

O Trabalho Colaborativo Como Meio de Desenvolver o Conhecimento Didático de Duas Professoras em Combinatória

JOSÉ ANTÓNIO FERNANDES¹

BÁRBARA DO ALVAR DE CARVALHO²

CAROLINA FERNANDES DE CARVALHO³

Resumo

Neste artigo estuda-se a influência do trabalho colaborativo sobre o desenvolvimento do conhecimento didático de duas professoras de matemática, Maria e Margarida, em Combinatória. Para tal, as duas participantes e a investigadora trabalharam em equipa ao longo de várias sessões de trabalho, centradas na planificação das actividades lectivas e na reflexão das aulas observadas, o que constituiu uma oportunidade para as duas professoras problematizarem e questionarem as suas concepções e práticas de ensino.

No estudo, de natureza qualitativa, adoptou-se uma metodologia de estudo de caso e recolheram-se dados através de entrevistas, de um questionário ministrado aos alunos, da observação de aulas e das sessões de trabalho realizadas.

A análise e reflexão realizadas revelaram a valorização pelas professoras de tarefas exploratórias e das estratégias espontâneas dos alunos e, no caso de Margarida, também das ideias erradas dos alunos. A par disto, verificou-se o desenvolvimento de uma consciência crescente de que a mudança das práticas lectivas é possível a partir do envolvimento e esforço pessoais, sustentada num trabalho realizado em conjunto. Margarida, partindo de uma atitude de maior abertura e predisposição à mudança, aprofundou ainda mais tal atitude, enquanto Maria, mostrando-se, inicialmente, convicta e confiante nas suas práticas, apenas pelo fim da experiência questionou algumas dessas práticas, com escassa repercussão na sala de aula.

Palavras-chave: Conhecimento didático; Trabalho colaborativo; Combinatória.

Abstract

This paper studies the influence of collaborative work on the development of didactical knowledge of two math teachers, Mary and Margaret, in Combinatory. Both teachers and the researcher worked as a team over several working sessions, focusing on the planning of school activities and reflection of lessons observed which provided an opportunity for the teachers problematize and question their conceptions and practices.

The study adopted a methodology of case study and data were collected through interviews, a questionnaire administered to students, observing lessons and working sessions.

The analysis and reflection carried out proved the appreciation by the teachers of exploration tasks and answering strategies of students, in the case of Margaret, also the misconceptions of students. Alongside this, there was the development of a growing awareness that the change of teaching practices is possible from the personal involvement and effort, sustained in a collaborative work. Margaret, assuming an attitude of openness and willingness to change and further develop this attitude, while Mary, being initially convinced and confident in their practice, only in the end of the study questioned some of these practices, with little impact on classroom.

Keywords: Didactical Knowledge; Collaborative work; Combinatory.

¹ Universidade do Minho, jfernandes@iep.uminho.pt

² Escola Secundária/3 Camilo Castelo Branco, barbara.alvar@gmail.com

³ Universidade de Lisboa, fc Carvalho@fc.ul.pt

Introdução

Em Portugal a Combinatória é leccionada pela primeira vez no 12º ano de escolaridade (Ministério da Educação, 2002), integrada no tema de Probabilidades e Combinatória, e é considerado um tema difícil, quer pelos alunos quer pelos professores (Silva, Fernandes & Soares, 2004).

Com efeito, interessa compreender o modo como os professores reflectem sobre as suas práticas de ensino e o impacto destas na aprendizagem dos alunos. O grupo de trabalho colaborativo que se formou, constituído por duas professoras e pela investigadora, teve como objectivo comum aprender para fazer melhor, através da análise, reflexão e questionamento das práticas, aprendendo a partir dos saberes e das práticas dos outros e partilhando experiências, numa tentativa de superar conjuntamente as dificuldades encontradas.

A operacionalização das orientações curriculares do Ministério da Educação varia de professor para professor, pois a sua interpretação não é feita por todos da mesma forma. É, pois, importante que se confrontem ideias e opiniões, no sentido de chegar a um entendimento comum e correcto, num contexto de trabalho colaborativo, de modo a legitimar o conteúdo a leccionar pelos vários intervenientes, tendo em conta o ambiente em que se integram, nomeadamente a escola em que trabalham e as características dos seus alunos. Para tal, é necessário seleccionar as tarefas, desenvolvê-las e avalia-las, tendo em conta o cumprimento do currículo nacional.

Com vista a melhorar o processo de ensino-aprendizagem, os professores devem reflectir sobre os programas da disciplina e sobre as suas práticas lectivas, pois a reflexão e a capacidade de as rever com espírito crítico e indagativo, num contexto de trabalho colaborativo, afigura-se como uma actividade propícia para o professor enfrentar situações novas (Martins & Santos, 2008), permitindo desencadear um processo de criação e aplicação de conhecimentos na sua relação com a realidade escolar. A diversidade de informações adquire sentido quando se organizam e se integram para dar resposta a situações da prática lectiva, desenvolvendo-se um saber para a acção (Serrazina, 1999).

Dada a importância que este tema assume enquanto componente do pensamento formal (Piaget & Inhelder, 1951), em vários domínios científicos e ao nível das suas aplicações, reveste-se de particular importância descobrir até que ponto os alunos são

capazes de resolver problemas de Combinatória. Segundo Fernandes (1990), em geral, “a resolução de problemas (...) torna os objectivos do ensino mais práticos e imediatos, aproxima a escola do meio envolvente, na medida em que o seu ensino se refere, também, a questões vividas nesse meio” (pp. 8-9). Para Roa, Batanero, Godino e Cañizares (1996) as estratégias de resolução de problemas de Combinatória constituem estratégias gerais, aplicáveis não apenas à Combinatória, o que releva o papel que este tema pode desempenhar na aprendizagem de técnicas gerais de resolução de problemas e no desenvolvimento de raciocínios progressivamente mais complexos.

A mudança de práticas dos professores implica que eles sintam vontade e audácia para concretizarem as orientações curriculares, no que concerne à concretização de tarefas inovadoras na sua prática, e “isto pressupõe um elevado grau de consciencialização que os ajude a reconhecer as suas falhas e fraquezas e a assumir um forte desejo de as ultrapassar. Estas coisas levam tempo e os professores têm de ser persistentes” (Serrazina, 1999, p. 163). Neste âmbito, no presente estudo procurámos responder à seguinte questão de investigação: – De que forma o trabalho colaborativo se reflecte no desenvolvimento do conhecimento didáctico dos professores em Combinatória?

1. O Ensino e a Aprendizagem da Combinatória

Diferentemente de Piaget e Inhelder (1951) para quem a noção de acaso e, conseqüentemente, as suas implicações são a continuação da evolução das operações lógicas, Fischbein (1975) advoga a necessidade de ensino específico para que os alunos desenvolvam a capacidade Combinatória. A este respeito, Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1994) afirmam que “atrasar o ensino da Combinatória, ou, por outras palavras, não cultivar o raciocínio combinatório quando os alunos reúnem as condições adequadas para o exercitarem, pode significar uma limitação séria ao desenvolvimento do seu pensamento formal” (p. 80).

Para além da instrução directa, English (2005) defende que devem ser dadas aos alunos oportunidades de explorar situações que envolvam problemas combinatórios, pois eles permitem uma variedade de abordagens e representações e exigem um mínimo de conhecimento do conteúdo.

Batanero et al. (1994) consideram que o ensino de novos conceitos deve ser precedido de uma pormenorizada investigação, pois o significado matemático é alcançado através

de conexões entre a nova ideia e os conhecimentos prévios dos alunos. Segundo estes autores, perante um problema de combinatória, é importante que se dê aos alunos tempo suficiente para que investiguem as possíveis soluções utilizando todos os meios, e os professores devem desafiar os alunos a “inventarem as suas próprias representações” (p. 118), incluindo o uso de desenhos, tabelas, listagens sistemáticas e não sistemáticas e modelos concretos (English, 2005). Mais especificamente, de acordo com Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1997), considera-se ser recomendável proporcionar aos alunos tarefas que envolvam actividades de enumeração, construção de diagramas de árvore e o uso de materiais manipuláveis, enquanto recursos didácticos essenciais para o adequado desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Para Fischbein (1975) o “esquema” realiza uma função essencial no pensamento produtivo, conciliando o abstracto com o concreto. O esquema, que é uma simplificação e uma “destilação” do concreto, prepara o terreno para o conceptualismo, fornecendo relações abstractas à representação espacial, dando-lhe significado dinâmico e, conseqüentemente, encerra um potencial construtivo e criativo. Contudo, tais esquemas podem também tornar-se uma fonte de erros, sendo desejável, por isso, que o processo seja sistematicamente guiado pelo professor, nomeadamente através de um questionamento apropriado quando os alunos se encontram a trabalhar nos problemas no sentido de promover a sua compreensão. Por exemplo, pedir aos alunos que expliquem e justifiquem as suas soluções pode levá-los a rejeitarem algumas das suas ideias originais ou a modificar, refinar ou consolidar os seus argumentos originais (Maher & Martino, 1996). É importante que os alunos tenham liberdade de usar representações e abordagens diferentes e que sejam encorajados a descrever e a explicar as suas acções e raciocínios. Ao fazê-lo, os alunos conseguem identificar as semelhanças e as diferenças entre as suas próprias formas de representação e as dos outros. Batanero et al. (1994) enfatizam que a “apresentação das soluções encontradas pelos alunos, conjuntamente com a sua discussão colectiva, permitirá criar uma atmosfera de aprendizagem eficaz” (p. 118).

O valor educativo da matemática discreta, ensinada nos primeiros anos de escolaridade, reside no facto de que “força” os alunos a confrontarem-se e a pensarem acerca de processos elementares importantes, tais como a enumeração sistemática. Para resolverem problemas de contagem, os estudantes devem começar por enumerar alguns casos para descobrir a estrutura do problema, com ou sem a ajuda de um diagrama de

árvore. Em vez disso, também podem utilizar a multiplicação para contar colecções agrupadas, aplicar as regras da adição e da multiplicação. Segundo Batanero et al. (1994),

Através das actividades de enumeração sistemática e de contagem praticam-se as capacidades numéricas básicas, as relações entre os números naturais, assim como as operações de adição e multiplicação. Desta forma, exercita-se a classificação de objectos no que diz respeito a certas propriedades, e habitua-se o aluno na busca de procedimentos sistemáticos e no pensamento indutivo e algorítmico. (p. 118)

Os diagramas de árvore são um dos recursos mais úteis para visualizar tanto as situações de Combinatória como as de Probabilidades, apresentam características intuitivas importantes e oferecem uma representação global da estrutura da situação e isto contribui para a imediaticidade da compreensão e para se encontrar uma solução do problema. Para Heitele (1975)

O diagrama de árvore é uma representação icónica de importância fundamental, porque visualiza a estrutura multi-passos da experiência, assim como os resultados possíveis, e assim trabalha em conjunto com outras operações combinatórias. Por esta razão, as operações combinatórias básicas, mais do que serem simplesmente algoritmos padrão para calcular probabilidades de experiências compostas, fornecem uma visão directa, em particular na sua forma icónica e inactiva, para a estrutura interior das experiências do acaso e o encadeamento de experiências sucessivas dentro de um complexo maior. (p. 198)

Assim, explorando o diagrama de árvore, por aproximações sucessivas, os alunos acabam por descobrir uma regra de cálculo. Ao aprenderem a fazer uso de um diagrama de árvore as crianças estão, de facto, a assimilar uma *lei de construção*. Os recursos indutivos do modelo são evidentes e os sucessivos passos de raciocínio dentro do modelo têm lugar indutivamente e quase de imediato (Fischbein, 1975).

Almeida e Ferreira (s/d) realizaram um estudo piloto com uma turma do 2º ano do curso médio sobre o ensino das operações combinatórias, privilegiando as ideias dos alunos (incluindo as suas ideias prévias), tarefas interessantes e desafiadoras, o trabalho dos alunos em grupo e o papel do professor como aquele que acompanha e incentiva o trabalho dos alunos nos grupos. Do pré-teste para o pós-teste, verificou-se que os alunos desenvolveram significativamente o seu raciocínio combinatório e a forma de trabalhar em grupo. Embora alguns alunos tenham considerado o trabalho cansativo, e consequentemente algo desmotivante, a metodologia adoptada foi bem aceite pela maioria dos alunos.

Também Correia, Fernandes e Almeida (2009) referem uma experiência de ensino sobre as operações combinatórias, envolvendo agora 23 alunos de uma turma do 12º ano de uma escola secundária com 3º ciclo e adoptando uma estratégia de ensino semelhante à usada por Almeida e Ferreira. Em termos de resultados, as resoluções dos alunos, avaliadas através de um teste em duas fases, permitem especular sobre a influência da intervenção de ensino no desenvolvimento das capacidades de raciocínio combinatório e das conexões entre as operações combinatórias, em detrimento de um ensino mais centrado na aplicação das fórmulas. Por outro lado, quando indagados através de um questionário, os alunos manifestaram uma opinião muito positiva sobre a intervenção de ensino.

Eizenberg e Zaslavsky (2003) estudaram em estudantes universitários, com formação em Combinatória, o efeito da colaboração na resolução de problemas de Combinatória através da comparação dos resultados obtidos pelos alunos que trabalharam individualmente com os resultados obtidos pelos alunos que resolveram os problemas em pares, tendo concluído que a apresentação de situações que encorajem os alunos a uma resolução colaborativa dos problemas pode constituir um meio de ultrapassar algumas das dificuldades que os alunos encontram na resolução de problemas combinatórios e contribui para aumentar a confiança e o sucesso dos alunos.

2. O Conhecimento Didáctico

Na persecução de ser claramente partilhado com os seus alunos, evoluindo sempre nesse sentido, o conhecimento do professor integra competências pedagógicas que vai desenvolvendo, ao longo da sua experiência, para constantemente aplicar a outros conteúdos que pretenda leccionar. Sendo assim, poderemos caracterizar o conhecimento didáctico como sendo um conhecimento transversal a todos os conteúdos específicos da disciplina, intrínseco e que se alimenta da acção, da investigação, da reflexão constante sobre a acção (Schön, 1987) e da sua problematização. Ao investigar, o professor apropria-se de teorias que lhes permitem contornar problemas da sua prática, incitando, desta forma, a possibilidade de mudança e transformação. Porém, sem motivação, envolvimento e empenho por parte do professor é impossível imaginar qualquer transformação significativa.

Por vezes, o professor não consegue comunicar de forma explícita o seu conhecimento na interacção com os seus alunos nos vários contextos que emergem durante a acção, manifestando-se na sua actuação espontânea, o que é indispensável para um bom desempenho. Supõe-se que qualquer actividade de ensino-aprendizagem é impregnada de esquemas de representações adequados às ideias e significativos para os alunos, de modo a instigar o professor numa *reflexão na acção* (Schön, 1987), culminando numa aprendizagem com compreensão dos seus alunos. Por sua vez, através da *reflexão sobre a acção* e na *reflexão sobre a reflexão na acção* (Schön, 1987) o professor envolve-se no processo de construção de saberes desencadeados na própria docência, que se alicerçam na recolha sistemática de informação e dão significado à teoria (Alarcão, 1996). O conhecimento é desta forma aplicado às situações de ensino que o professor desenvolve, ao mesmo tempo que estes contextos favorecem a construção de novos saberes, pois o “conhecimento da disciplina, adquirido de forma teórica, é desenvolvido e refinado durante as experiências de ensino” (Varandas, 2000, p. 49).

Shulman (1986) chama a atenção para a necessidade que o professor tem de conhecer bem os conteúdos que ensina. Para Ponte (1999) “o professor não tem de conhecer estes conteúdos do mesmo modo que o cientista, mas de um modo diferente. Muito em especial tem de conhecer as boas maneiras de os tornar compreensíveis e relevantes para os alunos” (p. 61).

Todo o professor é, além de detentor do conhecimento específico do conteúdo da sua disciplina, um construtor de situações de aprendizagem, problematizando nesse sentido constantemente a sua prática pedagógica. Ponte e Santos (1998) advogam que, ligado à prática pedagógica do professor, se destacam “quatro domínios, que constituem o núcleo do conhecimento profissional” (p. 4), que Varandas (2000) denomina como sendo o conhecimento didáctico: conhecimento do conteúdo, conhecimento do currículo, conhecimento sobre a aprendizagem e conhecimento instrucional.

Conhecimento do conteúdo. O domínio dos conteúdos que se ensina, há muito reconhecido como sendo imprescindível para um bom desempenho profissional (Shulman, 1986), e a visão que se tem sobre a natureza e a estrutura do conteúdo, em que se destacam as concepções sobre o conteúdo a leccionar que os professores vão formando ao longo dos anos de serviço, constituem importantes condicionantes do processo didáctico. Ponte e Santos (1998) sustentam que, “na prática, os professores concentram a sua atenção sobretudo nos aspectos procedimentais da disciplina e no

conhecimento de terminologia; ao mesmo tempo, dão pouca importância aos processos de raciocínio e à validação das ideias matemáticas” (p. 5). Também a separação entre parte teórica e parte prática está associada à concepção do conteúdo como “produto acabado” (Ponte & Santos, 1998, p. 5).

Conhecimento do currículo. Neste domínio inclui-se o conhecimento dos objectivos e métodos, da articulação dos conteúdos elencados no programa oficial da disciplina e dos materiais e recursos a partir dos quais se seleccionam as tarefas a utilizar.

Os objectivos e finalidades contempladas no programa oficial da disciplina funcionam como orientações para a acção dos professores ao longo do ano lectivo, bem como os diversos objectivos curriculares transversais, como o desenvolvimento do espírito crítico, da responsabilidade e autonomia, entre outros (Ponte, 2005).

Os materiais referem-se a todos os recursos ao alcance dos professores no sentido de motivar os alunos para a aprendizagem, entre os quais se encontram os recursos tecnológicos, computadores e calculadoras, retroprojector e transparências, DVDs e filmes, os materiais físicos e manipuláveis e o manual escolar, este último considerado por Ponte e Santos (1998) como a “principal fonte de organização das aulas” (p. 6).

No caso das tarefas, Ponte (2005), recorrendo ao seu grau de abertura e de desafio, classifica-as em tarefas abertas (investigações e tarefas exploratórias) ou fechadas (problemas e exercícios) e em tarefas de desafio elevado (investigações e problemas) ou reduzido (tarefas exploratórias e exercícios).

Finalmente, a gestão do tempo de leccionação diz respeito ao número de horas atribuídas para a leccionação de cada conteúdo.

Conhecimento sobre a aprendizagem. Neste domínio incluem-se os processos cognitivos – conhecimento que o professor possui sobre as capacidades dos seus alunos e como estes aprendem – e os interesses e expectativas dos alunos – adaptar a tarefa aos interesses dos alunos. Este conhecimento inclui a percepção de diferentes processos de aprendizagem, interesses, expectativas, necessidades dos alunos e as formas de os alunos se relacionarem na sala de aula. É comum dizer-se que o aluno aprende ouvindo o professor e resolvendo exercícios, ideia que resulta da concepção que o professor tem sobre o conteúdo, como um corpo de saberes compartimentado e estruturado.

Conhecimento instrucional. Trata-se de saberes provenientes da prática e que orientam toda a actividade profissional do professor. É a partir dele que cada professor organiza

as tarefas de acordo com os objectivos que se propõe alcançar e determina procedimentos de acção para cada tipo de situação emergente da sua prática. A tensão criada entre as diversas representações que o professor canaliza para ensinar o conteúdo aos seus alunos e os objectivos que se propõe atingir constitui o desafio constante que se coloca ao docente.

Numa aula os acontecimentos surgem uns atrás dos outros, sendo o seu desenrolar pouco preciso, não obedecendo a uma estrutura rígida, visto a qualquer momento ser sujeita a alterações desencadeadas pelos alunos. Cabe ao professor desenvolver um discurso que sustente a ligação entre todos os acontecimentos, pois os alunos têm que relacionar ideias umas com as outras numa variedade de contextos. “Haverá casos em que os alunos dispõem de um certo protagonismo e outros em que o papel decisivo cabe por inteiro ao professor” (Ponte & Santos, 1998, p. 7).

Neste domínio de conhecimento podemos considerar as seguintes subcategorias: preparação das aulas – planificação das aulas que constituem um conjunto de intenções que podem ou não ser exequíveis; gestão das aulas – actividade que o professor desenvolve na sala de aula; formas de trabalho dos alunos – individualmente, em pares, em pequeno grupo e grande grupo; e avaliação – considerar os diferentes instrumentos de avaliação (testes, portefólios, composições, relatórios, entre outros) (Ponte & Santos, 1998).

3. O Trabalho Colaborativo

Subjacente ao trabalho colaborativo, Boavida e Ponte (2002) sustentam que existe um objectivo geral comum, partilhado por todos, e no relacionamento entre os participantes tem que se verificar um clima de confiança, disponibilidade para ouvir os outros, negociação, diálogo e respeito mútuo.

Para que se verifique um verdadeiro trabalho em colaboração, para além de se constituírem ligações de apoio mútuo entre os docentes, têm que ser analisadas “criticamente as práticas existentes, procurando melhores alternativas e trabalhando em conjunto, arduamente, para introduzir alterações e avaliar o seu valor” (Fullan & Hargreaves, 2001, p. 102), permitindo aos professores enfrentar as situações imprevisíveis e incertas da sua profissão de forma mais confortável.

Para Little (1990) existem quatro formas de colaboração, que são descritas a seguir: narrar e procurar ideias; ajuda e apoio; partilha; e trabalho em co-propriedade.

Narrar e procurar ideias. Nesta forma de colaboração cada professor preserva a sua individualidade, trocando esporadicamente materiais didáticos, não se expondo aos outros, ou seja, assume uma cultura de colaboração de individualismo conservadora.

Ajuda e apoio. É talvez a forma de colaboração que os professores mais esperam do outro colega – ajuda na resolução de problemas e dificuldades com que se deparam. Normalmente, existe sempre um professor mais experiente do que outro no grupo, e é a esse professor experiente que o colega poderá solicitar ajuda e apoio, a qual pode ser “encarada como uma admissão da própria incompetência” (Lima, 2002, p. 53). Esta forma de colaboração integra, de igual modo, uma postura de um certo individualismo por parte do professor.

Partilha. Corresponde a um intercâmbio de materiais, métodos e trocas de ideias e opiniões. Esta representa uma concepção de colaboração menos privada e mais partilhada e vem estabelecer uma ruptura com a cultura de ensino chamada "tradicional". O facto de o professor sentir confiança suficiente para se expor fomenta um caminho rico de potencialidades para o seu desenvolvimento profissional e pessoal.

No entanto, a partilha do trabalho que se desenvolve pode ser restrita, revelando ao outro apenas o que lhe convém (Lima, 2002).

Trabalho em co-propriedade. Envolve encontros entre professores “firmados na responsabilidade partilhada do trabalho de ensinar (interdependência), na ideia de uma autonomia colectiva, no apoio às iniciativas e liderança dos professores no que respeita à prática profissional e na afiliação ao grupo, fundadas no trabalho profissional” (Little, 1990, p. 519). A autora completa esta ideia argumentando que aquilo a que chama autonomia colectiva “não implica consenso de pensamento ou uniformização da acção” (p. 521). A existência de opiniões e concepções diferentes respeitam-se e complementam-se. Para Little “esta é a única forma de colegialidade verdadeiramente consequente no ensino” (Lima, 2002, p. 53).

Da primeira para a última forma de colaboração apresentada observa-se uma interdependência crescente entre os participantes, que se traduz na definição de objectivos mais claros de trabalho comum e mais exigente. Para Lima (2002), estas quatro formas de colegialidade distinguem-se pela “frequência e intensidade da

interacção que promovem, assim como pelas perspectivas de conflito que criam e pelas probabilidades de influência mútua a que dão lugar” (p. 53).

4. Metodologia

Na investigação realizada estudou-se a influência do trabalho colaborativo no desenvolvimento do conhecimento didáctico dos professores em Combinatória, tendo-se adoptado uma metodologia de estudo de caso (Bogdan & Biklen, 1994).

Participaram no estudo duas professoras de Matemática com formação académica semelhante. Ambas estavam a leccionar turmas do 12^o ano do ensino secundário e tinham uma Licenciatura em Ensino de Matemática. Posteriormente, Margarida fez um mestrado em Educação e Maria fez uma pós-graduação em Tecnologia Educativa. Margarida tem 40 anos, 15 de serviço docente e já leccionou a Combinatória durante 6 anos. Maria tem 32 anos, 10 anos de serviço docente e leccionou 5 anos o tema de Combinatória.

Estas professoras pertenciam a escolas de localidades diferentes e já leccionavam nas turmas onde decorreu a investigação desde o 10^o ano, o que terá contribuído para a existência de um ambiente de trabalho calmo, agradável, cordial e de empatia e cumplicidade entre os intervenientes. A turma de Maria era constituída por 15 alunos e a de Margarida era constituída por 32 alunos.

Margarida aceitou participar neste projecto com a expectativa de que ele poderia contribuir para o seu crescimento profissional, incitada pela curiosidade de encontrar tarefas diferentes para propor aos alunos. Margarida, além de ter frequentado regularmente cursos de formação, tem participado em projectos propostos pelo Ministério da Educação ou outras entidades. Enquanto Margarida aderiu de forma incondicional e entusiasta, Maria valorizou os benefícios que poderia retirar da sua participação no projecto.

Em termos de trabalho de equipa, nas 14 sessões de trabalho (ST) realizadas, com uma duração média de duas horas, trataram-se questões de planificação, reflectiu-se sobre a prática pedagógica e foram discutidos vários textos de apoio facultados pela investigadora.

Na actividade de planificação foram seleccionadas/adaptadas e discutidas tarefas a implementar no ensino da Combinatória, que levassem os alunos a estabelecerem relações entre as ideias que já possuíam e os conhecimentos novos que iriam adquirir. Neste caso, salienta-se a adaptação do teste desenvolvido por Correia (2008), com o qual se pretendia que os alunos explorassem problemas combinatórios antes da instrução e tendo por fim analisar e descrever as estratégias utilizadas pelos alunos e identificar factores potenciadores de uma aprendizagem significativa, culminando na adaptação das estratégias de ensino às estratégias por eles usadas.

A organização da planificação das aulas realizou-se nas sessões, com a elaboração de um guião orientador da acção para cada aula, pouco estruturado, onde constavam as tarefas introdutórias, adaptadas do teste de Correia, e as tarefas de desenvolvimento. As tarefas de desenvolvimento integravam-se numa ficha elaborada em conjunto, a partir das várias propostas feitas pelos elementos da equipa.

A investigadora observou quatro aulas de Maria, das quais duas foram também observadas por Margarida, e cinco de Margarida, tendo Maria observado também três delas.

A investigadora, na interacção que manteve com as participantes, envolveu-se nas actividades e dificuldades sentidas, sem nunca descurar o objectivo da investigação. Participou activamente na planificação de toda a acção, nas discussões e reflexões decorrentes da acção, emitindo opiniões, juízos e sentimentos e exibindo uma postura sempre atenta ao discurso das professoras participantes, no sentido de procurar compreender as suas interpretações sobre os episódios que experienciaram, observaram, analisaram e discutiram.

A recolha de dados efectuou-se através da observação de aulas e das sessões de trabalho, de duas entrevistas semi-estruturadas, conversas informais, análise e produção de documentos, tendo ocorrido entre Setembro e Dezembro de 2008. A entrevista inicial (EI) foi efectuada antes da leccionação da Combinatória, e teve como principais objectivos conhecer as perspectivas das participantes sobre a Combinatória, sobre o seu ensino e a sua aprendizagem. A entrevista final (EF) foi realizada após os vários momentos de prática lectiva e com ela pretendeu-se fazer um balanço da acção desenvolvida e aprofundar algumas questões, no sentido de obter mais informação acerca de aspectos menos elucidados que surgiram no trabalho de campo. No final da

leccionação da Combinatória, as participantes aplicaram um questionário individual aos seus alunos com o fim de conhecer a sua opinião acerca do decorrer das aulas implementadas.

Foram feitas gravações áudio e transcrições das entrevistas, de todas as sessões de trabalho e das aulas observadas, acompanhadas do registo de notas de campo.

A análise de dados foi efectuada de forma contínua durante o processo de recolha dos dados, organizando e interpretando os factos numa perspectiva de regulação e aferição das questões de investigação (Bogdan & Biklen, 1994), e aprofundou-se após a conclusão da sua recolha. Nesta última fase foram construídos e estruturados os dois casos, usando-se as categorias de análise do conhecimento didáctico de Ponte e Santos (1998): conhecimento do conteúdo, conhecimento do currículo, conhecimento sobre a aprendizagem e conhecimento instrucional.

5. Desenvolvimento do Conhecimento Didáctico das Participantes em Combinatória

5.1. Conhecimento do Conteúdo

Para Maria a insegurança que um professor sente relativamente a um dado assunto transfere-se para os alunos, pois se a sua concepção sobre a Combinatória é considerá-la difícil, será de esperar que os alunos também a achem difícil: “Se eles [os professores] já a acham difícil, então também será difícil os alunos acharem muito fácil” (EI).

Esta professora, ao longo dos anos de prática, aprofundou o seu domínio sobre o tema e, actualmente, durante a prática, demonstrou conhecer e compreender os conceitos a ensinar, elaborando problemas que implementou nas suas aulas. No entanto, a sua opinião sobre a dificuldade da Combinatória manteve-se, afirmando: “Temos que ter essa humildade e essa capacidade de reconhecer que se o tema para nós não é fácil, devemos trabalhá-lo em conjunto, de forma a debater as dificuldades, não é?” (EF).

Margarida assumiu não ter um conhecimento muito aprofundado da Combinatória. Já na aprendizagem do tema, enquanto aluna, sentiu dificuldades e a aprendizagem que fez para poder ensinar decorreu do esforço de estudo pessoal e da experiência que foi desenvolvendo na própria prática.

Sentia-me muito insegura, por isso também não queria transmitir essa insegurança para os alunos. Então escolhia exercícios mais simples, daqueles em que a contagem é praticamente directa. (EI)

Margarida admitiu ter reaprendido o conteúdo, salientando o estabelecimento de relações entre as operações combinatórias e o ter dado sentido às fórmulas e aos procedimentos matemáticos.

[Com este trabalho fiquei] mais esclarecida. Uma coisa é ver os conteúdos e perceber, lá está, as ditas fórmulas, eu sei o que são as combinações, o que é que estão a contar. Eu nunca tinha estudado e visto é a relação que no fundo existe entre as várias técnicas de contagem desta maneira. Nesse sentido ficou muito mais claro e foi muito importante. (EF)

Inicialmente, tanto Maria como Margarida tinham uma visão redutora e tecnicista sobre a Combinatória, considerando-a como um conjunto de técnicas de contagem úteis para a Matemática e para a vida, especialmente para as Probabilidades, permitindo contar, de forma ordenada, um número grande de coisas. A este respeito, Margarida define a Combinatória como “um conjunto de técnicas de contagem. Tem várias aplicações. Uma das aplicações mais imediatas é no cálculo de probabilidades. Na vida, ora bem, a Combinatória utiliza-se na teoria dos grafos, muitos problemas são resolvidos com Combinatória” (EI).

No entanto, esta visão tecnicista e instrumental modificou-se ao longo do trabalho desenvolvido em conjunto, tornando-se evidente nas conversas travadas informalmente e nas sessões de reflexão que, actualmente, encaram a Combinatória como “uma forma de organizar logicamente o pensamento”, afirmando Maria:

Aprendemos a pensar e a encarar a Combinatória doutra forma. Não como um conjunto de fórmulas que até poderiam existir na máquina, mas como uma forma de pensar, de estruturar o pensamento. E é o desenvolvimento de um pensamento estruturado que eles têm dificuldade em fazer. (EF)

O trabalho colaborativo desenvolvido repercutiu-se nas perspectivas das participantes sobre as tarefas e a própria Combinatória. A este respeito, Maria afirmou:

O facto de nós nos termos baseado em actividades tão diversificadas, demos um significado à Combinatória que vai muito além do que vem escrito nos manuais. Eu acho que isso foi o mais enriquecedor. No fundo, nós vamos levar isso para outras unidades. Eu acho que isso é que foi importante. (EF)

5.2. Conhecimento do Currículo

Margarida e Maria mostraram ter conhecimento dos programas escolares. Maria, referindo-se ao seu desenvolvimento vertical, inicialmente, achou que seria vantajoso implementar o ensino da Combinatória mais cedo, com outra abordagem, adaptando as estratégias de ensino ao nível etário dos alunos. Porém, esta opinião foi-se alterando ao longo do trabalho desenvolvido, afirmando nas sessões que a maturidade dos alunos não permite uma abordagem do tipo que se implementou e que não seria oportuno leccionar este conteúdo a crianças.

Maria: Pois, Margarida, mas eles aqui não têm maturidade para compreender.

Margarida: Não têm maturidade. A não ser que eles estivessem habituados a esse tipo de trabalho.

Maria: Acho que seria pior, se fosse feito com crianças mais pequenas... Como é que teria sido, Margarida? Olha no 9º ano.

Margarida: Mas, oh Maria, eu lamento que aconteça isso.

Maria: Pois é! A verdade é que a maturidade deles não nos permite. E também há muitos que não se interessam por este tipo de abordagem.
(ST10)

Margarida mostrou também ter conhecimento dos materiais curriculares alternativos para leccionar um determinado conteúdo: “O programa refere o uso de recursos, quer materiais e outros, de que nós não dispomos. Portanto, eu nunca consegui até agora cumprir o programa, eu consigo é abordar os conteúdos, agora cumprir o programa, não” (EF). Consegue leccionar todos os conteúdos elencados, mas no seu entender a escola não possui condições materiais que permitam a concretização das orientações metodológicas dos actuais currículos de Matemática.

Maria mostrou não ter em conta as recomendações do currículo pela postura, comportamento e atitudes que demonstrou em sala de aula, pois assumiu a orientação de todas as aulas que administrou, orientando todas as tarefas, mesmo as que definimos e assumimos serem feitas em grupo, não proporcionando aos seus alunos situações de ensino inovadoras, onde era suposto eles assumirem um papel activo e autónomo, chegando sozinhos às conclusões, sem a ajuda da professora, como se exemplifica no diálogo seguinte:

Bárbara: Mas isso mete-te impressão? Por exemplo, pegares no André que é o teu melhor aluno e pô-lo a ajudar um colega que está atrasado.

Maria: E eu? (...)

Bárbara: Pronto, o André acabou e tu dizias: ‘Oh André vai ali para junto da Amélia e estejam os dois ali a discutir o assunto’.

Maria: Acho que nunca me aconteceu.

Bárbara: Mas tu não reagias bem a uma coisa destas? Tu é que tiras sempre as dúvidas. (...)

Bárbara: Eles gostam de ser orientados pela Maria.

Maria: E querem! (ST11)

A grande preocupação de Margarida e Maria foi sempre a gestão do tempo para cumprir adequadamente a planificação. Para obviar este problema, Maria implementou várias aulas extra e Margarida distribuiu problemas diferentes por cada grupo e estipulou um certo período de tempo para os resolverem. A possibilidade de não cumprir todo o plano de uma aula desiluiu Maria e dissuadiu-a de concretizar as tarefas inovadoras a que nos propusemos. Quando cumprir a planificação se transforma no principal objectivo da aula, o factor tempo é constrangedor e, sem dúvida, condiciona a acção do professor.

Segundo Margarida, “muitas vezes [os alunos] apresentam dificuldades ou fazem comentários inesperados, e eu tenho que depois no fundo trabalhar com três variáveis, que são: o tempo, as dificuldades inesperadas e o que eu preparei para aquela aula. E conciliar isto tudo é o mais difícil” (ST10). Das cinco aulas leccionadas só numa, onde leccionou o triângulo de Pascal, é que Maria cumpriu o plano estabelecido.

Maria revelou-se uma profissional que intervém na elaboração do currículo a concretizar na sua prática lectiva, leccionando o conteúdo “aplicações ao cálculo de probabilidades” antes do “triângulo de Pascal” e do “binómio de Newton”, alterando, deste modo, a sequência dos conteúdos prevista.

Durante a sessão 12 salientou-se alguma discordância sobre a articulação das várias orientações curriculares preconizadas, considerando-as incoerentes, como se verifica no diálogo que se apresenta a seguir.

Maria: Chegámos à conclusão que há um problema em tudo isto, não é... onde estão e quem viu já as Normas traduzidas... Então vai lá ler o que diz exactamente. Onde está a discussão entre as estratégias, o tempo, o programa, as competências, não há esta discussão na... Não é na horizontal, é na vertical. Porque na horizontal estamos aqui a discutir nós, que somos três professoras que só fizemos as estratégias e não fizemos mais nada. Na vertical eu não vejo ninguém a questionar isso.

Margarida: Vai ter que questionar agora com o novo programa, não é?

Maria: Mas também tem que se questionar no secundário, Margarida. (ST12)

Esta professora valorizou o uso do manual escolar nas suas aulas, achando contraditório a escola aconselhar a compra de um livro escolar, que fica dispendioso para a família, e

depois não fazer uso dele durante as aulas. Consequentemente, Maria fez uso do manual escolar, marcando páginas para leitura em casa ou propondo exercícios de consolidação, sendo ainda mais usado nas aulas extra, onde se resolviam todos os exercícios alusivos ao conteúdo tratado na aula.

Na sua prática, constatámos que esta professora propunha problemas que ela criava, relacionados com situações da vida real, elaborava histórias quase reais onde envolvia alunos, que se revelaram muito motivadoras e significativas para eles. Também Margarida não descurou a importância da resolução de problemas, destacando os problemas ligados à vida real que os alunos gostaram de resolver, conforme expressaram nas respostas às questões do questionário ministrado.

Eles salientaram realmente os exemplos práticos, portanto gostaram do tipo de problemas [que trabalhámos nas aulas], gostaram das abordagens, sentiram-nas muito práticas, muito ligadas ao dia-a-dia, o que é muito bom. Portanto, resumindo, os trabalhos em grupo, a valorização dos raciocínios, a descoberta, a dinâmica que surgiu na sala de aula” (ST14).

Maria revelou ser apologista do uso de materiais manipuláveis para “exemplificar com situações concretas, onde eles [os alunos] podem utilizar e onde é fácil para eles começar a perceber o raciocínio”. Margarida foi mais longe, considerando mesmo os manipuláveis como sendo adequados para uma aprendizagem com compreensão, ainda que seja ao nível do 12º ano, e especificamente no ensino da Combinatória. Considerando uma situação da sala de aula, quando, depois de ter dado a operação combinações, Maria ensinou as permutações com repetição e levou, para esse fim, uma série de sapatinhos do seu filho para explicar o conteúdo.

Por analogia com esta situação, os alunos conseguiram, logo de seguida, resolver todos os exercícios do mesmo género. Embora considere muito importante o uso dos materiais aquando da introdução de um conteúdo, posteriormente os alunos terão de tornar-se independentes desses recursos.

A concretização de situações é muito importante para eles, para além de animar, no fundo, a aula, porque eles gostam, torna-se ainda mais significativo para eles, porque eles estão a concretizar no momento. Eu acho que é assim, no contexto em que eu usei, na introdução do conteúdo, no desenvolvimento de determinadas competências foi muito importante, mas eu acho que chega um ponto em que os temos que abandonar, e eles próprios têm que criar o seu próprio esquema. (EF)

Além dos materiais, Margarida mostrou conhecer diferentes tipos de tarefas matemáticas que pode implementar na sala de aula, de acordo com o conteúdo e objectivo a que se propõe, referindo: “As que eu valorizo mais ainda são as investigações” (EI). No caso do ensino da Combinatória, esta professora nunca tinha implementado uma tarefa aberta. Fê-lo pela primeira vez, quando na primeira aula que leccionou concretizou uma tarefa exploratória de introdução à Combinatória. Margarida iniciou a sua aula, já com os alunos distribuídos por diferentes grupos, projectando um problema na parede e facultando também aos alunos o enunciado em papel.

Problema – Se tivermos dentro de um saco vários papelinhos escritos com o mês de aniversário de cada aluno, quantos papelinhos temos de tirar para termos a garantia de que pelo menos dois alunos tenham nascido no mesmo mês?

O melhor aluno de Margarida entendeu de imediato e apresentou uma resposta. Porém, a professora não a validou e propôs que todos pensassem nas várias possibilidades e as partilhassem com os seus colegas de grupo, seguindo-se a seguinte discussão na turma:

Aluna: Treze quê? Treze alunos, professora?

Margarida: Ali a vossa colega não sente que a resposta esteja muito clara.

Aluna: Eles estão a dizer que temos que ter treze para ter a certeza que sai. Que tem treze alunos e que ao décimo terceiro já sai, é isso?

Margarida: É. Concordas?

Aluna: Não.

Margarida: Por que é que não concordas?

Aluno: Até já pode ter saído antes!

Aluna: Exactamente.

Pedro: E se treze pessoas fizerem anos no mesmo mês?

Margarida: Oh José, espera aí. Temos aqui duas pessoas a colocarem uma questão. Temos ali o Pedro e a...

Teresa: Pronto, já respondeu.

Artur: Porque ali no problema diz: ‘pelo menos dois alunos’, pode-se ter mais que dois alunos a nascerem no mesmo mês. Até podem ser doze no mesmo mês. (Aula de 21/10/08)

Os problemas de Combinatória permitem aos alunos relacionarem várias representações e abordagens. É, por isso, importante que o professor proporcione situações nas suas aulas que estimulem o uso do diagrama de árvore, recurso que lhes permite desenvolver o raciocínio recursivo. Embora, algumas vezes, Maria tenha dissuadido os seus alunos de fazerem uso deste recurso didáctico tão poderoso, facilitador e potenciador da generalização, na entrevista final declarou:

Eu acho é que cada aluno faz o seu esquema, e uma tabela é apresentada de cem formas diferentes, porque eles atribuem um significado aos

esquemas muito próprio, à sua forma, esquematizam, atribuem letras como eles querem. Eu acho que eles precisam no início dessa âncora, dessa base, porque, claro, não têm o pensamento abstracto do cálculo combinatório tão desenvolvido (...) Eu acho que isto acaba por os acompanhar sempre, se chegarmos aos testes eles fazem os tracinhos, eles fazem a árvore, eles fazem uma tabela, é porque precisam. (EF)

A apropriação que fez das tarefas durante as sessões não sugeria que fossem desvalorizadas na sua implementação em sala de aula, admitindo Maria a posteriori: “em relação às estratégias, eu acho que, depois de ter implementado, podia ter implementado muito melhor” (ST12).

A docente assumiu que desenvolveu determinadas rotinas, inibidoras de práticas inovadoras, por vezes sem ter consciência de que o fazia, o que dificultou reflectir sobre elas, no sentido de as abandonar. Esta intenção foi também inibida pelo curto período de tempo em que decorreu a intervenção e pela necessidade de cumprimento do programa, que prevaleceu sempre em detrimento da mudança de práticas de ensino que estimulassem o desenvolvimento de capacidades de ordem superior, preconizadas pelas novas orientações curriculares.

Esta professora mostrou necessitar de desenvolver uma atitude de maior abertura à inovação e de ser persistente nesta investida, pois o processo não é linear, exige que ponha em causa toda a sua acção, estando constantemente a aprender e a melhorar com a prática lectiva e, conseqüentemente, valorizando a sua transformação.

5.3. Conhecimento Sobre a Aprendizagem

Na opinião de Maria, os alunos sentem dificuldades em Combinatória também pelo facto de trazerem para a sala de aula uma ideia negativa do exterior, que acaba por influenciar a sua aprendizagem, e que considera difícil vencer.

Porque é assim, se nós começarmos, os alunos dizem: ‘Ai professora, já perguntei e este tema é tão difícil!’ A priori eles já vêm com uma concepção que é muito difícil, que exige muita interpretação de Português, que a torna mais difícil, e porquê? O que eu acho que é difícil é destruir esta imagem que eles têm da Combinatória e começar a trabalhar como se eles não conhecessem nenhuma imagem. (EI)

Margarida via as dificuldades sentidas pelos seus alunos à imagem da insegurança por ela experienciada neste tema e acrescentava: “eles só conseguem entender bem se conseguirem criar a situação, quanto mais não seja num desenho, ver que realmente isto acontece” (EI).

Maria enfatizou o facto de no trabalho conjunto termos desenvolvido tarefas específicas para os alunos: “Foi diferente, ou seja, cada uma de nós adaptou aos nossos alunos, à nossa prática e àquilo que é significativo para nós. Também não poderia ser doutra forma, não é?”, até porque “os nossos alunos são todos diferentes e exigem de nós posturas diferentes e estratégias diferentes” (EF). Esta professora regozijou-se por termos encontrado uma metodologia de ensino de que os alunos gostaram.

No que proferiu, Maria pareceu valorizar a participação e o envolvimento de todos, ouvindo as opiniões e respostas dos alunos e proporcionando momentos de discussão na turma, provocando diálogos como forma de os alunos se ouvirem uns aos outros e interagirem. Porém, na observação da prática de Maria, apercebemo-nos que, em muitas situações, não se verificou isso, como aconteceu no desenvolvimento da tarefa “à descoberta do triângulo de Pascal”:

Maria: Então podem chegar a uma conclusão ou não?

Aluna: O primeiro e o último...

Maria: O primeiro e o último são iguais. Então quer dizer que, para qualquer linha, as combinações de n , zero a zero, vão ser iguais às combinações de n , n a n . Combinações de n , um a um vai ser igual...? E indicam o quê?

Alunos: A linha.

Maria: Ai é? Exactamente. Mas porque é que é? Vamos tentar escrever.

(Aula de 23/10/08)

O trajecto percorrido não foi de todo tão agradável como parece, pois surgiram dificuldades. Por exemplo, após uma das aulas, Maria afirmou:

Senti um vazio quando saí na quinta-feira, vocês não, porque vocês gostaram da turma, não é? Eles são miúdos e eu tenho a noção de até onde eles podem ir. E pensei: ‘Meu Deus, fiquei aqui este tempo todo, eles não compreenderam nada, nós vamos chegar à próxima aula...’ Para mais, tinha uma reunião com os professores do 12º, para organizar trabalho, apercebi-me que com o bloco que falta tratar ainda ia ser pior porque este trabalho demora, efectivamente, muito mais do que como os outros estão a implementar. (ST7)

Este comentário foi proferido na sessão de reflexão da primeira aula a que Margarida e Bárbara assistiram, tendo esta docente optado por não usar a actividade introdutória do tema, tarefa bastante discutida e trabalhada nas sessões de planificação, e que Margarida usou com sucesso. A sensação com que saiu desta aula preocupou imenso Maria, desmotivando-a um pouco. Incomodava-a muito o facto de ter de assumir perante os

colegas que estava atrasada, era constrangedor na sua perspectiva, pois ela era tida como excelente professora no seu grupo disciplinar e na sua escola.

Bárbara assistiu à segunda aula de Maria e ambas constataram que os alunos tinham percebido o conteúdo da aula anterior, o que contribuiu para que os alunos fizessem uma leitura cuidada e atenta dos enunciados dos problemas, contrariando a tendência para aplicarem conceitos e fórmulas leccionados imediatamente antes.

No caso de Margarida, os alunos adquiriram o hábito, durante a aprendizagem da Combinatória, de fazer uma exploração inicial das tarefas introdutórias ou de qualquer problema integrado nas tarefas de desenvolvimento, partilhando ideias em pequeno grupo e só depois de terem reflectido de forma autónoma é que se abria o diálogo ao grupo turma.

No caso da exploração inicial, um aluno, Paulo, explicou que na sua folha de rascunho tinha enumerado todos os casos possíveis e escreveu no quadro, tentando apresentar uma expressão, porque no caso de ter muitos elementos não poderia fazer a enumeração. Então, Paulo construiu as linhas da tabela:

	1	2	3
1	11	22	33
2	12	23	32
3	21	31	13

A partir da tabela, Paulo parece ter recorrido à fórmula da área do quadrado, definido na tabela, para encontrar a fórmula dos arranjos completos:

eu fiz isto, só que depois tinha que arranjar uma maneira de fazer uma fórmula. E tive a tal ideia de 3^2 . E depois é que lembrei que se podia fazer o número de elementos pelo número de vezes que tinha que utilizá-los.
(Aula 24/10/09)

Maria estabeleceu, desde o 10º ano, uma empatia muito grande com os seus alunos e todos se relacionavam muito bem. O facto de existir um aluno com aproveitamento excelente, a quem a professora tinha atribuído no ano anterior a classificação de 19 valores, constituía para os colegas um enorme orgulho. Por isso, a professora solicitava muitas vezes a sua participação, porque os colegas confiavam nos seus raciocínios.

Na entrevista inicial, esta professora definiu o perfil de um bom aluno em Combinatória da seguinte forma: “Geralmente os bons alunos em Combinatória são os maus alunos noutros conteúdos, porque são alunos que têm uma capacidade de percepção e de

visualização fora de série”. Margarida, apesar de achar a Combinatória um tema de difícil compreensão para professores e alunos, distingue os alunos mais “espertos e muito vividos” como exceções.

Os professores é que podem sentir mais dificuldades com esses alunos, porque tendo em conta as vivências deles, até os computadores que eles usam muito, o tipo de raciocínios que apresentam..., nós temos que pensar um bocadinho. Sabemos que está certo o resultado, mas pode estar mal o raciocínio. (EI)

Margarida estava atenta aos alunos mais passivos e aos mais participativos, respeitando a sua aprendizagem, referindo: “surgiram alguns imprevistos e temos de ser muito rápidos, temos de pensar se vale a pena avançar, de que modo posso avançar e se devo... porque pões em causa a aprendizagem dos alunos” (EF).

Segundo Maria, quando os seus alunos conheciam as respostas correctas, eles não ficavam motivados para desvendar a razão de ser de outra resposta, e no caso de serem erradas, então perdiam todo o interesse em explorá-las, em discutir o que estava errado. Na sua opinião o erro não deveria ser evidenciado e valorizado, pois os alunos “gostam de fazer bem, de acertar e valorizam esse facto (...) Todo o trabalho que eles fazem é muito importante para a avaliação deles” (ST14).

Na sessão de reflexão acerca das respostas que os alunos apresentaram ao questionário aplicado no final das aulas, embora Maria tenha referido que os alunos “se aperceberam que há respostas diferentes que podem estar igualmente correctas”, ela reafirmou que o que os alunos gostam mais “é de fazer numa forma mais fácil”. Margarida salientou a importância que os alunos atribuem à valorização das suas aprendizagens, afirmando: “O que podemos concluir é que os alunos precisam que seja valorizada a sua aprendizagem, não no sentido de dizer como é, mas apenas de lhes permitir fazer” (ST14).

A desvalorização do erro não foi corroborada no caso dos alunos com mais dificuldades a Matemática, e cuja participação se evidenciou na Combinatória. Margarida e Bárbara destacaram a participação excelente de uma aluna de Maria, a Amélia, confirmando a sua professora que esta aluna sempre revelou muitas dificuldades a Matemática, e, que de facto, neste conteúdo se empenhou, obtendo uma classificação muito boa no teste intermédio.

É assim, o facto de nós termos desenvolvido aulas que permitem a participação dos alunos valoriza aqueles que muitas vezes têm receio de

dar a resposta certa. Ao valorizarmos os processos fez com que todos sentissem que poderiam participar igualmente. Ou seja, que não era tão importante dar a resposta certa, mas que era muito importante o processo. Foi engraçado que houve uma aula em que a Amélia encontrou a justificação para a resposta errada do João, e disse: ‘não, ele pensou muito bem, porque ele só não sabia que os expoentes se multiplicavam, pensou que se somavam, mas está lá tudo. (EF)

Maria, apesar de valorizar as estratégias por nós definidas nas sessões e usadas nas aulas com as necessárias adaptações às características e interesses dos alunos de cada professora, colocou algumas reservas relativamente ao que tinha comentado inicialmente, ao reafirmar que, de facto, para prepará-los para os testes eles precisam, sem necessidade, como em anos anteriores, de resolver muitos exercícios.

Na sua perspectiva, os alunos só se sentem tranquilos e conseguem obter elevadas classificações quando fazem os exercícios todos. Para atingir este objectivo, Maria teve que dar cinco aulas extra neste tema, de modo a poder implementar as novas tarefas e, simultaneamente, resolver o manancial de exercícios dos livros escolares e por ela elaborados.

Maria evidenciou um profundo conhecimento que tem dos nove alunos, que eram seus desde o 10º ano. Relativamente aos que tinham chegado de novo à turma, no início do ano lectivo, pouco falou, até porque a Combinatória foi leccionada no início do ano e a professora ainda não tinha tido tempo para os conhecer bem. Referindo-se a outras três alunas que conversavam bastante entre elas durante as aulas, afirmou: “Não, elas, as três, são muito trabalhadoras. Na sala de estudo, elas são as alunas da escola inteira que mais frequentam a sala de estudo” (ST7).

Também Margarida mostrou ter um conhecimento profundo de como os seus alunos se relacionam, como se comportam, quais as suas capacidades e dificuldades e a forma como eles aprendem. Mesmo assim, quando leccionou as combinações verificou-se que não conseguiu persuadi-los nem envolvê-los de forma significativa nas situações não previstas que ocorreram. Logo no início da actividade os alunos revelaram dificuldades em compreender o enunciado, designadamente em concluir que a ordem não era pertinente na situação em questão.

Margarida: Ora, vamos fazer assim. Eu tenho aqui pessoas coloridas.

Aluno: Oh professora, não me confunda.

Aluna: Interessa escolher as pessoas, não interessa a ordem.

Margarida: Não me confunda?! Eu vou-te dar uma pessoa verde, uma branca e uma amarela, pode ser? Anda aqui explicar como é que o teu

raciocínio bate certo. Tens aqui as pessoas, pega nelas. Pronto, então fazemos o seguinte, eu seguro naquelas que tu rejeitas. Neste momento eu tenho-as todas.

Aluno: Vou tirar AB.

Margarida: Para já, AB. Para ti contou um caso?

Aluno: Um caso.

Margarida: Um caso. E agora se a trocates de mão?

Aluno: E agora se eu a meter aí e tirar BA, é a mesma coisa.

Margarida: Porquê?

Aluna: São as mesmas cores.

Aluno: Mas são as mesmas pessoas, são é duas maneiras diferentes de escolher as pessoas.

Aluna: Mas neste caso não interessa a ordem com que são tiradas. (Aula 07/11/09)

5.4. Conhecimento Instrucional

Margarida referiu que, na planificação das suas aulas, tinha em consideração o programa, vários livros de texto e as características dos alunos.

Na primeira entrevista considerou uma aula adequada aquela em que se propunha construir um diálogo com os alunos ao longo dos 90 minutos, e na Combinatória referiu que passaria pela resolução de muitos exercícios.

Para ultrapassar esta visão, nas sessões de planificação optámos por escolher tarefas mais abertas, no sentido de desafiar os alunos a verbalizarem os seus pensamentos e raciocínios, desenvolvendo-lhes a competência de comunicação, pois pretendíamos usar as suas ideias como base para o desenvolvimento da aula. Margarida envolveu-se com muita convicção, considerando tais tarefas preponderantes na criação de um maior envolvimento dos seus alunos, permitindo-lhes uma maior autonomia e gosto pela descoberta.

Maria deu ênfase à motivação dos alunos, ideia que aprofundou e que acha preponderante, orientando neste sentido as suas escolhas em termos de tarefas a definir.

Decerto acho que parte do professor tomar a iniciativa de arranjar situações que sejam para eles apelativas e muito familiares, que facilmente a gente os possa motivar porque lá fora eles vão encontrar uma situação que podem contar aos colegas, que podem também aplicar a outro conhecimento. (EF)

Sem dúvida, na sua prática concretizou esta intenção porque, para além dos problemas que propôs, integrados nas fichas de trabalho elaboradas nas sessões, a docente propôs outros em que pretendia o envolvimento de todos os alunos e, nesse sentido, considerou

vários contextos em várias situações, tendo sempre a preocupação de que cada problema fosse significativo para eles.

Durante as aulas ministradas por Maria foi constante a prática de resolução de exercícios para consolidação dos vários assuntos tratados, do manual e de outros livros escolares, aos quais os alunos tiveram acesso através de fotocópias. Sobretudo nas aulas extra implementadas, esta prática era predominante, pois esta docente acreditava que os alunos tinham de praticar muito e era este tipo de trabalho que eles gostavam de efectuar. Este tipo de prática centrada no professor e na execução rotineira de exercícios pode traduzir uma concepção de aprendizagem assente no treino e na repetição. Depois de ter dado as permutações, Maria deu uma aula extra na sala de estudo da sua escola, estando todos os seus alunos presentes, e em que se resolveram exclusivamente exercícios de cálculo, contemplando fórmulas e a simplificação de expressões. Os alunos envolveram-se e empenharam-se neste tipo de tarefas, deixando transparecer o gosto pela exercitação destes exercícios propostos em sucessivas páginas do seu manual.

Perante o trabalho desenvolvido durante os três meses, a postura de Maria mudou relativamente ao modo como preparava o ensino da Combinatória, mudando os seus métodos de ensino em relação aos anos anteriores, como que se houvesse uma transferência do seu papel de “protagonismo”, valorizando o que os alunos construíram, as suas estratégias espontâneas de resolução, como acordamos em conjunto, em vez do ensino formal do tema, em que o professor tem tradicionalmente o “papel principal” de ensinar, de transmitir a informação e de validação das resoluções dos alunos.

Eu acho que mudámos todos muito. Primeiro, encarámos o tema de outra forma, é o primeiro, começámos a reflectir em necessidades que eu acho que nunca tínhamos reflectido, necessidades dos alunos e dos professores também. Ou seja, sentimos a necessidade de trabalhar mais com os alunos as suas perspectivas não é, os seus pensamentos, comunicar com eles as suas formas de resolução. (EF)

Seguindo esta metodologia, Maria considerou-a uma mais-valia e uma forma interessante e inovadora de leccionar a Combinatória. A preparação em conjunto da planificação das aulas, indo de encontro aos interesses dos alunos, também foi vista como uma vantagem.

E chegámos à conclusão que para nós foi vantajoso, porque nós começámos a conhecer melhor os processos da aprendizagem da Combinatória dos alunos e descobrimos estratégias que os alunos utilizam,

que nós no fundo anulámos por completo quando não seguimos este tipo de metodologia, porque nós anulámos a participação do aluno, e ao anular a participação do aluno, ficámos sem conhecer estratégias de pensamento que eles têm, que muitas vezes levam a pensamentos muito mais desenvolvidos e ricos do que aqueles que nós levaríamos individualmente como professores, se seguíssemos só a nossa estratégia. (EF)

Procurámos saber de que forma o trabalho desenvolvido em equipa fez mudar a sua maneira de leccionar a Combinatória, e com satisfação referiu:

O facto de nós reflectirmos anteriormente, termos debatido tudo, fez com que nós criássemos a nossa própria estruturação [da aula] com base na informação que tu ias fornecendo no trabalho que nós estávamos a fazer, claro. (...) E de facto nós sentimos que foi significativo, que eles aprenderam efectivamente. (EF)

Ambas as docentes concretizaram o mesmo guião que se elaborou nas sessões de planificação. Porém, Maria manteve sempre em todas as aulas observadas uma atitude directiva, procurando, como já foi focado, o envolvimento dos seus alunos em todas as actividades concretizadas, através do diálogo que se desenvolvia e na interacção com eles, diligenciando que todos trabalhassem, mas desempenhando sempre um papel activo, orientando a resolução das tarefas e usando muitas questões fechadas.

Maria admitiu que aprendeu com Margarida, nomeadamente tendo acesso a informações sobre o seu papel e postura na sala de aula, bem como dos seus alunos, pois a observação do comportamento da colega durante a acção permitiu-lhe reflectir e transferir ideias para o seu próprio desempenho.

Eu acho que a Margarida dá muito mais espaço à participação dos alunos dela do que eu, pronto. Eu decerto tenho uma postura mais interventiva do que a Margarida, não é? Eu sou muito... eu estou 'em cima' dos meus alunos. Ou seja, a Margarida dá-lhes mais liberdade, mesmo na postura como pessoa. Eu chamo constantemente a atenção, eu estou a falar para aquele mas estou a olhar para aquele porque não está a olhar para mim. E eu tenho essa postura com eles, e eles próprios já têm essa postura comigo. (EF)

Também das aulas que observou a Maria, Margarida captou várias informações, que registou num pequeno caderno e procurou cruzar com o que se discutia nas reuniões de planificação e de reflexão no sentido de se tornar mais informada acerca do seu papel através do escrutínio da colega.

Maria reconheceu que conduziu e orientou muito as aulas, colocando bastantes questões dirigidas a determinados alunos e afirmou ter ficado elucidada sobre isso através das gravações e das transcrições que Bárbara lhe proporcionou.

Olho e vejo que conduzo muito a aula para determinadas pessoas, ou seja, quando eu preciso de chegar a um raciocínio, eu conduzo para aquele aluno, nitidamente. Porque eu tenho aquelas minhas âncoras, aquelas minhas referências, não é? Isso vê-se nas gravações, só conseguimos ver nas gravações ou nas transcrições, porque aí nós estamos a ver e compreender efectivamente o episódio. Quando preciso, peço a intervenção do aluno *a*, *b* ou *c*. (EF)

Maria assumiu que é assim que desenvolve a sua acção, tendo sempre um papel muito activo, sendo o seu ensino pouco centrado no aluno, admite ser difícil reflectir diariamente, mas acredita que através da *reflexão sobre a acção* poderia mudar este comportamento.

Isso é a minha prática de todos os dias. Eu não consigo reflectir sobre isso, quer dizer, isso é a minha rotina, não consigo discernir se solicitei muito a intervenção daquele aluno. E essa reflexão nós só conseguimos fazer e depois mudar e ver que, decerto, até podíamos pedir a intervenção doutros, sendo uma mais-valia para todos, e não utilizar tanto *a*, *b* ou *c* porque nós já sabemos efectivamente o feedback que eles nos vão dar. (EF)

Também Margarida destacou, várias vezes, a importância da forma de questionar os alunos, sentindo necessidade de reflectir e partilhar com as colegas a preocupação de desenvolver esta competência.

Apesar de no início do trabalho conjunto Maria assumir que os seus alunos trabalhavam em pares, a organização física das salas da sua escola, na sua perspectiva, provocava naturalmente um trabalho desenvolvido a três. Ao longo da Combinatória, Maria organizou os alunos em grupo apenas uma vez, aquando do estudo do triângulo de Pascal. Embora Margarida, em anos anteriores, nunca tivesse trabalhado a Combinatória com os alunos organizados em grupos, fê-lo este ano lectivo, afirmando que “podemos mandar para casa, para fazerem o trabalho individual. Na sala, entre pequeno grupo e grande grupo, o confronto de ideias parece-me fundamental” (EF).

Maria avaliou os alunos através de testes escritos e de questões de aula, formas de avaliação previstas nos critérios estabelecidos pelo grupo disciplinar da sua escola e que se coadunam com o tipo de ensino que ministrou.

Nós fazemos questões nas aulas muito frequentemente. Por isso, é muito mais fácil ver como é que está a ser a evolução dos alunos e a aquisição

das competências. Questiono-os muito, também para eles poderem reflectir e dizer o que pensam sobre o funcionamento das aulas. (EF)

Esta professora valoriza muito a linguagem escrita e a verbalização dos raciocínios utilizados quer por ela, quer pelos seus alunos. Usando uma linguagem rigorosa, advoga que também os alunos devem utilizar correctamente a linguagem matemática e corrente, insistindo muito neste aspecto, pois no exame sai sempre uma composição: “Eu não posso pensar que um aluno vai fazer uma produção escrita, uma comunicação escrita ou uma composição matemática escrita em conjunto porque fico sem saber exactamente quem é que sabe escrever o quê” (EF).

Margarida admitiu a possibilidade de a avaliação que implementou, através do teste intermédio, ter sido desajustado em relação ao tipo de prática desenvolvida nas aulas: “existe um fosso muito grande entre o que [os alunos] fazem nas aulas, como aliás vocês viram, e o que fazem no teste” (EF). A existência dos testes e exames exige dos alunos conhecimentos e capacidades que entram em contradição com o que se advoga no programa, em relação ao trabalho de grupo e ao tipo de competências que desenvolve.

Portanto, na aula, tentam perceber, são autónomos e envolvem-se, só que no teste, [como] eles estão muito habituados a fazerem raciocínios em conjunto, ali estão isolados e ficam mais nervosos. E como trabalham pouco em casa e individualmente, no teste não se verificam os resultados. (ST14)

Para esta professora, quando o professor envereda pela aprendizagem por descoberta gasta muito tempo e verifica que os alunos não adquirem a prática – o treino necessário, que os prepara para os exames, para o tipo de questões lá propostas, o que se torna contraditório com o que é preconizado no programa oficial.

Conclusão

Inicialmente as participantes tinham uma visão redutora e tecnicista de como se ensina e aprende a Combinatória. Depois da Implementação de diversas sessões de trabalho colaborativo entre as duas participantes e a investigadora de trabalho colaborativo Margarida clarificou a sua compreensão acerca dos conceitos, fazendo abordagens mais abrangentes das operações combinatórias, estabelecendo relações entre elas como nunca tinha acontecido na sua prática anterior. Maria, no final da experiência, encarou a Combinatória como “uma forma de organizar logicamente o pensamento”.

Em anos anteriores, as professoras ministravam nas suas aulas tarefas fechadas – os exercícios. Durante este trabalho experienciaram tarefas diferentes, mais motivadoras e desafiantes, valorizando as estratégias espontâneas dos alunos antes da leccionação do conteúdo – através da aplicação do teste de Correia (2008), as ideias erradas (no caso de Margarida), tarefas exploratórias e resolução de problemas ligados à vida real, prioridades estabelecidas nas sessões e consonantes com as recomendações actuais para o ensino da Combinatória (Batanero et al., 1994; English, 2005; Ministério da Educação, 2002). A par disso perspectivaram que o ensino deste conteúdo desenvolve várias competências de ordem superior preconizadas pelo currículo, entre as quais, comunicar ideias matemáticas, desenvolver a autonomia e resolver problemas.

Ambas as participantes, como maior incidência no caso de Margarida, desenvolveram uma consciência crescente de que a mudança de estratégias na prática lectiva é possível a partir do envolvimento e esforço pessoais, sustentada num trabalho realizado em conjunto.

Margarida percepcionava que o uso de recursos tecnológicos na sala de aula motivava os alunos. O que mais a surpreendeu foi o facto da motivação dos alunos para a Combinatória passar precisamente pela valorização que a professora fez das suas ideias, fossem elas correctas ou erradas, e, sobretudo, explorando as erradas, discutindo-as, para chegarem às correctas. Enfatizou também a importância da discussão entre os alunos, onde ocorre um confronto de opiniões e negociação de significados, para que o seu entendimento seja comum aos diferentes elementos do grupo (Batanero et al., 1994; English, 2005; Johnson, 1991; Maher & Martinho, 1996; NTCM, 1991).

Diferentemente de Margarida, Maria referiu que o erro deveria ser desvalorizado. O importante para esta professora era que os alunos chegassem a uma resposta correcta, dentro destas a mais simples, tendo em vista um bom desempenho dos alunos nos testes intermédios e no exame nacional.

Embora alguns estudos (e.g., Almeida & Ferreira, s/d; Correia, Fernandes & Almeida, 2009) tenham revelado o potencial do trabalho de grupo na aprendizagem da Combinatória, Margarida nunca tinha leccionado antes a Combinatória organizando os seus alunos em grupo, porque considerava que a sua insegurança no tema não lhe dava a confiança necessária para fazer esse tipo de abordagem. Contudo, no final do trabalho colaborativo, declarou que nunca tinha trabalhado, durante tanto tempo seguido, com os

alunos assim organizados. Maria organizou os seus alunos “fisicamente” em grupos apenas numa aula assistida. Apesar de esporádica, podemos inferir que se verificou alguma evolução ao experienciar alternativas apresentadas pelas colegas.

Margarida valorizou o papel activo do aluno no decorrer da aprendizagem, mostrou sempre muita preocupação com o seu papel na gestão e orientação das discussões no grupo turma, no tipo de questões a colocar, sentindo-se satisfeita por ouvir os seus alunos e por se deixar influenciar pelas suas questões, que lhe alteravam a planificação e por vezes a conduziam para situações incertas de que desconhecia o desfecho.

Maria conduziu e orientou muito as aulas, desempenhando sempre um papel muito interventivo, tendo tomado consciência desta limitação depois de assistir às aulas de Margarida e de ler as transcrições de aulas.

Neste processo de mudança, a colaboração e a reflexão foram os instrumentos fundamentais, como defendem Polettini e Sabaraense (1999):

Reflectimos, reavaliando e reorganizando experiências vividas, no sentido de procurar orientação para experiências futuras, sendo nesta perspectiva muito importante a reflexão sobre o pensamento e a reflexão sobre a nossa prática e a prática dos outros. (p. 194)

Assim, podemos verificar que as concepções de cada professor acerca de um determinado conteúdo curricular e do seu conhecimento didáctico são determinantes para o desenrolar do trabalho com os alunos. Concretamente, no caso do professor de matemática que se sente desconfortável com um desses conteúdos, como acontecia com as participantes em relação à Combinatória pode ter uma tendência de reduzir ou omitir os momentos onde esses conteúdos se trabalham ou as formas de o fazer na sua prática. Consequentemente, as oportunidades de aprendizagem dos alunos podem ser empobrecidas. Trabalhar colaborativamente com outros professores pode ajudar a (re) construir concepções acerca da prática e a sustentar novas formas de trabalhar com os alunos nas aulas de matemática.

Referências

ALARCÃO, I. (1996). Ser professor reflexivo. In I. Alarcão (Org.), *Formação reflexiva de professores: Estratégias de supervisão* (pp. 171-198). Porto: Porto Editora.

ALMEIDA, A. L. & FERREIRA, A. C. (s/d). *Aprendendo análise combinatória através da resolução de problemas: um estudo com classes de 9º ano do ensino fundamental e 2º ano do ensino médio*. Consultado em 6 de Dezembro de 2008 em

http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/261-1-A-gt11_almeida_e_ferreira_ta.pdf

BATANERO, C., GODINO, J. D. & NAVARRO-PELAYO, V. (1994). *Razonamiento combinatorio*. Madrid: Editorial Síntesis.

BATANERO, C., GODINO, J. D. & NAVARRO-PELAYO, V. (1997). Combinatorial reasoning and its assessment. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 239-252). Amsterdam: ISO Press.

BOAVIDA, A. M. & PONTE, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In Grupo de Trabalho de Investigação (Eds.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

BOGDAN, R. & BIKLEN, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

CORREIA, P. F. (2008). *Raciocínios em combinatória de alunos de alunos do 9º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.

CORREIA, P. F., FERNANDES, J. A. & ALMEIDA, F. (2009). Ensino e aprendizagem das operações combinatórias no 12º ano de escolaridade. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 129-152). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, CD-ROM.

EIZENBERG, M. & ZASLAVSKY, O. (2003). Cooperative problem solving in combinatorics: the inter-relations between control processes and successful solutions. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 389-403.

ENGLISH, L. (2005). Combinatorics and the development of children`s combinatorial reasoning. In J. Graham, (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp.121-141). Dordrecht: Kluwer.

FERNANDES, J. A. (1990). *Concepções erradas na aprendizagem de conceitos probabilísticos*. Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.

FISCHBEIN, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

FULLAN, M., HARGREAVES, A. (2001). *Porque é que vale a pena lutar?* Porto: Porto Editora.

HEITELE, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.

LIMA, J. A. (2002). *As culturas colaborativas nas escolas: Estruturas, processos e conteúdos*. Porto: Porto Editora.

LITTLE, J. (1990). The persistence of privacy: Autonomy and initiative in teachers` professional relations. *Teachers Collage Record*, 9(4), 509-536.

- MAHER, C. A. & MARTINHO, A. M. (1996). Young children invent methods of proof: The gang of four. In L. P. Steffe & P. Nesher (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 431-448). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- MARTINS, C. & SANTOS, L. (2008). Reflectindo sobre a prática: nunca tive um dia como o de ontem! *ProfMat2008*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, CD-ROM.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (2002). *Programa de Matemática A (10º, 11º e 12º anos)*. Lisboa: Autor.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- PIAGET, J. & INHELDER, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: PUF.
- POLETTINI, A. F. & SABARAENSE, N. C. (1999). Inovação, mudança e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 8(1-2), 189-212.
- PONTE, J. P. & SANTOS, L. (1998). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7(1), 3-32.
- PONTE, J. P. (1999). Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro & H. A. Sá (Eds.), *Investigar e formar em educação: Actas do IV Congresso da SPCE* (pp. 59-72). Porto: SPCE.
- PONTE, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho de Investigação (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- ROA, R., BATANERO, C., GODINO, J. D. & CAÑIZARES, M. J. (1996). Estrategias en la resolución de problemas combinatorios por estudiantes con preparación matemática avanzada. *Epsilon*, 36, 433-446.
- SCHÖN, D. (1987). *Educating the reflective practitioner*. New York: Jossey-Bass.
- SERRAZINA, M. L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. *Quadrante*, 8, 139-167.
- SHULMAN, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- SILVA, D. N., FERNANDES, J. A. & SOARES, A. J. (2004). Intuições de alunos de 12º ano em combinatória: Um estudo exploratório. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e Aprendizagem de Probabilidades e Estatística: Actas – I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 61-84). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- VARANDAS, J. (2000). *Avaliação de investigações matemáticas: uma experiência*. Dissertação de mestrado, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.