

Aprendizagens dos alunos no âmbito do projeto docência compartilhada e de estudos de aula (lesson study): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no 5º ano

Student's learning by docência compartilhada project and lesson study: a work with the spatial geometric figures in 5th grade

GRACE ZAGGIA UTIMURA¹

EDDA CURTI²

Resumo

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, defendida em 2015, na Universidade Cruzeiro do Sul. Foi baseada no Projeto Docência Compartilhada da Rede Municipal de São Paulo e na estratégia metodológica de formação de professores denominada de Estudos de Aula (Lesson Study). Tem como objetivo apresentar as aprendizagens dos alunos de 5º ano no que se refere às figuras geométricas espaciais. Entre os resultados destacamos que os alunos mostraram avanços nos conteúdos matemáticos, nas representações das figuras e nos desenhos das planificações; desenvolveram a linguagem oral e escrita; perceberam a necessidade do uso de medição e deixaram de manipular os sólidos geométricos para visualizá-los, demonstrando gradativamente a evolução do pensamento geométrico.

Palavras-chave: *Docência Compartilhada; Estudos de Aula (Lesson Study); Figuras geométricas espaciais.*

Abstract

This work it is a cutout of a Professional Master's research in Teaching Science and Mathematics, defended in 2015, at Cruzeiro do Sul University. It was based in Docência Compartilhada Project of the Municipal Network of São Paulo and methodological strategy of teacher training named Lesson Study. Aims to introduce student's learning in 5th grade as regards spatial geometric figures. Among the results we emphasize that the students have shown increase in maths subjects, at representation in figures and drawing planifications; developed oral and written language; they've realized the need of measures and no have left manipulating the geometrics solids to visualize them, showing gradually the evolution of geometric thinking.

Keywords: *Docência Compartilhada; Lesson Study; Spatial geometric figures.*

¹Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul – SP. Professora titular de Matemática da Rede Municipal de São Paulo, e-mail: mnutimura@gmail.com

²Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP). Professora titular e coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (mestrado e doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) da Universidade Cruzeiro do Sul – SP, e-mail: edda.curi@gmail.com

Introdução

O nosso estudo foi financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por um período de tempo, enquanto a professora pesquisadora fez parte do Grupo Observatório da Educação. O tema foi a Geometria, focando nas figuras geométricas espaciais no 5º ano.

A justificativa e a importância do tema se devem aos resultados de vários estudos que apontam a falta de trabalho com a Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como as de Curi (2004), Pavanello (1993) e Pires (2001, 2012).

Segundo Pires (2012) a Geometria ainda é pouco ou mal trabalhada nas escolas, talvez por não saberem o quanto ela é importante ou pela falta de conhecimentos geométricos dos professores, pois alguns não tiveram contato com ela em sua formação. Assim, é preciso discutir o significado do ensino de Geometria para que os alunos desenvolvam o pensamento geométrico.

O objetivo deste texto é apresentar alguns resultados das aprendizagens dos alunos de duas turmas de 5º ano no que se refere às figuras geométricas espaciais, ao desenvolver a estratégia metodológica de formação de professores denominada por Ponte (2012, 2014) de Estudos de Aula³ (Lesson Study) no âmbito do Projeto Docência Compartilhada da Rede Municipal de São Paulo.

Procedimento de Pesquisa

Para o nosso trabalho utilizamos uma pesquisa de natureza qualitativa, pois comporta algumas das características desse tipo de pesquisa como as apontadas nos estudos de Goldenberg (2004, p. 53):

Os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos. Esses dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade no momento de coletá-los e analisá-los.

Sendo assim, a pesquisa qualitativa envolve um grupo de participantes pequeno para que seja possível analisar muitas variáveis, atentar aos detalhes e identificar as particularidades. Exige explicitação e reprodução dos dados que foram observados. A

³ Essa metodologia e as articulações com os resultados serão apresentados no decorrer do texto.

análise dos dados é indutiva, ou seja, considera o que chamou mais atenção do pesquisador e pode ser categorizado, a partir dessa análise.

Alguns instrumentos foram utilizados para coletar dados nas etapas de Estudos de Aula (Lesson Study), como: gravações em áudio, vídeo filmagens, protocolos dos alunos e o diário de bordo da professora pesquisadora, buscando elementos para a construção dos dados da pesquisa. Além disso, foi realizada a análise de indicações curriculares de Matemática e o documento da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo para esse segmento de ensino vigentes na época da pesquisa.

Docência Compartilhada e Estudos de Aula (Lesson Study)

A escola pesquisada está inserida no Projeto Docência Compartilhada, que faz parte do Programa Mais Educação São Paulo⁴ (2014). Um dos objetivos desse Projeto é direcionar e conduzir a transição dos alunos de uma fase para outra, inserindo um professor especialista para os 4º e 5º anos, atendendo e orientando os alunos durante as aulas, e um professor polivalente para os 6º anos, visando intervenções didáticas e pedagógicas mais adequadas.

O trabalho entre os professores envolvidos é realizado por meio de um projeto planejado conjuntamente para ser desenvolvido com os alunos durante algumas aulas semanais.

Assim foi possível a parceria entre a professora especialista de Matemática que era a própria pesquisadora e duas professoras polivalentes, na escola em que trabalharam da Rede Municipal de São Paulo, uma vez que foram atribuídas para a professora pesquisadora, quatro aulas por semana deste Projeto, em duas turmas de 5º ano, sendo duas aulas em cada turma.

A metodologia usada nesta parceria é denominada Lesson Study, cuja tradução, optamos pela usada em Portugal - Estudos de Aula, em que Ponte, outros pesquisadores e professores desenvolvem em grupo, estudos e trabalhos nas escolas.

No decorrer do texto, ficará mais explícito como essa metodologia é utilizada em alguns países do mundo, de acordo com Felix (2010), Lorca (2009) e Ponte (2012, 2014) e como ela foi adaptada para o nosso trabalho de pesquisa.

⁴Acesso ao documento no link do portal da Secretaria Municipal de Educação. portalsme.prefeitura.sp.gov.br/Projetos/BibliPed/Documentos/Publicações2014/maiseduc_subsi_mplantacao2014.pdf

Em geral, segundo Utimura e Curi (2016) está dividida em três etapas, sendo que a organização e adaptação da metodologia está relacionada a realidade de cada país. A primeira etapa refere-se ao planejamento das aulas, realizado em grupos colaborativos formados por professores e pesquisadores.

A segunda etapa focaliza no desenvolvimento das sequências de ensino planejadas, protagonizada por um professor, mas com a presença de outros professores e de pesquisadores. As aulas são filmadas para serem analisadas na próxima etapa.

Assim, na terceira etapa, professores e pesquisadores analisam as filmagens no intuito de verificar as aprendizagens dos alunos, as intervenções realizadas pelos professores, as possíveis reformulações e adequações das sequências de ensino e do que foi planejado e desenvolvido com seus alunos.

A escola pesquisada para este trabalho utilizava um material didático institucional, visando a melhoria do ensino de Matemática e o avanço das aprendizagens dos alunos, denominado Cadernos de Apoio e Aprendizagem de Matemática (CAA). Cada aluno recebeu seu material e os professores receberam um exemplar com as orientações didáticas e metodológicas sobre o uso do material com seus alunos.

Desta maneira, consideramos que essa metodologia de formação de professores se adequava ao Projeto Docência Compartilhada, pois envolveu uma parceria entre pesquisadores e professores da escola básica que conjuntamente pensaram e planejaram um trabalho que visou a melhoria das aprendizagens dos alunos.

Como a pesquisa envolve um conteúdo de Geometria apresentamos a seguir alguns estudos sobre o pensamento geométrico.

O pensamento geométrico

Por muito tempo a Geometria no Brasil e no mundo foi pouco discutida no currículo de Matemática, mas vem sendo retomada de alguns anos para cá.

Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), mencionam a importância de manipular e experimentar as formas geométricas para explorar e descobrir as propriedades, as características e os elementos, visualizar o espaço, comunicar-se, desenvolver a intuição para resolver situações-problemas na escola, permitindo explorar o raciocínio formal, organizando assim, aos poucos, o pensamento geométrico, desde as formas intuitivas iniciais do pensamento até as formas dedutivas finais em que a intuição e dedução vão se articulando e desenvolvendo.

Alguns pesquisadores, como os Van Hiele, descrevem essa evolução e apresentam diversos níveis hierárquicos que vão desde a possibilidade de os alunos reconhecerem figuras geométricas pelos seus aspectos físicos até níveis mais complexos em que se são capazes de compreender sistemas axiomáticos. Este modelo de pensamento geométrico foi criado na década de 50, por um casal holandês, os Van Hiele, tendo por base as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à apropriação da Geometria.

Os níveis de Van Hiele (1986) foram destacados e mencionados por Pires, Curi e Campos (2001) da seguinte maneira:

Quadro 1 – Níveis de Van Hiele

| Níveis de Van Hiele | Características | Exemplos de atividades |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nível 0: Básico ou reconhecimento | Identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global. | Classificação de quadriláteros (recortes) em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios. |
| Nível 1: Análise | Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso delas para resolver problemas. | Descrição de um quadrado por meio de suas propriedades: quatro lados, quatro ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos. |
| Nível 2: Síntese ou abstração | Percepção da necessidade de definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer da outra, argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas. | Descrição do quadrado pelas propriedades mínimas: quatro lados iguais e quatro ângulos retos. Descrição do retângulo como um paralelogramo com os quatro ângulos retos. |
| Nível 3: Dedução | Domínio do processo dedutivo e demonstrações, reconhecimento de condições necessárias e suficientes. | Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos. |
| Nível 4: Rigor | Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação deles. | Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma Geometria finita. |

Fonte: Espaço e Forma (2001, p. 26-27)

Mais recentemente, alguns autores discutem essa pesquisa e destacam aspectos que apresentamos a seguir.

Segundo Caniñares e Serrano (2008), nesses níveis não há progresso de acordo com a idade, mas segundo o conhecimento e maturidade adquiridos no nível anterior.

Para Pires, Curi e Campos (2001) na teoria de Van Hiele, o aluno não compreende as propostas de aprendizagem se estas estiverem em um nível mais elevado e só atinge um nível de raciocínio, quando passar por todos os níveis inferiores, apropriando-se, assim, dos objetos de estudo e da linguagem própria de cada nível. Uma relação observada num nível pode ser reconsiderada em outro.

Para que a evolução aconteça, conforme se deseja, as estratégias metodológicas, os materiais didáticos, o conteúdo e a linguagem devem ser adequados ao nível de pensamento geométrico que o aluno está. Se for acima do nível, o aluno não tem condição de acompanhar o processo adequadamente.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os dois primeiros níveis são fundamentais. Nos indicativos curriculares analisados apresentam os objetivos e as Expectativas de Aprendizagem do 5º do Ensino Fundamental que permitem integrar os alunos no Nível 0 e no Nível 1 descritos no Quadro 1.

Pires (2012) destaca a existência de críticas ao modelo Van Hiele “pelo fato desses níveis não serem tão estanques e estarem sujeitos a maior ou menor estimulação das crianças por situações que envolvem a experimentação do espaço e das formas geométricas” (PIRES, 2012, p. 194). No entanto, a autora enfatiza a importância dos estudos de Van Hiele na construção de sequências de ensino que envolvem conteúdos da Geometria.

Battista (2007) destaca que no Modelo Van Hiele os alunos pertencem a um grupo homogêneo, não considerando as diferenças individuais, categorizando por exemplo, em um único nível. Diante disso, os níveis são considerados como unidade discreta, não havendo a possibilidade de os alunos estarem na transição de um nível para outro, e nem a consideração do ponto de partida dos alunos que podem estar em diferentes níveis para diferentes conceitos.

Para Clements e Battista apud Battista (2007) esta maneira de pensamento não é adequada para os dias atuais e sugerem que o modelo de pensamento geométrico de Van Hiele seja composto por níveis contínuos⁵, em vez de discretos e serem aplicáveis a diferentes domínios da Geometria.

⁵ Contínuo: Em que não há interrupção; seguido, continuado (FERREIRA, 2009, p. 263).

No entanto, apesar das críticas, consideramos que o modelo Van Hiele pode colaborar para o planejamento das aulas, a seleção de conteúdos e ainda auxiliar na identificação das dificuldades dos alunos.

Diante dos estudos com as pirâmides, Parzysz (2006, p. 128) afirma que “a geometria ensinada, do ensino primário à universidade, constrói-se como uma modelização do espaço físico e evolui de uma geometria da observação a uma geometria da demonstração”. Para Parzysz é possível enquadrar a construção do pensamento geométrico em quatro níveis, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 – Níveis de Parzysz

| | |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nível G0: Geometria concreta | É o nível da visualização e materialização. Para o autor, este nível ainda não é exatamente uma Geometria, pois seus objetos são realizações materiais com todas as suas características, como cor e texturas, influenciando nas observações e nas constatações. A validação é baseada apenas nos aspectos perceptíveis. |
| Nível G1: Geometria espaço-gráfica | Os objetos que eram físicos no nível anterior ganham uma representação gráfica, que pode ser um esboço ou um desenho construído por processos geométricos. O aluno representa o que está observando sobre uma folha de papel sulfite, por exemplo, ou na tela de um computador utilizando os recursos da tecnologia. Nesse nível as resoluções de tarefas encontram-se atreladas a instrumentos como, por exemplo, régua graduada, esquadro, transferidor e compasso. |
| Nível G2: Geometria proto-axiomática | Ainda se pode recorrer a objetos físicos nesse nível, como representações feitas por processos geométricos, sendo que as demonstrações dos teoremas são feitas a partir de premissas, de modo intuitivo, e são validadas assim, como o caminho da Geometria axiomática, garantida por definições e propriedades; mas não há necessidade de explicitar um sistema de axiomas. É possível que o “sabido” se apoie no “percebido”. |
| Nível G3: Geometria axiomática | Nesse nível, os axiomas são explicitados completamente e totalmente teóricos. Desta maneira, as validações se apoiam no pólo do sabido e não no pólo do percebido. |

Fonte: Parzysz (2006).

Assim, embora seja importante o nível G0 para a construção do pensamento geométrico, os alunos precisam avançar para os demais níveis.

Segundo Parzysz (1988, 2006), o desenho tem um papel importante e proporciona a evolução de um nível do pensamento geométrico para outro, mas pode constituir um obstáculo para a demonstração dos conceitos matemáticos, pois quando os alunos

produzem ou fazem a leitura e a interpretação de um desenho, pode surgir um conflito entre o que se “vê” e o que se “sabe”.

Clements e Sarama (2011), baseando-se nos resultados das pesquisas que realizaram, afirmam que existe um nível anterior ao que Van Hiele denomina nível básico. Nesse nível chamado por Clements e Sarama de pré cognitivo, as crianças não conseguem distinguir de forma confiável, círculos, quadrados e triângulos de outras formas geométricas, pois estão iniciando a formação de esquemas ainda inconscientemente. Quando começam a fazer a distinção entre as formas geométricas, segundo os autores, devem ser considerados em transição do nível pré cognitivo para o nível básico (visual). Na fase de escolarização dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que se encontraram os alunos da nossa pesquisa, consideramos que a aquisição de conhecimentos pelos alunos precisa atingir pelo menos o nível 1 de Van Hiele e G1 de Parzysz em que os alunos não precisem mais manipular e experimentar as figuras geométricas espaciais para demonstrar e representar as características e os elementos.

Estudos de Aula (Lesson Study)

Esta estratégia metodológica originou-se no Japão, pode ser utilizada desde a Educação Infantil até o Ensino Superior, para qualquer disciplina, tema e conteúdo. Foi expandida para vários países do mundo e em cada país foi traduzida de forma diferente. Realizamos estudos sobre como o Lesson Study é utilizado em alguns países, como Japão, Portugal e Chile. Esses estudos permitiram apresentar uma síntese das características em cada um desses países.

Quadro 3 – Características em cada país: Lesson Study

| País e tradução | Síntese das características em cada país |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Japão Pesquisa de Aula</p> | <p>A metodologia é dividida em seis etapas, o processo é colaborativo em todas as etapas e o objetivo está na aprendizagem do aluno. Primeiramente, na etapa do planejamento das aulas se estabelece o conteúdo e a série. Os professores de uma mesma disciplina se reúnem e durante os encontros, materiais didáticos são compartilhados, troca de experiências e recursos que possam ser utilizados são discutidos. O professor que irá executar as aulas, planeja a sequência de atividades e, posteriormente leva esta sequência ao grupo para o debate. Depois a sequência é trabalhada com os alunos, o professor precisa estar atento em tudo que acontece durante as aulas e como estas aulas são abertas para professores colaboradores e outros interessados, esses devem anotar tudo que observarem, desde os alunos até o professor que aplicou a sequência de atividades para que aconteça na próxima etapa a reflexão destas aulas. Em seguida, o momento é de replanejar as aulas, após as discussões e intervenções realizadas com o grupo na etapa anterior. Estas aulas podem ser eventualmente conduzidas nas turmas dos professores que foram observadores e serem utilizadas em turmas que utilizem o mesmo tema. Depois essas aulas replanejadas são colocadas em ação e em seguida há uma reflexão dessas “novas versões” das aulas. Os professores compartilham às ideias, os comentários, às observações e às sugestões. É feito um registro das aulas, tonando desta maneira um material valioso para futuras aulas.</p> |
| <p>Portugal Estudos de Aula</p> | <p>Nos trabalhos encontrados que utilizam esta metodologia, a organização dos Estudos de Aula está dividida em sessões, apresentando e discutindo o planejamento geral, as datas das sessões e a decisão do tópico a ser trabalhado. O trabalho é em grupo e este analisa documentos curriculares, lê artigos, resolve tarefas sobre o tópico, discute o papel do professor na introdução da atividade e do trabalho autônomo dos alunos, prepara um diagnóstico dos conhecimentos dos alunos, antecipa as possíveis dúvidas dos alunos durante a resolução das atividades e prepara o processo de observação da aula. Durante a observação da aula, o observador participante não interage com os alunos, só observa e anota no diário de bordo, registrando a participação dos alunos e do professor e tudo que achar pertinente, como os erros e as dificuldades, as estratégias e representações e os desacordos em relação a outros alunos. Na reflexão sobre a aula observada, os envolvidos observam e discutem episódios de um vídeo, verificando os aspectos positivos e as dificuldades observadas no trabalho dos alunos, finalizando com um balanço geral de todo o percurso.</p> |
| <p>Chile Estudio de Clases</p> | <p>Os aspectos desta metodologia são bem definidos durante o processo em grupo, desde a preparação das aulas até a revisão. Primeiramente, se identifica o problema e faz-se o planejamento das aulas. Em seguida, as aulas planejadas são implementadas. Professores e alunos universitários podem participar das aulas observando as mesmas. O papel do pesquisador é de observador durante a participação das aulas. Em seguida, acontece a sessão de revisão, em que se avalia os resultados das aulas implementadas. Depois acontece a fase da reformulação das aulas, em seguida as aulas são reaplicadas e uma nova revisão é feita, obtendo uma visão geral dos resultados.</p> |

Fonte: Felix (2010), Lorca (2009) e Ponte (2012,2014).

É possível perceber pontos comuns na abordagem desses países como: os grupos formados por professores e pesquisadores que colaboram entre si, a presença do pesquisador como observador das aulas e algumas etapas como planejamento, desenvolvimento, reflexão e reorganização das aulas.

Esses pontos foram priorizados na nossa pesquisa, quando utilizada a estratégia metodológica de formação de professores Estudos de Aula no Projeto Docência Compartilhada.

Estudos de Aula para as figuras geométricas espaciais

Adaptamos essa metodologia de formação de professores para o Projeto Docência Compartilhada, em quatro etapas, sendo que a primeira etapa foi dividida em duas fases.

Primeira Etapa: Planejamento das aulas

Na primeira fase, a professora pesquisadora e sua orientadora encontravam-se uma vez por semana, nos horários de orientação da pesquisa, em torno de 60 a 90 minutos para discutirem os encaminhamentos do planejamento conjunto das aulas entre a pesquisadora e as professoras polivalentes.

Alguns textos como os relacionados ao modelo Parzysz (1998, 2006), modelo Van Hiele (1986), Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), Canizães e Serrano (2008), Clements e Sarama (2011) e Pires, Curi e Campos (2001), que tratam sobre o ensino de Geometria e os níveis do pensamento geométrico, já mencionados anteriormente, serviram de embasamento teórico sobre o tema.

Além disso, nos baseamos nas recomendações para o professor e nas atividades para os alunos das unidades 2, 3 e 4 do CAA. Estudamos um modelo de organização do currículo, segundo Sacristán (2000), os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e as Orientações Curriculares e Proposição de Expectativas de Aprendizagem da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (2012), que dão indicativos sobre o trabalho com as figuras geométricas espaciais.

Desta maneira pensamos nos perfis das duas turmas de 5^o ano, nos objetivos e nas expectativas de aprendizagem a serem alcançados ao planejarmos as atividades para o estudo das características de prismas, pirâmides, corpos redondos e planificações de alguns poliedros, definindo quais materiais seriam necessários, aproveitando as experiências anteriores da orientadora e da professora pesquisadora.

Foi necessário também uma pesquisa para ampliação do conhecimento matemático sobre figuras geométricas espaciais para embasar as reuniões com as professoras. Para essa ampliação destacamos alguns livros que apresentam os conhecimentos geométricos para a formação de professores como: Costa e Lima (1998), Coll e Teberosky (1999) e Pires, Curi e Campos (2001).

Na segunda fase do trabalho aconteceu o planejamento das aulas entre a professora especialista em Matemática (que é a própria pesquisadora) e as professoras polivalentes. No início conversamos e estudamos sobre os Estudos de Aula, os objetivos e a finalidade do Projeto Docência Compartilhada.

Procuramos encontrar um horário comum para nossas reuniões que se iniciaram com regularidade, a partir de 29 de abril de 2014. Antes disso, os encontros foram na sala dos professores, em outros ambientes da escola, nas trocas de aulas e durante as aulas. Assim, após definição conjunta, os encontros foram semanais, na escola onde as professoras trabalhavam, em torno de 40 minutos para cada encontro.

Ficou combinado que, sempre que fosse necessário, as ideias, sugestões e possíveis dúvidas que surgissem seriam levadas à orientadora, respondidas e socializadas com as professoras no próximo encontro programado.

Nessas reuniões foram discutidas as sequências de ensino a serem trabalhadas com os alunos, procurando aprofundar os conhecimentos matemáticos e didáticos sobre os assuntos apresentados nessas sequências, pensando nas possíveis adaptações das atividades do material didático, inserindo outras atividades, quando necessário.

O gerenciamento da sala de aula também foi discutido, como, por exemplo, em que momentos o trabalho deveria ser individual ou em grupo, tendo em vista as características das duas turmas participantes da pesquisa, do trabalho que as duas professoras costumavam realizar com seus alunos, além da quantidade de aulas para cada sequência de ensino.

Segunda Etapa: Desenvolvimento das aulas

Combinamos que as aulas de Geometria seriam preferencialmente, às segundas-feiras (duas aulas de 45 minutos em cada turma) no período de março a junho de 2014. Porém, o tempo não foi suficiente, sendo necessário estender até agosto de 2014. A professora pesquisadora se comprometeu estar presente em todas as aulas, que foram planejadas e colocadas em prática nesta etapa.

Ficou combinado também que era preciso estarmos atentas aos imprevistos, aos acertos, aos erros, às facilidades, aos desafios e às descobertas, tanto dos alunos quanto das professoras, além do tempo planejado para cada sequência de ensino, cada aula e a socialização dos resultados das atividades realizadas pelos alunos, fazendo-os participar ativamente.

A Tabela 1 apresenta as datas em que as aulas foram desenvolvidas.

Tabela 1 – Calendário do desenvolvimento das aulas

| MARÇO | ABRIL | MAIO | JUNHO | JULHO | AGOSTO |
|-------|-------|------|-------|-------|--------|
| 10 | 7 | 5 | 2 | 7 | 4 |
| 17 | 14 | 12 | | 14 | 6 |
| 24 | 28 | 19 | | 21 | 11 |
| 31 | | 26 | | | 18 |
| | | | | | 25 |

Fonte: Dados da pesquisa

No total foram usadas 40 aulas em cada turma, totalizando 3.600 minutos de aulas de Geometria, focalizando apenas nas figuras geométricas espaciais.

As professoras de 5^o ano participaram das aulas por vários momentos, fizeram intervenções, quando sentiram necessidade, contribuíram nos momentos da disposição da sala de aula, em organizar os alunos em pequenos grupos, mas quem iniciou o trabalho de cada aula e assumiu o protagonismo do ensino da Matemática foi a professora pesquisadora.

Além dos registros no diário de bordo da professora pesquisadora, várias aulas foram filmadas e muitas vezes gravadas em áudio para serem analisadas posteriormente. As professoras trabalharam no total 32 atividades do CAA (11 da unidade 2, 12 da unidade 3 e 9 da unidade 4), 7 atividades complementares, 2 avaliações individuais e 1 avaliação em grupo.

Terceira Etapa: Reflexão e Avaliação das aulas

Esta etapa aconteceu em geral, nos mesmos dias de reuniões de planejamento das aulas. Ficou combinado que analisaríamos vários vídeos juntas, além das atividades dos alunos, algumas gravações das aulas, as anotações do diário de bordo da professora pesquisadora, os novos encaminhamentos das aulas e os conteúdos trabalhados.

No total foram 11 encontros, totalizando 440 minutos. A Tabela 2 apresenta as datas das reuniões de Reflexão e Avaliação das aulas.

Tabela 2 – Calendário das reuniões de Reflexão e Avaliação das aulas

| ABRIL | MAIO | JUNHO | JULHO | AGOSTO |
|-------|------|-------|-------|--------|
| 29 | 6 | 3 | 15 | 5 |
| | 20 | | 22 | 12 |
| | 27 | | | 19 |
| | | | | 26 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Combinamos refletir sobre as abordagens feitas anteriormente a este trabalho nas aulas de Geometria, sobre as sequências de ensino apresentadas no CAA e sobre as atividades complementares, além de discussões sobre as avaliações que as professoras polivalentes propunham, em termos de objetivos e da necessidade de várias provas sobre o mesmo assunto.

Quarta Etapa: Replanejamento das aulas

Diante de todo o trabalho ao longo das etapas anteriores, algumas aulas foram replanejadas para que pudessem ser reaplicadas ou mesmo desenvolvidas com outras turmas de mesmo ano de escolaridade.

O replanejamento deveria levar em conta o tempo previsto para o desenvolvimento das atividades, as diferenças entre os alunos, a linguagem das atividades, os materiais necessários, os resultados obtidos, entre outros.

Vale salientar que a professora pesquisadora não encontrou resistência das professoras de 5º ano, em trabalharem coletivamente, pois o objetivo era de melhorar as aprendizagens

dos alunos em relação às figuras geométricas espaciais (prismas, pirâmides e corpos redondos).

Com isso, foi possível identificar após análise dos dados do trabalho com as figuras geométricas espaciais as aprendizagens dos alunos das duas turmas de 5º ano.

Aprendizagens dos alunos

A seguir apresentamos as aprendizagens dos alunos de 5º ano em relação as figuras geométricas espaciais decorrentes da metodologia Estudos de Aula para o Projeto Docência Compartilhada e da análise dos instrumentos de pesquisa.

Aprendizagem de conteúdos matemáticos

Tínhamos o intuito de verificar se os alunos estavam identificando a(s) forma(s) da(s) base(s), a(s) formas da(s) faces laterais, o número de faces, vértices, arestas e nomeando corretamente os prismas, as pirâmides e os corpos redondos.

No início do Projeto, em ambas as turmas os alunos sabiam os nomes do cubo e do paralelepípedo, mas a maioria não sabia o nome do prisma de base triangular, do prisma de base pentagonal e do prisma de base hexagonal.

Ao explorarmos prismas e pirâmides de madeira, objetos de sucata e discutirmos as características de tais formas geométricas ao longo das atividades propostas, envolvendo inclusive o preenchimento de tabelas com o número de vértices, faces e arestas para descobrirem as regularidades, os alunos ampliaram seus conhecimentos.

Quanto às pirâmides, os alunos sentiram mais facilidade devido ao trabalho que já havia sido realizado com os prismas, mas ainda necessitaram do material de apoio.

Em relação ao cilindro e o cone, vários alunos trocavam os nomes das figuras e demonstraram dificuldades em mencionar prontamente objetos que têm forma de cilindro ou de cone.

Perceberam após a manipulação dos sólidos de madeira, que o cilindro tem duas bases circulares e que não tem vértices, que o cone tem uma base circular e um vértice e, que ambas as figuras têm superfícies planas.

As professoras de 5º ano interviram, incentivando seus alunos a pensarem em objetos com essas formas. Assim, surgiram apontadores e um porta papel higiênico que tinha na sala de aula em uma das turmas.

Para a planificação do cilindro, um fator chamou atenção das professoras. Os alunos perceberam que a face lateral retangular pode ser desenhada de forma horizontal quanto de forma vertical, ou seja, ambas estavam corretas.

A maioria dos alunos desenhou a superfície lateral do cone de forma arredondada, a partir do reconhecimento da base circular, o que corrobora com os estudos de Pires, Curi e Campos (2001), que apontam que as aprendizagens das crianças sobre as características de poliedros e corpos redondos, acontecem após a exploração de sucatas e materiais manipulativos com essas formas.

Para fazer com que esses alunos compreendessem a maneira correta, não só verbalmente ou mostrando uma planificação já pronta, a professora pesquisadora desenhou, recortou e montou uma figura com superfície triangular e outra com superfície arredondada (ou setor circular), mostrando as diferenças entre as duas.

Esse fato corrobora os estudos de Parzys (2006) sobre o pensamento geométrico que denomina de nível G1 da Geometria concreta, aquele em que a validação das observações e das constatações são realizadas por meio dos aspectos perceptíveis, ou seja, palpáveis.

Na mesma linha de pensamento, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) destacam a importância do trabalho baseado na manipulação e experimentação em Geometria, desenvolvido na escola com objetivo de resolver problemas.

Com relação aos elementos vértices, faces e arestas, a pesquisa mostra uma evolução mais lenta, o que corrobora com os estudos de Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), que afirmam que o pensamento geométrico evolui lentamente.

Ao final dos trabalhos, porém, a maioria dos alunos conseguiu identificar a forma das bases e nomear os poliedros de acordo com a forma da base, identificar a forma das faces laterais e o número de faces, vértices e arestas e as características e elementos dos corpos redondos.

Desenvolvimento da linguagem escrita

Em todas as aulas foi desenvolvido um trabalho oral, em que os alunos demonstraram a evolução do pensamento geométrico. Em alguns momentos precisavam ser apresentados textos na forma escrita.

Como em Matemática há pouca ênfase no trabalho com textos em sala de aula, primeiramente as professoras realizaram com seus alunos, textos coletivos na lousa, elencando características de prismas, pirâmides e corpos redondos.

A partir da discussão desses textos coletivos foi proposto a escrita de textos individuais. Em seguida, as professoras pediram para alguns alunos que fizessem a leitura dos textos produzidos por eles e fizeram intervenções nas escritas.

Este tipo de trabalho é necessário, pois os alunos precisam saber expressar-se de diferentes formas, escrever corretamente as palavras e dar sentido às frases para que o leitor entenda. Precisam, ainda, comunicar-se matematicamente usando a terminologia da Geometria corretamente.

O trabalho foi ao mesmo tempo individual e coletivo, porque no primeiro momento as respostas foram individuais e depois socializadas com toda a turma. No segundo momento, cada aluno precisou desenvolver autonomia para analisar o que escreveu e melhorar o texto gradativamente. Após as intervenções, percebemos evolução maior do texto.

Aprendizagem envolvendo representações

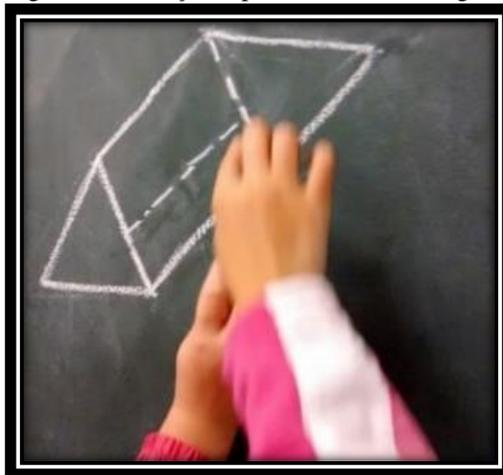
No início do processo os alunos precisaram de muitas intervenções, inclusive dos próprios colegas mais habilidosos, pois cerca de 50% não tinha habilidades para representar corretamente os elementos dos prismas, das pirâmides e dos corpos redondos. Talvez não identificassem também corretamente esses elementos.

Mas no decorrer das aulas, tanto os esboços quanto os desenhos foram melhorando e a participação dos alunos foi intensa em todos os momentos.

A Figura 1 mostra o esboço do desenho do prisma de base triangular. Uma aluna se encaminhou à lousa para ajudar a colega a melhorar o trabalho que estava sendo realizado. A turma toda ajudou na correção, percebendo que as linhas tracejadas deveriam expressar as faces laterais “escondidas”.

Esse relato faz parte de um dos trabalhos desenvolvidos que ressaltava as bases e as faces laterais das figuras geométricas espaciais.

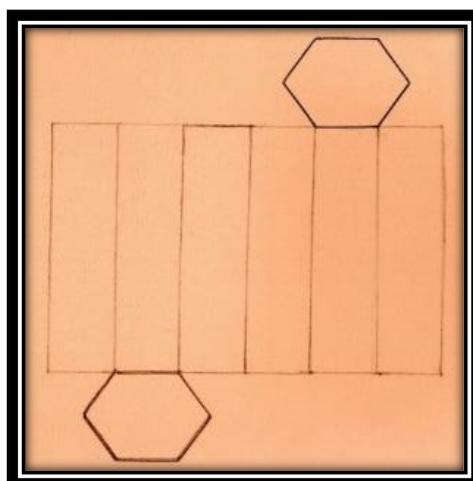
Figura 1 – Esboço do prisma de base triangular



Fonte: Dados de pesquisa

A Figura 2 apresenta a planificação de um prisma de base hexagonal de forma correta, em que o aluno expressou as bases opostas, representa o total de faces laterais e das bases e utilizou régua em acrílico (régua graduada e com formas geométricas planas). Para que o desenho ficasse correto houve intervenções coletivas e individuais das professoras.

Figura 2 – Planificação do prisma de base hexagonal



Fonte: Dados da pesquisa

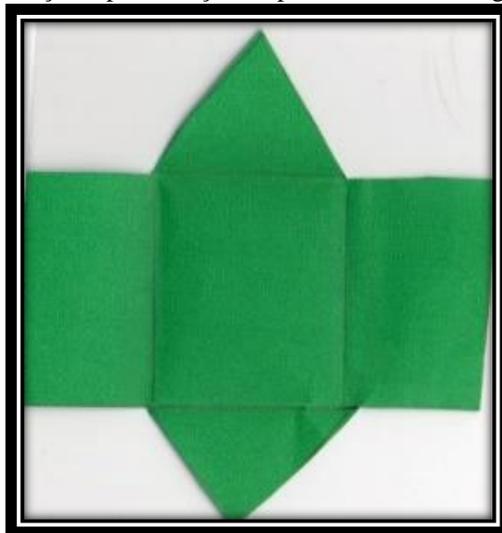
Percebemos que ao explorarmos os desenhos das planificações de alguns prismas, de algumas pirâmides e os esboços das formas geométricas correspondentes à planificação, os alunos foram avançando, mas precisaram das intervenções.

A maioria conseguiu representar as características desses poliedros, inclusive percebendo que tanto para os prismas regulares, como as pirâmides regulares, o lado do polígono da base deve ter a mesma medida de um dos lados da face lateral do sólido referido.

Aprendizagem envolvendo medidas

Para que os alunos percebessem a necessidade do uso de medição e, conseqüentemente, avançassem nesse domínio, foi realizado primeiramente o trabalho com o prisma de base triangular sem o uso de medidas, conforme mostra a Figura 3:

Figura 3 – Esboço da planificação do prisma de base triangular



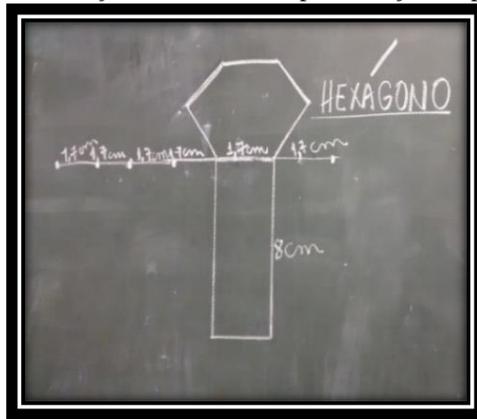
Fonte: Dados da pesquisa

Quando os alunos montaram a figura traçada, perceberam que as medidas não estavam precisas e que não conseguiriam montar o prisma. Para a planificação ficar correta, sentiram a necessidade dos instrumentos de desenho.

Para continuar avançando no trabalho com as planificações, em que os alunos precisavam usar corretamente as régua e identificar as medidas solicitadas, as professoras acharam melhor explicar os “combinados” das medidas das faces laterais e das bases opostas na lousa, do prisma de base hexagonal e do prisma de base pentagonal, conforme as Figuras 4 e 5, pois vários alunos perguntavam as mesmas coisas.

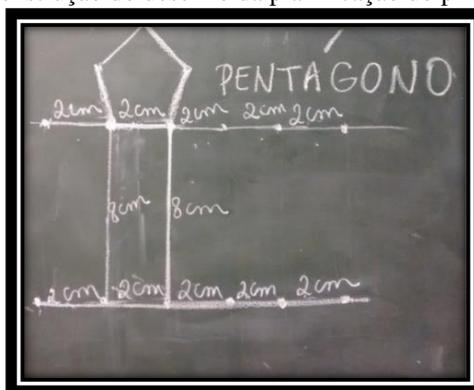
Para alguns alunos foi necessário explicar que deveriam iniciar a medição pelo número 0 da régua e não pelo 1, que cada traço significa um milímetro e que a cada dez milímetros forma-se um centímetro.

Figura 4 – Esboço na lousa para a construção do desenho da planificação do prisma de base hexagonal



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5 - Esboço na lousa para a construção do desenho da planificação do prisma de base pentagonal



Fonte: Dados da pesquisa

Foi um trabalho que envolveu cerca de 10 aulas, porém o trabalho foi muito produtivo e significativo. Segundo as professoras de 5º ano, os alunos nunca tinham realizado atividades com o uso de instrumentos de desenho. As intervenções das professoras, na lousa e individualmente, bem como as descobertas dos alunos foram muito importantes para tais avanços.

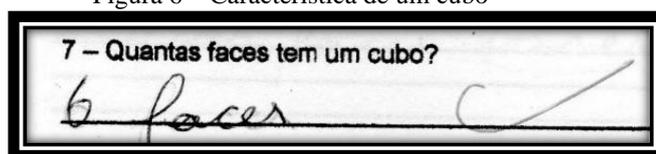
Evolução do pensamento geométrico

A discussão e a socialização nos pequenos grupos e na sala de aula proporcionaram a evolução do pensamento geométrico dos alunos. Ao desenharem o esboço de uma caixa de presente em forma de cubo, por exemplo, os alunos imaginavam a figura e desenharam-na, focando inclusive no paralelismo das arestas.

Outro avanço foi que vários alunos, ao olharem as imagens das figuras, percebiam que existiam faces escondidas.

Em algumas atividades foram usadas figuras geométricas em madeira ou sucata. Os trabalhos exploratórios com as figuras foram muito importantes. Algumas atividades desenvolvidas para a pesquisa, exigiam observação da imagem das figuras para responder às questões; outras, ainda, mencionavam as características para os alunos identificarem as figuras geométricas. Os alunos realizaram com compreensão essas atividades. Os protocolos a seguir das avaliações feitas pelos alunos confirmaram essa evolução, conforme as Figuras 6,7 e 8:

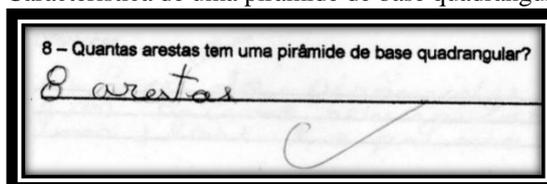
Figura 6 – Característica de um cubo



7 – Quantas faces tem um cubo?
6 faces

Fonte: Dados da pesquisa

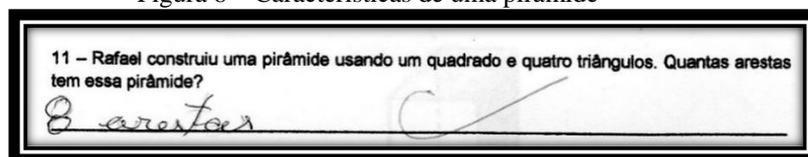
Figura 7– Característica de uma pirâmide de base quadrangular



8 – Quantas arestas tem uma pirâmide de base quadrangular?
8 arestas

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8 – Características de uma pirâmide



11 – Rafael construiu uma pirâmide usando um quadrado e quatro triângulos. Quantas arestas tem essa pirâmide?
8 arestas

Fonte: Dados da pesquisa

Considerações finais

Os resultados mostraram a potencialidade dessa metodologia de formação de professores no desenvolvimento do Projeto Docência Compartilhada e a importância da parceria entre a professora pesquisadora e as professoras polivalentes, pois as etapas dos Estudos de Aula proporcionaram avanços na formação das professoras no que se refere, aos conteúdos matemáticos e à didática desses conteúdos; as professoras perceberam que à gestão da sala de aula e a segurança do conteúdo a serem ensinados faz a diferença para o avanço das aprendizagens dos alunos; a linguagem matemática é importante no trabalho com as figuras geométricas espaciais e a reflexão realizada sobre as aulas por meio da

vídeo filmagem, do diário de bordo da pesquisadora e dos protocolos dos alunos, identificaram as aprendizagens após as intervenções individuais e coletivas.

Revelaram, ainda, a evolução dos alunos no reconhecimento das figuras geométricas espaciais, nomeando-as a partir dos polígonos da base e, também, dos elementos (vértices, faces e arestas) dessas figuras e de relações entre eles, fazendo inclusive pequenas generalizações a partir da análise das tabelas que preencheram com o número de vértices, de faces e de arestas de prismas e pirâmides. Outra relação importante foi a percepção de alunos e professoras da importância das medidas nas construções geométricas com o trabalho dos prismas.

Percebemos que em muitas representações algumas crianças desenhavam apenas o que viam e outras desenhavam o que haviam aprendido sobre as características das figuras geométricas, mostrando, por exemplo, com linhas tracejadas as “faces escondidas” dos prismas e das pirâmides, revelando o que Parzysz chama de “o conflito do visto e do sabido”.

Os dados revelaram também, que os conhecimentos geométricos construídos em anos anteriores e os alcançados ao longo do trabalho no 5º ano foram importantes para os avanços significativos das crianças em aspectos importantes como a comunicação dos resultados das atividades, o desenvolvimento da escrita, a autonomia, mostrando desta maneira o avanço do pensamento geométrico dos alunos. Consideramos que isso foi possível graças à metodologia usada no trabalho com as figuras geométricas espaciais.

Após a realização das atividades propostas pelo material, 40 alunos se encontravam no nível 1 do modelo Van Hiele e G1 do Parzysz. Havia ainda 7 alunos que estavam no nível 0 do modelo Van Hiele e G0 do Parzysz e que necessitavam de um trabalho com exploração e manipulação de figuras geométricas espaciais. Também observamos 23 alunos em nível superior ao que era esperado para as Expectativas de Aprendizagem, ou seja, o nível 2 do modelo Van Hiele e G2 de Parzysz, pois analisavam as propriedades das figuras sem precisar explorá-las, por meio de manipulação (nível 0 e G0) ou sem analisar o desenho ou imagem das figuras geométricas (nível 1 e G1) para realizar as atividades corretamente.

Embora tenhamos clareza de que esses níveis não sejam estanques e que muitas vezes os alunos se encontram em níveis intermediários, conforme pesquisa de Clements e Sarama (2011), foi possível perceber a evolução das crianças, que no início das atividades precisavam das figuras geométricas montadas, depois passaram para a análise dos

desenhos ou imagens das figuras e por último já não necessitavam desses apoios, pois haviam construído a imagem mental da figura geométrica solicitada na atividade.

Referências

- ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. A matemática na educação básica: reflexão participativa sobre os currículos do ensino básico. Lisboa: MEC, 1999.
- BATTISTA, M. T. The development of geometric and spatial thinking. In: LESTER JR, F. K. (Ed.). Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Chalotte, NC: Information Age & National Council of Teachers of Mathematics, 2007. v. 2, cap. 19, p. 843-908.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC, 1997. 142 p.
- CANIŽARES, M. J.; SERRANO, L. Introducción a la geometria. In: CASTRO, E. (Org.). Didactica de la matemática em la educación primarie. Madrid: Editorial Sintesis, S. A., 2008.
- CLEMENTS, D. H.; SARAMA, J. Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 14, p. 113-148, 2011.
- COLL, C.; TEBEROSKY, A. Aprendendo matemática. São Paulo: Ática, 2000.
- COSTA, I. B. P.; LIMA, S. L. O. Geometria espacial. São Paulo: Érica Ltda, 1998.
- CURI, E. Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004.
- FERREIRA, A. B. H. Miniaurélio: o minidicionário da língua portuguesa dicionário. 7. ed. Curitiba: Positivo, 2008.
- FELIX, T. F. Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (lesson study). 2010. 137 f. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.
- GOLDENBERG, M. A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.
- LORCA, M. A. El estudio de clases japonés en perspectiva. Chile: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 2009. Disponível em: <<http://cimm.urc.ac.cr>>. Acesso em: 7 nov. 2014.
- PARZYSZ, B. Knowing vs seeing: problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, New York, v. 19, n. 1, p. 79-92, 1988.

PARZYSZ, B. La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles: de quoi s'agit-il? Quaderni di Ricerca in Didattica. Department of Mathematics. University of Palermo, Italy, n.17, p. 128-151, 2006.

PAVANELLO, R.M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Zetetiké, Unicamp, n. 1, p. 7-17, 1993.

PIRES, C.M.C.; CURI, E.; CAMPOS, T. M. Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries do Ensino Fundamental. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

_____. Educação matemática: conversas com professores dos anos iniciais. São Paulo: Zapt, 2012.

PONTE, J.P. et al. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. Perspectivas da Educação Matemática, 5 (n. temático) 7-24, 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/22605>. Acesso em: 30 abr. 2016.

_____. et al. Os estudos de aula como contexto de desenvolvimento profissional. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2012.

_____. Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional. ResearchGate. 1-15, 2014. Disponível em: http://www.researchgate.net/publication/275410215_Os_estudos_de_aula_como_processo_colaborativo_e_reflexivo_de_desenvolvimento_profissional. Acesso em: 30 abr. 2016.

SACRISTÁN, J. G. O currículo: uma reflexão sobre a prática. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SÃO PAULO (Cidade). Cadernos de apoio e aprendizagem: matemática: 5º ano. São Paulo: Fundação Padre Anchieta, 2010. (Caderno do Aluno).

_____. Cadernos de apoio e aprendizagem: matemática: 5º ano. São Paulo: Fundação Padre Anchieta, 2010. (Caderno do Professor).

_____. Programa Mais Educação. São Paulo: SME- DOT, 2014.

_____. Secretaria Municipal de Educação. Diretoria De Orientação Técnica. Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o ensino fundamental: ciclo I. São Paulo: SME/DOT, 2012. 208p.

UTIMURA, G. Z; CURI, E. Figuras geométricas espaciais: alunos de quinto ano e suas professoras aprendendo juntos. Curitiba: Appris, 2016.

VAN HIELE, P. Structure and insight. Orlando: Academic Press, 1986.

Recebido 29/01/2016
Aprovado 19/08/2016