

O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural

The process of teaching-learning function concept: a study in view of historical and cultural theory

JOSÉ DIVINO NEVES¹

MARILENE RIBEIRO RESENDE²

Resumo

Este artigo apresenta parte dos resultados de pesquisa realizada com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, cujo objetivo foi analisar o processo ensino-aprendizagem do conceito de função nos anos finais do Ensino Fundamental a partir de uma sequência didática elaborada, desenvolvida e analisada na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Desenvolveu-se por meio de um experimento didático, organizado em quatro etapas: levantamento bibliográfico e documental; diagnóstico da realidade e elaboração do experimento; desenvolvimento das atividades e análise dos dados. Há indícios de que os alunos se apropriaram dos elementos que constituem a essência do conceito de função; na execução do experimento didático, o trabalho coletivo favoreceu a apropriação de significados e de sentidos para função.

Palavras-chave: Conceito de função; Experimento didático; Ensino de álgebra.

Abstract

This article presents part of the research results carried out with students from the final years of elementary school, whose aim was to analyze the teaching and learning of the function concept in the final years of elementary school, from an didactic sequence, elaborated, developed and analyzed, from the perspective of theory Historical-Cultural. It is developed through a didactic experiment, organized into four stages: bibliographical and documentary survey; diagnosis of reality and preparation of the experiment; development of activities and data analysis. There is evidence that students appropriated the elements that constitute the essence of the concept of function; in the implementation of the didactic experiment, the collective work favored the appropriation of meanings and senses to function.

Keywords: Function concept; Didactic experiment; Algebra teaching.

¹ Mestre em Educação pelo Programa de Pós-Graduação da Universidade de Uberaba – UNIUBE, com apoio financeiro do Programa Observatório da Educação – OBEDUC/CAPES, e-mail: jdneves@terra.com.br.

² Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil (2007) Professora titular e Orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Uberaba – UNIUBE, e-mail: marilene.resende@uniube.br.

Introdução

Este artigo contém parte da pesquisa realizada com alunos do 9º ano do ensino fundamental, de uma escola pública de Uberaba/MG. O projeto é parte integrante das pesquisas efetivadas no âmbito do Programa Observatório de Educação – OBEDUC/CAPES - O ensino e a aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental, desenvolvido na Universidade de Uberaba, com o apoio da CAPES e da FAPEMIG (Edital 13/2013). A pesquisa apresentada teve como objetivo geral analisar o processo ensino-aprendizagem do conceito de função nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de uma sequência didática de atividades de ensino elaboradas, desenvolvidas e analisadas na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural.

As justificativas para estudar a formação do conceito de função estão alicerçadas: na visão de Caraça (1984), que o considera como um dos conceitos fundamentais da matemática; no fato de que, segundo Vigotski (2009), a formação dos conceitos tem papel decisivo no processo de ensino-aprendizagem e desenvolvimento dos alunos. Justifica-se, ainda, nos baixos índices de aproveitamento obtidos pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental nas avaliações externas.

Assim, o objeto da pesquisa foi a formação do conceito de função, tendo como questão norteadora: Como organizar um sistema de atividades de estudo para a formação do conceito de função junto aos alunos do 9º ano do ensino fundamental, com foco na essência desse conceito?

Foram definidos, também, os seguintes objetivos específicos: 1) fundamentar teoricamente a formação de conceitos, na perspectiva histórico-cultural; 2) levantar os conteúdos de álgebra propostos nos currículos e no livro didático, especialmente os ligados ao conceito de função; 3) elaborar e aplicar as atividades para a formação do conceito de função no 9º ano do ensino fundamental; 4) analisar os episódios visando à formação do conceito de função.

A metodologia adotada foi a de pesquisa qualitativa, com a realização de um experimento didático, conforme discutido por Freitas (2010) e Davidov (1998). Os procedimentos metodológicos foram organizados em quatro etapas: 1) levantamento bibliográfico e documental visando à fundamentação teórica – estudo de documentos tais como Parâmetros Curriculares Nacionais, Diretrizes Curriculares do Município, e análise desse tema no livro didático de matemática adotado pela escola; 2) observação de aulas de matemática para melhor conhecer os alunos em suas características e modos como se

envolvem nas atividades de ensino de matemática, e elaboração das atividades de ensino de forma colaborativa com os professores de matemática envolvidos no projeto de pesquisa; 3) desenvolvimento das atividades com os alunos do 9º ano de uma escola pública de Uberaba, registradas com fotos e gravadas em áudio e vídeo; 4) análise dos dados coletados a partir dos pressupostos da teoria adotada.

O referencial teórico básico que envolve a Teoria Histórico-Cultural tem como autores Vigotski (2002, 2009, 2010); Davidov (1988,1998, 1999), Leontiev (1983), além de outros seguidores e apoiadores dessa teoria. Como referencial complementar, apontamos Aquino (2013), Caraça (1984), Freitas (2010), Libâneo (2009), Lins (2001), Moura (2010).

Fundamentos teórico-metodológicos

A pesquisa teve como fundamentação teórica as contribuições da Teoria Histórico-Cultural, a partir de Vigotski e de outros colaboradores, como Davidov e Leontiev. Os principais aspectos dessa teoria que serviram de suporte para o estudo envolvem o desenvolvimento das capacidades psíquicas superiores, a formação do pensamento teórico, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e a formação de conceitos. As questões de álgebra e suas concepções e o estudo de funções nos documentos oficiais, também, completaram os assuntos pesquisados.

Vigotski (2009) destaca a importância e o papel da palavra e do símbolo no processo de formação de conceitos. O método de estudo de Vigotski sobre o processo de formação de conceitos apresenta duas partes: a primeira diz respeito ao material que serve de base à elaboração do conceito, e a segunda, à palavra através da qual ele surge. Para ele, a palavra é “[...] o traço distintivo central de todo o processo” (VIGOTSKI, 2009, p. 153). O autor considera a formação dos conceitos como fator determinante na evolução do pensamento verbal nas crianças. A evolução conceitual da criança, segundo ele, é marcada por duas linhas de desenvolvimento: uma que tem a ver com o desenvolvimento espontâneo da criança no cotidiano, e a outra que ela desenvolve na escola. O autor afirma, ainda, que o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e não espontâneos estão relacionados, e um influencia o outro, constantemente. Para ele, a diferença entre conceitos científicos e espontâneos está na relação que estabelecem com a experiência da criança e suas atitudes perante os objetos.

A formação de conceitos, tanto os espontâneos como os científicos, segundo o mesmo autor, está diretamente ligada ao desenvolvimento da linguagem e depende do desenvolvimento das capacidades psíquicas superiores. “O desenvolvimento dos conceitos, dos significados das palavras (signos linguísticos), pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar” (VIGOTSKI, 2002, p. 83).

Na perspectiva da teoria histórico-cultural, “formar um conceito significa reproduzir mentalmente seu conteúdo, bem como compreender sua essência” (SOUSA, PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 79). Apoiados em Davidov³ e Kopnin⁴, esses autores afirmam que conhecer a essência do objeto supõe buscar a sua estruturação e sua procedência, ter domínio de suas inter-relações e interdependência, no movimento histórico e lógico desses conhecimentos. O conhecimento teórico, diferentemente do empírico, é elaborado não por comparação de objetos, mas a partir das relações entre as coisas no interior de um sistema; fundamenta-se na transformação dos objetos, e não apenas na sua observação; estabelece uma ligação entre o geral e o particular; concretiza-se por meio de dedução e de explicação; expressa-se em diferentes sistemas semióticos (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010).

Desse modo, no pensamento teórico, estão presentes os nexos internos dos conceitos, os quais contêm a lógica, a história, as abstrações e as generalizações que foram sendo realizadas historicamente pelo homem, isto é, os nexos internos contêm o lógico-histórico dos conceitos. Ao passo que os nexos externos se relacionam aos elementos perceptíveis, às formas estáticas de representação (SOUSA, PANOSSIAN; CEDRO, 2014).

Em se tratando do conhecimento algébrico em que a relação entre linguagem e pensamento é fundamental, essas considerações são importantes para pensar o ensino da álgebra na educação básica, considerando que a linguagem e o pensamento algébrico sofreram transformações ao longo da história da humanidade. Essa questão perpassa a definição dos referenciais curriculares, a elaboração dos livros didáticos e a organização do ensino pelo professor, pois a concepção dessa relação é que vai direcionar as escolhas que serão feitas.

³ DAVYDOV, V. V. (1972[1982]) *Tipos de generalización em la enseñanza*. Havana: Pueblo y Educación.

⁴ KOPNIN, P. V. (1961[1978]) *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira (Coleção Perspectivas do homem).

No que se refere ao ensino-aprendizagem, Vigotski (2010) afirma que o aprendizado possibilita e movimenta o processo de desenvolvimento, tornando real o que antes era apenas potencial. Nesse processo de aprendizagem, ele destaca como importante, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Para o autor, Zona de Desenvolvimento Proximal é o que ocorre com a aprendizagem num intervalo entre o conhecimento real (Zona de Desenvolvimento Real), determinado pela capacidade própria do aluno para resolver algum problema ou atividade (aquilo que o aluno realmente consegue fazer sem a ajuda de terceiros), e o desenvolvimento potencial (Zona de Desenvolvimento Potencial), que ele pode alcançar sob a orientação de um adulto (familiares, professores, outros) ou com a colaboração de um companheiro mais experiente. Esse processo pode ocorrer por meio de diálogos, troca de experiências, imitação, interação e inter-relação.

Vigotski entende que essa interação tem papel importante no desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Na perspectiva do autor, o aluno adquire potencial para internalizar e realizar sozinho, aquelas ações em que recebeu auxílio de outras pessoas. Por isso, é importante que o professor esteja atento para explorar o potencial dos alunos, proporcionando-lhes apoio e recursos para que sejam capazes de atingir níveis de conhecimentos mais elevados, além daqueles que conseguem aprender sozinhos, sem ajuda.

A álgebra nos anos finais do ensino fundamental: os PCN, a matriz curricular do município e o livro didático

Nos PCN (BRASIL, 1998), o conteúdo de matemática foi dividido em quatro blocos: Números, Espaço e forma, Tratamento da informação e Medidas. A álgebra ficou dentro do bloco Números. Nesse sentido, pode-se inferir que a álgebra perde a sua especificidade e está implícita a concepção de álgebra como aritmética generalizada, embora haja referências às outras concepções, denominadas dimensões da álgebra.

Segundo esse documento, o estudo chamado de “pré-álgebra” deve ocorrer nas séries iniciais do ensino fundamental e retomado no terceiro ciclo para que os conceitos algébricos sejam revistos e consolidados. Essa recomendação é positiva, pois há uma concepção generalizada de que os estudos de álgebra se iniciam quando são introduzidas as letras.

As matrizes curriculares de matemática para o 9º ano apresentadas pelo município em questão mantêm o estudo de álgebra dentro do bloco (eixo estruturante) Números e

Operações, como nos PCN. Porém, não dão destaque ao conceito de função, indicando para o objeto de conhecimento “Álgebra”, o estudo de equações de 2º grau e de função de 1º grau. Desse modo, tanto as concepções algébricas quanto os conceitos ficam restritos a interpretações parciais.

Para Lins e Gimenez (2001, p. 137), “A atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra. [...] A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade.”

Quanto ao livro didático, a análise do livro adotado para a série em estudo, no município de Uberaba, no ano de 2014, *Vontade de saber matemática*, de Joamir Roberto de Sousa e Patricia Rosana Moreno Pataro, da Editora FTD, mostrou que este não traz orientações claras ao professor sobre os conteúdos algébricos a serem explorados no 9º ano nem faz relações do conceito de função, um conceito fundamental, com o movimento lógico-histórico do ensino da matemática, ou seja, com aquilo que esse conceito tem de essencial, revelado no caminhar da humanidade rumo a abstrações e generalizações mais complexas, em busca de compreender e transformar o mundo em que vive. Aliás, essa não é uma lacuna apenas desse livro. Esses apresentam, em sua maioria, alguns nexos conceituais externos referentes a esse conceito. Não se evidenciam os nexos conceituais internos ou a importância do conceito de função para a sequência dos estudos. Esses nexos internos se inserem numa rede conceitual que envolve outros conceitos, como os de variável, de conjunto domínio e conjunto imagem, de interdependência, de variação.

Fica evidente a priorização da regularidade, que envolve nexos externos do conceito. A partir da observação das regularidades, espera-se que os alunos façam generalizações, o que, em geral, não ocorre. A representação analítica da função aparece logo depois da definição, sem nenhuma relação que possa esclarecer o significado de cada termo utilizado. Alguns exemplos são propostos para concluir a generalização, e, em seguida, aparecem os exercícios repetindo os aspectos da regularidade.

Os exercícios propostos envolvem funções, partindo de situações particulares para generalizações e conclusões gerais. Esse movimento é contrário àquele proposto por Davidov (1999) para a formação dos conceitos. Apesar de apresentar alguns elementos da história da matemática, o foco principal são os nexos externos do conceito, caracterizados pela regularidade e repetição de atividades. Caraça (1984) alerta que há uma tendência em confundir o conceito de função com a definição analítica de função.

Sobre o conceito de função

O conceito de função, que se procurou desenvolver nesta pesquisa, está relacionado às características essenciais da Realidade⁵ em que vivemos, evidenciadas por Caraça (1984) – a interdependência e a fluência. A primeira quer dizer que todas as coisas estão relacionadas entre si, e a segunda, que o mundo está em permanente evolução, tudo muda o tempo todo. Caraça (1984) destaca, ainda, a ‘correspondência’ como importante operação mental na formação do conceito de função. Para o autor, o conceito de função nasceu do conceito de leis naturais. Assim, ficam caracterizados como elementos essenciais da função, como nexos internos desse conceito: a relação de dependência (interdependência) e a variação (fluência) dos elementos envolvidos. Para Caraça (1984), a essência do conceito de função é a correspondência unívoca entre as variáveis envolvidas na relação, que permitem traduzir a interdependência e a fluência presentes na Realidade. Os conceitos de variáveis, domínio, contradomínio, imagem e relação algébrica (lei de formação) são nexos conceituais desse conceito.

O experimento didático: elaboração e desenvolvimento

As atividades do experimento didático foram elaboradas de forma colaborativa com professores de matemática envolvidos no projeto de pesquisa, em conformidade com a teoria estudada, com os conteúdos de álgebra contidos no planejamento de curso da turma selecionada, e com a coordenação pedagógica da escola. A elaboração das atividades obedeceu aos princípios estabelecidos nas teorias de Leontiev (1983) e Davidov (1999), sobre Atividade e Atividade de Ensino.

O processo de aprendizagem como processo de apropriação da experiência acumulada pela humanidade e cristalizada nos produtos objetivos da atividade coletiva (os conteúdos escolares) pelos sujeitos constitui, para Leontiev (1983), o processo de formação das capacidades especificamente humanas, cujas características são: um processo ativo por parte do sujeito e um processo que cria novas premissas para o posterior desenvolvimento da atividade.

A atividade de ensino devidamente organizada envolve, segundo Davidov (1999): finalidades, tarefas, ações e operações. A atividade deve estar sempre relacionada com uma necessidade – motivo; as ações, com os objetivos; e as operações, com as condições.

⁵ Como grafado pelo autor.

Nesse sentido, a tarefa do professor de organizar atividades de estudo torna-se complexa, uma vez que exige dele certo conhecimento sobre comportamento e funções psicológicas dos alunos. As ações propostas devem exigir dos alunos mais que memorização, representação e reprodução; é necessário que produzam alterações mentais.

O método de pesquisa escolhido para essa investigação caracteriza-se como um experimento didático.

[...] se os nossos objetos de estudo são processos conscientes, e a metodologia de trabalho precisa se corresponder com a natureza do objeto estudado, como bem nos ensina Vigotski, a Didática Desenvolvimental precisa de métodos que se adéquem à natureza processual de seus objetos de estudo. Um desses métodos é o experimento didático-formativo. (AQUINO, 2013, p. 3).

O experimento didático, organizado conscientemente em determinadas condições, tem a função de elevar a qualidade da aprendizagem e do desenvolvimento dos alunos. “O método do experimento didático-formativo vai além do método de pesquisa, convertendo-se, também, em método de ensino e educação experimentais” (AQUINO, 2013, p. 15).

Segundo Freitas (2010), o experimento didático-formativo foi desenvolvido a partir do método de Vigotski e pode ser utilizado nas investigações que exploram as relações entre o ensino e o desenvolvimento da atividade mental dos alunos. Vários autores realizaram pesquisas envolvendo esse método de investigação, cuja denominação varia: experimento formativo, experimento didático, experimento didático-formativo e experimento de ensino. Neste estudo, optou-se por utilizar experimento didático, dadas as condições em que foi realizado.

Para Davidov (1988), a escolha dos conteúdos a serem trabalhados e a forma de ensiná-los são decisivas no processo de ensino-aprendizagem e no desenvolvimento dos alunos. A partir desses pressupostos, ao planejar o experimento didático, lidou-se com alguns conflitos e incertezas, tais como: definição dos conteúdos a serem abordados; objetivos, tipos de atividades, estratégias e recursos a serem adotados, definição do essencial de cada conceito.

As atividades, os objetivos e as ações foram definidos de forma a orientar o desenvolvimento do pensamento dos alunos sobre o tema abordado. A apropriação dos conceitos científicos e a formação do pensamento constituem a base do estudo e, conseqüentemente, do processo de ensino-aprendizagem. Assim, a organização das atividades propostas procurou seguir o raciocínio do geral para o particular, do coletivo

para o individual e do abstrato para o concreto. Nesse processo, o professor deixa de ser o único a mediar a relação do aluno com o conhecimento. Os colegas, interagindo em colaboração ampliam as zonas de possibilidades de aprendizagem e de desenvolvimento. O principal objetivo a ser alcançado com a realização do experimento didático, nesse caso, é o desenvolvimento do pensamento cognitivo do aluno para a formação do conceito de função. Para tanto, foram considerados alguns aspectos desses alunos (participantes da pesquisa), tais como: relacionamento com os colegas, motivação, interesse, o conhecimento deles sobre o tema em questão e sobre outros relacionados com ele, a capacidade dos alunos para expressar abstrações, generalizações.

As atividades foram elaboradas e orientadas de modo a promover a apropriação de significados para o conceito de função e para a linguagem matemática, de acordo com os princípios da organização da atividade de estudo (já citados) e possibilitar o desenvolvimento das funções psíquicas superiores: abstração, generalização, percepção, atenção e memória.

A sequência didática foi composta por 03 (três) conjuntos de atividades, desenvolvidas num total de 12 (doze) encontros com os alunos, assim distribuídas: 1) Relações e Funções - o conceito de função, com seis atividades; 2) Funções e Expressões Algébricas - função afim e função quadrática, com três atividades; 3) Funções e Expressões Gráficas - função afim e função quadrática, com três atividades. Algumas delas foram criadas e outras adaptadas de textos já publicados em artigos, teses, dissertações ou livros.

Para analisar os resultados obtidos na pesquisa, conforme orienta Aquino (2013), algumas unidades de análise foram definidas, considerando as dimensões epistemológica, cognitiva e didática, relacionadas com o comportamento dos alunos diante das atividades propostas: 1) as condições objetivas da Atividade de Estudo, que dizem respeito à mediação, interação e atuação na Zona de Desenvolvimento Proximal; 2) a formação do conceito, que está relacionada ao uso consciente dos atributos do conceito, da linguagem científica e utilização/desenvolvimento das capacidades psíquicas superiores; 3) desenvolvimento da motivação e a participação dos alunos, em que se observou se a “aquisição dos conceitos” é motivo de aprendizagem dos alunos; 4) autorregulação, que, conforme Davidov e Márkova (1987), está relacionada com as atitudes dos alunos em examinar suas ações no grupo, para alcançar os objetivos previstos; 5) autoavaliação, que é a capacidade individual do aluno de participação e contribuição para o sucesso dos trabalhos no grupo.

A cada encontro com os alunos (de duas aulas ou 110 minutos), foram produzidas cerca de seis horas de gravação em áudio (seis gravadores, sendo um para cada grupo) e uma hora de gravação em vídeo, totalizando, ao longo da pesquisa, mais de 600 horas de gravações em áudio e vídeo.

A partir da ideia de isolado, definiu-se o universo de análise, fazendo um recorte “[...] de modo a compreender nele todos os fatores dominantes, isto é, todos aqueles cuja ação de interdependência influi sensivelmente no fenômeno a estudar.” (CARAÇA, 1984, p. 112). Assim, o experimento didático foi analisado a partir da escolha de dois grupos de alunos: Grupo 1 (G1) e Grupo 5 (G5), com seis elementos cada um, e de recortes de episódios reveladores de ações com algum indício de aprendizagem dos outros grupos. A escolha dos dois grupos se justificou pelo fato de que apresentaram intensa participação em todas as atividades propostas e produziram a maior quantidade de material para análise.

Análise das atividades desenvolvidas com os alunos.

Neste artigo, apresenta-se uma análise de quatro atividades desenvolvidas focando a unidade de análise *formação do conceito*, considerando as falas e as produções dos alunos, que envolvem os atributos do conceito, buscando indícios da apropriação do conceito em seus aspectos essenciais.

A primeira atividade proposta: O estudo do texto

A primeira atividade de pesquisa proposta aos alunos foi a leitura e interpretação do texto “O que são relações?”, adaptado do livro *Conceitos Fundamentais da Matemática*, de Bento de Jesus Caraça. A intenção era que os alunos pudessem abstrair do texto alguns aspectos ligados à necessidade de se apropriar do conhecimento acumulado historicamente e perceber a sua importância para a evolução da humanidade, associando esses aspectos com as características apontadas por Caraça (1984), de interdependência e fluência, que são nexos conceituais internos do conceito de função, segundo Sousa, Panossian e Cedro (2014). Além disso, procurou-se mostrar com o texto que as relações estão presentes no nosso dia a dia e que há relações em tudo o que existe.

Figura 01 – Texto para a atividade 1.

TEXTO: O QUE SÃO RELAÇÕES?

Quando se fala em relações, você se lembra de quê? O que você entende por relações? Responda à primeira pergunta da folha de atividades antes de prosseguir na leitura do texto.

Na natureza, tudo se relaciona: terra, água, ar, fogo, minerais, animais e vegetais. As pessoas se relacionam entre elas, com os seres vivos e com tudo o que existe no mundo. Para satisfazer às suas necessidades, o homem transforma a natureza, cria, muda, altera, constrói, destrói e procura cada vez mais compreender e ‘dominar’ tudo o que nela existe. Todas essas transformações, no entanto, requerem o conhecimento e os instrumentos necessários, que são obtidos por meio das relações entre os seres humanos. Para dominar o mundo e tudo o que nele existe, o homem se apropria do conhecimento acumulado pela humanidade ao longo da história, ao mesmo tempo em que agrega novos conhecimentos para as gerações futuras. Isso se chama “evolução da espécie humana”. “Quando o homem age intencionalmente sobre a natureza, visando transformá-la de modo a satisfazer suas necessidades de produção, o homem deixa na natureza as marcas da sua atividade e, também sofre transformações constituindo-se humano.” (RIGON, ASBAHR & MORETTI, 2010, p. 17).

Algumas dessas relações, no entanto, são de dependência, como por exemplo: planta e água; planta e luz; animais e ar; animais e água; animais e comida; pais e filho; aluno e escola, dentre tantas outras. Isso significa, por exemplo, que, quando o homem quer dominar as plantas, deve se preocupar com a água; quando quer melhorar o conhecimento, deve se preocupar com a escola. O homem, criatura dotada de razão, de vontades, da capacidade de agir conscientemente, desenvolve atividades a partir dos conhecimentos cada vez mais complexos, para compreender e dominar os fenômenos e as principais relações existentes no mundo que o rodeia. Essa atitude do homem, de investigar, questionar, saber o porquê de cada fenômeno, é que o torna humano e o distingue dos outros animais. Quanto mais o homem consegue compreender e prever os fenômenos naturais e sociais, maior e melhor será o domínio sobre eles, sobre a natureza e tudo o que nela existe. Assim, poderá aumentar a sua segurança, o seu conforto e a sua liberdade.

Segundo Caraça (1984), as coisas do mundo apresentam duas características essenciais: **interdependência e fluência**. A primeira diz que todas as coisas estão relacionadas umas com as outras. O mundo e tudo o que nele existe é um organismo vivo com intensa comunicação e participação constante da vida uns dos outros. A segunda quer dizer que o mundo está em permanente evolução; todas as coisas, a todo o momento, se transformam; tudo flui, tudo devém. Assim, tudo se relaciona; tudo muda o tempo todo. Morte e vida estão unidas, formando um processo único de transformação e evolução. “A morte do ar causa a vida do fogo e o ar vive a morte do fogo; a água vive a morte da terra e a morte da água favorece a vida da terra”. Desse modo, a morte não é o fim, a destruição total do ser, mas a fonte de uma nova vida, de um novo ciclo. Quando a morte atua, outra vida surge.

Texto adaptado do livro “Conceitos Fundamentais da Matemática” de Bento de Jesus Caraça. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

Tarefas: Troque ideias no grupo e responda às seguintes questões:

1. Qual é o seu conceito de relações? Cite quatro exemplos de relações.
2. O que mais lhe chamou a atenção no texto?
3. O que difere o homem dos outros animais e o torna humano?
4. Após a leitura do texto, você mudaria alguma coisa na resposta da primeira questão? O seu conceito de relações continua o mesmo?
5. Com base no texto, qual é o papel do conhecimento na história da humanidade?
6. O que são relações de dependência?
7. Escreva duas ou três linhas, emitindo sua opinião sobre o texto.

Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014.

Seguem alguns diálogos dos alunos, ao fazerem as tarefas solicitadas:

LU G5: O que difere o homem dos outros animais e o torna humano?

MA G5: A atitude de investigar, questionar. Tá no texto. Saber o porquê de cada fenômeno. É o que o torna humano e difere de outros animais.

ISA G5: O que difere o homem dos outros animais?

LU G5: O homem pensa e o animal não pensa.

MA G5: Animal não pensa?!?!?

LU G5: É inteligente irracional. Ele não é racional.

ISA G5: Pode colocar que o homem possui raciocínio lógico e o animal, não.

ISA G5: Qual o seu conceito de relações? Cite quatro exemplos de relações.

LU G5: Sexual, amorosa.

J V G5: São quatro.

ISA G5: Eu acho que é de matemática.

LU G5: Não é de matemática, não.

ISA G5: Eu pensei nas relações alimentares porque é um ciclo.

LU G5: Um vai depender do outro.

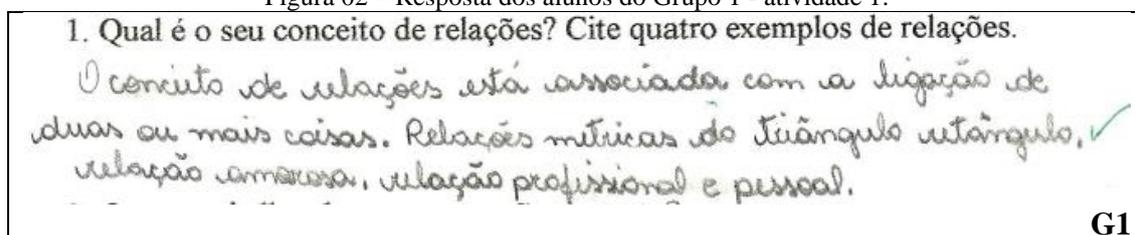
ISA G5: Então, relação.

ISA G5: Mas aqui está perguntando qual é o conceito de relação.

LU G5: Vamos colocar comparação.

Foi possível observar que realmente a maioria dos alunos tem um conceito formado de relações entre variáveis, ligado a suas experiências.

Figura 02 – Resposta dos alunos do Grupo 1 - atividade 1.



Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014.

Nessa primeira atividade (texto), foi possível notar que, enquanto o pesquisador focava a sua preocupação (o seu objetivo) na questão das relações que favorecem a construção do conhecimento e a evolução da humanidade, chamaram a atenção dos alunos, outros aspectos que vão além da dimensão cognitiva – a forma como o autor relaciona a vida e a morte, resposta dada pela maioria dos grupos.

Figuras 03 e 04 – Respostas dos alunos dos Grupos 1 e 2 - atividade 1.

2. O que mais lhe chamou a atenção no texto? Explicação do surgimento de uma vida após a morte de outra. O ciclo da vida.	G1
2. O que mais lhe chamou a atenção no texto? A forma com que o autor relaciona a morte e a vida.	G2

Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014.

Nesse primeiro momento da pesquisa, sobre o desenvolvimento dos alunos em relação à questão ligada à formação do conceito de *função*, eles iniciaram a apropriação de uma ideia mais geral de *função*, ligada à necessidade humana de expressar a interdependência e a fluência que estão presentes no mundo em que vivemos, embora a atividade ficasse restrita basicamente à leitura e à interpretação do texto. Mas, como ressalta Moura (2010), a educação escolar é responsável pelo desenvolvimento do pensamento teórico e pela formação de conceitos científicos.

Esta, entende-se, é primordialmente a responsável pela aprendizagem de conceitos científicos e pelo desenvolvimento do pensamento teórico, orientada pela intencionalidade de impactar os sujeitos, proporcionando as alterações no desenvolvimento de suas funções psíquicas e a apropriação de conceitos científicos. (MOURA et al., 2010, p. 99).

Nesse sentido, a leitura, análise, interpretação e discussão do texto em grupos puderam impactar os alunos rumo à apropriação dos conceitos científicos.

2. A segunda atividade: Vídeo sobre funções

Figura 05 –Atividade 2 – Exploração do vídeo.

Vídeo: “A noção de função” - sobre funções e seus elementos

Hoje, nós vamos assistir a um vídeo de 18 minutos sobre função. Após o vídeo, cada grupo vai se reunir para responder às questões abaixo. Prestem bastante atenção no vídeo para responder corretamente às questões propostas.

- 1) Vamos recordar: escreva o que é função e os principais elementos envolvidos numa função.
- 2) Qual foi o principal assunto do filme?
- 3) Qual é o significado da palavra “função”, de acordo com o dicionário, conforme apresentado no vídeo?
- 4) Quais as duas grandezas relacionadas na função evidenciada no filme? Qual das duas é independente e qual é dependente?
- 5) No caso exemplificado no filme, identifique e represente os possíveis valores para o domínio e para a imagem da função.

3,4m de largura?

- 8) De acordo com o vídeo, qual letra representa os valores do domínio e qual letra representa os valores da imagem de uma função?
- 9) Estabeleça a lei de formação (a representação algébrica) da função apresentada na tabela acima.
- 10) Vocês acham que a aula apresentada no vídeo foi importante? Por quê?

Fonte: Dados da pesquisa – autor, 2014.

Fonte: Dados da pesquisa – autor, 2014.

Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014.

Os objetivos dessa atividade, realizada no sexto encontro, eram: observar, por meio dos exemplos do vídeo, o conceito de função como instrumento para significar as leis naturais de que fala Caraca e as situações sociais presentes na vida do homem; perceber a importância da utilização dos símbolos e notações das funções, para facilitar a representação, isto é, estabelecer a relação pensamento e linguagem simbólica da álgebra. O vídeo: “A noção de *função*”, com aproximadamente 15 minutos, enfatizou os conceitos de relações, grandezas, variáveis (dependente e independente), conjunto domínio e conjunto imagem. A imagem visual e as expressões corporais são sempre muito eficientes em qualquer situação, quando comparadas a outras formas de expressão, para atrair a atenção, principalmente quando são realizados por artistas bem preparados, que incorporam personagens para expor aos alunos os significados matemáticos, nesse caso os relativos às *funções*. Entretanto cabe pontuar que a apropriação do conhecimento científico ocorrerá, desde que o instrumento de mediação seja incorporado a uma organização do ensino, planejada, intencionalmente, pelo professor.

Os diálogos entre os alunos de um grupo, a seguir, mostram a troca de significados que, ao serem partilhados, conforme Vigotski (2010), numa atividade intersíquica (entre pessoas), caminham para uma atividade intrapsíquica (plano interno a partir das relações

sociais construtivas) do sujeito que vai se apropriando do conceito de função. Chama atenção a fala de GA G1, quando afirma “Não é não. Sabe por quê? Porque fórmula não é conceito”, na discussão sobre o assunto do filme. Esse participante percebe o que alerta Caraça (1984), a expressão analítica não é a função.

A V G1: Qual o principal assunto do filme? Função.

GA G1: Função; anota aí.

LE G1: Conceito de função.

GA G1: Espera aí; primeiro: vamos recordar. O que é função? Quais os elementos que estão envolvidos...? A função é a relação entre duas ou mais grandezas.

LE G1: É a relação entre duas grandezas.

GA G1: E os elementos envolvidos são domínio e imagem.

LE G1: Põe aí: domínio, imagem e duas variáveis. O principal assunto foi o conceito de função?

THA G1: Foi; eu acho que foi função.

GA G1: Tá. Função e suas grandezas.

LE G1: É o conceito, moço.

GA G1: Não é só o conceito; é tudo que tem na função.

LE G1: Não; é o conceito de função.

GA G1: Não; é tudo.

LE G1: Tudo é o conceito, cara.

GA G1: Não é não. Sabe por quê? Porque fórmula não é conceito.

A V G1: Espera aí que eu anotei. Correspondência de um ou mais conjuntos.

GA G1: Ah. Só correspondência entre dois ou mais conjuntos; está ótimo. E quais as duas grandezas relacionadas à função evidenciada no filme? Qual das duas é a independente e qual é a dependente?

A V G1: É aquele negócio do preço?

Outra discussão interessante de apropriação da linguagem simbólica ocorre quando os alunos são solicitados a escrever a expressão analítica da função, o que mostra a dificuldade implícita nas notações $f(x)$ e y e no significado da expressão $y = f(x)$.

GA G1: Qual a letra representa o domínio e qual a letra representa a imagem da função?

LE e GA: Era A e P.

A V: Era 'x' e 'y'.

GA: Os dois.

LE: Podia ser qualquer um. Vamos fazer do A e P que é mais fácil.

LE: Então; área e 'perímetro'.

GA: Função de A em P.

GA G1: 'x' vezes 120.

GA G1: Função de 'x' é igual a 'y'.

JD: Ou você coloca 'y' ou coloca função de 'x', tanto faz.

GA G1: Eu acho melhor função de 'x'.

A V G1: 'x vezes 120?

JD: Isso.

LE G1: GA, põe aí $x = x.120$?

A V G1: Não, ele falou função de x ou y.

GA G1: Função de x é igual a x vezes 120.

A resposta desse grupo ilustra a dificuldade de que falamos.

Figura 06 – Resposta dos alunos do Grupo 1 - atividade 2.

9) Estabeleça a lei de formação (a representação algébrica) da função apresentada na tabela acima.

$$F(y) = x.120$$

Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014.

Ao discutirem sobre a questão em que deveriam indicar possíveis valores para o domínio e para o conjunto imagem, é interessante observar a forma como os alunos percebem a questão do movimento, da fluência e da interdependência entre as variáveis e a proporcionalidade entre elas, embora tenham apresentado dificuldades iniciais na identificação das grandezas.

LE G1: Eu não entendi a cinco.

GA e A V: Eu também, não.

GA G1: No caso exemplificado no filme, identifique e represente os possíveis valores para o domínio e para a imagem da função.

LE G1: Era de R\$ 120, 00 em R\$ 120,00 o metro quadrado do armário, não é?

GA G1: Não precisa ser exatamente o que está no filme. É só a gente pegar: $1m^2$; $2m^2$; $3m^2$...

YA G1: Entendi. No caso exemplificado..., identifique e represente os possíveis valores para domínio e imagem da função. Qual a função?

LE G1: Vai ter que por $1m^2$; $2m^2$; $3m^2$...?

GA G1: É. Aí vai pondo: um, dois, três, quatro... e, agora, o preço, coloca R\$.
Coloca $1m^2 \rightarrow R\$ 120,00$.

LE G1: Então vai aumentando: R\$ 240,00 aqui.

GA G1: Então, tem que multiplicar por dois. Certo? Cento e vinte vezes dois é 240.

LE G1: E quanto é $5 m^2$?

GA G1: 25. Mentira; desculpa. Dá mil e alguma coisa.

LE G1: Que mil?

GA G1: Dá quanto, então?

LE G1: 600.

GA G1: Gente, o que eu falei para fazer? Metros quadrados em cima e preço em baixo. Coloca aqui. Pois, se está pedindo para fazer oito pares.

Todos os grupos, a seu modo, chegaram a perceber as variáveis e a relação entre elas. Essa tarefa, diferentemente de muitas que estão nos livros didáticos, não apresenta os valores para que o aluno, a partir da observação, faça a generalização, que, segundo Davidov e Márkova (1987), é empírica. Na realização dela, os alunos tiveram de pensar em valores para as variáveis, e focar sobre a interdependência e a fluência. Isso está expresso nessa fala de GA G1: “Não precisa ser exatamente o que está no filme. É só a gente pegar: $1m^2$; $2m^2$; $3m^2$...”.

Figura 07 – Resposta dos alunos do Grupo 1 - atividade 2.

5) No caso exemplificado no filme, identifique e represente os possíveis valores para o domínio e para a imagem da função.	
Domínio	Imagem
$1 m^2$	120
$2 m^2$	240
$3 m^2$	360

Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014

Por fim, as discussões dos alunos nos grupos indicam que eles conseguiram se apropriar do essencial do conceito de *função* como uma relação entre duas grandezas.

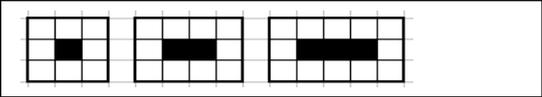
A terceira atividade: generalizações e funções

No sétimo encontro com os alunos foi proposta uma atividade aplicando as noções de relações, variável, dependência, domínio e imagem, já trabalhadas nos encontros

anteriores. A atividade tinha como objetivo principal desenvolver nos alunos as funções psíquicas superiores como abstração e generalização, envolvendo as relações e expressões algébricas, para se chegar à lei de formação da função.

Figura 08 – Atividade 3.

Azulejos e funções.
 Um azulejista adota, como estratégia de decoração, assentar os azulejos pretos contornados por brancos, conforme os exemplos na figura a seguir.



Com base na figura, desenvolva as atividades a seguir:

- Faça, na folha de papel quadriculado (no verso), os desenhos - seguindo o padrão - de 1 até 10 azulejos pretos.
- Quantos azulejos brancos são necessários, se o número de azulejos pretos enfileirados for 20? E se fosse 25?
 E se fosse um número representado por 'x'?
 R.: _____; _____; _____.
- Se ele assentou um total de 81 azulejos, quantos são os azulejos pretos enfileirados? E se ele assentou um total de 102 azulejos, quantos são os pretos?
 R.: _____; _____.
- Preencha a tabela abaixo relacionando as quantidades os azulejos pretos (P), brancos (B) e total de azulejos (T). Estabeleça 15 variações para (P).

- A relação entre o número de azulejos brancos e pretos representa uma função? Por quê? R.:
- Escreva uma regra (fórmula) que relaciona o número de azulejos brancos (B) em função do número de azulejos pretos (P). Lembre-se de que temos dois valores variáveis: um independente e o outro que varia em função dele (dependente). R.: _____; _____.
- Escreva uma regra (fórmula) que relaciona o número total de azulejos (T) em função do número de azulejos pretos (P). Lembre-se de que temos dois valores variáveis: um independente e o outro que varia em função dele (dependente). R.: _____; _____.
- Escreva o domínio e a imagem dessas funções.
 R.:
- As funções obtidas acima são afim ou quadrática? Por quê?
 R.:

Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014

A atividade foi interessante, porque possibilitou perceber que os alunos fizeram os cálculos aritméticos com certa facilidade e, com raras exceções, logo conseguiram preencher corretamente o quadro proposto na letra 'd' do exercício, como se pode ver no registro a seguir.

Figura 09 – Resposta dos alunos do grupo 1 - atividade 3.

d) Preencha a tabela abaixo relacionando as quantidades os azulejos pretos (P), brancos (B) e total de azulejo (T). Estabeleça 15 variações para (P);

P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	7	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
T	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51

Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014

Percebe-se que as relações aritméticas, que são visíveis, foram decifradas por eles, sem que tivessem sido solicitadas. Alguns grupos perceberam de imediato que a sequência da linha 2 era formada pelos múltiplos de 2, a partir de 8; a sequência 3, por múltiplos de 3, a partir de 9 (“YA: *Vai aumentando de dois, não é? E aqui, de três*”). Mas tiveram dificuldades para expressar as funções solicitadas por meio da linguagem simbólica da álgebra. Responderam com facilidade, também, as questões das letras ‘h’ e ‘i’ referentes ao domínio, à imagem e à classificação das *funções* em “afim” ou “quadrática”.

Após o desenvolvimento das atividades que antecederam a esta, pensa-se, num primeiro momento, que os alunos se apropriaram da ideia de interdependência, expressa pela relação entre grandezas que variam, que é basilar no conceito de função. Entretanto, ao buscar expressar essa relação entre elas, eles se voltam para as relações aritméticas, existentes entre os valores de uma mesma variável, não percebendo a necessidade de relacionar as duas variáveis envolvidas.

GA G1: Sempre vai aumentar dois.

JD: Por quê?

GA G1: Aqui. Eu tô falando dos azulejos pretos: um, dois, três. ...os brancos: oito, 10, 12... cada vez aumenta dois.

GA G1: Que legal: aqui vai de um em um; aqui, de dois em dois; e aqui, de três em três.

As questões mais difíceis de serem respondidas foram aquelas referentes à regra geral, a expressão algébrica que relaciona o número de azulejos brancos em função do número de azulejos pretos, e a que expressa o total de azulejos em função do número de azulejos pretos. Praticamente todos os grupos chegaram à resposta correta, mas com muita discussão, troca de informações e mediação por parte do pesquisador (JD) e o auxiliar de pesquisa. A atuação intencional do pesquisador foi fundamental para que os grupos conseguissem fazer essa tarefa.

JD: Você não concluiu que tinha um valor fixo?

GA G1: Sim; três.

JD: Não. Três de cada lado. Então são seis.

GA G1: Gente 1! Sempre vai mais dois? Ah. Eu não vou discutir com você.

YA G1: Você está discutindo com todo mundo, hoje.

GA G1: Eu? Desculpe-me.

A L G1: Aqui está errado. Você tem que multiplicar por dois e somar seis.

Apesar da descoberta de que não havia variação na largura do retângulo, os alunos tiveram dificuldades para expressar a regra geral da composição dos azulejos. Alguns chegaram a enunciar verbalmente as regras, mas não tiveram a mesma facilidade para expressá-la algebricamente. Isso evidencia que a linguagem escrita traz mais dificuldades, pois os alunos têm que perceber a sua necessidade e devem dominar os signos necessários. Conforme Sousa, Panossian e Cedro (2014), o problema está relacionado com as “dificuldades para interpretar a letra quando aparece acompanhada de um coeficiente ou expoente (por exemplo, $2m$ ou m^2).”. Os alunos sabiam expressar verbalmente a relação “o dobro mais seis”, mas não conseguiam expressá-la algebricamente.

A V G1: É o dobro de 20 mais seis?

YA G1: É elevado a dois ou duas vezes?

GA G1: É elevado a dois. Se for do 2º grau, é elevado a dois.

YA G1: Você já somou mais seis?

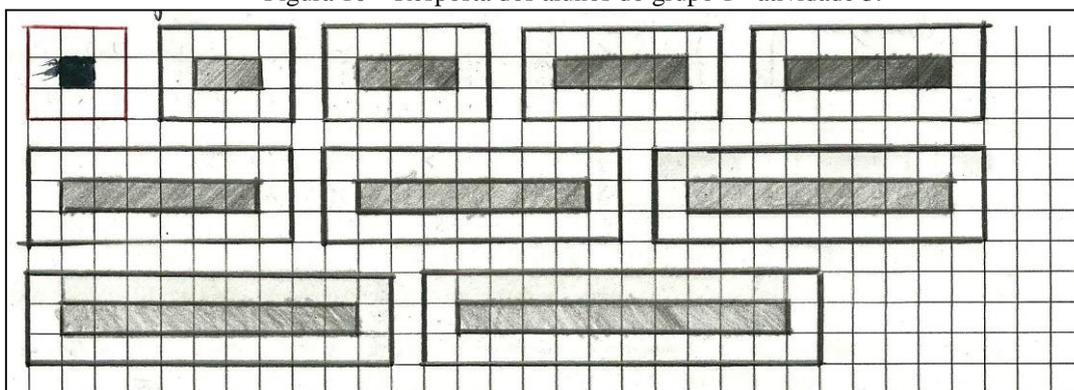
A V G1: Vai ser ‘x’ elevado a dois ou duas vezes ‘x’?

GA G1: Vai ser ‘x’ elevado a dois.

YA G1: Mais seis.

O ato de preencher (colorir) o papel quadriculado evidencia o contato visual dos alunos com o objeto de estudo. Tal atitude se caracteriza como **ação** diante da **necessidade** de descobrir a relação entre os azulejos pretos e brancos. A partir dessa ação, a maioria dos alunos percebeu que os retângulos formados nos desenhos tinham um lado invariável com três quadradinhos. Essa **percepção** conduz à **abstração** que permite a **generalização** da lei de formação dos azulejos.

Figura 10 – Resposta dos alunos do grupo 1 - atividade 3.



Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014.

No conceito de *função*, estão presentes outros conceitos, tais como: o de relação; o de variável; os de variável dependente e variável independente; os conceitos de conjunto domínio, conjunto contradomínio e conjunto imagem. Tais conceitos devem ser apropriados pelos alunos para que possam compreender o essencial do conceito de *função*, pois esse se insere numa rede de outros conceitos.

A quarta atividade – Funções e representação gráfica no KMPLLOT

A construção gráfica, utilizando os recursos da tecnologia digital, vem ao encontro das características essenciais apresentadas por Caraça (1984) para o conceito de função, a interdependência e a fluência. À medida que os alunos digitam uma lei de formação da função, o gráfico correspondente ‘flui’ imediatamente, dando a noção de variação (infinitude) e relação (de dependência) entre as variáveis representadas.

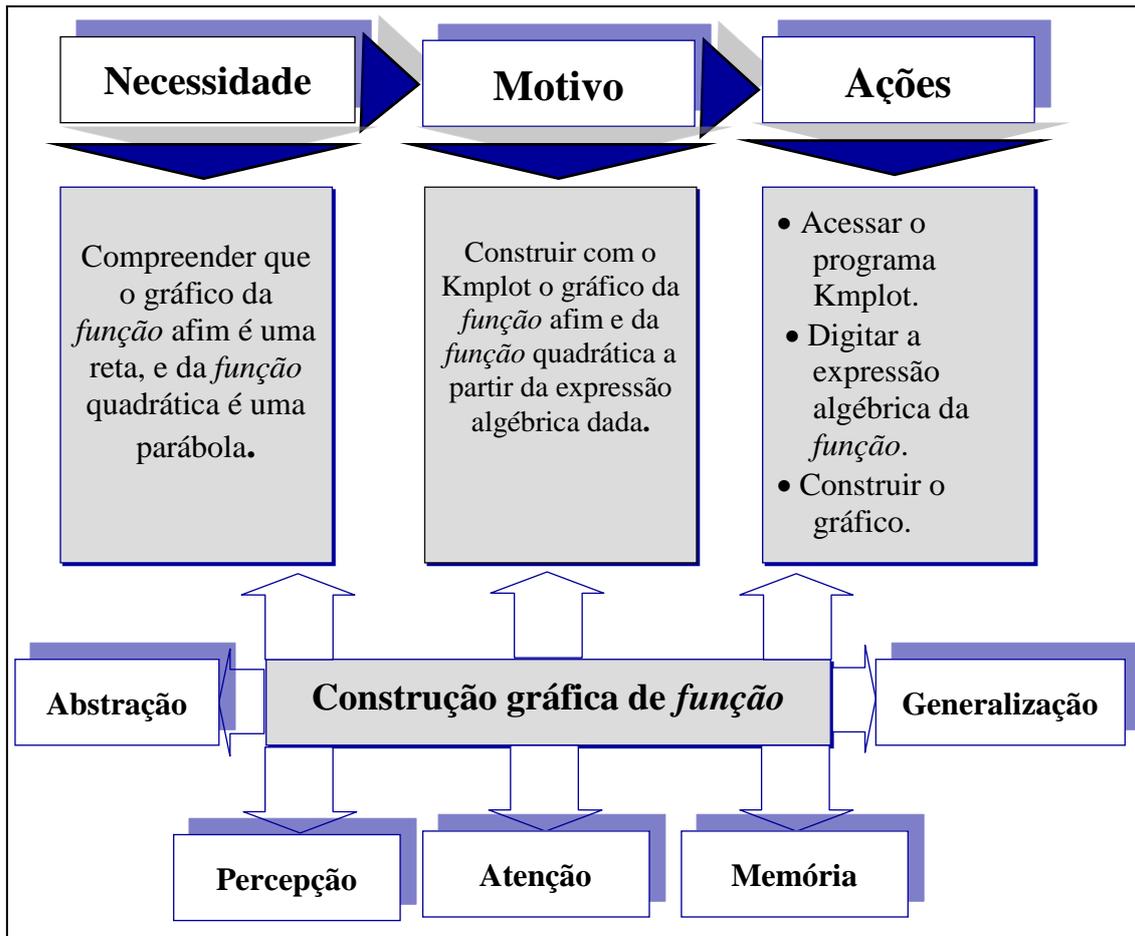
Nesta pesquisa foi utilizado o programa *Kmplot*, para estudar gráfico de funções, porque ele é compatível com o sistema operacional utilizado pelo município de Uberaba, que é o Linux. Com esse *software*, foi possível proporcionar aos alunos a construção de várias sequências de gráficos, em apenas dois encontros. No primeiro encontro no laboratório de informática, a construção da sequência de gráficos da função afim, e, no segundo, os gráficos da função quadrática. As atividades desenvolvidas com o *software* tinham com objetivos: explorar a fórmula geral da função afim $f(x) = ax + b$, reconhecendo que o gráfico dessa função (quando definida em \mathbb{R}) é uma reta; explorar a fórmula geral da função quadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$, e a sua representação gráfica (quando definida em \mathbb{R}) por meio de uma parábola; identificar, na representação gráfica da função afim: inclinação (sentido) da reta, raiz da função e o coeficiente linear; identificar na

representação gráfica da função quadrática: concavidade da curva (parábola), raízes da função e o coeficiente linear.

No primeiro encontro, após as explicações, os alunos acessaram o programa *Kmplot* e tiveram alguns minutos para explorá-lo. Em seguida, com as orientações contidas na folha de atividades, construíram três sequências, num total de 13 gráficos sobre *função* afim. Após cada sequência, responderam às questões propostas. Eles completaram o trabalho em pouco mais de uma aula (50 minutos) e com excelente precisão nas respostas. Na aula anterior, haviam construído um gráfico em uma aula, fazendo a representação usando lápis e papel quadriculado. No segundo encontro, no trabalho com a função quadrática, percebe-se que os alunos assimilaram que o gráfico é uma parábola, que estará voltada para baixo quando o valor de 'a' for negativo, e para cima quando esse valor for positivo. As tecnologias digitais favoreceram a análise e a comparação dos gráficos, por causa de seu caráter dinâmico e visual. A rapidez, a eficiência e a precisão na construção gráfica; os aspectos visuais motivados pela variação de cores valorizam os aspectos didáticos, evidenciam a criatividade e motivam os alunos. No caso específico do estudo de funções, a interdependência e a fluência ganham vida, porque saem do campo estático do papel. Veja a pergunta de um participante: "GA: A parábola não termina?" Nessa questão, está a percepção do movimento, da fluência que pode ser explorada.

Entretanto, é necessário pontuar que apenas o recurso mediador não é suficiente para promover a aprendizagem, mas houve uma organização da atividade de ensino, pensada para promover a aprendizagem e o desenvolvimento das capacidades psíquicas dos alunos, retratadas no esquema abaixo, com a preocupação de não ficar limitado ao pensamento empírico.

Figura 11 – Organização da atividade 4.



Fonte: Dados da pesquisa – o autor, 2014.

Outro aspecto que o uso dos recursos digitais favorece é a percepção imediata do erro e a oportunidade que essa constatação dá na busca de outros elementos ainda não percebidos, como se constata no diálogo abaixo:

GA: O meu gráfico deu uma reta.

JD: Se deu uma reta é porque não pôs o quadrado.

A L: Gabriel, essa curva sua aí está errada, não é parábola.

JD: É, está errada. Veja o que você errou. Veja aqui, você pôs elevado à oitava potência.

GA: Ah, é.

GA: Olha que legal, A L. Veja como ficou

Pelo entusiasmo dos alunos e a rapidez com que completaram a construção dos gráficos e responderam às questões propostas, é possível afirmar que esta foi uma das atividades

que lhes proporcionou maior motivação. Os trechos extraídos do diálogo entre os alunos corroboram a afirmação:

A L: Você veio na aula passada aqui fazer o plano cartesiano, L V?

L V: Não.

A V: É. De matemática. Foi a melhor coisa do ano

GA: Olha que legal, A L. Veja como ficou.

A L: Deixa-me ver a sua resposta. Negativo é para baixo e positivo é para cima?

GA: É. Você ainda não tinha percebido? Quando o 'a' é negativo, fica para baixo; e quando ele é positivo, fica para cima.

LE: Parece que o gráfico tem a ver com o valor de delta?

JD: Isso. Se delta for menor que zero...

LE: Não têm raízes.

JD: Então. O número de raízes varia de acordo com o valor de delta.

A partir do diálogo entre os alunos e das respostas às questões propostas, é possível verificar que houve a apropriação da ideia de movimento, ou seja, da fluência, com relação à função afim e o tipo de gráfico (reta), bem como com relação aos pontos onde a reta corta os eixos, o mesmo ocorrendo para a função quadrática. Além de provocar a motivação dos alunos para se apropriar da atividade, indo em direção ao objeto.

Considerações finais

Esta pesquisa teve como objetivo analisar o processo ensino-aprendizagem do conceito de função nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de uma sequência didática de atividades de ensino elaboradas, desenvolvidas e analisadas, na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Para ser coerente com a perspectiva teórica, buscou-se inspiração para definição do que é essencial no conceito de função, nas ideias de Caraça (1984), que tem, ao abordar a construção do conhecimento matemático, um pensamento dialético, segundo a percepção dos pesquisadores deste estudo. Caraça (1984) considera que a Realidade apresenta duas características: a interdependência e a fluência. A primeira quer dizer que todos os objetos possuem uma relação entre si; todas as coisas estão relacionadas umas com as outras. A segunda – a ideia de fluência, remete ao fato de que o mundo, e tudo o que nele existe, sofre alterações o tempo todo, tudo muda.

Nesse sentido, ao propor as atividades e analisá-las, o esforço foi o de colocar o foco nos nexos internos do conceito, ainda que trabalhando também com os nexos externos. Essa não é uma tarefa fácil para quem está imbuído de outra lógica de organização das atividades de ensino, a qual prioriza a generalização empírica, caracterizada por Davidov e Márkova (1987), como aquela que parte da observação de regularidades observáveis. A generalização que promove a construção do conceito científico pelos alunos prioriza a generalização a partir do movimento lógico-histórico desse conceito, focando aquilo que é geral, essencial. Essa tarefa exige estudos, pesquisas e até mesmo ousadia, pois se arrisca ao enfrentar essa empreitada. Quando se preocupa com o processo e não com os resultados, trabalha-se com evidências e não com certezas.

Os resultados permitem considerar que há indícios de que os alunos se apropriaram dos elementos constitutivos do conceito de função; percebe-se, a partir das respostas emitidas pelos alunos, ao longo da pesquisa, que a essência do conceito de função, ou seja, os seus nexos internos foram apropriados pela maioria dos alunos, nesse primeiro momento de aproximação dele. O conceito de função está associado a outros, como os de relação, variáveis, domínio, contradomínio e imagem. O pensamento e a linguagem dos alunos quanto aos elementos desse conceito podem se apresentar, ainda, de forma sincrética, para alguns. Os sentidos atribuídos pelos alunos, a partir dos significados partilhados pelo grupo, são mutáveis, e outras relações serão estabelecidas por eles, principalmente no que se refere a esse conceito que aparecerá em outros momentos no ensino de matemática.

A partir da análise dos dados obtidos, destacamos como importante, no desenvolvimento do experimento didático: a mediação e intervenção do professor em todas as etapas, organizando o ensino, planejando, incentivando o trabalho coletivo, acompanhando e orientando a condução do exercício mental a partir das relações que envolvem o conhecimento de alunos e professor.

É importante destacar, na execução do experimento didático, o trabalho coletivo, as manifestações dos alunos, as expressões e ações de discutir, relacionar, identificar, generalizar e avaliar, que foram relevantes para o alcance dos objetivos, especialmente no processo de desenvolvimento mental dos alunos. Nos episódios, foi possível perceber a importância da fala de cada aluno no grupo. Praticamente todos eles participaram da discussão e todos manifestavam preocupação com os resultados. Percebe-se que os questionamentos entre os alunos têm um papel fundamental na avaliação dos resultados, pois algum erro cometido por um componente é logo percebido e discutido, isto é, a autorregulação e a autoavaliação tornam-se mais efetivas no trabalho coletivo.

Estas constatações corroboram o que afirma Vigotski, no sentido de que a constituição do pensamento teórico ocorre primeiramente no nível intersíquico, no qual os significados construídos historicamente pelo homem são partilhados, para depois serem operados no nível intrapsíquico, no qual o sujeito se apropria dos conhecimentos. O trabalho coletivo também não é uma tarefa fácil, pois as práticas pedagógicas usuais se efetivam de outros modos.

Concluindo, o ensino da álgebra, apesar do grande número de pesquisas, de grupos envolvidos com o estudo dessa temática, ainda é um desafio, em especial quando se discute a relação entre pensamento e linguagem algébricos. Nesse sentido, a Teoria Histórico-Cultural se constitui num referencial teórico consistente que pode contribuir para novas leituras e práticas.

Referências

- AQUINO, Orlando Fernández (2013). O Experimento Didático-Formativo: contribuições de L. S. Vigotski, L. V. Zankov e V. V. Davidov.. I SEMINÁRIO GEPID/OBEDUC, 2013 (Artigo para Mesa Redonda).
- BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental (1998) Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em 18 jul. 2013.
- CARAÇA, Bento de Jesus (1984). Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora.
- DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. (1987) La concepción de la actividad de estudio en los escolares. In: La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS (Antología). Biblioteca de Psicología Soviética. Moscú: Editorial Progreso, p. 316-337.
- DAVIDOV, V. (1998). Problemas do ensino desenvolvimental – a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Tradução: LIBÂNEO, J. C. e FREITAS, R. A. M. da M. Revista Soviet Education, August/VOL XXX, N° 8.
- DAVÍDOV, V. (1988). La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental. Moscú: Editorial Progreso.
- DAVIDOV, V. V.(1999). O que é a atividade de estudo. Revista “Escola inicial” n° 7, ano 1999. Tradução do russo (para uso em sala de aula) de Ermelinda Prestes.
- FREITAS, R. A. M. M. (2010). Pesquisa em didática: o experimento didático formativo. In: X ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA ANPED Centro-Oeste, 2010, Uberlândia. Anais do X Encontro de Pesquisa em Educação da ANPED

Centro-Oeste: Desafios da Produção e Divulgação do Conhecimento. Uberlândia, v. I. p. 1-11.

LEONTIEV, A. N.. Actividad Conciencia y Personalidad. La Habana: Pueblo y Educación, 1983.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. da M. A elaboração de planos de ensino (ou de unidades didáticas) conforme a Teoria do Ensino Desenvolvimental. Texto para uso didático na disciplina Didática e Ensino Desenvolvimental, no Programa de Pós-Graduação em Educação – Linha Teorias da Educação e Processos Pedagógicos, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Digitado em 2009.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. (2001). Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. 4ª Edição. Campinas, SP: Papirus.

MOURA, M. O. (Org.) (2010). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília: Liber livro.

ROSA, J. E.; MORAES, S. P. G.; CEDRO, W. L. (2010). A Formação do Pensamento Teórico em uma Atividade de Ensino de Matemática. In: MOURA, M. O. A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília: Liber livro.

SOUSA, M. C. de; PANOSSIAN, M. L; CEDRO, W. L. (2014). Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos. 1.edição. Campinas, SP: Mercado das letras.

SOUSA, J. R. de; PATARO, P. R. M. (2012). Vontade de saber matemática. 8º ano. 2ª ed. São Paulo: FTD.

VIGOSTKI, L. S. Pensamento e linguagem. Versão para e-book eBooksBrasil.com 2002. Disponível em: <<http://www.jahr.org/>>. Acesso em 25 jun. 2011.

VIGOSTKY, L. S. (2010). A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Organizadores Michaela Cole et al. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7.ed. São Paulo: Martins Fontes.

VIGOSTKI, L. S. (2009). A construção do pensamento e da linguagem. Tradução Paulo Bezerra. 2. Edição. São Paulo: Editora W.M.F, Martins Fontes.