

# La formación de profesores en relación con las matemáticas

VICTORIA SÁNCHEZ<sup>1</sup>  
MERCEDES GARCÍA<sup>2</sup>

## Resumo

*Neste trabalho apresentamos uma abordagem para a formação de professores no que diz respeito à Matemática, com base em três elementos importantes que devem ser levados em conta quando pensamos em um programa formação de professores de matemática: um quadro de referência, o conteúdo e a forma como os alunos podem ter acesso a este conteúdo. As abordagens situadas e sociais nos têm levado a considerar o conteúdo do programa de formação de professores na perspectiva de que os professores devem saber para serem capazes de se tornar um membro da comunidade de prática dos professores que ensinam matemática em qualquer nível de ensino. Neste trabalho, por um lado, identificamos as dimensões que nós consideramos serem básicas do conhecimento específico de professores de Matemática. Por outro lado, as dimensões que situam seus conhecimentos didático-matemáticos. Em nosso estudo, fazemos uma proposta de programa de formação de professores de matemática, que inclui nossa abordagem para a avaliação da aprendizagem dos alunos, futuros professores. Terminamos com uma reflexão sobre o papel dos formadores de professores de matemática, enfatizando a importância de caracterizar seus conhecimentos e desenvolvimento profissional. Palavras-chave: formação de professores de Matemática, programas de formação de professores, conteúdo didático-matemático.*

## Resumen

*En este trabajo presentamos una aproximación a la formación de profesores en relación con las Matemáticas basándonos en tres elementos importantes que deben ser tenidos en cuenta a la hora de pensar en un programa de formación inicial: un marco de referencia, un contenido y cómo acceder a dicho contenido. Las aproximaciones situadas y sociales nos han llevado a considerar el contenido del programa de formación desde la perspectiva de lo que un profesor debe conocer para poder integrarse como miembro de pleno derecho en la comunidad de práctica de los profesores que imparten Matemáticas en cualquiera de los niveles educativos. En el trabajo identificamos, por un lado, las dimensiones que consideramos básicas de un conocimiento matemático específico de los futuros profesores. Por otro lado, las dimensiones que sitúan su conocimiento didáctico-matemático. En nuestro estudio planteamos una propuesta concreta de programa de formación, que incluye nuestra aproximación a la evaluación del aprendizaje de los estudiantes para profesores. Finalizamos con una reflexión sobre el papel de los formadores de profesores en relación con las Matemáticas, incidiendo sobre la importancia de caracterizar su conocimiento y desarrollo profesional. Palabras clave: Formación de profesores de Matemáticas, programas de formación de profesores, contenido didáctico-matemático.*

## Abstract

*In this work we present an approach to teacher education with respect to Mathematics on the basis of three important elements that have to be taken into account when we think in a mathematics teacher education programme: a framework of reference, the content and how students can access to this content. Situated and social approaches has led us to consider the content of teacher education program from the perspective of what teachers must know to be able to become a member of the community of practice of teachers who teach mathematics at any educational level. On the one hand we identify the dimensions that we consider to be basic of specific mathematical teachers' knowledge. On the other hand, we identify the dimensions that articulate their didactic - mathematical knowledge. In our study, we pose a proposal of mathematics teacher education program, which includes our approach to the assessment of student teachers' learning. We finish with a reflection about the role of mathematics teacher educators, emphasising the importance of characterising their specific knowledge and professional development.*

<sup>1</sup> Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Sevilla, España

<sup>2</sup> Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Sevilla, España

*Key words: Mathematics teacher education, mathematics teacher education programs, didactic-mathematical content.*

## **Introducción**

Podríamos decir que han sido dos las variables que, de una u otra forma, han ido articulando en los últimos años la discusión sobre lo que debería considerarse en un programa de formación inicial de profesores en relación con las Matemáticas: qué enseñar y cómo enseñar. Aunque es evidente que el contexto institucional y el nivel educativo tienen una gran incidencia en dichas variables, no cabe la menor duda que su concreción final está muy vinculada a las interpretaciones, adaptaciones y decisiones de los formadores de profesores.

No vamos a entrar aquí en las particularidades de ese contexto institucional porque, en estos momentos, nos encontramos en nuestro país con una situación de cambio (en parte ocasionada por los intentos de convergencia educativa entre los diferentes países que forman la Unión Europea). En el caso de los profesores de Primaria (profesores de los niveles 6-12), los tradicionales estudios de 3 años pasan a ser estudios de grado con cuatro años de duración. Los profesores de matemáticas de Secundaria, (profesores de los niveles 12-18) después de un grado en Matemáticas (u otras materias afines) tienen que realizar unos estudios de Máster, de un año de duración, que les capacita para el desempeño de la profesión docente. Tampoco vamos a tener en cuenta las características específicas de los diferentes colectivos en función del nivel en el que imparten docencia. Lo que aquí planteamos es una reflexión general que pensamos puede ser válida para cualquiera de ellos.

Como hemos indicado en un reciente trabajo en el que desarrollábamos nuestra evolución en la forma de entender qué enseñar y cómo enseñar hasta llegar a la situación actual (SÁNCHEZ e GARCÍA, 2008), la búsqueda de estos aspectos ha sido objeto de diferentes agendas de investigación y una preocupación compartida por los formadores de profesores de distintos países. Diferentes autores se han ocupado de lo que los profesores de matemáticas necesitan saber y cómo proporcionarles una enseñanza de calidad bajo diversas condiciones (ADLER, BALL, KRAINER, LIN e NOVOTNA, 2005), el aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas desde diferentes perspectivas metodológicas (BOERO, DAPUETO e PARENTI, 1996), lo que significa preparar profesores de matemáticas (SOWDER, 2007), o la variedad de

programas de formación de profesores en los distintos países (COMITI e BALL, 1996). En nuestro país, diferentes investigadores preocupados y ocupados en esta problemática han constituido un grupo específico dentro de la SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática), en el que han presentado, validado y difundido sus diferentes propuestas (ver <http://www.seiem.es/>). Todo ello ha contribuido en mayor o menos medida a fundamentar la propuesta que aquí vamos a presentar.

## **Elaborando un programa de formación**

Hay un aspecto clave que marca nuestra conceptualización de lo que debe ser un programa de formación de profesores en relación con las Matemáticas, y éste ha sido el ser conscientes de la necesidad de apoyarnos en las investigaciones en el campo, buscando marcos de referencia que permitiesen abordar de forma científica dicha formación (GARCÍA, 2003). Trabajos de investigadores como Simon (1994), Wittmann (1995), Goffree y Oonk (1999), entre otros muchos, nos permitieron identificar tres elementos importantes que deben ser tenidos en cuenta a la hora de pensar en ese programa de formación inicial: un marco de referencia, un contenido y una forma de considerar cómo los estudiantes pueden acceder a ese contenido. Queremos destacar que, bajo nuestro punto de vista, estos tres aspectos son igualmente relevantes. De la misma forma que nos puede parecer impensable abordar un programa de formación de profesores sin tener claramente delimitado qué vamos a dar, y asumiendo que en alguna época esa ha sido nuestra única preocupación, la falta de un marco que nos permita situar las otras dos variables de modo que todo ello forme un todo conexo es indispensable para dotar de coherencia a un programa de formación.

## **Un marco de referencia**

En relación con nuestro *marco de referencia*, el reconocimiento inicial del profesor como un profesional que debe poseer un conocimiento específico que le permita, entre otras cosas, ser capaz de desarrollar las tareas que le son propias encontró una posterior cabida en las aproximaciones teóricas de autores como Brown et al. (1989) y Lave y Wenger (1991), que nos han servido como marco para articular el contenido y aproximarnos a cómo los estudiantes para profesores pueden tener acceso a él

(GARCÍA, 2003). En particular, la noción de comunidades de práctica, caracterizadas por Lave y Wenger (1991) por un compromiso mutuo, una empresa conjunta y un repertorio compartido, nos ha llevado a:

- considerar al profesor como un profesional miembro de una determinada comunidad de práctica, permitiéndonos distinguir claramente la comunidad de profesores en relación con las matemáticas (caracterizada por la actividad de enseñar matemáticas y el conocimiento y destrezas que son necesarias para esta actividad) de otras comunidades tales como la de los matemáticos (SÁNCHEZ y GARCÍA, 2004b), y
- entender el aprendizaje de los futuros profesores como una participación progresiva en esa comunidad.

Somos conscientes de que los estudiantes para profesores no pertenecen todavía a la comunidad de práctica de los profesores, pero aspiran a llegar a ser miembros de la misma. Desde un punto de vista de la Didáctica de las matemáticas, el objetivo de un programa de formación de esos profesionales debe ser dotarlos de recursos para integrarse en dicha comunidad, potenciando la creación de comunidades de aprendices, caracterizadas por una actividad que podríamos llamar ‘aprender a enseñar’.

Todo lo anterior nos lleva a aproximarnos a algunas características del programa de formación desde la perspectiva de lo que un profesor debe conocer para poder integrarse como miembro de pleno derecho en esa comunidad. Diferentes estudios relacionados con la investigación en formación de profesores en relación con las matemáticas (SHULMAN, 1986, 1987; LLINARES, 1991; COONEY, 1994; BROMME, 1994) han caracterizado un cuerpo de conocimiento científico en el campo de la Didáctica de las matemáticas y han sido un referente para muchos estudios posteriores (ver, por ejemplo, LLINARES y KRAINER, 2006; PONTE y CHAPMAN, 2006). El análisis de estas contribuciones ha hecho posible nuestra aproximación inicial a los diferentes dominios de conocimiento específico de los profesores, de Matemáticas desde los que se pueden inferir componentes del contenido de un programa de formación de profesores: conocimiento de y sobre las matemáticas, conocimiento de los aprendices y de los procesos de aprendizaje y conocimiento del proceso instructivo.

Junto a todo lo anterior, nuestra propia reflexión sobre las situaciones de enseñanza/aprendizaje en el aula a las que un profesor debe de enfrentarse, proveniente

tanto del análisis de dichas situaciones como de la percepción que de las mismas nos aportaban nuestros estudiantes de los periodos de prácticas de enseñanza (SÁNCHEZ, 2003), nos ha conducido a valorar la importancia de las formas de razonar y gestionar las situaciones involucradas en la enseñanza de las matemáticas, considerando estos aspectos desde la perspectiva del modelo de razonamiento pedagógico de Wilson y sus colegas (WILSON, SHULMAN y RICHERT, 1987). Esto nos ha llevado a identificar una nueva componente en la formación específica de los profesores en relación con las Matemáticas (fundamentada en lo que consideramos un conocimiento de los procesos didáctico-matemáticos) que, desde nuestro punto de vista, debe ser contemplada en nuestro programa (GARCÍA y SÁNCHEZ, 2002). El contenido de esta nueva componente incluye, entre otras cosas:

- identificación de características de cómo los niños aprenden matemáticas en un contexto interactivo (tradicional o tecnológico) que puede llevar a modificaciones instruccionales,
- valoración y análisis del papel de las representaciones para aproximarse al problema de la visualización en geometría,
- análisis y comparación de diferentes procesos de resolución de problemas,
- identificación del contenido matemático implicado en las respuestas de los alumnos ante una tarea, organizando la clase para incluir tanto la diversidad cognitiva como la matemática (evitando una única idea en la tarea de resolver un problema).

Una vez identificadas las componentes hay que hacerlas operativas en nuestras aulas teniendo en cuenta que, desde nuestra perspectiva, y en coherencia con los planteamientos que hemos ido exponiendo, debemos considerar:

- por un lado, la caracterización de un conocimiento matemático específico para la profesión de profesor de Matemáticas, que establezcan claramente la diferencia entre el formación matemática específica y la que debe poseer, por ejemplo, un matemático o un economista, y
- por otro, la caracterización de un conocimiento didáctico-matemático propio de estos profesionales.

Necesitamos entonces tener en cuenta estos aspectos de forma que permitan el desarrollo de las diferentes componentes anteriormente mencionadas. En este contexto,

nos hemos planteado la siguiente cuestión. ¿Cuales son las dimensiones a través de las que estos espacios pueden ser organizados?. A continuación, pasamos a describirlas.

### **Identificando unos contenidos básicos en la formación de profesores en relación con las matemáticas desde la Didáctica de las matemáticas**

Como hemos comentado, desde nuestro punto de vista existe un conocimiento matemático específico de los profesionales de la enseñanza. En ningún caso ese conocimiento puede confundirse con los conocimientos matemáticos que se desarrollan en otros niveles o contextos. La falta de reconocimiento de la existencia de ese conocimiento específico ha llevado en muchas ocasiones a una repetición de contenidos correspondiente a niveles anteriores, o ha contribuido a generar una cierta imprecisión entre lo que los futuros profesores tienen que saber y lo que tienen que enseñar.

En este contexto, identificar unas dimensiones que fueran la base de un conocimiento matemático específico de los futuros profesores de Matemáticas, independientemente del nivel educativo, pensamos que es de gran importancia en un programa de formación.

Se trata, por tanto, de generar espacios en los que las diferentes componentes de contenido derivadas de un conocimiento matemático específico básico que deben poseer puedan desarrollarse. En nuestro caso, por un lado, consideramos ‘actividades de la práctica matemática’ (RASMUSSEN et al., 2005) tales como definir, justificar, modelar, entre otras. Estas actividades subyacen en cualquier contenido matemático y son parte de lo que consideramos ‘hacer matemáticas’. Por otro lado, consideramos el contenido matemático organizado en áreas, teniendo en cuenta las grandes ramas que tradicionalmente configuran las matemáticas como ciencia y que incluirían, análisis, geometría, álgebra, estadística y probabilidad. La profundidad y concreción de los contenidos de estas áreas dependerá de la formación a la que se quiera acceder Profesores de Primaria o Profesores de Secundaria. Definimos de este modo dos dimensiones, las intersecciones de las cuales pueden ser consideradas los mencionados ‘espacios matemáticos’ que pensamos son clave para organizar unas matemáticas para la enseñanza (SÁNCHEZ y GARCÍA, 2008) (ver Figura 1).

<i>Actividades de la práctica matemática</i>	Definir	Justificar	Modelar	....
<i>Áreas de contenido matemático</i>				
Análisis				
Geometría				
Números/Álgebra				
Estadística				
Probabilidad				

Figura 1. Dimensiones relacionadas con qué enseñar en unas matemáticas específicas para maestros

Las diferentes componentes derivadas de los dominios de conocimiento que pueden llegar a formar parte de un conocimiento matemático básico para la enseñanza y específico de la misma se situarían en cada una de las intersecciones y se dotaría de contenido sobre la base de las investigaciones provenientes del campo de la Didáctica de las matemáticas (sin excluir otros campos). Caracterizar mejor ese conocimiento matemático básico identifica una agenda de investigación que creemos debe ser tenida en cuenta.

En relación al contenido didáctico matemático, de la misma manera que los avances dentro del campo de la matemática han permitido identificar diferentes ramas, los trabajos de investigación en Educación Matemática empiezan a identificar también ramas dentro de este campo de conocimiento. En concreto, se empiezan a caracterizar diferentes sistemas que subyacen en el pensamiento matemático, entendido como un conjunto de conceptos, procedimientos, relaciones que se establecen y diferentes formas de razonamiento. En nuestro caso, estos sistemas nos permiten establecer una de las dimensiones para articular dicho contenido didáctico matemático, que incluye el pensamiento matemático en relación con los números, el álgebra, el análisis, la geometría, la estadística y la probabilidad.

Queremos destacar dos aspectos que nos parecen importantes. Por un lado, la propia evolución del campo puede conducir, y seguramente conducirá, a nuevas caracterizaciones del pensamiento matemático que den origen a otros sistemas. Por otro, la profundidad y concreción de estos sistemas, como en el caso del conocimiento

matemático específico, estará relacionada con el nivel en el que el futuro profesor vaya a desarrollar su labor (primaria, secundaria o incluso estudios universitarios).

La otra dimensión que articula este contenido viene definida por las tareas específicas que caracterizan la labor profesional de un profesor en relación con las Matemáticas. Siguiendo a Llinares (2004), consideramos los siguientes sistemas de actividad del profesor: organizar el contenido matemático para la enseñanza, gestionar el contenido matemático y el discurso en el aula y, finalmente, analizar e interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes. Ambos, pensamiento matemático y sistemas de actividad de los profesores organizan nuestras ideas en la identificación y análisis de qué enseñar en relación al contenido didáctico-matemático. Las diferentes componentes del contenido (derivadas del conocimiento de y sobre las matemáticas, de los aprendices y de los procesos de aprendizaje, del proceso instructivo y de los procesos didáctico-matemáticos) se desarrollan en los espacios de enseñanza/aprendizaje definidos en la intersección de ambas dimensiones (ver Figura 2).

<i>Sistemas de actividad del profesor en relación con las matemáticas</i>	Organizar el contenido matemático para la enseñanza	Gestionar el contenido matemático y el discurso en el aula	Analizar e interpretar lo que los estudiantes pueden pensar y saber
<i>Sistemas subyacentes en el pensamiento matemático en relación a</i>			
Números			
Álgebra			
Análisis			
Geometría			
Estadística			
Probabilidad			

Figura 2. Dimensiones relacionada con qué enseñar en relación con el contenido didáctico-matemático

### **Planteándonos cómo acceder al contenido**

Una vez que hemos, en mayor o menor medida, caracterizado el contenido del programa de formación, tal y como indicábamos en Sánchez y García, (2009), el problema que se plantea es cómo aproximarnos a la forma en la que los estudiantes para profesores



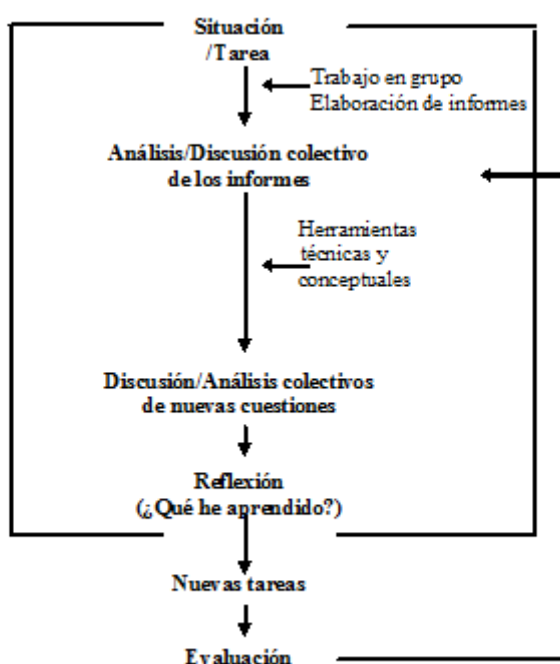
pueden acceder a ese conocimiento. Han sido muchos los investigadores desde el campo de la Didáctica de las Matemáticas que han tomado parte en la discusión del aprendizaje de los profesores, ideas que han sido recogidas por autores como Putnam y Borko (1997) y García (2003, 2005). Como hemos indicado anteriormente, nuestra aproximación esta basada en las ideas que se originaron en nuestra puesta en contacto con diferentes visiones acerca de la naturaleza construida del conocimiento y creencias, y la naturaleza social y situada de la cognición. En particular, las ideas teóricas de autores como Brown et al. (1989), Resnick (1991), Cobb (1994), entre otros, fueron en nuestro caso consideradas como marcos teóricos que nos permitieron entender conjuntamente las características de la cognición y la educación. Especialmente, queremos destacar las ideas de comunidad de práctica y aprendizaje basado en la participación (LAVE y WENGER, 1991).

Pensamos que ‘llegar a ser un profesor’ puede ser entendido como un proceso que conduce a los estudiantes para profesores a ser introducidos en la comunidad de práctica de esos profesionales. En este sentido, el aprendizaje de los estudiantes puede considerarse como una participación progresiva en la comunidad de práctica a través del uso de herramientas, que les capacitan para entender y hacer las tareas de la práctica y ‘aprender a enseñar’ es visto como la identificación y uso de herramientas en la resolución de tareas profesionales (LAVE y WENGER, 1991; GARCÍA et al., 2003). Para nosotros, el termino ‘herramienta’ se usa en un sentido amplio (VYGOTSKY, 1986), ya que no solo incluyen objetos físicos sino que también consideran conceptos, razonamiento, etc., es decir, lo que capacita para la interacción dentro de una comunidad. Tales herramientas pueden ser clasificadas como técnicas o conceptuales. Las herramientas técnicas incluyen todo tipo de materiales educativos, software, técnicas para manejar la discusión de procedimientos, etc. Las herramientas conceptuales se entienden como aquellos conceptos y constructos teóricos que han sido generados desde la investigación educativa en general, y la investigación matemática en particular, y que conducen a comprender y manejar situaciones en las que las matemáticas son enseñadas y aprendidas. Pueden ser proporcionadas a través de videos especialmente diseñados (LLINARES y SÁNCHEZ, 1993), la intervención directa del formador de profesores, o lecturas (en cualquier tipo de soporte).

Desde nuestros referentes teóricos, como ya hemos comentado anteriormente, pensamos que la formación de profesores puede considerarse como el proceso de

introducir a los estudiantes en la comunidad de práctica de estos profesionales. Para nosotros, un programa de formación debe proporcionarles una forma de integrarse en ella, creando unas comunidades de aprendices caracterizadas por la actividad de ‘aprender a enseñar’, que debería capacitar a los estudiantes para llegar a formar parte de la cultura de su futura profesión. En nuestro caso, y apoyándonos en trabajos de autores como Simon, (1995) y Simon y Tzur (2004), dicha actividad pretendemos que se desarrolle en unos entornos de aprendizaje generados a través de unas trayectorias de enseñanza/aprendizaje especialmente diseñadas (ver Cuadro 1) (GARCÍA, 2000, 2005; GARCÍA y SÁNCHEZ, 2002; SÁNCHEZ y GARCÍA, 2004b). El uso de las herramientas técnicas y conceptuales debe ayudar a los estudiantes para profesores a resolver las ‘actividades auténticas’ propuestas de tal forma que mientras se van desarrollando en la comunidad de aprendizaje ellos se van aproximando a la comunidad de práctica de los maestros.

Desde nuestra perspectiva, la participación activa de los miembros de la comunidad de aprendizaje en el proceso de resolver la situación/tarea proporcionada en las diferentes trayectorias se genera a través del trabajo en pequeños grupos, en el que los procesos del razonamiento se hacen explícitos tomando en cuenta el conocimiento previo y creencias.



Cuadro 1: Esquema de una trayectoria de formación (García, 2000, p.63)

El punto de partida de estas trayectorias son tareas próximas a las tareas profesionales de los profesores de matemáticas y, por lo tanto, ‘actividades auténticas’ (Brown et al., 1989). Por ejemplo, una tarea correspondiente al espacio de enseñanza/aprendizaje situado en la intersección de ‘Sistemas subyacentes en el pensamiento geométrico/Analizar e interpretar lo que los estudiantes pueden pensar y saber’ puede ser la interpretación por parte de los estudiantes para profesores de respuestas de los alumnos a diferentes preguntas relacionadas con las figuras planas (SÁNCHEZ et al., 2006). En García y Sánchez (2002) y Sánchez y García (2009) se puede ver en forma más extensa lo que supone el diseño de estas tareas.

Una vez terminada la trayectoria, el proceso se completa con una serie de tareas cuyo objetivo es posibilitar que los estudiantes para profesor, a través del conocimiento desarrollado, generen nuevo conocimiento respecto a los temas tratados y otros aspectos relacionados. Estas tareas pueden verse desde otra perspectiva, como medio de información para la evaluación del aprendizaje de esos estudiantes y del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que nos informan de las características de su aprendizaje y de la propia actuación del formador de profesores. En definitiva tanto las situaciones/tareas de partida como las nuevas situaciones/tareas propuestas cumplirían dos objetivos: generar conocimiento respecto a las distintas componentes mencionadas, y posibilitar recogida de información para la evaluación, que será completada con otros instrumentos.

Estas trayectorias han sido implementadas, modificadas y validadas a lo largo de los años. Tradicionalmente, las hemos desarrollado en contextos presenciales. Sin embargo, últimamente nos hemos ocupado de identificar las particularidades que plantea la generación de entornos de aprendizaje en un soporte tecnológico, tratando de obtener información sobre lo que implica pasar de un medio presencial a otro virtual. En este paso, se mantienen los planteamientos teóricos que guían las trayectorias de enseñanza/aprendizaje diseñadas para contextos presenciales, pero se produce una adaptación al nuevo medio. Los resultados muestran algunos aspectos nuevos que pensamos deben incorporarse a los que caracterizan la comunidad de práctica a la que los formadores de profesores pertenecen (ESCUADERO et al., 2006, 2009).

En relación a las prácticas que los profesores desarrollan en los centros escolares como parte fundamental del programa de formación, planteamos que los entornos de

aprendizaje deberían generarse también articulados a partir de tareas específicamente diseñadas. Estas tareas tienen que posibilitar que los conocimientos construidos anteriormente se amplíen y completen con nuevos conocimientos (al tener presentes unos alumnos concretos en un aula concreta), capacitando a los estudiantes para profesores para construir y desarrollar sus propios entornos de aprendizaje. Las dificultades de coordinar los elementos implicados (centros, profesores universitarios y no universitarios, administración, etc.) bajo una misma perspectiva dificulta la puesta en práctica de esta parte de la formación inicial, impidiendo desarrollarse con toda su amplitud el programa de formación. Es indudable que todo esto influye negativamente, ocasionando en nuestro caso una falta de concreción de la propuesta teórica con una implementación práctica.

### **Una aproximación a la evaluación**

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente expuesto, es necesario hacer explícito cómo valoramos el aprendizaje de los estudiantes a través del acceso a los procesos sociales que tienen lugar en los entornos de enseñanza/aprendizaje generados a través de las trayectorias. Dos ideas son importantes a este respecto. En primer lugar, nuestra visión del aprendizaje como identificación y uso de herramientas, entendiendo ‘identificación y uso’ como la puesta en funcionamiento por parte de los estudiantes de las diferentes herramientas, la interacción y comunicación de la información entre ellos que conduce a la toma de decisiones razonables en el contexto de un entorno de aprendizaje. En segundo lugar, tener en cuenta la importancia de la dimensión social de los entornos de aprendizaje.

La identificación y uso de herramientas conceptuales ha sido objeto de una de nuestras investigaciones, poniéndose de manifiesto la estrecha relación entre teoría y práctica que ha subyacido en toda nuestra trayectoria personal (GARCÍA et al., 2007), ya que los resultados de dichas investigaciones nos han permitido caracterizar lo que podríamos llamar diferentes ‘estadios’ en el proceso de aprendizaje (GARCÍA et al., 2003, 2006; SÁNCHEZ et al., 2006), que fueron incorporados a nuestra práctica docente y que indicamos a continuación:

<b>Estadios de aprendizaje</b>	<b>Características</b>
<i>Estadio 1</i>	Las herramientas no se identifican
<i>Estadio 2</i>	Las herramientas se identifican, pero no se relacionan con las decisiones que se toman
<i>Estadio 3</i>	Las herramientas se identifican y usan
<i>Estadio 4</i>	Las herramientas se identifican, usan y se integran en un marco mas general

Esto nos ha permitido, como formadoras de profesores, valorar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes para profesores en nuestro programa. Incorporar junto con la caracterización de estos estadios la valoración de otros aspectos del aprendizaje social que emergen en la interacción en el aula es, en estos momentos para nosotras, un objeto de investigación, que puede que en un futuro pueda incidir en nuestra práctica, siguiendo el proceso dinámico que caracteriza en nuestro caso la relación que establecemos entre práctica y teoría (GARCÍA et al., 2007).

### **Los formadores de profesores**

No queremos finalizar sin señalar la importancia que tiene para el futuro desarrollo de la Didáctica de las Matemáticas reconocer las características de nuestro propio conocimiento profesional, que nos identifica claramente como miembros de una comunidad de práctica y que nos diferencia de otros colectivos/comunidades. Identificar y caracterizar el objeto de la actividad del formador de profesores, considerar su papel como mediador y asumir que la reflexión y el autoanálisis son procesos que intervienen en nuestro aprendizaje son aspectos relevantes que hay que tener en cuenta, y que ha sido para nosotros objeto de estudio (SÁNCHEZ y GARCÍA, 2004a, 2005). Preguntas como las planteadas por Tzur (1999) en el sentido de ¿qué significa formar profesores de matemáticas?, ¿cómo se llega a conocer como formar profesores de matemáticas?, o ¿cómo se promueve la formación de los formadores de profesores de matemáticas? siguen siendo de interés para todos aquellos involucrados en los procesos educativos.

Queremos destacar que el hecho de que se empiece a caracterizar la comunidad de práctica de los profesionales que se dedican a la formación de profesores en relación con las matemáticas no es algo trivial. Por un lado, incide directamente en la idea de que hay una profesión, formador de profesores en relación con las Matemáticas, con una tarea específica, formar profesores de Matemáticas y con un conocimiento que le es propio y

que, por supuesto, debe poseer quién desempeña esta profesión. Por otro, se abren nuevas líneas de investigación que deben de incidir sobre una mejor caracterización de ese conocimiento específico, y que deben de involucrar a los investigadores en Didáctica de las Matemáticas, logrando a través de sus aportaciones proporcionar los elementos teóricos que nos permitan dar respuesta a las preguntas planteadas. La identificación clara de esta profesión es algo que la comunidad educativa en general, y el colectivo de formadores de profesores en particular, debe abordar.

## Agradecimientos

Algunos de los trabajos que se mencionan en este trabajo han sido realizados en el marco de los proyectos de investigación SEJ2005-01283/EDUC y PSI2008-02289/PSIC. MICINN -FEDER

## Referencias

ADLER J., BALL D., KRAINER K., LIN FL. Y NOVOTNA, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational studies in mathematics*, 60 (3), 359-381.

BOERO, P., DAPUETO, C. y PARENTI, L. (1996). Didactics of Mathematics and the Professional Knowledge of Teachers. En A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. KILPATRICK y C. LABORDE (comps.) *International Handbook on Mathematics Education* (1097-1121). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BROMME, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En R. Biehler, R. Scholz, R. SträBer y B. Winkelmann (comps.) *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (73-78). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BROWN, J. S, Collins, A. y DUGUID, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18 (January-February), 32-42.

COBB, P. (1994). Constructivism in mathematics and science education. *Educational Researcher*, 23(7), 4.

COMITI, C. y BALL, D.L. (1996). Preparing teachers to teach mathematics: A comparative perspective. En A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. LABORDE (comps.) *International Handbook on Mathematics Education* (1123-1153). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

COONEY, T. J. (1994). Research and teacher education: In search of common ground. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 608-636.

ESCUADERO, I., GARCÍA, M. y SÁNCHEZ, V. (2006). Las TICs en el proceso de enseñar matemáticas. En A. Méndez, A. Solano, J. Mesa y J.A. Mesa, *Current Developments in Technology-Assisted Education*, Vol II, 1290-1294.

\_\_\_\_\_ (2009): Nuevos espacios de enseñanza/aprendizaje en la formación inicial de profesores de primaria. *Pixel Bit. Revista de Medios y Educación* 34, 105-120.

GARCÍA, M. (2000). El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: Implicaciones para la formación inicial de maestros. En C. Corral y E. Zurbano (comps.) *Propuestas metodológicas y de evaluación en la Formación Inicial de los Profesores del Área de Didáctica de las Matemáticas* (55-81). Oviedo: Universidad de Oviedo.

\_\_\_\_\_ (2003): La formación inicial de profesores de matemáticas: Fundamentos para la definición de un currículo. En D. Fiorentini (comps.) *Formação de professores de matemática. Explorando novos caminhos com outros olhares* (51-86). Campinas, Brasil: Mercado de Letras.

\_\_\_\_\_ (2005): La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, 17( 2), 153-166.

GARCÍA, M. Y SÁNCHEZ, V. (2002). Una propuesta de formación de maestros desde la Educación Matemática: adoptando una perspectiva situada. En L.C. Contreras y L. Blanco (comps.) *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el Área de Matemáticas: Una mirada a la práctica docente* (59-88). Badajoz: Servicio de Publicaciones, Universidad de Extremadura.

\_\_\_\_\_ (2004). Reflections on Mathematics Teachers Education. Presented in the work of Discussion Group 6, ICME 10, Copenhagen, Denmark, <http://www.ICME-10.d>

\_\_\_\_\_ (2005): An approach to secondary mathematics teacher education. Actas del 15th ICMI Study Conference: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Aguas de Lindoia, Brasil.

\_\_\_\_\_ (2007): Learning through reflection in Mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 64(1), 1-17.

GARCÍA, M., SÁNCHEZ, V., ESCUDERO, I. y LLINARES, S. (2006): The Dialectic Relationship between Research and Practice in Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9 (2), 109-128.

GOFFREE, F. y OONK, W. (1999). Educating Primary School Mathematics Teachers in the Netherlands: back to the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(2), 207-214.

LAVE, J. y WENGER, E. (1991). *Situated Learning. Legitimate Peripheral Participation*. New York: Cambridge University Press.

LLINARES, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. GID: Universidad de Sevilla.

\_\_\_\_\_ (2004): Building virtual learning communities and the learning of mathematics teacher student. Invited Regular Lecture at ICME-2004. <http://www.ICME-10.d> Copenhagen, Denmark.

LLINARES, S. y SÁNCHEZ, V. (1993). Elementos del conocimiento base para la Enseñanza de las Matemáticas. Videos 1, 2, 3, 4a, 4b, 5, 6. Servicio de Medios Audiovisuales y Tecnología Educativa, ICE de la Universidad de Sevilla

LLINARES S. y KRAINER K. (2006). Mathematics (Student) Teachers and Teacher Educators as Learners. En A. Gutierrez, y P. Boero (comps.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (426-459). Rotherdam / Taipei: Sense Publishers.

- PONTE, J., y CHAPMAN, O. (2006). Mathematics Teachers' Knowledge and Practices. En A. Gutierrez y P. Boero (comps.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (461-494). Rotherdam / Taipei: Sense Publishers.
- PUTNAM, R. y BORKO, H. (1997). Teacher Learning: Implications of New Views of Cognition. En B. Biddle, T.L. Good y I.F. Goodson (comps.) *International Handbook of Teachers and Teaching* (1223-1296). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- RAMUSSEN, C., ZANDIEH, M., KING, K. y TEPPPO, A. (2005). Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 51-73.
- SÁNCHEZ, V. (2003). An Approach to Collaboration in Elementary Pre-Service Teacher Education. En A. Peter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen y Andy Begg (comps.) *Collaboration in Teacher Education* (57-68). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- SÁNCHEZ, V. y GARCÍA, M. (2004a). Formadores de profesores de Matemáticas. Una aproximación teórica a su conocimiento profesional. *Revista de Educación*, 333, 481-493. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- \_\_\_\_\_ (2004b): Thinking about mathematics education for future teachers. Presented in the work of TSG23, Education, professional life and development of mathematics teachers ICME 10, Copenhagen, Denmark, <http://www.ICME-10.dk>
- \_\_\_\_\_ (2005): Formadores de profesores de matemáticas. Conocimiento base y desarrollo profesional. Actas del V Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Oporto, Portugal, <http://www.mytw.net/cibem5>
- \_\_\_\_\_ (2008): What to teach and how to teach it: Dilemmas in primary mathematics teacher education. En B. Jaworski y T. Wood (comps.), *The Mathematics teacher educator as a developing professional. The international handbook of mathematics teacher education* (vol.4), (281-297). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.
- \_\_\_\_\_ (2009): Tasks for Primary Student Teachers: A Task of Mathematics Teacher Educators. En Clarke, B., Grevholm, B. y Millman, R. (comps.), *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education. Purpose, Use and Exemplars* (37-50). Dordrecht, the Netherlands: Springer.
- SÁNCHEZ, V., GARCÍA, M. y ESCUDERO, I. (2006): Primary preservice teacher learning levels. En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká y N. Stehlíková (comps.) *Proceedings of the 30<sup>th</sup> Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 5) (33-40). Prague, Czech Republic: Faculty of Education, Charles University.
- SHULMAN, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, February, 4-14.
- \_\_\_\_\_ (1987): Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- SIMON, M. (1994). Learning Mathematics and Learning to Teach: Learning Cycles in Mathematics Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics*, 26(1), 71-94.
- \_\_\_\_\_ (1995): Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.



- SIMON, M. A. y TZUR, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.
- SOWDER, J. (2007): The Mathematical Education and Development of Teachers. En F. K. Lester (comps.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (157-224). NY: Macmillan.
- TZUR, R. (1999). Becoming a mathematics teacher-educator: Conceptualizing the terrain through self-reflective analysis. En O. Zaslavsky (comps.) *Proceedings of the 23 Conference of the PME, Vol. I*, (169-184). Haifa, Israel.
- VYGOTSKY, L. (1986). *Thought and Mind*. Cambridge, MA: MIT.
- WILSON, S. M., SHULMAN, L. y Richert, A.E. (1987). 150 different ways” of knowing: Representations of knowledge in teaching. En J. Calderhead (comps.) *Exploring teachers' thinking* (104-124). London: Cassell.
- WITTMANN, E. (1995). Mathematics education as a ‘design science’. *Educational Studies in Mathematics*, 29(4), 355-374.