ISSN 1983-3156

A2

http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p81-103

Concepções de professores de matemática do ensino básico sobre a álgebra escolar

Conceptions of basic school mathematics teachers about school algebra

ALEX BRUNO CARVALHO DOS SANTOS[1]

JOSÉ CARLOS DE SOUZA PEREIRA[2]

JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES[3]

Resumo

Este trabalho aborda os resultados de uma pesquisa realizada com professores de matemática do ensino básico sobre suas concepções acerca da Álgebra e seu ensino. O referencial que adotamos foi a Teoria Antropológica do Didático. Nosso objetivo foi verificar quais características do modelo epistemológico dominante no ensino de Álgebra são reveladas nas concepções dos professores investigados. Para coleta de dados, adotamos como procedimento metodológico um Percurso de Estudo e Pesquisa. Os resultados revelaram, quanto à epistemologia espontânea do professor, o predomínio da perspectiva da Álgebra no sentido de operação com letras e números, bem como de generalização de padrões, o que a caracteriza como aritmética generalizada.

Palavras-chave: *Álgebra Escolar; Modelo Epistemológico de Referência; Epistemologia Espontânea.*

Abstract

This work deals with the results of a research with basic school mathematics teachers about their conceptions for Algebra and its teaching. The theoretical framework that we adopted was the Anthropological Theory of Teaching. The objective was to verify which characteristics of the dominant epistemological model on teaching algebra are revealed in the conceptions of the teachers investigated. To collect date it was adopted as the methodological procedure Course of Study and Research. The results show, as the spontaneous epistemology teacher, the predominant view of algebra in the sense of operation with letters and numbers and generalizing patterns, which characterizes it as generalized arithmetic.

Keywords: *School Algebra; Epistemological Model Reference; Spontaneous epistemology.*

[1]Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas – UFPA. Professor substituto do Curso de Matemática - UEPA, e-mail: alexlicmat@yahoo.com.br

[2] Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas – UFPA. Professor de Matemática – SEDUC-PA, e-mail: jsouzaper@gmail.com

[3]Doutor em Educação Matemática - PUC-SP. Professor do Instituto de Educação Matemática e Científica - UFPA, e-mail: messildo@ufpa.br

Introdução

A Álgebra ministrada na escola básica (Álgebra Escolar) ocupa um lugar de destaque no currículo atual do ensino de matemática no Brasil, abrangendo grande parte do ensino básico. As propostas e sugestões dos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e Prova Brasil, permitem constatar o destaque dado à Álgebra Escolar e a sua evidência como componente fundamental no ensino básico de matemática.

Segundo Brasil (1998), o estudo da Álgebra compõe um espaço significativo para o aluno desenvolver a capacidade de abstração e generalização. Brasil (2008) reforça a ênfase dada à Álgebra ao propô-la para o ensino fundamental, juntamente com Números e operações e Funções, como terceiro tema na Matriz de Referência de Matemática, tanto para o 5º ano como para o 9º ano.

A partir do 7º ano do ensino fundamental, o uso das letras para representar operações matemáticas se torna mais frequente e com um nível de complexidade cada vez maior, o que evidencia, para grande parte dos docentes, o efetivo estudo de noções algébricas.

O ensino e aprendizagem de conteúdos envolvendo noções algébricas têm sido marcados por alguns conflitos: de um lado os alunos muitas das vezes se deparam com um novo objeto do saber cujo nível de complexidade exige maior grau de abstração, de outro, o professor necessita valer-se de um meio transpositivo[4] adequado para atender ao nível de compreensão do aluno.

Neste artigo apresentamos os resultados de uma pesquisa na qual estabelecemos como dispositivo metodológico um percurso de investigação com características de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)[5]. As atividades desenvolvidas neste percurso foram divididas em sessões programadas as quais contaram com a participação de 23 professores que cursavam Especialização em Didática da Matemática na Universidade Federal do Pará (UFPA).

Nossa principal referência foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD) que concebe a atividade matemática em termos de praxeologias matemáticas e didáticas. Dentre os autores que deram suporte para nosso trabalho citamos Chevallard (1989), Gascón (1994) e Bolea Catalán (2003), os quais apontam para a existência de Modelos no ensino de

---

[4]No sentido de Chevallard (1991), no qual um saber é transformado e adaptado no decorrer do processo de ensino.

[5]Do francês *Parcours d'Études* et *de Recherches* (PER).

matemática, particularmente Modelos Epistemológicos de Referência (MER) no ensino de álgebra, os quais descreveremos no decorrer deste artigo.

Destacamos ainda a influência que o modelo dito "dominante" no ensino de álgebra escolar exerce nas concepções e práticas de professores que lecionam matemática. Assim, poremos em destaque as concepções dos professores sujeitos da pesquisa que possam revelar tal modelo à luz do quadro teórico assumido na pesquisa.

Nosso objetivo foi verificar quais características do modelo epistemológico dominante, em relação à álgebra escolar, são reveladas nas epistemologias espontâneas dos professores sujeitos da pesquisa.

A seguir apresentamos a teoria assumida por nós como embasamento para o artigo.

Teoria antropológica do didático (TAD)

A TAD foi desenvolvida e teorizada por Chevallard e dentre as suas contribuições está o estudo de sistemas didáticos, compreendidos como a relação: sujeito – instituição – saber. Esta teoria modela práticas sociais, em particular, a atividade matemática, a partir de quatro elementos: tarefa, técnica, tecnologia e teoria.

O termo tarefa é utilizado por Chevallard, Bosch e Gascón (2001) para expressar uma ação, um procedimento ("o que é para fazer") que o sujeito deve executar para resolver determinada situação proposta. A técnica é compreendida como uma "maneira de fazer" ou de "realizar" determinada tarefa. Desta forma, para a execução de qualquer tarefa é necessária à escolha de uma técnica.

Segundo Chevalard[6] (1992 apud Almouloud, 2007), uma técnica, para existir numa instituição, deve ser compreensível, legível e justificada. Neste sentido, ao discurso matemático que justifica e permite entender determinada técnica é denominado por Chevallard, Bosch e Gascón (2001) como tecnologia, trata-se de um saber relativo à técnica. Neste caso, as funções da tecnologia são: justificar "racionalmente" a técnica; explicar, fazê-la inteligível, aclarar a técnica, produzir técnicas e expor o motivo pelo qual a técnica é correta. Finalmente, toda tecnologia também precisa de uma justificação, que é denominada teoria da técnica.

Os termos tecnologia e teoria remetem-se aos quadros teóricos relativos aos campos matemáticos que fundamentam propriedades, teoremas ou algoritmos utilizados

[6] CHEVALARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportees par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathematiques. Grenoble: La Pensee Sauvage, v. 12.1, 1992.

tecnicamente, por exemplo, Campo Algébrico, Geométrico, Numérico, dentre outros. Sendo assim, a noção de tarefa supõe um objeto relativamente preciso para o qual se dispõe de alguma técnica com um entorno tecnológico-teórico mais ou menos explícito.

> Na atividade matemática, como em qualquer outra atividade, existem duas partes, que não podem viver uma sem a outra. De um lado estão as tarefas e as técnicas e, de outro, as tecnologias e teorias. A primeira parte é o que podemos chamar de "prática", ou em grego, a práxis. A segunda é composta por elementos que permitem justificar e entender o que é feito, é o âmbito do discurso fundamentado – implícito ou explícito – sobre a prática, que os gregos chamam de logos. (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 251).

Um conjunto de técnicas fundamentadas por uma tecnologia e apoiada em uma teoria, forma uma organização praxeológica (ou praxeologia). Acerca disso, focando a sala de aula, Andrade (2007) descreve praxeologia matemática como uma organização matemática que permita aos alunos atuarem com eficácia na resolução de problemas e entenderem o que fazem. "Em uma maneira simplificada, nós podemos dizer que o que aprendemos e ensinamos em uma instituição educacional são praxeologias matemáticas". (ANDRADE, 2007, p. 37).

A atividade matemática pode ser interpretada então, como uma atividade humana modelada por meio de praxeologias associadas a um saber matemático, as quais, segundo Chevallard (1999), são de duas espécies: matemáticas ou didáticas. As organizações matemáticas[7] (OM) referem-se a uma classe de matemáticas onde se estuda, por exemplo, equações, expressões algébricas, etc., desenvolvidas em uma sala de aula e as organizações didáticas[8] (OD) referem-se ao modo de fazer esse estudo.

As OM e OD que um sujeito desenvolve ao longo de sua prática constituem o conjunto de praxeologias que o mesmo possui ou está "equipado". A este conjunto denominamos "equipamento praxeológico" (EP(x)).

O equipamento praxeológico está relacionado aos conhecimentos e competências de um sujeito, o qual tende a ser ampliado e modificado ao longo do tempo à medida que sua relação com os objetos é ampliada. Uma vez que esta "relação" é individual e subjetiva, para um mesmo objeto é possível haver diferentes formas de sabê-lo.

No que diz respeito às maneiras como os saberes são expostos, apresentamos a seguir alguns estudos acerca dos modelos relativos ao ensino e aprendizagem de matemática.

---

[7] Segundo Bosch e Gascón (2001) as Organizações Matemáticas são um conjunto de práticas matemáticas sistemáticas compartilhadas em uma instituição.

[8] De acordo com Bosch e Gascón (2001) as Organizações Didáticas são um conjunto de práticas de ensino e aprendizagem sistemática compartilhada em uma instituição.

Modelos relativos ao ensino e aprendizagem da matemática escolar

No seio de uma instituição escolar, um mesmo saber pode apresentar mais de uma forma de ser interpretado. Por exemplo, ao planejar sua aula, o professor de matemática adota Organizações Matemática e Didática com base em um Modelo, isto é, em uma forma de compreender o saber a ser ensinado.

Quando há um predomínio na forma de conceber este saber nas instituições escolares, dizemos que se trata de um modelo dominante, o qual, normalmente, não é percebido pelo professor. Não é comum nas instituições escolares a reflexão sobre a existência de modelos relativos ao saber. Quanto mais a de modelos dominantes. Neste caso, o modelo dominante não é criticado ou questionado e, portanto, reproduzido de maneira implícita.

Gascón (1994) expõe sua interpretação sobre esta questão ao afirmar que grande parte das pesquisas em Educação Matemática, focam um domínio específico do saber matemático como: "função", "regra de três", "matrizes", "números fracionários", "álgebra elementar", etc. Mas, na maioria dos casos, o saber matemático é assumido de tal forma que não há lugar para interpretações diferentes. Para o autor, esse é um discurso que se põe como uma situação "normal" no sistema de ensino, onde o saber matemático não é questionado, o que torna pouco evidente e efetiva a distinção entre o saber sábio[9] e o saber ensinado[10].

Em decorrência desse fato, Gáscon (1994) ressalta três pontos essenciais que as pesquisas em Didática da Matemática devem considerar.

Primeiramente considera que existem, em qualquer instituição didática na qual se ensina matemática, modelos implícitos de diferentes domínios do saber matemático a ser ensinado, dos quais emergem, por extensão, modelos implícitos de mesma natureza do saber matemático. Estes diferentes modelos implícitos locais, assim que se instalam são assumidos como modelos globais do saber matemático e geralmente não são questionados (GASCÓN, 1994). Nesse sentido é possível encontrar,

[9] Segundo Chevallard (1991) os conteúdos são saberes designados por uma comunidade como necessários ao ensino. O saber sábio é um saber culturalmente instituído. Geralmente diz respeito a um saber produzido na academia, mas não se restringe à mesma, por exemplo, o saber pode ser instituído por uma comunidade indígena, ou outros grupos sociais.

[10] O saber ensinado, segundo Chevallard (1991), diz respeito ao processo de (re)contextualização do saber em uma linguagem mais acessível, considerando os aspectos físicos, psicológicos e sociais dos estudantes. Por exemplo, no ensino básico, para que haja uma efetiva compreensão do saber matemático, o professor traduz a linguagem acadêmica, levando em consideração o conhecimento que possui deste saber e o conhecimento que possui sobre a classe.

> por exemplo, no ensino primário e secundário, um modelo implícito de álgebra elementar, determinado em parte pelas diferentes práticas que a instituição considera como pertencentes à álgebra, mas que atuam ao mesmo tempo como condições e restrições sobre estas práticas, permitindo a existência de algumas delas e impedindo a ocorrência de outras (GASCÓN, 1994, p. 43-44, tradução nossa).

O segundo ponto que o autor sugere às pesquisas que se proponham a estudar fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem em matemática é que estas não assumam o modelo implícito prevalecente na instituição, tal qual ele se apresenta, mas que o considerem como um objeto de estudo, ou seja, como parte dos fatos didáticos que compõem a base "empírica" da pesquisa. Para fazer isso, o pesquisador precisa de um modelo alternativo que esteja no domínio da atividade matemática ensinada, que possa lhe servir de quadro de referência para interpretar o modelo dominante da instituição que ele investiga.

Um terceiro ponto crucial apontado por Gascón (1994), necessário às pesquisas em Didática da Matemática é que elas sejam capazes de explicar

> [...] por que um determinado modelo está implícito na instituição de ensino em detrimento de outros modelos possíveis, como este modelo age sobre as estruturas e as funções de diferentes dispositivos didáticos, e como os fenômenos que ocorrem dependem das características deste modelo. Ele deve ser capaz de explicar, por outro lado, como a percepção desses fenômenos pode variar de acordo com diferentes modelos de saber matemático adotados pelo pesquisador (GASCÓN, 1994, p. 44, tradução nossa).

Gascón (1994) ainda chama a atenção para o fato de não podermos subestimar a importância de construir pelo menos um modelo específico para cada domínio de estudo da matemática. Destaca também a necessidade de se explicitar o modelo epistemológico utilizado ou, pelo menos, torná-lo potencialmente explicitável, uma vez que este determina decisivamente o que entendemos por "ensino e aprendizagem"da matemática. A explicitação do modelo segundo o autor pode auxiliar a determinar:

- ✓ *Os fenômenos educativos que são "visíveis";*
- ✓ *A descrição desses fenômenos;*
- ✓ *A tentativa de explicaresses fenômenos;*
- ✓ *Os projetos de engenharias didáticas que podem ser propostas para alterar o processode ensino e aprendizagem ou para causar vários fenômenos.*

Em nossa pesquisa buscamos averiguar qual a maneira de abordagem predominante nas praxeologias de 23 professores de matemática do ensino básico, evidenciadas em seu discurso quanto ao tema Equações do Primeiro Grau, a fim de evidenciarmos o modelo epistemológico implícito neste grupo.

Segundo Sierra (2006), para poder questionar um modelo epistemológico, é necessário, além de estar ciente de sua existência, a criação ou adoção de um Modelo Epistemológico de Referência (MER). O mesmo autor destaca ainda algumas vantagens de se assumir um MER, em relação às Organizações Didáticas: descrever e analisar o modelo dominante; interpretar os fenômenos transpositivos; questionar a "epistemologia espontânea do professor" a qual geralmente está relacionada ao modelo epistemológico dominante.

Modelo dominante no ensino de álgebra escolar

Segundo Chevallard (1989), Gascón (1994) e Bolea Catalán (2003) o modelo epistemológico dominante na Álgebra escolar é a *aritmética generalizada*. Nesse sentido as letras indicam sempre incógnitas com valor numérico a serem determinadas, ficando de lado seu papel como variável, parâmetro ou outros possíveis significados não numéricos. Bolea Catalán (2003) salienta que, no modelo dominante da álgebra escolar, assume-se o cálculo algébrico como uma extensão do cálculo aritmético em que alguns números são representados por letras.

No Brasil, Santos (2005) aponta para indícios da concepção de Álgebra pelo professor de matemática como aritmética generalizada. A pesquisa contou com a participação de 28 professores de matemática do ensino básico e seu objetivo foi investigar as concepções dos sujeitos sobre o ensino de Álgebra, tendo como suporte o uso de um questionário e um software denominado C.H.I.C.[11], o qual foi programado para análise estatística relacionando, entre si, as respostas coletadas dos sujeitos no questionário. Outro critério de análise foi a comparação dos registros dos sujeitos com as concepções de Álgebra apontadas por Usiskin (1995) e com as abordagens de Bednarz, Kieran e Lee[12] (1996 *apud* Santos, 2005) sobre o ensino de Álgebra.

Santos (2005), concluiu que os sujeitos da pesquisa, em sua totalidade, consideraram que, na abordagem para o ensino de Álgebra, devem-se trabalhar situações-problemas que denotem a Álgebra como aritmética generalizada. O mesmo autor faz uma crítica a esta

[11] Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva

[12] BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. Introduction in: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. Approaches to Algebra: perspectives for research and Teaching. Ed. Kluwer Academic: Dordrecht, Holanda, 1996. p. 3 – 12.

prática de ensino alegando que a mesma tende a habituar o aluno a recorrer sempre de casos particulares para depois generalizá-los.

Nosso posicionamento quanto a essa questão é que, no ensino de Álgebra escolar, a ideia da generalização da aritmética é importante para o processo de atribuição de significado pelo o aluno, porém não devemos nos limitar a apenas esta perspectiva. A apresentação dos conceitos algébricos a partir de outras perspectivas, tais como as apresentadas por Usiskin (1995): *relação entre grandezas, estrutura algébrica, procedimentos para resolver certos tipos de problemas;* além de aritmética generalizada, permite uma compreensão mais ampla e significativa de seus conceitos.

A seguir apresentamos a abordagem de Bolea Catalán (2003) acerca das características da Álgebra escolar como aritmética generalizada.

Características da álgebra escolar como aritmética generalizada

Dentre as características da concepção da Álgebra escolar como aritmética generalizada, Bolea Catalán (2003) assinala quatro itens, são eles: (a) as razões de ser da Álgebra escolar, (b) os objetos matemáticos aos quais as noções de Álgebra escolar são construídas; (c) os elementos mais significativos das atividades associadas à Álgebra escolar e; (d) as dificuldades mais destacadas na realização das atividades "algébricas".

Cada item diz respeito aos aspectos das atividades relacionadas à álgebra escolar, os quais serão verificados nas práticas dos sujeitos desta pesquisa. Vejamos a descrição de cada aspecto da álgebra escolar como aritmética generalizada.

Em relação às razões de ser da Álgebra escolar, a autora aponta que ocorre um prolongamento e generalização de mão única das práticas aritméticas, isto é, verificam-se noções aritméticas nas atividades algébricas, no entanto a recíproca não é contemplada, por exemplo, ao se definir noções algébricas remete-se a noções aritméticas (variável, equivalência, adição, expressões). Neste sentido usa-se frequentemente a linguagem algébrica como uma espécie de prolongamento ou generalização da linguagem aritmética.

A respeito dos objetos matemáticos com os quais a Álgebra escolar é construída, são introduzidas essencialmente as propriedades e a linguagem aritméticas básicas, adotam-se como conhecimentos prévios as habilidades de cálculos aritméticos escritos e mentais. Por exemplo, em aritmética, ainda que não apareça o símbolo "=", os estudantes costumam associar a expressão a um resultado esperado e; muitas vezes, equivocadamente, é feita a mesma associação em álgebra.

Sobre os elementos mais significativos das atividades associadas à Álgebra escolar, Bolea Catalán (2003) destaca que as tarefas mais importantes são: a tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica; o cálculo algébrico e; a resolução de equações. A autora reforça suas ideias ao apontar para a importância de distinguir entre dados conhecidos e as incógnitas, na escrita e manipulação de expressões algébricas, e que uma equação é uma igualdade entre expressões algébricas nas quais alguns valores para as incógnitas tornam a sentença verdadeira.

Dentre as dificuldades mais percebidas nas atividades algébricas enquanto aritmética generalizada, a autora destaca a manipulação de expressões algébricas com incógnitas, haja vista a dificuldade de atribuir à incógnita um significado preciso. Além disso, como culturalmente, a matemática observada no dia a dia parece ser mais aritmética que algébrica.

Desta forma, a expressão "3 + 2", em linguagem aritmética pode ser interpretada como "três mais dois resulta cinco"; alguns estudantes usam o mesmo raciocínio para uma expressão algébrica do tipo 2x + 3y, e empenham-se em obter um "resultado" para a mesma. A partir deste raciocínio, propõem-se como erros mais comuns soluções tais como: 2x + 3y = 5; ou 2x + 3y = 5x; ou ainda 2x + 3y = 5y.

Ao deparar-se com atividades algébricas, muitos estudantes apresentam dificuldades em conceber a mesma em um sentido mais amplo do que somente contas envolvendo números e letras.

A seguir apontamos que vêm a ser as epistemologias espontâneas de um sujeito, a fim de identificarmos quais características do modelo dito dominante na álgebra escolar, são reveladas nas praxeologias dos professores sujeitos da nossa pesquisa.

Epistemológicas espontâneas dos professores

No intuito de tomar suas decisões em sala de aula, os professores utilizam conhecimentos, métodos e convicções relativos a um saber de maneira explícita ou implícita, desta forma, o modo como cada professor concebe o saber matemático influencia na forma como é feita a abordagem deste saber.

Em sua prática docente o professor precisa tomar decisões que estão sob o seu controle, para isso segundo Brousseau (2006), o mesmo vale-se de sua própria cultura e, sobretudo, uma experiência própria com os objetos de conhecimento.

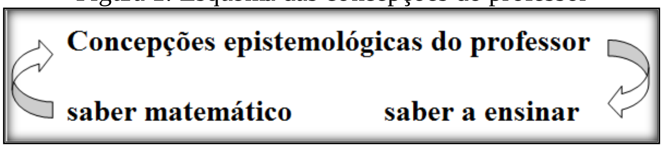
> Ele tem conhecimentos, saberes e crenças sobre o uso e a aprendizagem desses. Estes "conhecimentos" pessoais formam sua epistemologia, na medida em que

desempenham um papel equivalente ao da epistemologia para a humanidade. Eles guiam as suas escolhas para o tratamento do conhecimento (BROUSSEAU, 2006, p. 6).

Podemos interpretar, a partir desta citação de Brousseau (2006) que o equipamento praxeológico do professor é construído essencialmente de modo empírico para satisfazer suas necessidades didáticas. Assim os docentes utilizam explícita ou implicitamente conhecimentos, métodos e crenças para buscar fontes que lhe dêem subsídios a propostas de tarefas em sala de aula; tomar decisões na classe de acordo com sua compreenção sobre o processo de aprendizado e sobre a maneira como devem organizar o saber pautado nesse entendimento.

O esquema a seguir (Figura 1) foi proposto por D'Amore (2007a) ao destacar a existência de uma epistemologia própria do professor na qual o mesmo apresenta um conjunto de compreensões acerca de um saber (ou saberes) matemático(s).

Figura 1: Esquema das concepções do professor

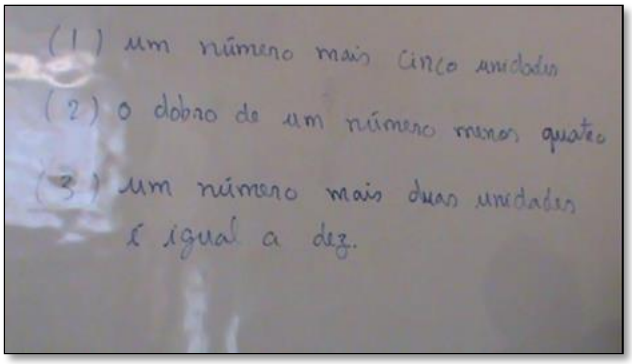


Fonte: D'Amore (2007a)

O esquema da Figura 1 indica que à medida que a epistemologia matemática influencia na epistemologia do professor, esta, por sua vez, permite que o professor construa sua maneira própria de transformar o saber a ensinar em saber ensinado.

A "concepção epistemológica do professor" pode ser verificada, por exemplo, na construção do seu texto de saber, em suas escolhas de recursos para o ensino, na sua prática de sala de aula, seu discurso. A figura 2 revela a maneira como um professor introduziria o tema "noções algébricas" em sua aula.

Figura 2: Coluna da esquerda



Fonte: autores

Na figura 2, é apresentada uma tarefa que consiste em relacionar a expressão matemática, escrita em linguagem natural, à escrita em linguagem algébrica. Na referida tarefa, o professor parte da ideia de números desconhecidos para introduzir noções de expressões algébricas, esta praxeologia indica uma possível[13] concepção espontânea acerca do saber ensinado, segundo a qual a álgebra escolar é interpretada como generalização da aritmética.

A "concepção espontânea" é essencialmente construída para atender às condições (restritivas ou não) educacionais. Assim, para possibilitar que os discentes estabeleçam relações com determinados saberes o docente desempenha uma epistemologia prática que não pode ser ignorada ou eliminada (BROUSSEAU, 2006; D'AMORE, 2007b). Tal epistemologia é denominada por Brousseau (2006) de "epistemologia espontânea dos professores".

Para Brousseau (2006) essa epistemologia evidencia as transformações que a relação didática submete o sujeito ao conhecimento e à própria atividade cognitiva, neste caso, o didático constitui uma verdadeira epistemologia experimental. Brousseau (2006) afirma que essa abordagem pragmática e científica para a epistemologia, pode ser o meio mais adequado para se levar à frente a formação de professores.

A despeito da epistemologia do professor, segundo Portugais[14] (1995 *apud* DELEMONT, 2006), a mesma diz respeito ao repertório de conhecimento explícito ou implícito de natureza epistemológica particular a um professor. Delemont (2006) salienta que o professor, em sua prática, vocabulário, planejamentos, etc.; mobiliza conceitos que justificam suas decisões.

Em nossa pesquisa investigamos as epistemologias espontâneas de professores de matemática em relação à álgebra escolar levando em consideração que, na passagem do saber a ser ensinado para o saber ensinado, o professor vale-se de uma epistemologia própria deste saber que foi adquirida ao longo de sua vida.

Partindo do pressuposto de que a epistemologia espontânea do professor revela o modelo epistemológico que o mesmo assume, propusemos como procedimento metodológico um percurso de estudo que instigava os sujeitos da pesquisa a revelarem suas concepções ou

---

[13] Preferimos usar o termo "possível concepção espontânea" porque a análise de uma única manifestação do sujeito não permite a antecipada conclusão acerca de sua concepção espontânea de um saber.

[14] PORTUGAIS, J. Didactique des mathématiques et formation des enseignants, Berne: Peter Lang. 1995.

epistemologias espontâneas por meio de discussões e simulação de aulas. Neste trabalho, apresentaremos apenas a fase de discussões dos professores.

Procedimentos metodológicos

Para identificarmos se há características do modelo dominante da álgebra escolar nas epistemologias dos professores, adotamos como procedimento metodológico um percurso de estudo semelhante ao que Chevallard (1991) denomina Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP).

Um PEP pode ser descrito da seguinte maneira: dado um sistema didático herbartiano composto por um grupo de sujeitos ($\boldsymbol{x}$), como por exemplo, estudantes, professores, pesquisadores, etc. que se reúne com a finalidade de estudar uma questão de seu interesse ($\boldsymbol{Q}$) no âmbito de uma atividade escolar, sob a orientação de um diretor de estudo ($\boldsymbol{y}$) ou pesquisador principal que coordena o processo de estudo. Desta forma, o sistema herbartiano pode ser representado pela expressão como segue

$$\boldsymbol{S}\ (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{Q})\ \rightarrow \boldsymbol{R}$$

O sistema didático[15] em que atuamos como diretores constituiu-se da seguinte maneira: ***x*,** o grupo de 23 professores de Matemática, que integravam o curso de Especialização em Didática da Matemática, vinculado à Universidade Federal do Pará; ***y*,** o diretor de estudo, sendo Y_A o autor desta pesquisa e Y_B o professor que a orientou, co-autor. Nosso sistema didático se deu em torno da seguinte questão: Como ensinar equação do primeiro grau na escola básica?

As atividades desenvolvidas no PEP ocorreram em seis etapas, durante encontros da especialização, em períodos de tempo (10: 30h às 12: 00h) cedidos pelos professores da mesma. Dentre as tarefas realizadas no sistema didático destacamos: levantamento bibliográfico acerca do tema Equação do Primeiro Grau; depoimentos sobre concepções da álgebra escolar e sobre propostas de ensino para introduzir Equações do Primeiro Grau; exposição de praxeologias e discussão das mesmas.

Neste artigo daremos ênfase à fase dos depoimentos dos sujeitos na qual os mesmos puderam socializar suas concepções acerca de álgebra escolar e debater quanto a suas propostas de ensino para o tema Equações do Primeiro Grau.

---

[15] Por uma questão de organização, decidimos adotar as letras do alfabeto da língua portuguesa (A, B, C, D, E, F, G, H e I) para nos referirmos especificamente a cada sujeito da pesquisa citado no artigo, e as letras Y_A e Y_B para designarmos os diretores do estudo, também autores da pesquisa.

Depoimentos dos sujeitos

Nesta atividade, solicitamos aos professores que expusessem, com base em suas leituras e experiências, o que compreendiam por Álgebra e seu ensino. Os depoimentos foram gravados em vídeo e áudio os quais apresentamos a seguir.

> *YA: Fale sobre sua compreensão em relação à Álgebra*
> *Sujeito A: A gente trabalha com letras e números, no sentido de organizar mais os problemas. A gente observa que, no dia a dia, muitos problemas que podem ser resolvidos por aritmética, se tornam complexos. Quando a gente consegue dar uma questão de Álgebra para esses problemas, eles são resolvidos de maneira mais simples.*
>
> *Y_A: o que você quer dizer com organizar?*
> *Sujeito A: [...], quando você está resolvendo um problema por aritmética, você fica mais na questão do pensamento, da abstração; [...]; e quando você trata da Álgebra, toda essa parte mental vai ser desenvolvida através de uma situação matemática: de uma expressão, de uma equação. Você dá uma coisa que era um pouco abstrata, e transforma em concreto; por exemplo, por aritmética você diz: [...] 'um quilo de feijão custa dois reais, três quilos custam tanto', por aritmética você faz um cálculo mental e acha a solução: vai ser tanto! Quando você passa para a Álgebra, você pode pegar a regra de três, e vai poder constatar mesmo toda aquela situação daquele problema.*

Percebemos na fala do sujeito A, que o mesmo compreende a Álgebra como um avanço em relação à aritmética. Na compreensão do mesmo, o método aritmético de resolução de problemas exige mais "esforço" em seu desenvolvimento e compreensão do que o procedimento algébrico, uma vez que, segundo o mesmo, a resolução de problemas por meio da aritmética requer uma abstração maior do que por meio da Álgebra.

Ao associar álgebra com "letras e números", o sujeito A aponta para a necessidade de diferenciar dados conhecidos de incógnitas, indicando então, em sua fala, o predomínio da terceira características do modelo dominante que trata dos elementos mais significativos das atividades associadas à Álgebra escolar, conforme Bolea Catalán (2003, p. 71).

Na sequência o professor é interrogado acerca de sua opinião sobre o ensino de Álgebra e reforça suas crenças relacionadas a esta área.

> *YA: E a respeito do ensino de Álgebra, qual a sua opinião?*
>
> *Sujeito A: [...]. É um modelo facilitador do processo ensino-aprendizagem para resolução de um problema na matemática. [...], alguns problemas através da aritmética se tornam complexos. Porque é muito abstrato, você fica muito em termo de jogo mental, e você pode se perder na resolução de um problema através de aritmética. Quando você aplica a Álgebra, aí as coisas vão aparecer normalmente. Já na aritmética, é uma coisa bem mais na base do pensamento.*
>
> *Se você se desligar um pouco dali para tentar averiguar outra situação, para voltar para o problema, é bem capaz que você perca o raciocínio. Então para mim, a Álgebra foi isso, ela vem nesse sentido de dar uma organização para a matemática de forma que as coisas fiquem bem concretas para facilitar as resoluções.*

Para o sujeito A é importante trabalhar com questões diversificadas da Álgebra, pois se trata de um modelo facilitador da aprendizagem. A adoção de elementos da álgebra, segundo o mesmo, possibilita tornar mais "palpável" o conhecimento matemático (mais "concreto") e permite retomar o raciocínio, organizar a técnica de resolução. Já a adoção de conceitos aritméticos, segundo o sujeito A, não permitiria isto.

Pudemos constatar na epistemologia espontânea do sujeito A, a característica do modelo dominante apontada por Bolea Catalán (2003) que trata dos elementos mais significativos das atividades associadas à álgebra, pois destaca como elemento importante na álgebra escolar a resolução de problemas em matemática.

Curiosamente, segundo o sujeito A, a resolução de problemas por meio de recursos aritméticos é mais complexa que a adotada com o auxílio da álgebra, enquanto que para Bolea Catalán (2003, p.72, tradução nossa), "As dificuldades conceituais e manipulativas da álgebra escolar são superiores às que aparecem na aritmética e na geometria, principalmente por seu nível de abstração". Vejamos a compreensão do sujeito B sobre Álgebra.

> *Sujeito B: Na minha concepção a Álgebra tem a ver com abstração. Outra palavra que vem na minha cabeça é a indução.*
>
> *YA: em que sentido?*
>
> *Sujeito B: No sentido [...] de chegar num processo indutivo. Não num processo aritmético, que seria dedutivo![...] Eu não penso muito em letras, não! Eu penso*

mais é no processo de indução, que eu poderia fazer para qualquer valor. Aí quando eu digo "para qualquer valor"; eu induzo a aparecer aquele valor.

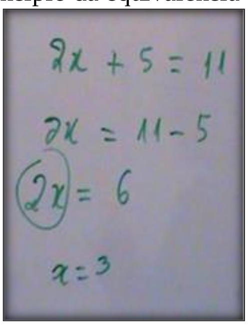
Ao analisar o discurso do sujeito B, interpretamos que o mesmo revela uma associação da Álgebra ao processo de generalização, isto é, na ideia de "processo indutivo" busca-se um padrão de regularidade em uma dada expressão e conclui-se que esta regularidade é válida para todos os elementos de um conjunto dado, desta forma partindo-se do particular para o geral.

Por exemplo, verifica-se que $7 + 5 = 5 + 7 = 12$, testa-se esta operação com outros números naturais, $(3 + 2 = 2 + 3 = 5)$ e, após alguns testes conclui-se que a comutatividade é valida para a adição de todos os números naturais. Esta interpretação poderá ser reforçada na fala do sujeito B, acerca do ensino de Álgebra, que será apresentada num segundo momento.

Sujeito B: Quanto ao ensino, ela vem para facilitar aquela ideia da dedução aritmética. [...]. Eu costumo dizer assim: ver as passadas! Você consegue verificar as passadas de cada raciocínio escrevendo um valor. Se você perder uma passada você perde toda a questão e na Álgebra você consegue dinamizar, otimizar o problema [...]. O teu raciocínio se transforma em valor simbólico.

Entendemos que com os termos "ver as passadas" e "perder uma passada" o sujeito B estava indicando que uma das principais ideias a ser considerada no ensino de equações é o princípio da equivalência. Neste caso, o registro escrito como na figura 3 possibilitaria esclarecer melhor o motivo para as "trocas" de sinal e outras mudanças em relação à equação original, justificando assim a ideia de "passar para o outro lado".

Figura 3: Princípio da equivalência em equações



Fonte: autores

O sujeito B apresenta compreensão similar à do sujeito A, no que diz respeito à facilidade de desenvolver resoluções de problemas por meio da Álgebra, em relação à resolução aritmética. Esta concepção do sujeito caracteriza as razões de ser da Álgebra escolar, pois propõem desenvolver representações de números desconhecidos ao adotar o termo "para qualquer valor". A seguir analisamos o discurso do sujeito C.

> *Sujeito C: A Álgebra, em minha opinião, é uma ferramenta. Em determinado momento, para o homem, ficou difícil de fazer conta, abstração de conta, dentro da aritmética. Precisou de outra forma de trabalhar algumas situações. Então, eu vejo a Álgebra como uma linguagem matemática.*

Podemos verificar no discurso do sujeito C que o mesmo concebe a Álgebra como um dispositivo matemático que permite resolver problemas com maior facilidade do que a aritmética, ou seja, a Álgebra é novamente vista como um avanço em relação à aritmética podendo caracterizar as razões de ser da álgebra escolar.

A respeito da interpretação de álgebra como uma linguagem matemática, podemos associá-la aos elementos mais significativos descritos por Bolea Catalán (2003, p. 72). A seguir apresentamos o depoimento do sujeito D.

> *Sujeito D: Na Álgebra você consegue, [...] abstrair; e você vai querer inserir algumas letras. Só que, quando você coloca letras em uma determinada instituição, o que é que você tem que ensinar? Primeiro, para ensinar Álgebra, você tem que ter uma noção básica dos fundamentos nas quatro operações, na aritmética. Se o aluno não sabe aritmética, não sabe trabalhar com as quatro operações. Não adianta você querer ensinar Álgebra pra ele que ele nunca vai aprender.*

O sujeito D entende que os conceitos algébricos, para serem ensinados, necessitam ser antecedidos dos aritméticos. Segundo o sujeito D, para aprender conteúdos de álgebra é necessário que o aluno possua habilidades do cálculo aritmético. Esta concepção é indicada por Bolea Catalán (2003) como os conhecimentos prévios em que se baseia a construção da álgebra escolar.

Ao apontar para a ideia de "inserir algumas letras" o sujeito D revela em seu discurso a característica que trata dos elementos mais significativos da álgebra escolar. A seguir veremos o depoimento do sujeito E.

> *Sujeito E: Logo o que vem pela nossa cabeça, a primeira coisa é letras e números. [...] Logo que a gente vai ensinar Álgebra, a gente dá logo a ideia do x. Que x é*

esse? Que ideia do x eu vou levar para o meu aluno? Aí ele chega e pergunta: mas professor o quê que eu faço com esse x? [...], tem colega que já falou que, ás vezes não é tão simples ensinar Álgebra. [...]. Então, eu acredito que para [...] poder usar a Álgebra em seu favor, ele devia passar por alguns processos anteriores até chegar ao conteúdo.

O sujeito E destaca uma dúvida conceitual sobre o papel que a letra exerce (variável ou incógnita) no processo de ensino, bem como a complexidade tanto do ensino como da aprendizagem de conceitos algébricos. Este problema também é anunciado em nosso referencial teórico. O diretor Y_A se interessa pela fala processos anteriores e pede para o sujeito E esclarecer seu raciocínio.

YA: O que seriam esses processos anteriores?

Sujeito E: A questão da soma; das operações matemáticas, dos números opostos. Então, tudo isso enriquece a ideia do aluno para que ele consiga chegar ao conteúdo com uma boa noção da Álgebra. Sem esquecer também que ele vai se deparar com isso durante todo o ensino médio.

O sujeito reforça a necessidade de que o aluno deve ter uma boa compreensão de conceitos aritméticos para apreender os algébricos. Esta concepção caracteriza o que Bolea Catalán (2003) denomina conhecimento prévio essencial para a construção da álgebra escolar.

Percebemos também no discurso do sujeito E a concepção de Álgebra como um conjunto de operações com letras e números, desta forma, a manipulação de expressões algébricas leva em conta a distinção entre os dados conhecidos e as incógnitas esta concepção diz respeito aos elementos mais significativos das atividades associadas à álgebra escolar.

Vejamos o depoimento do sujeito F.

Sujeito F: Operações de letras e números. Trabalhar letras, trabalhar números, trabalhar a abstração [...]. E a minha experiência no ensino da Álgebra é quando eu me deparo com o aluno no ensino médio (eu trabalho com Álgebra só no ensino médio) quando eu for trabalhar o assunto de função. Eu verifico [...] uma dificuldade muito grande, porque eles (os alunos) chegam, a maioria, em todas as minhas aulas de função eu preciso voltar para explicar como funciona uma *equação do primeiro grau. Toda aquela noção básica que eles precisam. É preciso estar resgatando isso.*

Para o sujeito F o estudo de Álgebra se resume a operações com letras e números, caracterizando os elementos mais significativos das atividades associadas à álgebra escolar. O mesmo aponta como dificuldade mais destacada na realização das atividades algébricas a manipulação de expressões algébricas, o que acarreta em dificuldades na aprendizagem de conceitos de função no ensino médio. A seguir veremos o depoimento do sujeito G acerca de sua concepção sobre a Álgebra e seu ensino.

Sujeito G: Em relação à noção de Álgebra [...] generalização e incógnita. São duas palavras que, em minha opinião, dão a ideia da noção de Álgebra.
Em relação ao ensino, [...] trabalhar com o meu aluno na introdução: Por que trabalhar com aquele conteúdo? Faz parte de qual campo da matemática?

O sujeito G adota os termos "generalização" e "incógnita" para identificar sua noção de álgebra, nesta perspectiva, segundo Bolea Catalán (2003), constrói-se um contexto numérico a modo de generalização dos cálculos com números e de tradução de expressões numérico-verbais. Esta concepção está relacionada às razões de ser (generalização) da álgebra escolar e aos elementos mais significativos (incógnita) das atividades algébricas. O sujeito G usa interrogações "Por que trabalhar com aquele conteúdo?" e "Faz parte de qual campo da matemática?" para indicar que pretende respondê-las em sala de aula. Este sujeito, em sua prática de sala de aula preocupa-se em sua organização didática em justificar o ensino do objeto matemático atribuindo significado ao mesmo.
A seguir, o sujeito H revela suas crenças sobre a Álgebra e seu ensino.

Sujeito H: No decorrer desses anos através de leituras, da graduação, eu cheguei a uma conclusão: para quê que serve a Álgebra? Para construção de modelos matemáticos, pra estimar valores desconhecidos. Eu não sei se essa concepção tem a ver com modelagem: modelar um fenômeno da natureza [...]. Eu quero estimar valores desconhecidos, valores daqui a um ano, dois anos.
YA: E a respeito do ensino de Álgebra?

Sujeito H: No ensino eu tenho outra concepção, [...] é uma ferramenta que facilita a descoberta de valores desconhecidos. É a frase que, para mim, resume: ferramenta facilitadora para descoberta de valores desconhecidos.

O sujeito H compreende a Álgebra como uma ferramenta de ensino, a qual torna mais viável a determinação de cálculos com valores desconhecidos. Esta concepção indica a opinião do sujeito H acerca da razão de ser da álgebra escolar, representar e manipular números desconhecidos. Para este sujeito uma das funções básicas da Álgebra é modelar situações, fenômenos a fim de estimar valores.

Com base nos depoimentos dos sujeitos destacamos algumas palavras-chave que resumem o ponto de vista dos mesmos em relação à Álgebra e seu ensino: operações com letras e números (4 sujeitos) e generalização (3 sujeitos). Estes pontos de vista sugerem que a Álgebra escolar é construída a partir de um contexto numérico, para então generalizá-lo, para isto faz-se uso da tradução de expressões numéricas para gerais.

As palavras-chave a seguir podem ser interpretadas como uma das características da Álgebra escolar como aritmética generalizada, no que diz respeito aos conhecimentos prévios a que a Álgebra escolar é construída, conforme anuncia Bolea Catalán (2003): propriedades aritméticas básicas, domínio da linguagem algébrica, calculo aritmético.

Com base na análise das epistemologias espontâneas dos sujeitos evidenciadas em suas falas apresentamos nossas considerações finais como seguem.

Considerações finais

Neste trabalho, apresentamos os resultados de uma pesquisa com 23 professores de matemática em formação continuada tendo em vista a análise de suas concepções sobre Álgebra escolar, com ênfase para o ensino de Equações do Primeiro Grau. O referencial teórico que adotamos foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD), levando em consideração o modelo de algebrização proposto por Bolea Catalán (2003). Neste referencial, buscamos descrever a atividade humana em organizações praxeológicas e a atividade matemática em praxeologias matemáticas.

Em relação ao modelo epistemológico da Álgebra escolar, pesquisas no campo da TAD têm revelado a existência de modelos relativos ao ensino de álgebra nas instituições escolares e que, na passagem do saber a ser ensinado para o saber ensinado, o professor vale-se de uma epistemologia própria deste saber a qual vem sendo adquirida ao longo de sua vida e que pode ser verificada em sua praxeologia em sala de aula, na construção do seu texto de saber, em seu discurso, suas escolhas de recursos para o ensino, etc.

Quanto ao ensino de conteúdos de Álgebra na escola básica, leituras realizadas em obras do México, Espanha, França e Brasil, indicam o predomínio nas instituições escolares do modelo epistemológico na perspectiva de aritmética generalizada, esta informação nos direcionou a investigar os sujeitos da pesquisa quanto a sua maneira de compreender e abordar o objeto Equações do Primeiro Grau a fim de coletarmos fragmentos de suas concepções espontâneas e obter indícios de aritmetização da Álgebra em suas praxeologias.

Verificamos também, a partir a partir da gravação de depoimentos dos sujeitos, que os mesmos apresentavam, em suas epistemologias espontâneas, o predomínio da perspectiva da Álgebra no sentido de operação com letras e números e generalização de padrões, o que caracteriza esta concepção como aritmética generalizada, confirmando os pressupostos de Chevallard (1993), Gascón (1994), BoleaCatalán (2003) e Santos (2005). Neste sentido, a Álgebra escolar é vista como um prolongamento e generalização das práticas aritméticas, seguindo a vertente histórica[16] e cultural, a qual considera que a Álgebra surgiu como uma formalização da aritmética.

A análise dos dados obtidos nos permitiu contemplar o objetivo de nossa pesquisa o qual foi verificar quais características do modelo epistemológico dominante, em relação à Álgebra escolar, são reveladas nas epistemologias espontâneas dos professores investigados. Desta forma, com base no modelo de algebrização de Bolea Catalán (2003), dentre as características que revelam o modelo dominante nas epistemologias dos professores, pudemos constatar o seguinte:

Quanto às razões de ser da Álgebra escolar: a maioria dos sujeitos concebe a Álgebra como um processo de generalização de padrões e como um avanço em relação à aritmética, desta forma, os procedimentos algébricos são interpretados como mais eficazes que os aritméticos. Esta concepção anuncia a noção de prolongamento e generalização de mão única das práticas aritméticas.

A respeito dos objetos matemáticos a que a Álgebra escolar é construída: de modo geral, compreende-se que os conceitos algébricos, para serem ensinados, necessitam ser

16 Historicamente as expressões algébricas surgiram da necessidade de representar e manipular com números desconhecidos (BOYER, 1996).

antecedidos por conceitos aritméticos, isto é, a aritmética seria um pré-requisito para a aprendizagem de Álgebra.

Quanto aos elementos mais significativos das atividades associadas à álgebra escolar, os professores destacam álgebra como relação entre letras e números, indicando a necessidade de diferenciar dados conhecidos de incógnitas.

Em relação às dificuldades mais percebidas nas atividades algébricas, um sujeito destacou a manipulação de expressões algébricas, o que, segundo o mesmo, acarreta em dificuldades na aprendizagem de conceitos de função no ensino médio. Esta característica foi mais abordada pelos sujeitos em seus registros escritos[17].

Destacamos nestas considerações, além de fatores cognitivos, a importância de se levar em consideração o aspecto epistemológico da Álgebra escolar a fim de se investigar o modelo epistemológico deste saber, se o mesmo é satisfatório para o processo de ensino e aprendizagem e; promover discussões que levem em conta a formação do professor de matemática tendo em vista um aprimoramento de suas práticas de sala de aula e a busca de melhorias no desempenho dos alunos em relação ao saber em jogo, em nosso caso, equações do primeiro grau.

Deixamos como encaminhamento para futuras pesquisas a necessidade de se investigar quais influências o livro didático exerce na epistemologia espontânea do professor de matemática, haja vista que o livro didático é uma das principais referências adotadas para a construção de organizações matemáticas e didáticas.

Referências

ALMOULOUD, A. S. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ANDRADE, R. C. D. *Geometria Analítica Plana: praxeologias matemáticas no ensino médio*. 2007. 121 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Científicas e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

BOLEA CATALÁN, P. C. *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares.* Monografía del Seminario Matemático García de Galdeano, 29. Departamento de Matemáticas. Universidad de Zaragoza, 2003.

BOYER, C B. *História da matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. 2.ed.. São Paulo: Blucher, 1996, p.12-159.

[17] Ver em SANTOS, A. B. C. dos; **Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau.** 124 f.Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federaldo Pará. Belém, 2014.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática/ Ensino de quinta a oitava série*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_______. Ministério da Educação. *Prova Brasil: ensino fundamental - matrizes de referência, tópicos e descritores*. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 200 p.

BROUSSEAU G. *Epistemologia E Formazione Degli Insegnanti*. In BROUSSEAU GUY, *Ingegneria Didattica ed Epistemologia della Matematica, p.*51-56. Pitagora Editrice, Bologne, 2006.

CHEVALLARD Y. *Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiquës au Collège, Deuxième partie, La notion de modélisation., Petit x,* n° 1943-75, 1989.

______. *La transposition didactique*. Grenoble. La Pensée Sauvage Éditions, 1991.

_______. *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1999. Disponível em: < http://www.aloj.us.es/rbarroso/Pruebas/CHEVALLARD.PDF >. Acesso em: 18 abr. 2016.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

D'AMORE, B. *Elementos de Didática da Matemática*. Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007a.

_________. *Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. Tradução:* Giovanni Giuseppe Nicosia e Jeanine Soares. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*. Vol. 20, n° 28, 1179-205, 2007b.

DELEMONT, Magali. *– L'épistémologie des enseignants: quel impact surl es procédures des eleves em mathématiques?* - Neuchâtel :Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP), 2006. 60 p.

GASCÓN . J. *Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'algèbre généralisé*, *Petit x,* n. 37, 43-63, 1994.

SANTOS, L. M. *Concepções do professor de matemática sobre o ensino de álgebra.* 2005. 121 p. Dissertação (Mestrado em Educação matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC SP. São Paulo, 2005.

SIERRA, T. *Lo Matemático en el diseño y análisis de Organizaciones Didácticas. Los Sistemas de Numeración y la Medida de Magnitudes Continuas* (Tesis Doctoral). Universidad Complutense de Madrid. 2006.

USISKIN, Z. *Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis* (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P. *As idéias da álgebra.The*

National Council os Teachers of Mathematics.Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, p. 9 - 22. 1995.

Texto recebido: 02/07/2016
Texto aprovado: 03/03/2017