

# Por uma Educação Matemática Crítica: a Modelagem Matemática como alternativa

For a Critical Mathematical Education:  
the Mathematical Modeling as a possibility

---

LOURDES MARIA WERLE ALMEIDA<sup>1</sup>  
ANDRÉ SILVA<sup>2</sup>

## Resumo

*As situações em que se requer conhecimento matemático estão acessíveis para um número cada vez maior de pessoas. Assim, parece indispensável proporcionar oportunidades para a construção pessoal desse conhecimento. Esta possibilidade para construção de conhecimento nos remete à escola – à educação escolar. Neste contexto, o trabalho pauta as discussões nos domínios da Educação Matemática Crítica. Para introduzir interesses da Educação Matemática Crítica nas aulas de Matemática argumentamos pelo uso da Modelagem Matemática. Dada a complexidade das discussões envolvidas nesses pressupostos e os alcances deste artigo apresentamos, a partir do desenvolvimento de atividades de modelagem com um grupo de estudantes do Ensino Médio, reflexões sobre: (a) aspectos relativos a construção de conhecimento matemático; (b) o desenvolvimento do conhecimento reflexivo; (c) a relação das atividades com o exercício de cidadania. A análise das atividades aponta indicativos de reflexões, reações e ações dos alunos alinhadas com os interesses da Educação Matemática Crítica.*

**Palavras-Chave:** Educação Matemática Crítica, Modelagem Matemática, Conhecimentos.

## Abstract

*The situations in that mathematical knowledge is requested are accessible for a number every time larger of people. So, it seems indispensable to provide opportunities for the personal construction of that knowledge. This possibility for knowledge construction sends us to the school - to the school education. In this context, the article line the discussions in the domains of the Critical Mathematical Education. To introduce interests of the Critical Mathematical Education in the Mathematics' classes we argued for the use of the Mathematical Modeling. Given the complexity of the discussions involved in those presuppositions and the reaches of this article we present, starting from the development of modeling activities with a group of students reflections on: (a) aspects relative on the construction of mathematical knowledge; (b) the development of the reflexive knowledge; (c) the relationship of the activities with the citizenship exercise. The analysis of the activities appears indicative of reflections, reactions and the students' actions aligned with the interests of the Critical Mathematical Education.*

**Key-Words:** Critical Mathematics Education, Mathematical Modelling, Knowledge.

---

<sup>1</sup> UEL - lourdes@uel.br

<sup>2</sup> UEL - andregutoiap@yahoo.com.br

## Introdução

A sociedade atual reflete cada vez mais os avanços científicos e tecnológicos e sua influência sobre a vida das pessoas. A Matemática desempenha um papel importante em muitos desses avanços que trazem implicações individuais ou coletivas.

Medicina, ações de preservação do meio ambiente, previsão de tragédias ambientais, alterações climáticas, fontes de energia, são exemplos de espaços nos quais a contribuição da Matemática tem sido cada vez mais percebida. Contas a pagar (impostos ou contas pessoais), empréstimos, financiamentos, informações gráficas divulgadas na mídia, são situações corriqueiras da vida das pessoas nas quais a Matemática se faz necessária.

Considerando que as situações em que se requer conhecimento matemático deixaram de estar restritas a uma elite e estão acessíveis para um número cada vez maior de pessoas, parece indispensável proporcionar oportunidades para a construção pessoal desses conhecimentos.

Esta possibilidade de construção de conhecimento, sem dúvida nos remete à escola – à educação escolar, assumindo-se, implícita ou explicitamente, que a escola é um local para aprender. Neste sentido, Alarcão (2001) argumenta que a escola tem como função social gerar ambientes formativos que preparem os alunos dos diferentes níveis de escolaridade para lidar com as vicissitudes da vida fora da escola.

No âmbito da Educação Matemática e das aulas de Matemática discussões sobre este papel da escola aparecem pautadas nos domínios da Educação Matemática Crítica, sobre a qual Skovsmose (2001), destaca alguns interesses: (1) preparar os alunos para o exercício consciente da cidadania; (2) estabelecer a matemática como um instrumento para analisar características críticas de relevância social; (3) considerar os interesses dos alunos; (4) considerar conflitos culturais e sociais nos quais a escolaridade se dá; (5) refletir sobre a matemática e seus usos; (6) estimular a comunicação em sala de aula, uma vez que as inter-relações oferecem uma base para a vida democrática.

Neste trabalho, com a expectativa de atender interesses enunciados por Skovsmose para as aulas de Matemática, defendemos a utilização da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica. A modelagem<sup>3</sup>, nesta perspectiva pode ser percebida como elemento integrador entre a realidade e o conteúdo matemático a ser ensinado.

---

<sup>3</sup> Usamos o termo *modelagem* com o mesmo significado de *Modelagem Matemática*.

Apoiamo-nos em Blum & Niss (1991) para assumir como realidade, qualquer situação que possa ser idealizada, estruturada e simplificada com a finalidade de ser investigada sob o prisma de ‘um problema que permita uma abordagem por meio da matemática’.

Dada a complexidade das discussões envolvidas nesses pressupostos e os alcances deste artigo apresentamos, a partir do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com um grupo de estudantes do Ensino Médio, reflexões sobre: (a) aspectos relativos ao conhecimento matemático; (b) o estímulo ao desenvolvimento do conhecimento reflexivo; (c) a relação das atividades com o exercício de cidadania.

Os resultados apontam para a oportunidade de reflexões e reações que estão alinhadas com os interesses da Educação Matemática Crítica.

## **1. Modelagem Matemática na Educação Matemática**

Na literatura, encontramos diferentes caracterizações para Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática.

Para Bassanezi (2002) “*a modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real*” (p. 16).

D’Ambrosio (1986) trata a Modelagem Matemática como uma forma de interação do conteúdo de sala de aula com questões reais. De acordo com o autor a modelagem é um processo muito rico para encarar situações reais e culmina com a solução efetiva do problema que, de modo geral, não é matemático e não uma simples resolução formal de um problema artificial.

Neste trabalho consideramos a Modelagem Matemática como apresentada por Almeida e Ferruzi (2009), que a consideram como uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático. Neste contexto, os autores defendem que a modelagem busca uma resposta para um problema cuja origem não está, de modo geral, na própria Matemática.

O desenvolvimento de uma atividade de modelagem durante aulas de matemática se configura como uma atividade que requer a coordenação de uma série de habilidades e ações como a coleta de dados, a formulação e teste de hipóteses, a construção de um

modelo matemático<sup>4</sup> e sua validação, culminando com a obtenção e interpretação de uma resposta para o problema.

Considerando este conjunto de ações dos alunos, Almeida e Dias (2004) ponderam que a introdução de atividades de Modelagem Matemática em cursos regulares pode ser realizada de forma gradativa e apontam diferentes momentos para esta introdução: em um primeiro momento, podem ser abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático a partir de uma situação problema apresentada pelo professor, cabendo a ele a orientação dos alunos para formulação de hipóteses e a investigação do problema; posteriormente, uma situação-problema já reconhecida, juntamente com um conjunto de informações, pode ser sugerida pelo professor à classe e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses, a dedução do modelo e sua validação em relação ao problema; finalmente, os alunos, distribuídos em grupos, escolhem uma situação de seu interesse e ficam responsáveis por todas as ações relativas ao desenvolvimento da atividade, cabendo ao professor, neste momento, o papel de orientador.

Segundo Almeida e Brito (2005), este encaminhamento para as atividades de Modelagem Matemática tem-se mostrado bastante adequado na prática de sala de aula em diferentes níveis de escolaridade. Na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos ‘diferentes momentos’, conforme a seqüência apresentada, a sua compreensão acerca da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando.

Especialmente a partir de Keitel (1993), podem ser percebidas argumentações de que em atividades de Modelagem Matemática os alunos e/ou professores podem considerar diferentes interesses e procedimentos para a resolução do problema. Alinhados com essa argumentação, Kaiser e Sriraman (2006) sistematizaram cinco perspectivas para Modelagem Matemática nas quais evidenciam diferentes aspectos quanto ao objetivo central com que a atividade de modelagem é desenvolvida em contextos educativos.

Considerando o propósito do nosso trabalho de pautar a reflexão nos domínios da Educação Matemática Crítica, a perspectiva de modelagem que orienta nossas

---

<sup>4</sup> Modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática, com a finalidade de descrever o comportamento de outro sistema e permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (LESH et al, 2006).

discussões é a que os autores caracterizam como perspectiva sócio-crítica da Modelagem Matemática.

### **1.1 A perspectiva sócio-crítica da Modelagem Matemática**

Segundo Barbosa (2006), o termo ‘sócio-crítica’ foi associado a uma perspectiva de Modelagem Matemática na sala de aula por Barbosa (2001) e traduz um esforço de abordar questões relativas ao papel da matemática na sociedade por meio de atividades de modelagem. Para o autor, o argumento pela perspectiva sócio-crítica está baseado no reconhecimento de que atividades de modelagem podem estimular situações em que os alunos discutem a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Kaiser e Sriraman (2006), ao apresentar um conjunto de perspectivas com que atividades de modelagem podem ser abordadas, argumentam que a perspectiva sócio – crítica *“ênfatisa o papel da matemática na sociedade e reivindica a necessidade de encorajar o pensamento crítico sobre o papel da matemática na sociedade, sobre o papel e a natureza de modelos matemáticos e sobre a função da modelagem matemática na sociedade”* (p. 306).

Ao iniciar suas argumentações Skovsmose (2001) apresenta uma explicação bastante sucinta diante do contexto histórico, para a expressão ‘crítica’ e coloca que ela tem a ver com uma investigação de condições para obtenção de conhecimento, com a identificação de problemas sociais e sua avaliação, com uma reação às situações sociais problemáticas. Neste sentido a crítica implica em reflexões, reações e ações.

Jacobini e Wodewotzki (2006) defendem que atividades de modelagem matemática sob esta perspectiva sócio-crítica podem possibilitar ao aluno, além da aprendizagem de conteúdos, reflexões, reações e/ou ações acerca da situação que está sendo investigada.

Neste sentido, Araújo (2009) defende que a não neutralidade dos modelos matemáticos pode ser analisada na sala de aula e aulas de matemática assim conduzidas podem estar na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

## **2. A Educação Matemática Crítica**

O movimento da Educação Matemática Crítica integrou-se à Educação Matemática a partir da década de 1980 e, segundo Skovsmose (2001), preocupa-se em desenvolver habilidades que vão além do conhecimento matemático e permitem ao estudante uma

participação crítica em sociedade para entender e discutir questões políticas, sociais, econômicas nas quais a matemática é usada como ‘pano de fundo’.

A dimensão crítica defendida pelo autor em relação à Educação Matemática Crítica está relacionada com o propósito de enfatizar a importância de uma educação que propicie algo mais que somente informação, mas também capacite cidadãos a se comprometerem com questões culturais, sociais e políticas que envolvem sua realidade.

Este desafio demanda um processo de formação no qual o indivíduo seja exposto a situações de aprendizagem que o estimulem a pensar, a questionar, a conhecer o contexto histórico, a provisoriedade, a incerteza, os diferentes pontos de vista e a estabelecer relações entre o conteúdo apreendido e a realidade na qual está inserido.

No âmbito da sala de aula, Skovsmose (2001) usa o termo ‘currículo oculto’ da matemática ao se referir às ideologias escondidas por detrás de exercícios que trazem prescrições explícitas de como proceder, acabando por colaborar para a inibição da criatividade e iniciativa dos alunos que pode se estender para além do ambiente escolar.

Em contraponto a este currículo oculto, conjecturamos que conhecer criticamente propicia melhores condições para compreensão dos fatos que nos cercam e auxilia na formação de uma identidade própria; daí a necessidade de se desenvolver o conhecimento reflexivo, pois é um caminho para o resgate da dimensão crítica da matemática.

## **2.1 A Educação Matemática Crítica e o Conhecimento Reflexivo**

O desenvolvimento da capacidade de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática está relacionado com uma dimensão do conhecimento chamada por Skovsmose (1990) de conhecimento reflexivo. Para o autor, este conhecimento, como uma lente a ampliar e refinar a visão, tem importante papel no desenvolvimento da compreensão que ajuda a aclarar visão de mundo, possibilitando ao indivíduo ‘enxergar-se’ em seu contexto social.

Uma educação matemática alinhada com esta perspectiva encontra apoio em Freire (1999). O autor argumenta que abrir espaço para o conhecimento reflexivo implica em dar oportunidade de superar o ‘ingênuo’ atingindo o ‘crítico’.

Skovsmose (2001) amplia o leque a respeito do tema ao ressaltar a importância do conhecimento reflexivo como passaporte necessário para a interpretação e discussão dos modelos matemáticos que, em plena atividade na sociedade, estão influenciando nossas

decisões e atitudes. Tais modelos são constituídos pela interação entre os conhecimentos matemático e tecnológico, que por si só são míopes, isto é, são incapazes de preverem os efeitos sociais e políticos da implantação de um determinado modelo. Assim, se pretendemos uma abordagem crítica, a fim de discutir a natureza de um modelo, suas implicações sociais e desenvolver habilidades para avaliá-lo, um modo de fazê-lo é por meio do conhecimento reflexivo.

Frankenstein (2004) justifica a necessidade deste conhecimento que conduz a reflexão ao argumentar que a maioria das perguntas sociais, políticas, econômicas e éticas ardentes de nosso tempo permanecem sem resposta. Diante dessa realidade, a autora propõe que essas questões sejam discutidas e refletidas na sala de aula, integrando-as com a matemática curricular como proposta de uma alfabetização matemática crítica que envolva interpretação e análise crítica sobre o uso que as pessoas fazem de argumentos numéricos bem como abra espaço para a reflexão de questões que promovam a ascensão do espírito crítico.

A partir destas considerações, assumimos conhecimento reflexivo como sendo aquele cujo foco está voltado para as funções das aplicações da matemática na sociedade na busca de interpretações e orientações de como agir numa situação estruturada pela matemática (SKOVSMOSE 2001).

No entanto, para alcançar seu objetivo, o conhecimento reflexivo precisa estar respaldado no conhecimento matemático; este fato aponta para a necessidade de domínio de competências matemáticas como parte do processo de compreensão da sociedade mergulhada em tecnologia como a que nos cerca.

## **2.2 A Educação Matemática Crítica e o Conhecimento Matemático**

Diversos autores, entre eles, Skovsmose (2001), Frankenstein (2004), D'Ambrosio (1986), apoiados em Freire (1983), falam sobre a importância do processo de alfabetização matemática de um indivíduo, podendo esta tão somente informar as pessoas sobre suas obrigações ou conferir o que chamam de “empowerment”, isto é, torná-las capazes, habilitá-las na medida em que podem reorganizar sua visão sobre a sociedade, sobre conceitos tradicionalmente aceitos e desafiar-nas a agir conforme suas convicções.

Skovsmose (2001) argumenta sobre a necessidade de um bom domínio do conhecimento matemático como condição básica para podermos identificar e criticar o

uso dos modelos matemáticos que estão assumindo cada vez mais papel ativo na sociedade.

Para D'Ambrosio (1986) o domínio do conhecimento matemático representa um fator de progresso social na medida em que contribui para a participação política e social do ser humano.

Béal (1996) defende a idéia de que o conhecimento matemático é indispensável ao exercício da cidadania. No entanto, esse conhecimento precisa ser construído pelo aprendiz em uma busca pessoal e socializada. Essa construção deve considerar conhecimentos prévios que o aluno possui e basear-se em sua realidade. Neste sentido, o autor sugere que é adequado expor o aprendiz a situações nas quais seus conhecimentos prévios sejam insuficientes e que se sinta motivado ao questionamento, à troca de idéias, ao levantamento de hipóteses.

A fim de que se possa olhar criticamente as formas de bons e maus usos dos modelos em nossa sociedade é imprescindível conhecer matemática. Neste sentido, a capacidade de compreender e criticar os argumentos matemáticos empregados nos debates pode potencializar a intervenção das pessoas na tomada de decisões coletivas, fortalecendo o exercício da cidadania.

### **2.3 A Educação Matemática Crítica e seu Compromisso com a Cidadania**

Ao tratar do conceito de cidadania, o que se pode perceber é que é quase involuntária a associação limitada do termo cidadania com 'instrução cívica', caracterizada como aceitação de regras, cumprimento de deveres e exercício de direitos. No entanto, esta é uma visão distorcida a respeito do que é cidadania e parece ser bastante superficial diante de conceituações mais elaboradas.

Béal (1996) define cidadania como sendo a capacidade construída para intervir na cidade, ou simplesmente para ousar intervir. Há, nesta definição, algo a se considerar: a cidadania é uma capacidade 'construída'.

No entanto, segundo Médioni (1996), a cidadania não pode ser construída sem um certo número de competências e saberes essenciais. Há uma estreita relação entre cidadania, educação e saber: "Não há cidadania sem acesso ao saber, nem construção de saber sem exercício de cidadania" (p. 102).

Esta idéia é compartilhada também por diversos educadores dentre eles Imenes & Lellis (1994) que citam três condições básicas para o exercício consciente da cidadania:

informação, para a partir desta, decidir; educação, que confere ao indivíduo subsídios para interpretar a informação; e autonomia, que os autores definem como sendo a capacidade de da pessoa pensar com a própria cabeça bem como decidir, conforme seus interesses, não sendo enganada pela propaganda.

Neste contexto a questão indiscutível é: o saber oferece armas para o exercício da cidadania? Vislumbrando uma resposta, consideramos que um dos objetivos fundamentais da Educação é possibilitar ao indivíduo a construção de uma cidadania informada, crítica, a fim de que possa enfrentar seus problemas em busca de melhores condições de vida e assumir seu papel na contribuição para a formação de uma sociedade mais justa e igualitária.

Segundo Alarcão (2001) a escola tem como missão social gerar ambientes formativos que favoreçam o cultivo de atitudes saudáveis e o desabrochar das capacidades latentes do indivíduo capacitando-o a viver em sociedade, convivendo e interagindo com outros cidadãos. A autora ressalta ainda que alunos formados numa escola com essas características estarão mais bem preparados para lidar com as vicissitudes do cotidiano pois estão habituados a refletir, possuem motivação para continuar a aprender, a investigar, a valorizar as dimensões afetivas e cognitivas do ser humano. Este é o cerne da questão: a escola como um ‘laboratório de cidadania’ onde se educa para a cidadania pela cidadania.

Neste trabalho estamos interessados em discutir uma possibilidade de fazer da sala de aula de matemática um ambiente com esta caracterização. È com esta intenção que tratamos da Modelagem Matemática e sua perspectiva sócio-crítica.

### **3. Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica: vislumbrando uma relação**

Com a finalidade de investigar relações entre atividades de Modelagem Matemática na perspectiva sócio-crítica e os interesses da Educação Matemática Crítica, realizamos uma pesquisa com alunos do Ensino Médio de uma escola particular com regime de internato em cidade do interior do estado do Paraná.

#### **3.1 A pesquisa**

As informações que subsidiam nossas argumentações sobre relações entre Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica foram obtidas com alunos de uma turma do

Ensino Médio num período de aproximadamente dois anos. O primeiro ano em 2004, com os alunos cursando o segundo ano e no primeiro semestre de 2005, em que os alunos cursavam o terceiro ano. Os resultados aqui apresentados decorrem da análise de atividades desenvolvidas com estes alunos por autor deste texto.

Para o desenvolvimento das atividades nos orientamos nas argumentações de Almeida e Dias (2004), apresentadas na seção 2 deste texto, que ponderam que a introdução de atividades de Modelagem Matemática em cursos regulares pode ser realizada de forma gradativa e apontam os três momentos que explicitamos naquela seção.

As análises que apresentamos são relativas às informações coletadas com 04 alunos (A1, A2, A3, A4) desta turma sendo que o critério de escolha destes alunos foi o sorteio.

Coletamos informações por meio de observação direta dos alunos enquanto desenvolviam as atividades, sendo que algumas dessas atividades eram filmadas. Essa observação inclui suas manifestações por meio de falas e gestos no grupo que eram registradas pelo professor (um dos autores deste texto) em seu diário de campo. Realizamos também entrevistas semi-estruturadas após realização das atividades que foram gravadas e posteriormente transcritas. Em alguns momentos optamos pelo uso de questionários com questões sobre a atividade desenvolvida. Os registros escritos dos trabalhos dos alunos também são objeto de análise.

### **3.1.1 As atividades desenvolvidas**

No ano de 2004, foram desenvolvidas atividades de modelagem com os alunos cursando o 2º ano do Ensino Médio. Inicialmente desenvolvemos com os alunos a atividade ‘Horário de Verão’, cujo detalhamento consta em Almeida e Brito (2003). Neste momento um conjunto de dados sobre os horários de nascer e pôr do sol durante o ano de 2002 para a cidade de Londrina – Paraná foi levado pelo professor aos alunos e, a partir desses dados, a definição do problema, o levantamento das hipóteses, a seleção das variáveis, a construção do modelo e sua validação foi realizada pelo professor com a participação conjunta dos estudantes.

Em seguida, num segundo momento, os alunos separados em grupos, desenvolveram atividade também fundamentada no fenômeno da duração dos dias ao longo do ano para a cidade de Maringá – PR. Para esta atividade os alunos coletaram os dados no laboratório da escola durante as aulas de matemática e foram trabalhadas e reforçadas as habilidades matemáticas necessárias para a definição do modelo em questão.

Como na turma havia alunos procedentes de diferentes estados brasileiros, surgiu nos grupos o interesse de investigar esta problemática de horário de verão associada com horário de nascer e pôr do sol para o estado de cada grupo. Isto requereu uma capacidade de negociação entre os elementos do grupo, pois, em princípio, cada qual desejava investigar uma cidade de seu interesse. O consenso entre os alunos conduziu aos trabalhos envolvendo as cidades brasileiras Espigão do Oeste - RO, Curitiba - PR, São Paulo - SP, Belém - PA, Campo Grande - MS e Joinville - SC e a cidade de Vladvostok - Rússia.

Estas atividades possibilitaram a abordagem de conteúdos curriculares de trigonometria e funções trigonométricas constantes da programação desta série. As atividades considerando diferentes cidades e países, já considerada como relativa ao terceiro momento da modelagem a que nos referimos na seção dois deste texto, foi especialmente importante porque, embora ainda tratasse de funções trigonométricas, conduziu a necessidade do uso de conceitos matemáticos que ainda não haviam surgido nas situações anteriores como, por exemplo, a necessidade de substituir a função seno usada para uma função cosseno no caso do grupo trabalhando com a cidade da Rússia.

Ainda no ano de 2004, lançamos o desafio de que os próprios alunos investigassem algum problema próximo à sua realidade. Neste momento os grupos definiram os temas e deduziram o modelo matemático para a situação investigada. Os trabalhos desenvolvidos foram: (1) A Troca do Sistema de Aquecimento de Água do Colégio de Gás para Lenha; (2) O Problema do Acúmulo de Pratos no 'Lambe' do Restaurante; (3) O crescimento biológico do pão; (4) A compra do gerador a diesel foi um bom negócio?; (5) O desperdício de silagem durante a alimentação do gado do colégio; (6) O salto duplo twist carpado de Daiane dos Santos; (7) O porquê da falta d'água no colégio nas sextas-feiras.

No primeiro semestre de 2005, agora já no terceiro ano do Ensino Médio, dando continuidade ao trabalho com a turma, foi mais explorado o desenvolvimento do conhecimento reflexivo a partir dos modelos desenvolvidos. Para as discussões tomamos como base a caracterização apresentada na seção dois deste texto e a conjectura de Frankenstein (2004) que defende que conhecimento não existe dissociado do 'como' e 'porque' é usado bem como para 'quem' interessam os resultados obtidos. Segundo a autora, assim é possível romper com a 'aparente' neutralidade do conteúdo matemático.

Nesta etapa os alunos escolheram temas e desenvolveram os trabalhos: (1) A evolução do salto triplo; (2) Quanto fuma o fumante passivo?; (3) A Redução da Taxa de analfabetismo no Brasil; (4) O crescimento de compras via Internet; (5) O aumento da adesão aos planos de saúde; (6) Uma reflexão sobre a Linguagem Gráfica – O Crescimento de Vendas dos Caminhões Volkswagen.

Os conteúdos abordados com estas atividades foram diferentes tipos de funções (linear, quadrática, exponencial, trigonométricas) e suas principais propriedades. A descrição detalhada destas atividades consta no trabalho de Silva (2005).

### **3.3 Análise das informações**

Para estabelecer reflexões sobre as questões enunciadas visando investigar possibilidades de, por meio de atividades de Modelagem Matemática atender interesses da Educação Matemática Crítica, apresentamos recortes de falas, de entrevistas e de registros dos alunos bem como inferências que fazemos a partir dos pressupostos teóricos do trabalho. Estas informações representam indicativos de relações entre Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica. As análises que fazemos são orientadas pela reflexão sobre as questões: (a) aspectos relativos ao conhecimento matemático; (b) o desenvolvimento do conhecimento reflexivo; (c) a relação das atividades com o exercício de cidadania.

#### **(a) Aspectos referentes ao conhecimento matemático**

O desenvolvimento das atividades proporcionou o envolvimento com conteúdos ainda não conhecidos pelos alunos bem como a atribuição de significado a conteúdos já estudados em outros momentos, ou mesmo uma espécie de ‘reforço’ de conceitos com os quais já haviam se deparado em outras oportunidades. Neste sentido, o conhecimento matemático construído viria a subsidiar argumentações sobre a importância e o papel da matemática nos problemas estudados.

A atividade do horário de verão proporcionou aos alunos um primeiro contato com uma função trigonométrica envolvendo diversos parâmetros. A partir do conhecimento de funções do tipo  $y = \text{sen}x$  e  $y = \text{cos}x$  os estudantes tiveram oportunidade de construir os modelos  $D(t) = A \pm B \cos.C(t \pm D)$  e  $D(t) = A \pm B \text{sen}.C(t \pm D)$ , atribuindo significado a cada um dos parâmetros que eles incorporam. O significado para amplitude, deslocamento horizontal, deslocamento vertical são conteúdos curriculares que se apresentaram durante a atividade que parecem ter sido compreendidos pelos alunos, conforme indica, por exemplo, o discurso de um aluno transcrito da entrevista:

*Professor – O que mais pôde perceber?*

*A<sub>2</sub>- Dá pra ver o lance da amplitude.*

*P – O que tem a ver a amplitude? Poderia mostrar o que é isso expressão que vocês obtiveram?*

*A<sub>2</sub> – (Apresentando a expressão e apontando com o dedo) É esse número aqui ó. Ele é quem vai dizer se é ou não é bom ter horário de verão.*

*Professor – Como assim?*

*A<sub>2</sub> – É o seguinte, se ele for muito pequeno, não vale à pena. O do grupo do T deu mais de 3. Também ele pegou uma cidade européia..*

Embora o foco deste trabalho não seja a análise da questão do uso da tecnologia, é igualmente importante observar que o uso do computador é de grande importância nas atividades de Modelagem Matemática. A representação dos dados, a construção de gráficos em um enfoque experimental testando parâmetros, por exemplo, é muito importante para que o aluno possa ter uma visão mais completa do conteúdo matemático bem como da solução para o problema. Esta importância da interação com o computador foi apontada pelos alunos conforme podemos observar na fala de um aluno:

*“Aprendemos melhor a fazer gráficos no Excel e a manusear mais o computador” (A<sub>1</sub>).*

Já no caso da atividade do acúmulo de pratos no ‘lambe’ do restaurante, os alunos tiveram oportunidade de, de fato, obter os dados necessários para determinar um modelo que descreve o número de pratos sujos que ficam acumulados no decorrer do tempo e usar este modelo para apontar comportamentos aos alunos. A dedução do modelo, no entanto, viria a ser o maior desafio nesta atividade. Qual matemática usar para encaminhar uma solução era a maior dificuldade do grupo envolvido com esta atividade. Observar nos dados a possibilidade de escrever  $P_{n+1} = KP_n + P_n$  e, por meio de um processo recursivo e usando dados coletados escrever o modelo  $P(t) = 69,9 \cdot (1,6)^t$ , onde t é o tempo e P(t) o número de pratos sujos no instante t, exigiu do grupo muito estudo e mesmo, intervenções do professor. Todavia, após a conclusão da atividade, os próprios alunos reconheceram sua aprendizagem, conforme sinalizam algumas de suas falas da entrevista:

*“Passamos a noite, a madrugada trabalhando, terminando o trabalho e assim com esse trabalho a gente aprendeu bastante. Eu aprendi muito, mesmo” (A<sub>1</sub>).*

*“Eu não tinha noção do que era uma exponencial, eu pude aprender ver como funciona a colocar mais em pratica a matemática” (A<sub>2</sub>).*

Para analisar o problema do analfabetismo no Brasil os alunos encontraram uma função definida por partes para representar a redução do número de analfabetos no Brasil no decorrer do tempo conforme mostra o modelo matemático a seguir:

$$R(i) = \begin{cases} -2,7i^2 + 3i + 66 & \text{para } 1 \leq i < 5 \\ -\frac{2}{3}i + \frac{49}{3} & \text{para } 5 \leq i < 8 \end{cases}, \quad (1)$$

onde  $R(i)$  é taxa de analfabetismo no Brasil no ano  $i$  (em %). Nesta atividade, do ponto de vista da matemática envolvida, uma questão fundamental diz respeito à necessidade de transitar entre as diferentes representações associadas ao problema para a construção desse modelo. A partir de informações obtidas do Jornal Gazeta do Povo de outubro de 2004 relativas à problemática do analfabetismo no Brasil, os alunos fizeram representações no plano cartesiano e defiram variáveis de forma a encontrar o modelo da expressão (1). Fazer a representação gráfica do modelo e usá-lo para fazer previsões para anos futuros foram também contribuições importantes para a formação matemática destes alunos.

Em termos gerais, acreditamos que a aproximação do conteúdo matemático à realidade ajuda a demolir a barreira invisível gerada pela aparente ‘inutilidade’ de que se reveste a matemática livresca. Observamos esta aproximação como positiva para infundir ao estudante o desejo de iniciar e prosseguir em sua investigação. É como se estivesse ‘pisando em terreno conhecido’ e abrindo-lhe a disposição de aprofundar-se em seu conhecimento ajudando a compreender o conteúdo matemático. A resposta do estudante A2 sinaliza esta nossa argumentação:

*“Ajudou, ajudou sim. Eu comecei a ver a matemática de outra forma, ... despertou aquele interesse em aprender matemática sabe (A2)”*

#### **(b) O desenvolvimento do conhecimento reflexivo**

Considerando a caracterização de Skovsmose (2001) de que o conhecimento reflexivo está relacionado com o desenvolvimento da capacidade de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática, apresentamos algumas informações registradas que representam indicativos do desenvolvimento desta capacidade.

Para Skovsmose (2001) a escolha dos temas a ser investigados nas aulas de matemática pode contribuir para que esta capacidade de interpretação e ação seja mais desenvolvida ou menos desenvolvida. O autor aponta o que chama de ‘dois pontos chave’ para o êxito

da proposta: que o problema a ser tratado seja relevante para os alunos e que de fato o problema tenha proximidade com questões mais amplas que extrapolem a necessidade de uso de conceitos matemáticos para o seu entendimento.

No que diz respeito às atividades desenvolvidas pelos alunos na nossa pesquisa, ocorre uma situação peculiar: a maior parte dos alunos da turma desempenhava uma função em diferentes setores de trabalho, no contraturno das aulas, com a finalidade de custear parcial ou integralmente seus estudos; este fato motivou o professor (um dos autores deste texto) a desafiar-los a se empenharem em captar fatos de sua realidade para a realização das atividades. Os alunos aceitaram o desafio de modo que a maior parte dos problemas diz respeito às situações identificadas na vida do internato, mas não estritamente no ambiente da escola. Assim, considerando os pontos apontados por Skovsmose, as atividades desenvolvidas pelos alunos revelam potencial para a construção de conhecimento reflexivo.

Relacionamos a modelagem matemática ao conhecimento reflexivo na medida em que verificamos diversas situações nas quais, durante o desenvolvimento das atividades de modelagem, o conhecimento reflexivo foi estimulado, emergindo um espaço no qual questões culturais, políticas, sociais, econômicas foram discutidas a partir de situações geradas pela matemática.

Uma atividade em que o poder de argumentação dos alunos foi largamente percebido diz respeito à análise do ‘horário de verão’. A partir do conhecimento matemático sobre o problema, os alunos se sentiram confortáveis para se posicionar sobre a implantação do horário e sua importância, como indicam algumas falas dos alunos:

*Implantar o horário de verão em todo o território nacional não seria uma boa medida, pois o Brasil está, em grande parte situado na linha do Equador ou próximo, por isso o grau de luminosidade não seria suficientemente grande para a implantação do horário de verão. (A4).*

*Só com a matemática podemos perceber quais são as cidades que devem receber ou não a implantação. (A1).*

*Para se implantar o HV em um determinado local, precisasse fazer uma série de pesquisas e contas. E sem a matemática não poderia saber se pode adotar ou não essa medida. (A2).*

Com o propósito de alcançar uma compreensão mais clara do processo de desenvolvimento do conhecimento reflexivo em um indivíduo Frankenstein (2003) caracteriza a mediação como sendo um comportamento que encoraja a desafiar o que antes era tido como certo. Identificamos nos alunos ‘mediações’ ao usarem a matemática como ferramenta na tentativa de melhor compreender o fenômeno do acúmulo dos pratos na busca de uma explicação que traduzisse o que acontecia e a partir daí se mobilizarem para o desafio da mudança, conforme sinalizam trechos transcritos da entrevista:

*A gente também queria encontrar uma solução desse horário de pico acabar.(A2).*

*No primeiro sinal ali ele deixou bem claro que vêm poucos pratos, assim, 30 minutos pro pessoal vim aqui entregar prato, eles não entregaram quase nada. No segundo sinal, eles entregavam um monte e no terceiro sinal explodia também por que era muito, então mostrou assim a realidade. O trabalho de matemática foi muito bom. (A2)*

Ainda em relação a essa atividade do acúmulo de pratos, inferimos que a compreensão e a conseqüente explicação do problema por meio de argumento matemático inspiraram confiança na possibilidade de mudança, confirmando a idéia de que tendemos a desmistificar o que passamos a compreender com mais clareza, conforme ideia já defendida por Brito e Almeida (2005). A fala de um aluno se encaminha neste sentido:

*Uma função exponencial é uma função que trabalha com dados acumulativos no caso então eles vão acumulando e isso vai gerando uma curva e ela vai se acentuando conforme o acúmulo. No nosso caso ela tinha uma curva bem acentuada por causa do acúmulo excessivo dos pratos ao final da janta (A1).*

Ainda dentro da perspectiva de submeter os modelos encontrados a um crivo crítico com o fim de estimular o conhecimento reflexivo, citamos algumas observações que fizemos durante o desenvolvimento e a apresentação do trabalho que se propunha a fazer uma reflexão sobre o uso da Linguagem Gráfica, usando dados publicados sobre o Crescimento de Vendas dos Caminhões Volkswagen.

Nesta atividade foi feita uma reflexão sobre o uso da linguagem gráfica, a partir publicação de página dupla na revista Veja de janeiro de 2005 (Figura 1) na qual, de imediato observaram algumas irregularidades. Ao confrontarem as informações da imagem que estava implicitamente recheada de argumentos matemáticos, com o conhecimento que possuíam detectaram algumas incoerências como o uso inadequado

da escala para o eixo das abscissas e as proporções inadequadas das figuras dos caminhões.



Figura 1: Imagem analisada pelos alunos  
Fonte: Revista Veja janeiro de 2005

Observar estas incoerências sinaliza o conhecimento matemático em ação. Todavia, a partir da identificação dos ‘furos’ do modelo entrou em ação o conhecimento reflexivo, pois o grupo passa a fazer interpretações a respeito do problema expondo questões que revelam pretensões comerciais da empresa, que à primeira vista podem estar escondidas.

O conhecimento reflexivo como aquele que ao mesmo tempo em que está fundamentado em reflexões, ações e reações também desencadeia estas ‘atitudes’ permeou as atividades dos grupos. Partindo de passos mais rudimentares (em termos de reflexão) como a procura respostas para a questão ‘os procedimentos matemáticos estão corretos?’, passa por questões intermediárias como ‘podemos confiar nos resultados obtidos?’ e se consolida com questões mais complexas como ‘de que forma o uso da matemática (apropriada ou não) afeta o contexto do problema que está em estudo?’, o conhecimento reflexivo extrapola a sala de aula e pode provocar mudanças. A fala de aluno que apresentamos ilustra esta idéia:

*Aprendemos a provar o porquê do horário de verão, aprendemos pra vida. Agora sei como e quando economizar energia e como gastar menos. Foi muito válido! (A1).*

Argumentos do tipo: “está matematicamente provado”, tendem a perder força dentro da proposta da Educação Matemática Crítica – o bojo do conhecimento reflexivo - pois ao se analisar todo um contexto no qual o problema está inserido, é possível perceber que há um conjunto de aspectos que devem ser considerados para a realização de uma meta. Assim, se no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática o

conhecimento matemático é indispensável mas localizado, o conhecimento reflexivo deve estar fundamentado num horizonte mais alargado de interpretações e entendimentos.

**(c) a relação das atividades com o exercício de cidadania**

Levando em consideração os pressupostos teóricos que discutimos em sessões anteriores, podemos perceber que existe um consenso alargado sobre a ideia de que cidadania e educação são indissociáveis e que esta associação é um dos aspectos mais atrativos a ser perseguido nas atividades escolares.

Fundamentados na argumentação de Béal (1996) que apresentamos na seção 2 deste texto de que a cidadania é uma capacidade construída, consideramos que um aspecto importante para o comprometimento do estudante com a mudança da realidade investigada está relacionado ao fato da utilização de uma metodologia que propicie o seu envolvimento com a mesma, ou seja, favoreça uma aproximação da realidade, investigue-a, faça descobertas e sinta-se motivado a agir. Assim, buscamos indícios dessa construção de cidadania nas observações dos alunos sobre as atividades. Ancorados nas condições básicas apresentadas por Imenes e Lelis (1994) e enunciadas na seção 3, conjecturamos que há sinais de que:

i) a informação (matemática) viabilizou decisões

*É...nem sempre as coisas acontecem de forma linear. Uma coisa linear torna-se bem previsível e a vida nem sempre é previsível (A2).* (fala de um aluno ao tratar o uso de lenha ou gás para o aquecimento na escola)

*Só com a matemática podemos perceber quais são as cidades que devem receber ou não a implantação do horário de verão (A1.)* (fala de um aluno ao tratar do horário de verão)

ii) a educação confere ao indivíduo subsídios para interpretar a informação:

*A matemática lhe mostra como é o caminho. Ela lhe mostra as conseqüências que terá e lhe dá as pistas.* (A4)

iii) a autonomia para decidir a partir das informações pode ser construída (fala de um aluno ao tratar do horário de verão no Brasil)

*“Agora sei como e quando economizar energia e como gastar menos.” A3*

Acreditamos que o desenvolvimento das habilidades de coletar, sistematizar e usar a informação tenha propiciado aos alunos uma melhor compreensão do problema e,

consequência disto, as atividades podem ter exercido alguma influência sobre sua maneira de encarar a realidade. Daí surge a manifestação do desejo de mudança de atitude. Para Freire (1983), “quando um homem compreende sua realidade, pode levantar hipóteses sobre o desafio dessa realidade e procurar soluções. Assim pode transformá-la” (p. 30). Neste sentido a realização das atividades oportunizou vivenciar cidadania no ambiente escolar e também aproximou a realidade do ambiente escolar, dando uma nova conotação ao conteúdo matemático.

## **Para concluir**

Neste trabalho apresentamos reflexões sobre a Modelagem Matemática na perspectiva sócio-crítica e seu papel nas aulas de Matemática. As discussões que apresentamos estão pautadas nos domínios da Educação Matemática Crítica. A reflexão sobre os referenciais teóricos tanto da Modelagem Matemática quanto da Educação Matemática Crítica, nos permitiram divisar diversas relações entre esses pressupostos teóricos e nos permitiram definir aspectos a ser observados nas atividades desenvolvidas pelos alunos e que representam sinais desta relação

Os resultados que apresentamos decorrem da observação de um conjunto de atividades de modelagem desenvolvidas por alunos do Ensino Médio durante as quais observamos indícios de construção de conhecimento matemático, conhecimento reflexivo e possíveis sinais de exercícios de cidadania.

Olhando para as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas sob o prisma da Educação Matemática Crítica, diríamos ser um laboratório de cidadania em pleno funcionamento no qual observamos que valores e atitudes tais como o gosto pela pesquisa, o despertar do interesse em assuntos sociais e o compartilhamento de idéias foram desenvolvidos e, em certa medida, estes aspectos complementam a formação do aluno. As atividades desenvolvidas levaram os alunos ao envolvimento com outros setores da sociedade, não se restringindo ao ambiente da escola e à relação professor-aluno; as informações de profissionais especializados que apresentam os dados em diferentes atividades puderam ser analisadas e aceitas (ou não) pelos alunos a partir de conhecimentos matemáticos.

Provavelmente experiências vivenciadas durante a vida podem imprimir nas pessoas, ainda que inconscientemente, a tendência de atribuir poderes ao argumento matemático. No entanto, durante as atividades desenvolvidas os alunos perceberam que, muito mais

do que pensar a matemática como algo que tem ‘poder’, é saber valer-se dela para apoiar ao refutar decisões. Neste sentido é que se estabelece a importância do conhecimento matemático e sua associação com o conhecimento reflexivo. Daí a importância de incluir nas aulas de Matemática atividades que viabilizam investigar, na perspectiva da Educação Matemática Crítica, problemas não essencialmente matemáticos. Neste sentido o texto traz evidências do potencial de atividades de Modelagem Matemática para esse fim.

## Referências

- ALARCÃO, I. (2001). *Escola Reflexiva e nova racionalidade*. In: Alarcão, I (org.) Escola Reflexiva e nova racionalidade. Porto Alegre: Artmed.
- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D.S. (2003). *Modelagem Matemática na sala de aula: algumas implicações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Anais eletrônicos da XI CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática. Blumenau SC.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. (2009). Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. *Alexandria*, 2(2), p. 117-134.
- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. (2005). Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? *Ciência & Educação*, 11 (3), 483-498.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. (2004). Um Estudo sobre o Uso da Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem, *BOLEMA*, ano 12, nº 22, pp. 19 – 36.
- ARAÚJO, J. L. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria*, 2(2), p. 55-68.
- BARBOSA, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 3, p. 293-301.
- BARBOSA, J. C. (2001). *Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico*. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED.
- BASSANEZI, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto.
- BÉAL, Y. (1996). *Cidadão no Saber e/ou Cidadão no Mundo*. In: GFEN-Groupe français d'éducation nouvelle. Construire ses savoirs. Construire sa citoyenneté. De l'école à la cite. Lyon, Chronique sociale.
- BLUM, W., NISS, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to others subjects: states, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*. Dordrecht.
- BRITO, D. S.; ALMEIDA, L. M. (2005). O conceito de função em situações de modelagem matemática. *Zetetiké*, 13(23), 63-83.

- D'AMBROSIO, U. (1986). *Da Realidade à Ação. Reflexões sobre Educação e Matemática*. Ed. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.
- FRANKENSTEIN, M. (2004). *Reading the World with Maths: Goals for Critical mathematical Literacy Curriculum*, Capturado em 25 de julho de 2004, On line. Disponível em <http://www.nottingham.ac.uk/csme/meas/papers/frankenstein.html>.
- FREIRE, P. (1999). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática pedagógica*. Rio de Janeiro : Paz e Terra, (Coleção leitura).
- IMENES, L.M.P., LELLIS M.; (1994). *O Ensino de Matemática e a Formação do Cidadão*. Temas e Debates, Blumenau, n. 5, pp.9-13.
- JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. (2006). Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. *Bolema*, n. 25, p. 71-88.
- KAISER, G.; SRIRAMAN, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 3, p.302-310.
- KEITEL, C. (1993). *Implicit mathematical models in social practice and explicit mathematics teaching by applications*. In: LANGE, J. et al. Innovation in maths educations by modelling and applications. Chichester: Ellis Horwood, p.19-30.
- LESH, R.; CARMONA, G.; HJALMARSON, M. (2006). *Working group: models and modeling*. In: PME-NA Proceedings, Mérida, pp 1-4.
- MÉDIONI, M. A. (1996). *Saberes e Cidadania na Periferia*. In: GFEN-Groupe français d'éducation nouvelle. Construire ses savoirs. Construire sa citoyenneté. De l'école à la cite. Lyon, Chronique sociale.
- SILVA, A. (2005). *Modelagem Matemática: uma perspectiva voltada para a Educação Matemática Crítica*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, UEL, Londrina, Paraná, 135p.
- SKOVSMOSE, O. (2001). *Educação Matemática crítica – A questão da democracia*. Papirus- SP.