ajustar a trajetória de aprendizagem que “hipotetizou”, para melhor refletir seu aumento de conhecimento. Ele está constantemente percebendo a extensão das modificações e transformações que podem ser construídas por algum ou todos os componentes da trajetória hipotética de aprendizagem: o método, as atividades e o processamento hipotético da aprendizagem.

### **Outras contribuições para a reflexão sobre THAs**

No artigo de Pedro Gómez e José Luis Lupiáñez, de 2007, intitulado “Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria”, os autores fazem uma análise sobre o interesse de diferentes pesquisadores sobre a noção de THAs, especialmente no que se refere ao processo de formação inicial de professores.

Os autores começam destacando que o interesse pelas THAs foi reconhecido com a publicação de um número de *Mathematics Thinking and Learning*, dedicado à sua discussão (Clements e Sarama, 2004). Steffe (2004) ressalta a relevância desta noção dentro da Educação Matemática da seguinte forma:

A construção de THAs dos alunos é um dos desafios mais urgentes que a educação matemática enfrenta atualmente. É também um dos problemas mais apaixonantes, pois é ali onde podemos construir nossa compreensão da matemática dos alunos e, de que forma, nós professores, podemos influir nessa matemática. (Apud Gomez e Lupiáñez, 2007, p. 130)

Não obstante, revelam que, mesmo que os diversos investigadores reconheçam os três elementos centrais da THA (objetivos de aprendizagem, tarefas matemática e hipóteses sobre o processo de aprendizagem)



e aceitem os quatro pressupostos mencionados anteriormente, cada um interpreta e usa a noção com propósitos e maneiras distintas. Para Gomez e Lupiáñez são perceptíveis dois usos claramente diferenciados: ferramenta de investigação e ferramenta para planejamento.

Os trabalhos de Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) e Clements, Wilson e Sarama (2004) são trabalhos essencialmente de investigação nos quais se explora a THA para temas específicos. Por outro lado, os trabalhos de Gravemeijer (2004) e Simon e Tzur (2004), mesmo explorando também THA, preocupam-se com maior ênfase por seu uso no planejamento do professor. Finalmente, o trabalho de Batista (2004) centra-se na avaliação. (Gomez e Lupiáñez, 2007, p. 81)

Gómez e Lupiáñez apontam que em todos os trabalhos se desenvolveram exemplos de THA em temas específicos. Para tanto, os investigadores assumiram o papel de professores em aulas reais.

Mesmo que haja professores que participam de alguns projetos, não são eles que produzem os resultados das explorações. De fato, alguns destes trabalhos, como o de Steffe (2004) e de Gravemeijer (2004), vêem a construção de THAs como um trabalho do investigador, cujos resultados podem apoiar o trabalho do professor. (Ibid., p. 82)

E destacam que uma das principais diferenças de interpretação da noção entre esses investigadores tem a ver com o nível de concretização com que a utilizam: desde o planejamento de várias aulas até o trabalho com atividades específicas numa parte de uma aula. Vejamos algumas análises feitas por Gómez e Lupiáñez sobre alguns autores.

Gravemeijer (2004) indica que sua proposta de teorias locais de ensino é a “descrição e a fundamentação para o caminho de aprendizagem prevista em sua relação a uma coleção de atividades de ensino para um tema” (p. 107). Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) também utilizam a noção para descrever a aprendizagem dos estudantes ao longo de várias sessões nas quais se trabalha um tema. Simon e Tzur (2004) vêem a THA como uma ferramenta para o planejamento de atividades matemáticas no dia-a-dia de uma aula. Finalmente, Baroody, Cibulskis, Lai e Li (2004) sugerem

que a noção de THA pode ser utilizada para promover o “desenvolvimento microconceitual”, sendo esta a atividade central do ensino na aula.

Uma questão importante discutida por Gómez e Lupiáñez (2007) indaga sobre a relação que existe entre a atividade diária do professor e a noção de THA. Para eles, um aspecto ligado à atuação do professor tem a ver com o caráter reflexivo inerente à noção de THA: “Há uma relação reflexiva em que a THA é o subsídio de juízos e decisões locais que, por sua vez, modificam a THA (Gravemeijer, Cobb, Bowers e Whitenack, 2000, pp.249-250, apud Gómez e Lupiáñez).

Gómez e Lupiáñez destacam que, em seus trabalhos, Simon e Tzur (2004, p. 93) também enfatizam o papel do professor na construção e revisão permanente da THA. Mas colocam um desafio: Como tornar compatível o propósito de que seja o professor quem construa a revisão da THA com o fato de que a totalidade dos exemplos que se tem de THA foram desenvolvidos por investigadores que assumiram o papel de professor?

Para Gómez e Lupiáñez (2007), propostas como as desenvolvidas por Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) são tão complexas e técnicas que acabam sendo pouco práticas para os professores. Por outro lado, as propostas de Simon e Tzur (2004) e Gravemeijer (2004) têm um caráter essencialmente prático.

Gómez e Lupiáñez lembram que outro ponto essencial é referenciado por Baroody, Cibulskis, Lai e Li (2004, p. 233). Eles nos alertam para o fato de que a validade ecológica se conquista à custa da falta de universalidade: se é comprovado que uma THA é válida em uma circunstância particular (em um contexto e com alguns estudantes e um professor particular), isso não quer dizer que essa THA tenha sentido em outras circunstâncias.

Gómez e Lupiáñez trazem ao debate preocupações como as expressas por Gravemeijer (2004, p. 107) que reconhece a dificuldade que teriam os professores para construir THA como as que são produzidas pelas investigadores. No entanto, isso não quer dizer que a única coisa que se pode entregar aos professores sejam meras seqüências de ensino para usar. Ele sugere dois elementos que podem ser úteis para os professores: (a) um marco de referência e (b) seqüências de atividades que lhes sirvam de exemplo. Mas questiona: Que pode fazer um professor com esta informação? Como pode usá-la para produzir e revisar sistematicamente sua própria THA para um tema, um contexto e alunos reais?

## **Considerações e reflexões do nosso grupo de pesquisa**

Como relação às questões de como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com a planificação do ensino e de como as contribuições das pesquisas na área de Educação Matemática, que trazem resultados importantes sobre a aprendizagem, podem contribuir para a organização de um ensino que potencialize boas situações de aprendizagem dos alunos, o grupo encontrou no trabalho de Simon elementos importantes:

- 1) Sua posição de afirmar que as visões construtivistas da aprendizagem têm dado sustentação a fundamentos teóricos na pesquisa no campo da Educação Matemática;
- 2) Dar pistas importantes para que os professores possam compreender e antecipar a forma de construção de conhecimentos matemáticos de seus alunos.

O grupo considera particularmente importante o alerta de Simon no sentido de que o construtivismo também aponta um desafio para a Educação Matemática, qual seja o de desenvolver modelos de ensino em que a construção de conhecimentos seja tomada como perspectiva teórica.

Simon adverte também que a Educação Matemática não produzirá métodos com idéias fixas ou plataformas para as ações docentes e as estruturas metodológicas deverão sempre suportar transformações experimentais. Para ele, o Ciclo de Ensino Matemático retrata uma visão das resoluções construídas pelo professor, a respeito do conteúdo e das tarefas, modeladas pelo encontro de uma perspectiva do construtivismo social com o desafio das aulas de Matemática. Nesse ciclo, são particularmente importantes, algumas premissas:

- a) O pensamento/entendimento dos estudantes é especialmente considerado e tem o lugar central na formação e implementação de instruções. O pensamento/entendimento é um processo contínuo do conjunto de dados e hipóteses construídas;
- b) O conhecimento do professor envolve-se simultaneamente com o crescimento do conhecimento do aluno. Como os alunos estão aprendendo Matemática, o professor está aprendendo sobre Matemática, também aprendendo e ensinando a respeito do pensamento matemático dos seus alunos;
- c) O planejamento das instruções é parecido com a inclusão, a criação de uma trajetória hipotética de aprendizagem. Essa visão reconhece

e valida o método de ensino do professor e a importância de hipóteses sobre o processamento da aprendizagem dos alunos (idéias nas quais eu espero ter demonstrado que não estão em conflito com o construtivismo);

d) A transformação continuada do conhecimento do professor cria mudanças contínuas na sua própria trajetória hipotética de aprendizagem.

A leitura dos textos motivou a ampliação das discussões sobre a atuação do professor de Matemática quanto às atividades de planejamento do ensino e que deve levar em conta que o aluno desempenha papel central na construção de suas aprendizagens.

A esse respeito, Simon destaca que indicações sobre a importância da interação de pequenos grupos e a manipulação de materiais, por exemplo, podem ser instrumentos valiosos nas mãos dos professores de Matemática. No entanto, esses instrumentos não são suficientes para permitir que professores sejam arquitetos da produção de situações de aprendizagens que resultariam em crescimento conceitual de seus alunos. Professores novatos, por exemplo, muitas vezes questionam o conhecimento de seus alunos (consciente ou inconscientemente), esperando que no mínimo um aluno esteja habilitado a explicar sua idéia para os outros. E perguntam o que devem fazer com um grupo de alunos para que construam conceitos matemáticos.

Essas situações são bastante comuns, hoje, no Brasil. Nos cursos de formação inicial, a chamada “Prática de Ensino” e mesmo as atividades de estágio, de modo geral, estão bastante defasadas quanto a estudos que possibilitem ao futuro professor a construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, tanto em termos teóricos como em termos práticos. Assim, o jovem professor tende a usar modelos ultrapassados, sem perceber a necessidade de conhecer e de construir modelos de ensino consistentes e construídos de forma coerente, com teorias – como é o caso das teorias de perspectiva construtivista. Para mudanças significativas, os jovens professores precisam de conhecimentos sobre os saberes dos alunos, para gerar trajetórias hipotéticas de aprendizagem e análises conceituais para que possam ensinar Matemática.

Enfim, é fundamental que professores se apropriem *efetivamente* de resultados de pesquisas relevantes sobre o conhecimento matemático de crianças e jovens, inovações curriculares, planejamento, construções de atividades; e é mais importante ainda que se apropriem da idéia de que suas hipóteses e metas sobre as aprendizagens dos alunos (e a própria

formatação de atividades) mudam continuamente e promovem novos conhecimentos e seu efetivo envolvimento na cultura matemática em sala de aula.

## **Referências**

- BAROODY, A. J.; CIBULSKIS, M.; LAI, M. e LI, X. (2004). Comments on the use of learning trajectories in curriculum development and research. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 6, n. 2, pp. 227-260.
- BAUERSFELD, P. C. (1988). *The emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures*. New Jersey USA.
- BISHOP, A. J. (1991). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona, Paidós.
- BLUMER, H. (1969). *Symbolic interaction: perspective and method*. Englewood Cliffs. New Jersey, Prentice-Hall,
- \_\_\_\_\_. (1980). "A natureza do interacionismo simbólico". In: MORTENSEN, D. (ed.). *Teoria da comunicação: textos básicos*. São Paulo, Mosaico.
- CLEMENTS, D. H. e SARAMA, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 6, n. 2, pp. 81-89.
- COBB, P.; YACKEL, E. e WOOD, T. (1989), "Young children's emotional acts while doing mathematical problem solving". In: MCLEOD, D. B. e ADAMS, V. M. (eds.). *Affect and mathematical problem solving. A new perspective*. New York, Springer-Verlag.
- DOLL, Jr, W. E. (1997). *Currículo: uma perspectiva pós moderna*. Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre, Artes Médicas.
- GLASERSFELD, E. von (1991). Distinguishing the observer: An attempt at interpreting Maturana. *Methodologia* n. 8, pp. 57-68.
- GÓMEZ, P. e LUPIÁÑEZ, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, vol. 1, n. 2, pp. 79-98.
- GRAVEMEIJER, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 6, n. 2, pp. 105-128.

- GRAVEMEIJER, K.; COBB, P.; BOWERS, J. e WHITENACK, J. W. (2000). "Symbolizing, modeling, and instructional design". In: COBB, P.; YACKEL, E. e MCCLAIN, K. (eds.) *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools, and instructional design.*. Hillsdale, Lawrence Erlbaum Associates.
- LESH, R. e YOON, C. (2004). Evolving communities of mind – In which development involves several interacting and simultaneously developing strands. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 6, n. 2, pp. 205-226.
- PIRES, C. M. C. (2000). *Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede*. São Paulo, FTD.
- \_\_\_\_\_(2004). Formulações basilares e reflexões sobre a inserção da matemática no currículo visando a superação do binômio máquina e produtividade. São Paulo. *Educação Matemática Pesquisa*. vol. 6, pp. 29-61
- SIMON, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 26, n. 2, pp. 114-145.
- SIMON, M. A. e TZUR, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 6, n. 2, pp. 91-104.
- STEFFE, L. P. (1994). "Children's construction of meaning for arithmetic words: A curriculum problem". In: *Implicit and explicit knowledge: An educational approach*. Norwood, Ablex Pub. Corp.
- \_\_\_\_\_(2004). On the construction of learning trajectories of children: The case of commensurable fractions. *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 6, n. 2, pp. 129-162.

Recebido em nov./2008; aprovado em mar./2009