

QUESTÕES CRÍTICAS EM ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA¹

CRITICAL ISSUES IN MATHEMATICAL ANALYSIS TEACHING

SÍLVIO CÉSAR OTERO-GARCIA²
ROSA LÚCIA SVERZUT BARONI³

Resumo

Neste trabalho, tomando por base um mapeamento feito das pesquisas brasileiras em ensino de análise matemática, tecemos algumas considerações e, principalmente, colocamos questionamentos sobre os principais pontos que emergiram dos trabalhos analisados.

Palavras-Chave: *educação matemática no ensino superior; ensino de análise; ensino de cálculo diferencial e integral; formação matemática do professor.*

Abstract

In this work, based on a mapping made of Brazilian research in mathematical analysis teaching, we weave some considerations and, above all, put questions On the main points emerging from the analysis work.

Keywords: *mathematics teaching in undergraduate courses; analysis teaching; differential and integral calculus teaching; mathematics teacher education.*

Introdução

Considerando-se as modificações pelas quais os cursos de licenciatura têm sofrido, as recorrentes discussões sobre o papel que determinadas disciplinas têm na formação do futuro professor, e que esse movimento não é diferente no caso particular da matemática, o presente trabalho pretende trazer à tona alguns questionamentos que devem contribuir para discussões a respeito da importância da disciplina de análise na formação de professores de matemática.

Essas questões são levantadas a partir do mapeamento da produção brasileira em ensino de análise presente em Otero-Garcia (2011)⁴. Nesse mapeamento, foram consideradas todas as dissertações e teses defendidas cujos resumos constassem no banco de dissertações e teses da CAPES (1987 a 2010); oito periódicos: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA) (1 a 36), Boletim GEPEN (1 a 56), Revista Ciência e Educação (1 a 16), Zetetiké (1 a 32), Educação Matemática Pesquisa (v.1 a v.10), Educação Matemática em Revista (1 a 24), Revista do Professor de Matemática (1 a 60) e Revista Matemática Universitária (1 a 46); além de trabalhos completos

¹ Uma versão deste trabalho foi apresentada no GT11: Sobre Ensino de Cálculo e de Análise do III Fórum de Discussão: Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil, que ocorreu na PUC/SP em 2015.

² Professor do curso de licenciatura em matemática do Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) *campus* Campos do Jordão, e-mail: oterogarcia@ifsp.edu.br.

³ Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP) *campus* Rio Claro, e-mail : rbaroni@rc.unesp.br.

⁴ Este estudo é parte desse trabalho, um mestrado já concluído, e integra o projeto maior *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*, cujo objetivo central é responder as mais variadas questões relacionadas com a problemática de que fala seu título.

publicados nos anais das quatro edições do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM (2001 a 2009).

Em nossa análise, procuramos marcar as principais tendências nos resultados dos trabalhos, fazer conexões entre eles e apontar as direções emergidas desse processo; o que nos resultou em quinze pontos principais que chamamos de *pontos críticos* ou ainda *questões críticas*. O nosso modo de olhar essas questões, ou seja, o modo como conduzimos a nossa análise dos resultados, foi fundamentalmente *crítico*, em certo sentido às maneiras como Ernest, Greer e Sriraman (2009) definem o termo para utilizá-lo dentro do contexto da chamada *Educação Matemática Crítica*:

The Word “critical” [...] has several meanings. One meaning, as applied to a situation or problem, is “at a point of crisis”. A second meaning is “expressing adverse or disapproving comments or judgments”. A third is related to the verb “to critique”, meaning “to analyse the merits and faults of”. All are contemporarily relevant to mathematics education (p. ix)⁵.

Em alguns momentos trazemos as direções que julgamos pertinentes, em outros, porém, deixamos as questões em aberto, seja por que não consideramos ter respaldo suficiente para respondê-las, seja por serem em si perguntas para as quais não caberiam respostas.

Números Reais

O trabalho de Silva (2006) nos mostra que, logo nos primeiros anos da USP, professores como Monteiro de Camargo e Omar Catunda, apresentavam em suas notas uma construção dos números reais a partir dos naturais (LIMA, 2006). Hoje vemos que em livros de análise como os de Elon (LIMA, 1989, 1999), os reais são admitidos unicamente como um corpo ordenado completo e que, para a maioria dos matemáticos é assim que deve ser feito, conforme mostram os resultados de Moreira, Cury e Vianna (2005).

Pasquini (2007) critica duramente essa posição, por acreditar que esse tipo de abordagem faz com que concepções precárias, limitadas e inconsistentes a respeito dos números reais estejam presentes na formação do futuro professor, opinião corroborada por Souza (2003), que credita a esse tipo de tratamento as dificuldades que os alunos têm em conceber os números reais como um conjunto contínuo. Já para Batarce (2003), tratar os reais somente como um corpo ordenado completo desvaloriza processos que poderiam desvelar questões como a necessidade de se estabelecer uma definição moderna de número real.

⁵ A palavra “crítica” no título dessa obra possui diversos significados. Um deles pode ser aplicado a situações de problema, equivale a “um ponto de crise”. Um segundo significado pode ser “expressar comentários negativos ou desaprovar sentenças”. O terceiro está relacionado com o verbo “criticar”, que significa “analisar os méritos e deméritos”. Todos são relevantes para a Educação Matemática.

Por outro lado, Lima (2006) nos mostra que o índice de reprovação nas disciplinas de análise era alto tanto nos cursos dos já citados Monteiro de Camargo e Catunda, como nos do também professor da USP na mesma época, Luigi Fantappiè, que adotava os reais apenas como corpo ordenado completo. Com isso podemos nos questionar se realmente a questão do tratamento dado aos números reais seria o ponto central na dificuldade dos alunos com a disciplina de análise.

Nessa direção, acreditamos que existe um espaço fértil dentro do ensino de análise para se compreender melhor como o tratamento dado aos números reais pode interferir no desempenho dos alunos. Ou seja, dentro de uma situação hipotética, ao se analisar dois grupos de turmas de disciplinas de análise, sendo que em uma delas, os reais são tratados como um corpo ordenado completo, e no outro, construído a partir dos naturais (seja por sequências de Cauchy, cortes de Dedekind, ou outro tipo de construção), seria possível obter resultados com diferenças relevantes? Além disso, como seria pintado esse quadro se, ao invés dessa diferença de abordagem estar presente dentro da disciplina de análise, ela estivesse em uma disciplina anterior que tratasse exclusivamente da construção e das propriedades dos reais? Essa é, inclusive, a sugestão dada por Pasquini (2007).

Entretanto, havendo uma disciplina específica para tratar dos reais, o que entendemos por “análise matemática” continuaria sendo necessária para a formação do futuro professor? Dito de outra forma, não poderia ser mais profícua uma disciplina que tratasse em detalhes da construção dos conjuntos numéricos em relação a uma de análise nos moldes como é dada atualmente?

Temos aqui, portanto, um ponto bastante delicado que requer mais atenção por parte dos pesquisadores interessados com o tema.

As Relações entre o Cálculo e a Análise

Vários dos professores pesquisados por Reis (2001) relataram que grande parte das dificuldades dos alunos nos cursos de análise advém de falhas na aprendizagem nos cursos de cálculo. Entretanto, é necessário saber cálculo para aprender análise? Ávila (2002) acredita que se não é necessário, é pelo menos desejável, e usa justificativas históricas. Mas, quais são os pré-requisitos indispensáveis para um aluno aprender essa disciplina? As pesquisas de Silva (2006) e Lima (2006) mostram que durante muitos anos na FFCL da USP, a análise matemática era ensinada sem um curso anterior de cálculo. Em alguns momentos, cálculo e análise coexistiam dentro de uma mesma disciplina. Esse modelo que separa o cálculo da análise, inclusive, foi trazido dos EUA por matemáticos brasileiros que lá realizaram estudos nas décadas de 60-70 (TRIVIZOLI, 2011). Em muitos países, ao contrário, o modelo adotado é o mesmo dos primeiros anos da USP, que, aliás, era europeu: cálculo e análise são uma só disciplina.

Essa discussão nos remete a uma das repostas dadas à pergunta “Por que Análise Real na Licenciatura” no trabalho de Moreira, Cury e Vianna (2005). Nela, um professor diz que mais importante que ter um curso de análise é ter um bom curso de cálculo. Por que, então, não trabalhar o cálculo conjuntamente com a análise? Isso resolveria, inclusive, a grande confusão existente sobre “até que ponto cálculo é cálculo e até que ponto o cálculo é análise” (REIS, 2001). Seria possível, dentro desse modo de conceber a disciplina, ver paralelamente os aspectos intuitivos e os considerados rigorosos, num movimento suave e não necessariamente em apenas uma das direções; com um equilíbrio entre eles, conforme defende Reis (2001).

Cabe destacar que um dos deflagradores do processo de aritmetização da análise teria sido o ensino do que então se chamava de cálculo. A falta de rigor e de sustentação que essa disciplina tinha à época trazia insegurança aos professores (PASQUINI, 2007; VIANNA, 2009)⁶. Se o processo de rigorização do cálculo teve como objetivos, dentre outros, constituir uma teoria sólida sob um ponto de vista considerado matematicamente natural com vistas para o ensino, por que não segui-la? Por que não tratar a análise com esse rigor desde o princípio de um curso que, no contexto que apresentamos há pouco, seria um híbrido cálculo-análise?

Acreditamos que as pesquisas analisadas não trazem ainda respostas contundentes sobre todas essas questões que levantamos. O que elas nos mostram são caminhos, o que nos trazem são inquietações. A história da matemática muitas vezes nos conforta, mas também nos confunde, visto que sob determinados aspectos pode mostrar um sentido numa dada direção, mas, sob outros, apontar nessa mesma direção, um sentido oposto.

Cálculo Infinitesimal e Análise não-Standard

Os trabalhos de Baldino (1995, 2000), bem como a entrevista dada por ele a Reis (2001), deixam claro uma de suas posições: o *cálculo diferencial e integral* e a *análise matemática* deveriam ser substituídos pelo *cálculo infinitesimal* e a *pela análise não-standard*. Em Lima (2006) também encontramos questionamentos semelhantes.

O cálculo, até seu processo de rigorização, era ensinado tendo como idéia central o conceito de infinitésimos e não o de limite. Os problemas conceituais encontrados nessa abordagem fizeram com que ela fosse superada pela que atualmente está em voga. Entretanto, conforme explicitam Reis (2001) e Lima (2006), os novos trabalhos, na chamada análise não-standard, parecem ter resolvido os problemas que antes existiam com os infinitésimos. Solucionada a questão inicial

⁶ Naturalmente seria possível questionar se essa insegurança seria de ordem matemática (o que seria, até certo ponto, natural, dado que a matemática vivia uma época de “rigorização”) ou didática (decorrente da sensação de ausência de parâmetros por conta da falta de rigor).

relacionada ao ensino, por que não voltar a adotar o cálculo e a análise centrados na idéia de infinitésimo, conforme defende Baldino? Em Baldino (2000), ainda, o pesquisador questiona o porquê de não estar presente nos cursos de licenciatura e bacharelado, além dos tradicionais cursos de cálculo e de análise, um curso de análise não-standard. O pesquisador lembra que na física, por exemplo, a abordagem utilizada ainda é a dos infinitésimos, de modo que existe uma espécie de “divórcio”, no qual a física e a matemática não reconhecem uma a problemática da outra.

Há, portanto, dois possíveis encaminhamentos dentro das ideias de Baldino. Um seria substituir o *cálculo* e a *análise* pelo *cálculo infinitesimal* e *análise não-standard* e outro seria trazer essas duas abordagens nas licenciaturas. No entanto, não só há poucas pesquisas nessa direção, como também não há materiais didáticos para se trabalhar com essa abordagem. Baldino em Reis (2001) diz que os materiais atualmente disponíveis são inadequados.

A Formação do Professor de Análise

Quando se discute a formação do professor de matemática da educação básica, é natural que se discuta também a formação dos professores formadores desses. Em particular, qual é a formação do professor das disciplinas de análise?

Reis (2001) questiona se o excesso de rigor existente nos cursos de análise não teria relação com a formação dos professores que os ministram. Ora, se os professores de análise são, em geral, bacharéis, mestres e doutores em matemática, que tipo de tratamento darão à disciplina que não o que eles mesmos receberam? Para Vasconcelos (1996), o exercício do magistério requer um aprendizado específico da profissão, o qual os professores universitários não têm. Essa preocupação também está presente em Bolognezi (2006), porém o foco não é o tratamento rigoroso, mas sim a falta de contextualização que a pesquisadora vê nas disciplinas de análise, cujas causas incluiriam o ensino descontextualizado a que foram submetidos os professores que as ministram. Nessa cadeia, Bolognezi alerta que o professor de matemática da educação básica reproduzirá o mesmo comportamento com seus alunos.

Parece-nos natural a ideia de se questionar a formação do professor de análise, principalmente levando-se em conta os apontamentos feitos pelos pesquisadores supracitados. Entretanto, se o doutor em matemática, ou num sentido mais geral, o professor universitário que não teve formação pedagógica, não teria condições plenas de ministrar uma disciplina de matemática para um curso de graduação ou, em particular, para um curso de licenciatura em matemática, quem teria? Um educador matemático?

Se a resposta for positiva; os educadores matemáticos formados nos programas de educação matemática, educação ou ensino de ciências e matemática têm formação para ministrar

uma disciplina de análise? As estruturas curriculares desses programas que formam os chamados educadores matemáticos foram pensadas para essas questões? Mais ainda, qual é a formação matemática do educador matemático? Cabe lembrar que Pasquini (2007) e Pinto e Gray (1998) mostram-nos que uma grande parte dos licenciados em matemática tem sérias dificuldades matemáticas e mostram grandes lacunas em sua formação em análise. Como esses licenciados poderiam ministrar essa disciplina depois? É curioso nesse ponto destacar que muitos dos alunos que ingressam nos cursos de licenciatura em matemática têm grandes dificuldades nos conteúdos de matemática que eles mesmos ensinarão depois. Acreditamos que nem de longe as disciplinas ditas específicas são suficientes para dar conta das necessidades da formação de um professor, mas, senão todo o conjunto, uma boa parte delas é necessária. Se não há uma tal formação sólida, de pouco adianta discutir ou problematizar o restante.

Se a resposta for negativa, então quem seria? O próprio “matemático”? Se sim, nesse caso teria que se questionar, então, a sua formação pedagógica. A discussão é evidentemente mais geral, já que o doutor em qualquer área, ao ingressar numa universidade, mui possivelmente ministrará disciplinas em cursos de graduação. Daí, naturalmente somos impelidos a questionar: como vão as pesquisas relacionadas a isso? Existe esse tipo de preocupação nas demais áreas? Discute-se a formação do médico que formará médicos? Evidente que esse tipo de discussão possui naturalmente mais espaço dentro da educação que em outras áreas, mas será só esse o motivo ou existem outros contornos que ajudam a delimitar melhor esse desenho, como, por exemplo, questões de natureza política?

Livros Didáticos de Análise

Para Reis (2001), os livros didáticos tem papel destacado no ensino das disciplinas universitárias, em especial para o professor em início de carreira. A análise que o pesquisador fez dos livros mais adotados mostrou que nenhum deles parece suprir as particularidades esperadas para um livro destinado à formação de professores. O que mais se aproximou disso, o livro de Caraça (1951), sequer é considerado um livro de análise.

A questão dos livros didáticos de análise é vista por Souza (2003) sob um ponto de vista diverso. A pesquisadora afirma que nos livros de cálculo, e acreditamos que o mesmo raciocínio, com ainda mais propriedade, possa ser estendido para os de análise; as definições são precedidas dos problemas. Isso ocorre porque os professores esperam que os alunos formem seus *conceitos imagem*⁷ a partir das definições formais e que essas imagens sejam controladas pelas definições.

⁷ Segundo Souza, o *conceito imagem* é toda estrutura cognitiva na mente de uma pessoa que está relacionada a um conceito dado, isso inclui as imagens mentais, propriedades associadas e processos; pode não ser totalmente coerente e conter aspectos que divirjam da definição formal. Ao ser traduzido na forma verbal, gera o *conceito*

Souza (2003) aponta, no entanto, que isso nem sempre acontece e, desse modo, crê que o mais recomendável seria primeiro problematizar para depois conceituar; primeiro levantar os *conceitos imagem* prévios dos alunos para depois construir a partir deles os *conceitos definição*.

Como, então, poderia ser um livro de análise para a licenciatura? Além da indicação de Souza (2003), o livro de Ávila (2006), *Análise Matemática para Licenciatura*, poderia dar indicativos de uma resposta a essa questão. Entretanto, não encontramos nenhuma pesquisa que analisasse essa obra, lembrando que a tese de Reis (2001) é anterior a ela; e, a julgar pelo resultado apresentado por Moreira, Cury e Vianna (2008), em que o livro de Ávila não aparece entre as recomendações de livros de análise para serem adotados na licenciatura, parece-nos que essa obra não foi muito bem aceita. É claro que devemos considerar que na pesquisa de Moreira, Cury e Vianna os sujeitos são matemáticos, fossem educadores matemáticos o resultado poderia ser outro. E aí temos um encaminhamento possível, qual seja, saber como a comunidade de educadores matemáticos vê o livro *Análise Matemática para Licenciatura*. Essa proposta pode incluir também a visão dos matemáticos sobre o mesmo livro, já que na pesquisa de Moreira, Cury e Vianna (2008) isso não é apontado.

Outra questão nessa mesma direção é: para quem os livros de análise são elaborados? Baldino (2000) traz uma reflexão dessa natureza:

Então, cabe perguntar: para quem o livro foi escrito? Não foi para os alunos que o autor escreveu: foi para o matemático-professor, aquele que vai recomendá-lo ao editor para que o livro seja vendido. A preocupação com o rigor weierstrassiano do autor torna o livro um instrumento à prova de aprendizagem. Está escrito para quem não precisa aprender com ele. (p.73)

Os alunos dos cursos de análise gostam dos livros de Lima (1989, 1999), Ávila (1993, 2006), Rudin (1971), Figueiredo (1996)? Sim? Não? O que dizem a respeito? Quais são os preferidos por eles, se é que existem?

Acreditamos, no entanto, que sem uma definição clara do que se espera da formação matemática do professor e, em especial, qual o papel e a relevância da disciplina de análise para o licenciando, não se pode avançar muito numa discussão a respeito de livros didáticos adotados nessa disciplina. É evidente que isso não impede que determinadas análises e pesquisas sobre o assunto, como a feita em Reis (2001) e as que aqui apontamos, tenham relevância. O que acreditamos é que sem a definição de que falamos, as possibilidades de pesquisa ficam restritas.

Bacharelado e Licenciatura

definição, que é a forma, por meio de palavras, usada por alguém para explicar o seu *conceito imagem*. Ou seja, quando um conceito é formalmente apresentado, o aluno forma um *conceito imagem*, e a partir dele, o seu *conceito definição*.

Para Bolognezi (2008), um ponto fundamental a ser discutido é a questão da diferenciação da análise dada para o bacharelado com relação à dada para a licenciatura. Afinal, se a atuação profissional de cada modalidade é tão diferente, por que o curso de análise deve ser o mesmo para ambas? Essa pergunta, novamente, remete-nos às falas de Baldino citado por Reis (2001); o motivo pode ser meramente institucional. Ou seja, a preocupação com o aprendizado do aluno seria secundário; importa que existem as duas modalidades dentro de uma mesma instituição e por economia de recursos humanos, a disciplina deve ser ministrada conjuntamente.

Embora um primeiro olhar sobre essa questão institucional possa trazer uma visão negativa sobre essa suposta preocupação, achamos cabível uma crítica à crítica: por que o curso de análise não pode ser o mesmo para o bacharelado e a licenciatura? Bolognezi (2008) diz que é porque os objetivos das modalidades são diferentes. Entretanto, ainda que a educação básica tenha um núcleo de objetivos comum aos ensino fundamental e médio, ser professor no ciclo II daquele pode ser tão diferente de sê-lo neste, quanto é em relação ao ciclo I. Apesar disso, somente no segundo caso os profissionais que lecionam matemática são formados em cursos diferentes. Várias engenharias têm muitas disciplinas de núcleo comum sem que se faça grande alarde sobre a questão. Mesmo no caso do bacharelado e da licenciatura, esse tipo de discussão sobre a especificidade perde o fôlego quando as disciplinas consideradas são aquelas conhecidas como “de núcleo comum dos cursos de exatas”. As tentativas de separação da disciplina de análise visam realmente trata-la com a especificidade de cada modalidade ou apenas “facilitá-la matematicamente” para os licenciandos?

Antes de se discutir em que medida a disciplina de análise deve ser tratada de modo diferenciado para o bacharelado e licenciatura, deve-se pensar em que medida a diferença de objetivos entre as duas modalidades efetivamente justifica tal separação. Essa suposta justificativa deve estar muito bem apoiada em argumentos que levem em conta o perfil que efetivamente se espera do professor e a adequabilidade de propostas. Assim, por exemplo, pode-se dizer que análise deve ser ensinada separadamente para a licenciatura porque da maneira como ela é ministrada, em conjunto, não favorece ao professor o aprendizado de espaços de funções, que julgamos fundamental para a sua prática docente. O argumento é esse, mas, em que espaços de funções contribui para a formação do professor? É necessário que se faça a reflexão da reflexão. Há ainda a questão da adequabilidade. Pode-se ter um bom argumento pela separação tendo em vista uma certa competência que a disciplina de análise dada de forma separada conseguiria abarcar e a dada conjuntamente não. Agora, a questão que se faz aí é: até que ponto essa competência necessária é fundamental para que se tenha uma duplicação de esforços? Pois vejamos, não é nada difícil elencar uma série de conteúdos e competências que todos desejamos

que os professores tenham. Se tudo isso estiver num curso de licenciatura, o professor não seria formado no tempo como costuma sê-lo. Daí, então, opta-se pelas prioridades.

O que queremos dizer, assim, é que além de trazer considerações que mostrem que a disciplina de análise é mais proveitosa sendo dada separadamente para a licenciatura, é necessário também que se pese tais considerações dentro de uma cadeia de prioridades: por que separar a análise e o cálculo não? E a álgebra linear? A questão “por que separar?” deve vir acompanhada da “por que não deixar junto?”. As duas questões parecem-nos muito relevantes.

Para além do plano teórico, há de se refletir também como essa separação tem se efetivado. Como é feita tal diferenciação? Que professores dão essa disciplina nesses casos específicos da licenciatura? Quais as diferenças de conteúdo dessa disciplina da licenciatura com relação a do bacharelado? Há alguma preocupação em articulá-la com as disciplinas pedagógicas ou com os conteúdos do ensino médio? E os livros didáticos, quais são adotados? Há uma real preocupação com a formação do professor ou o curso é apenas uma versão matematicamente mais leve da dada para o bacharelado?

Dificuldades com o Cálculo e com a Análise e o Ensino Anterior

O trabalho de Bolognezi (2008) nos diz que, para os professores de análise, a maior causa das dificuldades dos alunos com a disciplina é decorrente de falhas trazidas em conteúdos do cálculo ou mesmo do ensino médio. Bolognezi acredita que já é hora de se superar esse discurso que culpa o ensino anterior: o professor de análise culpa a formação anterior em cálculo; o professor dessa disciplina fala de problemas nos conteúdos do ensino médio; o professor de ensino médio, por sua vez, regularmente reclama das dificuldades que seus alunos têm com conteúdos do ensino fundamental. Daí, por recursão, facilmente se conclui que a base do problema seria o ensino de matemática nos primeiros anos de escolaridade.

Esse discurso que culpa o ensino anterior pelas dificuldades dos alunos com as disciplinas de matemática seria apenas uma cantilena? Segundo Djairo, citado por Reis (2001), as maiores dificuldades que os alunos encontram no cálculo de integrais reside em problemas elementares de manipulação algébrica. Tão elementares que costumam ser vistos ainda no ensino fundamental. Como fica esse tipo de questão? As dificuldades dos alunos nos cursos de matemática não teriam, preponderantemente, relação com falhas anteriores?

Penteado, Bertolo e Baroni (1995) trazem um relato de uma experiência realizada no curso de graduação em matemática (bacharelado e licenciatura) do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da UNESP de Rio Claro. O objetivo da proposta era amenizar o degrau existente entre os conteúdos matemáticos do ensino médio e os do primeiro ano da graduação. A experiência

mostrou-se bem sucedida, entretanto, também deixou claro que existe a necessidade de envolvimento dos professores de cada disciplina, de se estabelecer conexões entre elas, de se realizar monitorias, conferências e, também, do trabalho não ficar restrito apenas ao primeiro ano do curso. Ou seja, o trabalho é difícil, requer muito comprometimento com o aprendizado do aluno. Daí fazemos novamente a pergunta: não há razão em se culpar o ensino anterior? Uma proposta como a contida em Penteadó, Bertolo e Baroni estendida até o ano do curso onde os alunos têm a disciplina de análise não teria efeitos substanciais sobre o aprendizado deles?

Há mais o que se discutir. Muitos professores de análise culpam as disciplinas de cálculo pela dificuldade que seus alunos têm em sua disciplina. Bem, no caso de se culpar o ensino médio, temos, em certo sentido, uma questão externa à universidade. Mas, e com relação ao cálculo? O aluno já estava na universidade, o aluno foi aprovado nessa disciplina, e, portanto, teoricamente apto a prosseguir seus estudos, então, como ainda tem dificuldades nela? Se o problema todo vem do ensino médio, passa pelo cálculo e depois chega à análise, então esse aluno já deveria ter sido retido no cálculo. Por que não foi? Por que não foi também no ensino médio? As reflexões de Baldino em Reis (2001) de novo se mostram pertinentes. Compromisso com o aprendizado ou com o funcionamento do sistema? Nas disciplinas de cálculo, conforme cita Baldino, muitas vezes os professores fazem qualquer falcatura para não reprovar mais alunos que o conveniente.

Esse quadro todo de se culpar o ensino médio ou o ensino de cálculo pelas mazelas dos alunos em análise, como fica no contexto dos primeiros anos da FFCL da USP em que não havia distinção didática entre o cálculo e a análise? Em Lima (2006) encontramos um depoimento de Catunda que se dizia contrário ao processo de “democratização” do ensino secundário que começou no Brasil na década de 30. Para Catunda, esse processo se deu sem que houvesse recursos humanos suficientes para que ocorresse de forma séria; com qualidade, donde os estudantes passaram a chegar às universidades sem uma preparação adequada. Se essa crítica já se fazia presente àquela época, como podemos interpretá-la num contexto de “universalização” do ensino fundamental sobre o qual recaem problemas muito maiores que os apontados por Catunda?

Destarte, acreditamos que um possível encaminhamento nessa questão não pode desprezar o papel do ensino anterior na disciplina de análise; não se deve superar esse discurso como defende Bolognizi (2008). O que nos parece um descompromisso com o ensino é se apoiar exclusivamente nele: o aluno não tem base, nada há o que se fazer. Acreditamos que há; como a proposta de Penteadó, Bertolo e Baroni (1995) ou até mesmo a que sugere Ávila em Reis (2001), embora vá de encontro à primeira: por que não usar a própria disciplina de análise para sanar as dificuldades anteriores dos alunos que acarretam em problemas na própria disciplina?

Tratar todas essas questões de modo sério e compromissado demanda trabalho, conforme já falamos, mas é necessário que se pense na crítica de Baldino, se ela é exagerada, então é sinal de que algo diferente pode ser feito. Se os alunos chegam à análise com dificuldades vindas do cálculo, a universidade precisa rever suas próprias avaliações.

Os Conteúdos de Análise, sua Sequência e Abordagem

Ávila, em Reis (2001), defende que nas disciplinas de cálculo se ensine primeiro uma noção intuitiva de derivada para depois se introduzir o conceito de limite. O Prof. Monteiro de Camargo na Escola Politécnica da USP, em seus cursos de cálculo, bastante semelhantes ao que hoje entendemos como análise, ensinava primeiro os conceitos de integral para depois tratar de derivadas (SILVA, 2006). Grattan-Guinness (1997) lembra que, no cálculo, os conceitos de integral, derivada e limite foram desenvolvidos historicamente nessa ordem, entretanto, são ensinados em ordem inversa.

A questão da ordem de apresentação dos conceitos nas disciplinas de cálculo e de análise faria substancial diferença para o aprendizado dos alunos ou para a formação do professor de matemática? Já vimos que a dificuldade e o alto índice de reprovação dos alunos nas disciplinas de cálculo e de análise e, em especial nessa última, é aparentemente um fato histórico. Nesse contexto, já tivemos integral sendo abordada antes de derivada, temos hoje o contrário. O problema persiste. Será esse tipo de questão realmente o âmago dos problemas existentes no ensino de cálculo e de análise? É impossível não deixar de lembrar novamente a teoria da farsa do ensino defendida por Baldino em Reis (2001). Se não há um comprometimento real com o aprendizado do aluno, qualquer solução de outra natureza será apenas paliativa. Assim sendo, atribuir o insucesso dos alunos na disciplina à ordem dos conteúdos nos parece algo leviano. Por outro lado, julgamos relevante levantar essa discussão. Ainda que não acreditemos ser esse o cerne do problema, questionamos: por que não poderia ser diferente? Citamos aqui apenas os conteúdos de derivadas e integral, mas poderíamos fazer semelhante análise com limites e continuidade ou mesmo com esse par e o par anterior.

Em última análise, assim, podemos refletir não só a questão da ordem dos conteúdos, mas também quais os conteúdos devem estar presentes numa disciplina de análise para a licenciatura. Números reais devem estar presentes? Deve ser dado um tratamento rigoroso a todo o conteúdo do cálculo ou apenas a alguns pontos mais importantes? Devem ser tratados apenas os fundamentos, como defende Bolognezi (2006)? Por que não dar esse mesmo tratamento aos conteúdos do cálculo em várias variáveis, variáveis complexas e outros?

A última questão levantada linhas acima automaticamente nos remete à discussão sobre a sucessiva diminuição dos conteúdos de análise. Os trabalhos de Lima (2006) e de Silva (2006) nos mostram que as apostilas de Monteiro de Camargo e de Omar Catunda eram bastante rigorosas e completas. Particularmente sobre o livro de Catunda, Lima nos diz que ele próprio, quando na Bahia, deixou de utilizá-lo na graduação, reservando seu uso para a pós-graduação. Essa “diminuição” de conteúdo e de rigor teria relação com o processo de democratização do ensino e crescente despreparo dos alunos? Ou teria relação com o processo de modernização da disciplina?

Das discussões sobre quais assuntos tratar numa disciplina de análise para licenciatura, e em que ordem, surge naturalmente uma terceira: com que abordagem? Numa das categorias do trabalho de Moreira, Cury e Vianna (2005) é dito que a disciplina de análise é importante para a formação do professor de matemática por permitir uma maior compreensão dos fenômenos naturais. Isso nos remete imediatamente para as ideias de Djairo e Ávila em Reis (2001) que defendem uma maior aproximação entre a matemática e a física. Entretanto, como isso poderia acontecer? Como seria um ensino de análise mais aplicado? Para Ávila: “o Cálculo deve ser apresentado com um mínimo de formalismo, com apelo à intuição e aos problemas da Física e Geometria”. Como fazer isso na análise? E o que pensar sobre a posição de Baldino, também em Reis (2001), que acha que os alunos não se interessam por aplicações?

Se a convergência não existe no campo da aplicabilidade, o mesmo não se pode dizer com relação às opiniões dos professores citados no parágrafo anterior (Elon, Ávila, Djairo e Baldino) sobre a questão do rigor: de certo modo todos concordam que um rigor excessivo não é benéfico para o futuro professor. Porém, se a questão do tratamento rigoroso se distancia da aplicabilidade com relação à convergência de opiniões sobre seu tratamento, aproxima-se por outro: não há indicativos de como se deve proceder. Em termos diferentes, como seria um curso de análise “menos” rigoroso e mais intuitivo? Como se daria, no ensino de análise, o ponto de equilíbrio entre o par tensional *intuição* e *rigor* apontado por Reis (2001)? Sendo ainda mais pragmático, como um professor de análise, ao ter contato com essas pesquisas, pode efetivamente alterar sua postura em sala de aula com relação ao rigor?

Outro ponto que desejamos discutir sobre o tratamento que se deve dar aos conteúdos de análise para licenciatura é um velho chavão: articulação com os conteúdos do ensino médio. Pois bem, para 36% dos alunos entrevistados por Bolognezi (2006) tal articulação é fundamental. Esse discurso sempre se faz presente quando se fala da disciplina de análise, é comum ouvir por parte dos alunos essa reclamação, conforme o trabalho de Bolognezi confirma, mas, a questão básica, de novo, é: como fazer isso? Onde está essa articulação? É curioso observar como é possível notar a falta de algo sem que se saiba o que é esse algo. Um primeiro passo, assim, é refletir se tal

articulação existe, se sim, parece-nos muito interessante usá-la numa disciplina de análise para licenciatura; se não, daí será necessário pensar se esse é o único objetivo de uma disciplina matemática dada para a licenciatura. Pois se for, então o problema todo será muito maior, já que não é só a análise que não cumpre tal papel. Nesse ponto nos lembramos de Batarce (2006), que, ao falar da visão que se tem de que a análise conseguiu dar o rigor que faltava ao cálculo, alerta que considerar a falta de algo é equivalente a dizer que esse algo é necessário, de um ponto de vista objetivo e universal. Cabe aqui, assim, claramente uma reflexão.

A Armadilha do Ensino de Análise

Alguns dos problemas mais relatados relacionados com o ensino de análise estão ligados às dificuldades dos alunos com a disciplina, falta dos pré-requisitos necessários para seu entendimento, falta de interesse dos alunos. Quando ouvimos falar dos problemas do ensino da matemática na educação básica como um todo, a situação não é muito diferente: os alunos não gostam, têm dificuldade, não veem sentido naquilo que estão aprendendo. Para alguns pesquisadores, como Pais (2009), tentativas de mudar essa situação só forçariam algo que não seria natural: certos alunos podem não querer e não precisar da matemática para suas vidas. Fazendo-se um paralelo, como é fica esse quadro com relação à análise nos cursos de licenciatura em matemática?

Embora a disciplina de análise seja obrigatória na grade da maioria dos cursos de licenciatura neste país, não é em todos. O professor formado sem essa disciplina não tem condições de atuar em sala de aula? O que dizer então de todos aqueles profissionais que foram formados em cursos em que a disciplina de análise não é obrigatória e que estão aí, atuando, e não sentem falta dela? Ou, ainda, daqueles alunos formados por cursos que os obrigaram a cursá-la, mas que não veem sentido em disciplinas como as de análise e estruturas algébricas em suas grades curriculares (CIANI, RIBEIRO E JÚNIOR, 2006)?

É necessário pensar que para além de nossos esforços em conceber uma análise que efetivamente contribua para a formação do professor, existe a possibilidade de simplesmente essa disciplina ser desnecessária. Essa possibilidade pode parecer muito subversiva, tanto quanto aquela que diz que a matemática ensinada nas escolas também é desnecessária, só que ela existe. Destacamos aqui o trabalho de Pais (2009) que nos diz que o conhecimento na escola é apenas um alibi para a prática de educar e disciplinar; um alibi para a formação de sujeitos necessários à sociedade moderna. Foucault (2003, 2004), em linhas semelhantes, compara a escola a instituições como prisão, asilo e hospital; nesse contexto, tem propósitos que têm muito mais a ver com o governo das pessoas que com a transmissão do conhecimento, algo que Althusser (1976) chamaria

de *aparelhos ideológicos do Estado*. Entretanto, a ideia que é vendida é a da escolarização como a única modalidade legítima de se pensar sobre educação; que a escola é uma instituição necessária e que as pessoas devem passar toda a sua infância e grande parte da adolescência nela. Essas concepções, bem como o chamado “desejo pela educação”, são necessários para se formar pessoas “inteligentes” e motivadas, pessoas com atitude e muita autoestima para o mercado de trabalho.

No campo específico do ensino da matemática, os currículos, em geral, explicitam a importância de se trabalhar com as relações entre matemática e sociedade, entretanto, a orientação dos conteúdos voltada para avaliações e outras práticas disciplinares de competição e calibração, podam qualquer tentativa de mudança por parte do professor. A ideia de que a matemática é uma das mais importantes conquistas do ser humano e um dos mais importantes conteúdos da escola faz parte também do rol das ideias que incluem a escolaridade como necessária. Na verdade é imbuído nos estudantes não só a importância de se saber matemática como a necessidade de se gostar de matemática; governa-se não só aspectos morais, como também sentimentos para que se produza o cidadão ideal.

Nesse contexto, o paralelo entre o ensino de matemática na educação básica e o de análise nas licenciaturas parece-nos claro. Será que a presença da disciplina de análise nas licenciaturas não é uma mera questão de mercado com o objetivo de selecionar os estudantes mais aptos para o bacharelado? Não estaria assim incorporada às grades dos cursos de matemática apenas por esse motivo e muitas vezes não seria mantida apenas por inércia ou tradição? E o que pensar da chamada *mais-valia* que Marafon (2004) aponta para o ensino de matemática? Não seria a disciplina de análise essa *mais-valia* nos cursos de matemática? Afinal, estudantes que se destacam nessa disciplina têm um *status* acadêmico superior ao dos demais. O mesmo talvez se possa dizer dos licenciandos que obtiveram grau em cursos que contam com essa disciplina.

Assim, parafraseando Pais (2009), talvez possamos dizer que os objetivos do ensino da análise como um todo são uma armadilha, o que não significa, no entanto, que a análise não seja relevante. A armadilha reside no fato de que a análise nos cursos de licenciatura não promove os objetivos que são mencionados com orgulho pelos matemáticos e não naquilo que ela poderia promover caso fosse trabalhada sob uma perspectiva ideal. Desse modo, perguntas sobre o porquê da análise ganham uma nova dimensão. Não se deve olhá-las apenas sob o ponto de vista ideal, mas também pensando como ela realmente atua dentro das universidades.

Outras Questões Críticas Relacionadas ao Ensino de Análise

Queremos trazer neste último item mais algumas questões críticas que emergiram da leitura dos trabalhos mapeados. O fato dessas questões estarem aqui não significa que as julgamos

menores com relação às outras. Essa escolha se deu por termos encontrado mais elementos para refletir sobre as questões anteriores que sobre essas. As discussões, evidentemente, também não terminam aqui. Assim, aos nove pontos já elencados, somam-se outros seis que seguem.

Avaliação em Análise. No trabalho de Bortoloti (2003) a pesquisadora nos aponta de que maneira as emoções e as crenças que os alunos têm da disciplina de análise influenciam negativamente o seu desempenho no momento da avaliação. Somamos a isso várias das pesquisas que analisamos, como Bolognezi (2006), Pasquini (2007) e Souza (2003), que falam do alto índice de reprovação que a disciplina sofre e também os trabalhos de Silva (2006) e Lima (2006) que mostram que tal problemática não é exclusiva dos dias atuais. Nesse contexto podemos questionar: esse imaginário relativo à disciplina, que influenciaria negativamente o desempenho dos alunos nela, é algo histórico? Como relacionar essa questão com a fala de Baldino (1994) que diz que a avaliação é só uma desculpa para aprovar uns e reprovar outros? Podemos fazer uma relação estrita entre desempenho na avaliação de análise e o real aprendizado do aluno? A prova tradicional é a melhor forma de avaliar um aluno em análise?

O Ensino de Análise e a Influência Estrangeira. Os trabalhos de Silva (2006) e Lima (2006) falam brevemente da influência do movimento da matemática moderna para o ensino de análise no Brasil, esse ponto, em particular, relacionado à vinda dos professores italianos à FFCL da USP. Agora, esse não foi o único momento marcante da influência estrangeira nos cursos de matemática no Brasil. De uma maneira geral, seria importante e relevante entender as influências não só da escola italiana (e acreditamos que mesmo com relação a essa ainda há o que pesquisar), mas também da francesa (grupo Bourbaki) e estadunidense (professores e pesquisadores realizaram estágios naquele país) para o ensino da análise matemática no Brasil (TRIVIZOLI, 2011).

O Formalismo e a Análise. Quais as influências da adoção da concepção formalista para o ensino de análise? Por que não admitir uma concepção intuicionista ou logicista? Seriam tais opções plausíveis? Essa discussão guarda relações com a discussão sobre intuição e rigor como a presente em Reis (2001), Lima (2006) e Pasquini (2006). Além disso, é necessário somar a essas reflexões as ideias de Batarce (2006), que nos fala que o formalismo é, em geral, tomado como única concepção aceita para o ensino da matemática.

O Uso de Computadores no Ensino de Análise. Djairo em Reis (2001) defende o uso de computadores para o ensino do cálculo. As pesquisas envolvendo as chamadas TI (Tecnologias da Informação) no ensino de cálculo são relativamente numerosas. Entretanto, não encontramos nenhuma relacionada ao ensino de análise. O uso de computadores no ensino de análise poderia melhorar o aprendizado dos alunos? Se sim, como isso poderia ser feito? Como efetivamente lidar com essa questão sem que o uso dos computadores se torne meramente uma perfumaria?

A Disciplina de Análise e as Pedagógicas. O trabalho de Bolognezi (2006) traz a tona essa problemática. Os alunos dizem sentir falta tal articulação. Mas, será que ela é possível? Como é feita essa articulação com relação a todas as outras disciplinas de matemática da licenciatura? Ela existe? Se existe, como transpô-la para a análise? Se não existe, por que levantar essa bandeira só com relação a uma única disciplina em particular⁸?

Análise e Interpretação. Souza (2003) nos diz que uma das fontes de dificuldades dos alunos com a disciplina de análise está nas suas dificuldades com interpretação. Por isso a pesquisadora defende que disciplinas de língua portuguesa estejam presentes nas grades dos cursos de licenciatura em matemática. Essa reclamação da dificuldade de interpretação é comum também por parte dos professores de matemática da educação básica. Seria interessante incluir tais disciplinas na formação do professor? Que peso isso traria e benefícios? A interpretação tem mesmo forte peso no aprendizado na disciplina de análise?

Considerações Finais

Os quinze pontos críticos (ou questões críticas) exibem-nos que, por um lado, o campo denominado *ensino de análise* é bastante promissor, já que ainda há muitas possibilidades de pesquisa nele. Entretanto, por outro, a quantidade de pesquisas necessárias para se entender profundamente o papel, a importância e relevância da disciplina de análise em cursos de formação de professores nos mostra que até que tudo isso seja feito, estaremos numa situação experimental, para o bem ou para o mal, milhares de professores continuarão sendo formados em relação à disciplina em questão do mesmo jeito que sempre foram.

Com relação a este trabalho, acreditamos que uma de suas principais contribuições foi justamente a de não concluir *algo em particular*, e, sim, ao contrário, deixar as questões em aberto. Isso por que, consoante com a abordagem *crítica* de que falamos em nossa introdução, nosso objetivo foi, em certa medida, colocar o suposto acadêmico *a análise é importante para a formação do professor de matemática* em suspensão. Fizemos isso analisando como a rede discursiva nos cursos de matemática leva a essa *armadilha* ou *farsa*, ou, ainda, *verdade construída*. Isso significa que, a exceção da impossibilidade do absoluto distanciamento, procuramos não tomar um lado, por esse motivo que, por vezes, nossas colocações podem ter parecido *favoráveis* a afirmativa, e, por outras, *contrárias*. O estado permanente de questão no qual procuramos deixar o ponto central do texto ajuda a entender essa posição.

⁸ Para um aprofundamento sobre a dicotomia disciplinas específicas/pedagógicas, recomendamos a leitura de Lins (2005).

Referências

- ALTHUSSER, L. (1976) *Aparelhos Ideológicos de Estado*: nota sobre aparelhos ideológicos de estado. 6. ed. Rio de Janeiro: Graal.
- ÁVILA, G. (2006) *Análise Matemática para Licenciatura*. 3.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher.
- ÁVILA, G. (1993) *Introdução à Análise Matemática*. São Paulo: Editora Edgard Blücher.
- ÁVILA, G. (2002) O Ensino do Cálculo e da Análise. *Revista Matemática Universitária*, São Paulo, n.33, p. 83-95, dezembro de 2002.
- BALDINO, R. R. (1995) *Assimilação Solidária Onze Anos Depois*. UNESP: Rio Claro (mimeo).
- BALDINO, R. R. (1995) Calculo Infinitesimal: passado ou futuro? *Temas & Debates*, Rio de Janeiro, n. 8, v. 6, p. 6-21.
- BALDINO, R. R. (2000) Infinitésimos: Quem Ri por Último? *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 36, p.69-82, jan. 2000.
- BATARCE, M. S. (2003) *Um Contexto Histórico para Análise Matemática para uma Educação Matemática*. 2003. 52f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.
- BOLOGNEZI, R. A. L. (2006) *A Disciplina de Análise Matemática na Formação de Professores de Matemática para o Ensino Médio*. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba.
- BORTOLOTI, R. D. M. (2003) *Emoções que Emergem da Prática Avaliativa em Matemática*. 2003. 142f. Dissertação (Mestrado) – UFES, Vitória.
- BORTOLOTI, R. D. M. (2006) O Comportamento Emocional e a Avaliação da Disciplina Análise Real: Tecendo Algumas Considerações. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. *Anais...* . Águas de Lindóia: SBEM, p. 1-14.
- BRASIL. (1996) Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF, 23/12/1996.
- CARAÇA. B. J. (1951) *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Editora Livraria Sá.
- ERNEST, P.; GREER, B.; SRIRAMAN, B. (Org.). (2009) *Critical Issues in Mathematics Education*. Charlotte: Information Age Publishing, 2009.
- FERREIRA, A. C. (2003) Um Olhar Retrospectivo sobre a Pesquisa Brasileira em Formação de Professores de Matemática. In: FIORENTINI, D. *Formação de Professores de Matemática: Explorando Novos Caminhos com Outros Olhares*. Campinas: Mercado de Letras. p. 19-55.
- FERREIRA, N. S. A. (2002) As Pesquisas Denominadas “Estado da Arte”. *Educação e Sociedade*, Campinas, n.79, p.257-272.

- FOUCAULT, M. (2004) *Microfísica do Poder*. 20. ed. Rio de Janeiro: Edições Graal.
- FOUCAULT, M. (2003) *Vigiar e Punir*. 27. ed. Petrópolis: Vozes.
- FIGUEIREDO, D. G. (1996) *Análise I*. Campinas: Editora UNICAMP.
- FIORENTINI, D. (1994) *Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o Caso da Produção Científica em Cursos de Pós-graduação*. 1994. 414f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, UNICAMP, Campinas.
- GRATTAN-GUINNESS, I. (1997) O que foi e o que deveria ser o Cálculo. *Zetetiké*, Campinas, n.5, v. 7, p. 69-94.
- LIMA, E. B. (2006) *Dos Infinitésimos aos Limites: A Contribuição de Omar Catunda para a Modernização da Análise Matemática no Brasil*. 2006, 145f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências, UFBA, Salvador.
- LIMA, E. B.; DIAS, A. L. M. (2010) A Análise Matemática no Ensino Universitário Brasileiro: a Contribuição de Omar Catunda. *BOLEMA*, Rio Claro, v. 23, n. 35, p.453-476, abr. 2010.
- LIMA, E. L. (1999) *Análise Real*. Rio de Janeiro: IMPA. v. 1.
- LIMA, E. L. (1989) *Curso de Análise*. Rio de Janeiro: IMPA. v. 1.
- LINS, R. C. (2005) A Formação Pedagógica em Disciplinas de Conteúdo Matemático nas Licenciaturas em Matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas*, Campinas, n. 18, p. 117-123, junho 2005.
- MARAFON, A. C. M. (2004) A Mais-Valia no Processo de Potenciação da Força de Trabalho. In: RIBEIRO, J. P. M.; DOMITE, M. C. S.; FERREIRA, R. *Etnomatemática: papel, valor e significado*. São Paulo: Zouk, p. 89-102.
- MELO, M. V. (2006) *Três Décadas de Pesquisa em Educação Matemática na UNICAMP: Um Estudo Histórico a Partir de Teses e Dissertações*. 2006. 273 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, UNICAMP, Campinas.
- MIGUEL, A.; MIORIM, A. (2002) Educação Matemática: uma Prática Social de Investigação em Construção. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, n. 36, p.177-204.
- MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? *Zetetiké*, Campinas, n.23, p.11-42.
- OLIVEIRA, A. S. V. (2002) *O Desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral em São Paulo*. 2002. 105 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.
- OTERO-GARCIA, S. C. (2011) *Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino*. 2011. 2 v. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.

PAIS, A. (2009) The Tension between What Mathematics Education Should Be For and What It Is Actually For. In: ERNEST, P.; GREER, B.; SRIRAMAN, Bharath (Ed.). *Critical Issues in Mathematics Education*. Charlotte: Information Age Publishing, p. 53-60.

PASQUINI, R. C. G. (2006) Professores de Matemática e suas Percepções sobre um Tratamento para os Números Reais, Via Medição, em Cursos de Formação. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006, Águas de Lindóia. *Anais...* Águas de Lindóia: SBEM, p. 1-14.

PASQUINI, R. C. G. (2007) *Um Tratamento para os Números Reais via Medição de Segmentos: Uma Proposta, Uma Investigação*. 2007. 209 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.

PENTEADO, M. G.; BERTOLO, N. P.; BARONI, R. L. S. (1995) Uma Nova Abordagem para a Graduação em Matemática. *BOLEMA*, Rio Claro, n. 11, p. 63-75.

PINTO, M. M. F. (2001) Entendendo Análise Real. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2001, Serra Negra. *Anais...* . Serra Negra: SBEM.

REIS, F. S. (2001) *A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos*. 2001. 302f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, UNICAMP, Campinas.

REIS, F. S. (2009) Discutindo Algumas Relações entre a História e o Ensino de Análise Matemática: da Aritmetização da Análise para a Sala de Aula do Ensino Superior. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília. *Anais...* . Brasília: SBEM, p. 1 - 11.

RUDIN, W. (1971) *Princípios de Análise Matemática*. Rio de Janeiro: Editora do Livro Técnico SA.

SILVA, L. R. R. (2006) *Prof. J. O. Monteiro de Camargo e o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise na Universidade de São Paulo*. 2006. 233f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.

SOARES, E. F.; FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C. (1999) Números Reais: Concepções dos Licenciandos e Formação Matemática na Licenciatura. *Zetetiké*, Campinas, n.12 , p.95-117.

SOUZA, L. G. S. (2003) *Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que já Cursaram Uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Lidam com Alguns Conceitos Matemáticos Básicos*. 2003. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, UEL, Londrina.

SOUZA, L. G. S.; BURIASCO, R. L. C. (2003) Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que Já Cursaram uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Lidam com Questões Consideradas Essenciais para um Bom Desempenho na Disciplina de Análise Real? In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003, Santos. *Anais...* . Santos: SBEM, p. 1-22.

SOUZA, L. G. S.; FATORI, L. H.; BURIASCO, R. L. C. (2005) Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática Lidam com Alguns Conceitos Básicos do Cálculo I. *BOLEMA*, Rio Claro, v. 24, n. 24, p. 57-78.

TRIVIZOLI, L. M. (2011) *Intercâmbios Acadêmicos Matemáticos entre EUA e Brasil: uma globalização do saber*. 2011. Tese (Doutorado) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.

VASCONCELOS, M. L. M. C. (1996) *A Formação do Professor de Terceiro Grau*. São Paulo: Pioneira.

VIANNA, R. N. G. (2009) *Um Estudo do Cours d'Analyse Algébrique de Cauchy em Face das Demandas do Ensino Superior Científico na École Polytechnique*. 2009. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.