EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p327-352

Futuros professores de Matemática nos Anos Iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo

Future teachers of Mathematics in the Early Years and its strategies in the problems of the additive conceptual field

VERIDIANA REZENDE [1]
FÁBIO ALEXANDRE BORGES[2]

Resumo

O ensino de Matemática nos Anos Iniciais vem ganhando espaço cada vez maior de discussões, com destaque para as pesquisas em Educação Matemática. Dentre tais pesquisas, temos as contribuições de Gérard Vergnaud acerca do campo conceitual aditivo. Neste texto, apresentamos uma investigação com a qual objetivamos analisar as estratégias de acadêmicos formandos em Pedagogia, quando deparados com uma proposta de resolução de problemas do campo conceitual aditivo. A pesquisa foi desenvolvida em duas etapas: na primeira, acadêmicos do 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do Estado do Paraná formularam problemas que contemplavam as diferentes estruturas relacionadas às operações de adição e subtração abordadas por Vergnaud; na segunda, os problemas foram propostos e resolvidos por acadêmicos do 4º ano do curso de Pedagogia da mesma instituição. Nossa análise das resoluções indica que, em geral, não houve dificuldades maiores em relação às diferentes classes de situações propostas por Vergnaud. Por outro lado, pudemos verificar outras incoerências relacionadas ao valor posicional, contagem, uso da operação inversa, uso incorreto da vírgula em operações com números decimais, ausência de notações matemáticas (sinais de adição, subtração etc.), dentre outros. Consideramos, com isso, o fato de que estes futuros professores de Matemática nos Anos Iniciais não participam de discussões em sua formação inicial acerca de problemas matemáticos que contemplam as diferentes situações e conceitos presentes no campo das estruturas aditivas.

Palavras-chave: *Campo conceitual aditivo, Ensino de Matemática nos Anos Iniciais, Formação inicial.*

Abstract

The teaching of Mathematics in the Early Years has been gaining an increasing space of discussions, with emphasis on research in Mathematics Education. Among such researches we have the contributions of Gérard Vergnaud on the additive conceptual field. In this text, we present an investigation with which we aim to analyze the strategies of academic graduates in Pedagogy, when faced with a proposal to solve problems of the

[1] Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM/UEM). Docente do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) – Campus de Campo Mourão. E-mail: rezendeveridiana@gmail.com.
[2] Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM/UEM). Docente do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) – Campus de Campo Mourão. E-mail: fabioborges.mga@hotmail.com.

additive conceptual field. The research was developed in two stages: first, academics of the 2nd year of the Degree in Mathematics of a public university of the State of Paraná formulated problems that contemplated the different structures related to the addition and subtraction operations addressed by Vergnaud; in the second, the problems were proposed and solved by academics of the 4th year of the Pedagogy course of the same institution. Our analysis of the resolutions indicates that, in general, there were no major difficulties in relation to the different classes of situations proposed by Vergnaud. On the other hand, we were able to verify other inconsistencies related to positional value, counting, use of the inverse operation, incorrect use of the comma in operations with decimal numbers, absence of mathematical notations (addition, subtraction, etc.), among others. We thus consider the fact that these future teachers of Mathematics in the Early Years do not participate in discussions in their initial formation about mathematical problems that contemplate the different situations and concepts present in the field of additive structures.

Keywords: *Additive conceptual field, Teaching Mathematics in the Early Years, Initial formation.*

Introdução

A pesquisa aqui apresentada envolveu dois grupos de sujeitos: alunos formandos nos cursos de Matemática e Pedagogia. Tal característica, por si só, já indica uma miríade de aspectos a serem discutidos, o que não seria possível em um número limitado de páginas. Como em toda pesquisa, o alcance do principal objetivo perpassa outros, característica esta que em pesquisas qualitativas acerca do ensino e da aprendizagem se potencializa, por tratar-se de um fenômeno amplo e complexo. Entendemos a importância de delimitarmos nossos objetivos, e traçarmos justificativas em torno destes já na introdução do presente texto.

Nosso objetivo principal foi o de analisar as estratégias de acadêmicos formandos em Pedagogia, quando deparados com uma proposta de resolução de problemas do campo conceitual aditivo, os quais comportam diferentes estruturas propostas por Gérard Vergnaud. Indiretamente, também objetivamos: discutir a formação para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais; envolver acadêmicos do Curso de Matemática com conceitos matemáticos e elaboração de problemas ensinados nos Anos Iniciais. Pensando nestes objetivos, discorreremos nesta introdução acerca de nossas justificativas às opções teóricas e metodológicas adotadas.

O ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tem sido cada vez mais discutido pelas pesquisas educacionais, impulsionadas tanto por pedagogos, mas, também, pelos próprios matemáticos. Mota e Megid (2014) verificaram em sua pesquisa um desconhecimento, por parte de professores dos Anos Iniciais, relativo a materiais pedagógicos importantes, como o Material Dourado e o Ábaco. Tais verificações nos dão indícios de que, na formação desses educadores, não foi contemplada uma discussão mais específica quanto ao ensino de matemática e seus aspectos didáticos. Costa, Serrazina e Pavanello (2014) destacam a importância de que os cursos de formação inicial considerem efetivamente os programas seguidos na Educação Básica, fazendo com que tais programas norteiem a formação inicial dos futuros professores.

Silva e Borges (2016) analisaram, junto a professores com formação em Pedagogia e/ou Magistério, as possíveis relações entre a sua escolarização e a atuação como docente nos Anos Iniciais ao ensinar matemática. Dentre os aspectos observados pelos autores, foram destacados: a maioria das entrevistadas não teve uma boa experiência com a matemática escolar enquanto alunas da Educação Básica; a opção pelo curso de Pedagogia se deu por fatores externos à vontade pessoal, como falta de opção em suas cidades; boa parte das professoras desconhece aspectos debatidos e investigados pelo campo de Educação Matemática, como a importância da valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes, a diversificação do ensino nos Anos Iniciais etc.; uma manifestação favorável, por parte das entrevistadas, à inserção de um número maior de disciplinas que envolvam a matemática na ementa dos cursos de Pedagogia e/ou Magistério, sendo que a não abordagem adequada da Matemática ocasiona lacunas de conceitos e conhecimentos necessários para a atuação desses profissionais.

Conceitos matemáticos dos Anos Iniciais, a nosso ver, também deveriam participar da formação inicial dos cursos de Licenciatura em Matemática, pelo fato de que estes sujeitos, em algum momento, poderão atuar como formadores (em outros níveis e instâncias) de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais. Além disso, estes futuros professores serão os responsáveis, em muitos casos, por dar a sequência aos estudos dos conceitos matemáticos dos Anos Iniciais a partir do sexto ano escolar. Sabemos que não há consenso sobre qual o sujeito responsável por ministrar aulas relacionadas à Matemática e suas metodologias de ensino em cursos de Pedagogia ou Magistério (matemáticos ou os próprios pedagogos?), e essa reflexão não é nosso objetivo de investigação neste momento. Todavia, precisamos destacar alguns pontos referentes a esta discussão. Parece haver uma máxima de que, se o sujeito aprender uma matemática mais “avançada”, ele, automaticamente, estaria apto para lidar com conceitos ensinados para alunos em início de sua vida escolar.

Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014), interessadas em investigar o conhecimento de professores licenciados em Matemática acerca dos conceitos desta disciplina nos Anos Iniciais, desenvolveram uma pesquisa durante um curso de formação continuada. Por meio de uma variedade de instrumentos de coletas de dados, as pesquisadoras apontam que uma formação em Licenciatura em Matemática não garante uma melhor atuação com temas matemáticos dos Anos Iniciais. Segundo elas, o conhecimento matemático destes sujeitos com relação ao período de escolarização em questão é “procedimental” (p.154), ou seja, estes professores são competentes na operação com os algoritmos, porém, tal competência não se converte, necessariamente, em compreensão dos conceitos. Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014) destacam ainda que esta incompreensão conceitual impossibilita, dentre outros fatores, um trabalho docente que possa explorar adequadamente os erros cometidos pelos alunos e a diversificação metodológica do professor.

Ora, com os dados de outras pesquisas apresentados até aqui, somos levados a pensar que, tanto a formação inicial em Pedagogia quanto a formação inicial em Licenciatura em Matemática precisam abrir um maior espaço em seus currículos para uma abordagem dos conceitos matemáticos comuns aos Anos Iniciais, bem como à discussão acerca das diferentes metodologias de ensino disponíveis. Afinal, se é consensual que os profissionais que irão atuar diretamente com o ensino de Matemática neste período de escolarização (os pedagogos) precisam dispor de conceitos e uma diversificação metodológica, por outro lado, concordamos com Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014), quando afirmam que "[...] os tópicos referentes aos Anos Iniciais são parte integrante deste [Licenciatura em Matemática], mesmo quando não constam explicitamente dos programas curriculares dos níveis de escolarização em que prioritariamente os docentes irão atuar" (p.155).

Enfim, acreditamos que, acima de tudo, precisamos repensar as formações para a atuação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O pontapé inicial seria o diálogo colaborativo entre as diferentes formações e sujeitos que fazem parte desta atuação. As experiências de formação e pesquisa tanto em Matemática quanto em Pedagogia são fundamentais e, se compartilhadas, ampliarão as possibilidades e reflexões acerca do fenômeno em questão.

No subtítulo seguinte, abordaremos a teoria de Gérard Vergnaud enfocando o campo conceitual aditivo, uma vez que todos os problemas propostos aos acadêmicos do curso de Pedagogia, sujeitos desta pesquisa, foram elaborados buscando diversificar as diferentes estruturas desse campo conceitual.

A Teoria dos Campos Conceituais e os problemas de estruturas aditiva

A Teoria dos Campos Conceituais trata-se de uma teoria psicológica que propicia diversas contribuições à Didática, além de proporcionar suporte para compreender o desenvolvimento cognitivo de um sujeito durante a sua experiência escolar. Para o idealizador da teoria, o psicólogo e pesquisador francês Gérard Vergnaud, "[...] a psicologia não é suficiente para dar conta da teorização em educação. A pedagogia e a didática não se reduzem à psicologia, mas, ao mesmo tempo, a didática não pode dispensar a contribuição da psicologia" (VERGNAUD, 2003, p.36).

A Teoria dos Campos Conceituais nasceu na década de 1980, no campo da Educação Matemática, com a finalidade de explicar o processo da conceitualização das estruturas aditivas, multiplicativas, das relações espaço – número, da álgebra, entre outros. No entanto, com o decorrer dos anos, essa teoria proporcionou grandes contribuições para diversas áreas do campo científico como a Física, a Biologia, a Psicologia, entre outras.

Vergnaud (1990) estabelece campo conceitual como um conjunto de situações, de conceitos e teoremas, sendo que o conceito é definido pelo pesquisador do ponto de vista psicológico e estabelecido por três conjuntos, representado por C = (S, I, s), dentre os quais:

i) *S é o conjunto das situações* que dão sentido ao conceito.

De acordo com Vergnaud (1990), para dar sentido aos conceitos é preciso considerar uma variedade de situações e de classes de problemas, bem como analisar suas características de maneira precisa e exaustiva. Para exemplificar a diversidade de situações das estruturas aditivas, citamos duas situações: a) *No jardim da casa de Paula estão brincando quatro meninos e oito meninas. Quantas pessoas estão brincando no jardim da casa de Paula?* b) *Paula comprou uma caneta por R$4,00 e ficou com R$8,00 na carteira. Quanto ela possuía antes de fazer a compra?* Notamos que em ambas situações os cálculos que devem ser realizados são os mesmos, basta somar as duas quantidades quatro e oito e teremos o resultado de pessoas brincando no jardim, referente a primeira situação, e a quantidade de dinheiro que Paula tinha antes de fazer a compra, que corresponde ao segundo problema. No entanto, a situação b tem um nível de dificuldade maior que a situação a, conforme mostram os resultados da pesquisa de Magina *et al* (2008). É nesse sentido que Vergnaud defende a importância da diversidade de situações para a compreensão de um único conceito.

ii) *I é o conjunto dos invariantes operatórios* em que se baseia a operacionalidade dos esquemas.

Cada conjunto de situações evoca operações de pensamentos precisas que se referem aos invariantes operatórios, não necessariamente explícitos nas respostas dos sujeitos. O conjunto dos invariantes operatórios é denominado de significado (REZENDE, 2013). Um exemplo de invariante operatório que pode ser evocado implicitamente por uma criança ao contar as pessoas presentes no jardim de Paula, conforme problema 1 proposto anteriormente, é $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B)$, sendo que $A \cap B = \phi$.

iii) *s é o conjunto das formas de linguagem* que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações, os processos de tratamento.

Segundo Vergnaud (1985), não é possível falar de conceito sem considerar os termos emprestados da linguagem natural ou de sistemas simbólicos. Este conjunto é denominado de *significantes*. Não é difícil percebermos que seria uma tarefa impossível resolver problemas de matemática sem os diversos símbolos e representações matemáticas, bem como sem o uso da linguagem natural.

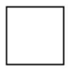
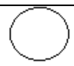
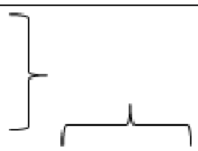
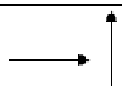
Entre os campos conceituais estudados, pode-se afirmar que o campo das estruturas aditivas, assim como o das estruturas multiplicativas, possui vantagens perante aos demais campos já estudados, pois "[...] a classificação das relações elementares e das classes de problemas elementares é, neste campo, relativamente avançada e reconhecida na comunidade de pesquisadores" (VERGNAUD, 1993, p.17). Vergnaud (1993) estabelece como campo conceitual das estruturas aditivas o conjunto das situações que envolvem uma ou várias adições e subtrações, além do conjunto dos conceitos e teoremas interligados a estas situações. Como componentes das estruturas aditivas, Vergnaud menciona alguns conceitos, tais como conceitos de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (ganhar ou perder), de relação de comparação quantificada (ter a mais que), de composição binária de medidas (quanto no total), de composição de transformações e relações, de operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo (VERGNAUD, 1993).

Vergnaud (1993) defende que a compreensão de um conceito ocorre por meio das situações vivenciadas pelo aluno no decorrer de sua escolarização. Para o autor, o conceito de situação tem o sentido de tarefa. "A ideia é que toda situação complexa seja analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas" (VERGNAUD, 2003, p.9). No que se refere às situações, Vergnaud (1993) aponta duas ideias principais, sendo uma delas relacionada à ideia de variedade, no sentido de que existe uma grande classe de situações num campo conceitual dado, ou seja, um único conceito está ligado a uma diversidade de situações; e a outra relacionada à noção de história, ao considerar que os conhecimentos dos alunos são elaborados por situações que eles experimentam progressivamente no decorrer de seus processos de escolarização, e são suscetíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar-lhes (VERGNAUD, 1993).

Algumas situações, tais como comprar brinquedos, balas ou pastéis, contar figurinhas, contar pessoas, subir escadas e contar os degraus propiciam às crianças o desenvolvimento de noções matemáticas relativas ao número, à comparação, à adição, à subtração. Contudo, de acordo com Vergnaud (1993), a vida propicia poucos casos entre os problemas possíveis. Assim, para que um aluno compreenda o conceito de adição, não basta mudar o contexto e os números, é preciso que a estrutura dos problemas seja diversificada. Nesse sentido, o pesquisador apresenta seis classes para os problemas de estruturas aditivas, nas quais é possível engendrar todos os problemas de adição e subtração da aritmética comum, ou uma composição entre elas (VERGNAUD, 1993).

Para cada uma das classes de situações, Vergnaud propõe esquemas que auxiliam o professor a analisar a estrutura de cada problema. Cada esquema é composto por símbolos e códigos, conforme apresentados no quadro 1.

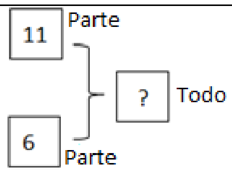
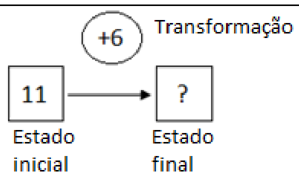
Quadro 1: Símbolos que compõem os esquemas dos problemas do campo aditivo

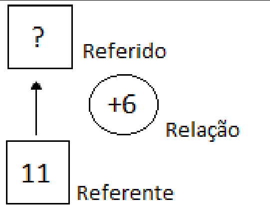
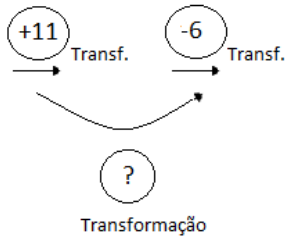
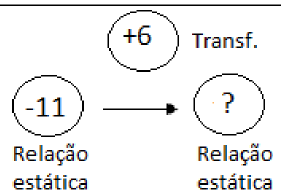
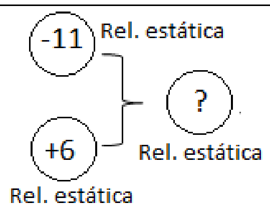
Nomenclatura	*Símbolo*	*Significado*
Quadrado		Um número natural.
Círculo		Um número relativo.
Chave vertical ou horizontal		A composição de elementos de mesma natureza.
Flecha horizontal ou vertical		Uma transformação ou uma relação, quer dizer, a composição de elementos de natureza diferentes.

Fonte: Vergnaud (2009, p.201)

Considerando os símbolos e seus respectivos significados contemplados no quadro 1, elaboramos o quadro 2, que contém as seis classes de problemas estabelecidas por Vergnaud, seguidas de exemplos e dos respectivos esquemas propostos para cada classe de problema.

Quadro 2: Classes de problemas do campo aditivo, exemplos e variações

Classes de problemas	*Exemplos*	*Esquemas*	*Outras possibilidades para cada classe*
Composição de duas medidas em uma terceira.	Maria tem 11 CDs de rock e 6 CDs de samba. Quantos CDs Maria tem ao todo?		Dada uma (ou mais) das partes e o todo, busca-se a outra parte.
Transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final.	Maria tinha 11 CDs de rock e ganhou 6 CDs de samba de sua mãe. Com quantos CDs Maria ficou ao todo?		Transformação negativa ou positiva; Dado o estado inicial e a transformação, busca-se pelo estado final; Dados os estado inicial e final, busca-se a transformação.

Relação (quantificada) de comparação entre duas medidas	Maria tem 11 CDs, e Laís tem 6 CDs a mais que Maria. Quantos CDs Laís tem?		Relação positiva ou negativa; Dado o referente e o referido, busca-se a relação; Dado o referido e a relação, busca-se o referente.
Composição de duas transformações	Maria tem uma coleção de CDs. Ganhou 11 CDs de sua mãe e deu 6 CDs repetidos para a sua amiga. Em quantos CDs aumentou a coleção de CDs de Maria?		Dada uma das transformações (parte) e a transformação total, busca-se a outra transformação (parte).
Transformação de uma relação	Laís perdeu CDs de Maria e ficou lhe devendo 11 CDs. Laís comprou 6 CDs para pagar Maria. Quantos CDs ela ficou devendo a Maria?		Dada a relação estática (inicial) e a relação estática (final), busca-se a transformação; Dada a relação estática final e a transformação, busca-se a relação estática inicial.
Composição de duas relações	Maria deve 11 CDs a Laís. Porém, Laís lhe deve 6. Então, quantos CDs Maria realmente deve a Laís?		As relações podem ser positivas ou negativas; Dada uma das relações estáticas (parte) e a relação estática (todo), busca-se a outra relação estática (parte)

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Vergnaud (2009) e Santana (2012)

De acordo com Vergnaud (1993), esta classificação dos problemas do campo aditivo é resultado de considerações matemáticas e psicológicas. Cada classe envolve dificuldades diferentes na resolução dos problemas, mesmo que seja resolvido pela mesma operação numérica. Como exemplo de problemas mais simples de se resolver, Magina *et al* (2008) citam os problemas de composição, quando são dadas as duas partes e pede-se o todo, e os problemas de transformação, quando são dados o estado inicial e a transformação e pede-se o estado final. Segundo as pesquisadoras, em geral, crianças com seis anos resolvem o primeiro tipo de problema, e crianças com sete anos não devem ter dificuldades para resolver os problemas de transformação conforme especificados.

No que diz respeito aos aspectos teóricos apresentados neste texto sobre o campo conceitual das estruturas aditivas, é possível perceber que a classificação para os problemas aditivos do ponto de vista de Vergnaud traz diversas contribuições para todos os envolvidos com o ensino de matemática. O conhecimento a respeito das classes de problemas deste campo conceitual e das categorias de conhecimentos possíveis de serem manifestadas por alunos em situação de aprendizagem pode auxiliar nas aulas de professores que ensinam matemática na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), de professores do Ensino Superior que formam professores que ensinam matemática, principalmente cursos de Licenciaturas em Matemática e Pedagogia, de futuros professores e de pesquisadores da área de Educação Matemática.

Na sequência, apresentamos os procedimentos metodológicos que utilizamos para a coleta e análise dos dados desta pesquisa.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa aqui relatada foi desenvolvida em dois momentos e ambientes diferentes, envolvendo dois grupos distintos de sujeitos: acadêmicos das licenciaturas em Matemática e Pedagogia de uma mesma instituição pública de Ensino Superior do Estado do Paraná. Todavia, o enfoque maior de nossa análise dos dados foi para os acadêmicos de Pedagogia. Em outras palavras, o *corpus* desta pesquisa se inicia com os problemas elaborados pelos acadêmicos de Matemática, finalizando com as resoluções das acadêmicas de Pedagogia. Para melhor situarmos o leitor, denominaremos estes dois momentos como Etapas 1 e 2. Salientamos que estas etapas não foram previamente definidas, porém, foram pensadas em caráter construtivo, ou seja, surgiram conforme as atividades foram sendo pensadas e repensadas em sala de aula e em conjunto com os sujeitos da Etapa 1.

A Etapa 1 surgiu atrelada a uma atividade de ensino inserida na disciplina de Didática da Matemática, ofertada no 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática da instituição envolvida. Em concordância com os objetivos desta disciplina, a proposta foi de discutir com os acadêmicos uma introdução à Teoria dos Campos Conceituais e, nessa atividade de ensino em específico, a ideia foi de uma situação prática para discutir as diferentes estruturas de problemas do campo conceitual aditivo por meio da elaboração de problemas voltados para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, 18 acadêmicos que cursavam a disciplina foram divididos em grupos de três sujeitos, com a tarefa de elaborar seis problemas, sendo que cada grupo deveria propor três enunciados referentes a duas categorias distintas, conforme a teoria em questão. Cabe lembrar que, devido ao fato de termos seis categorias pré-determinadas por Vergnaud, além de suas subcategorias, a definição acerca de quais categorias cada um dos grupos deveria pensar ficou a cargo da professora da disciplina, a primeira autora deste texto.

Dentre as contribuições advindas de uma tarefa com a proposta de formulação de problemas pelos próprios alunos, Medeiros e Santos (2007) destacam, dentre outros fatores: uma maior compreensão acerca das relações verbais e os elementos matemáticos presentes nos textos; o incentivo à produção escrita nas aulas de Matemática; a valorização de experiências extraescolares pelos alunos na abordagem dos textos, com temáticas que transmitam situações cotidianas significativas dos alunos; um enfoque mais abrangente acerca dos problemas matemáticos, em detrimento de uma valorização reduzida aos números e palavras-chave presentes nos enunciados e a criatividade.

Ao todo, foram elaborados 36 problemas, contemplando todas as categorias definidas por Vergnaud, bem como a maior parte das subcategorias. Destacamos que, em diálogo com os acadêmicos de Matemática desta Etapa 1, os mesmos manifestaram a intenção de que tais problemas pudessem ser aplicados a acadêmicos do curso de Pedagogia, no sentido de se verificar como futuros professores dos Anos Iniciais resolveriam estes diversos tipos de problemas. Consequentemente, pensando no público que iria resolver tais problemas, surgiram assuntos relacionados ao universo acadêmico e social destes alunos, como gastos na cantina e copiadora da universidade, questões políticas etc.

Com a ideia da aplicação dos problemas na etapa seguinte, notamos a oportunidade de atrelar a primeira etapa, de ensino, com uma segunda, de pesquisa, com o objetivo principal de analisar alguns aspectos acerca das resoluções de acadêmicos formandos em Pedagogia, quando deparados com uma proposta de resolução de problemas do campo aditivo, os quais comportam diferentes estruturas propostas por Gerard Vergnaud (Etapa 2).

Para a execução da Etapa 2, os autores deste texto solicitaram à coordenadora do colegiado do curso envolvido a oportunidade de aplicação dos problemas. Em comum acordo, ficou definido que os sujeitos participantes seriam acadêmicos das duas turmas de 4º ano do curso (matutino e noturno), visto que estes já haviam cursado a disciplina de "Fundamentos Teórico-Metodológicos no ensino de Matemática e Ciências". Ficou também definido que a participação ou não nas tarefas seria facultativa. Ao final, 35 acadêmicos concordaram em participar da atividade, os quais foram aqui identificados como A1, A2, A3, ..., A35.

Antes da aplicação dos problemas, os mesmos passaram por um processo de seleção, no sentido de evitar, dentre outras questões, enunciados que apresentassem incoerências, como ambiguidades, erros de escrita, excesso de problemas de uma mesma categoria, ausência de dados fundamentais etc. Com isso, ficaram definidos 12 problemas para a aplicação nesta segunda etapa, contemplando as seis categorias de Vergnaud. Os problemas foram identificados por P1, P2, P3, P4, ..., P12.

Para a análise das 420 resoluções coletadas, primeiramente, optamos por classificar os problemas de acordo com as categorias propostas por Vergnaud às quais estes pertencem, com nosso olhar voltado para as resoluções apresentadas, as quais foram classificadas em "corretas", "incorretas" e "não realizadas". Os dados foram organizados em quadros, conforme veremos na sequência. Além disso, destacamos nestes quadros os tipos de erros encontrados. Nesse sentido, a primeira análise se voltará, principalmente, para os tipos de erros manifestados nas resoluções dos sujeitos envolvidos na Etapa 2 no que se refere a cada uma das estruturas propostas por Vergnaud. Após classificar os erros dos alunos por tipos de estruturas, analisamos cautelosamente a natureza dos erros manifestados nas resoluções. Diante dessa classificação, surgiram alguns agrupamentos por tipo de erro, os quais estão apresentados adiante.

Análise dos resultados

Apresentamos a seguir os doze problemas propostos para os acadêmicos do curso de Pedagogia resolverem, seguidos de suas respectivas análises. Com o intuito de melhor organizar o texto, optamos por agrupar os problemas e suas análises por tipos de estruturas, conforme propostas por Vergnaud. Estes problemas contemplaram as seis estruturas estabelecidas pelo pesquisador, sendo que para cada estrutura houve pelo menos um problema proposto. Para cada estrutura, apresentamos os referidos problemas, seguidos de um quadro que contém as resoluções quantificadas e classificadas em corretas, resoluções incorretas, resoluções em branco e os tipos de erros manifestados.

Em relação aos *problemas de composição*, foi proposto um problema para os acadêmicos resolverem com o seguinte enunciado:

- ✓ P2: Em uma eleição para prefeito de uma cidade, houve um total de 22.868 eleitores que votaram. Sabendo que 7.142 votos não foram validados, qual foi o número de votos válidos? (*problema de composição em busca por uma das partes*)

Quadro 3: síntese das análises das resoluções do problema P2

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Não realizadas	Tipos de erros quanto ao algoritmo
P2	31	4	0	Acertou na montagem do algoritmo, porém, errou na subtração entre as dezenas do todo e uma das partes (A26). Acertou na montagem do algoritmo, porém, o número considerado como a parte não corresponde ao enunciado (A2). Acertou na montagem do algoritmo, porém, errou na subtração da dezena de milhar entre o todo e uma das partes (A13 e A18).

Fonte: Os autores

Em relação aos *problemas de transformação*, três problemas foram propostos consistindo de subcategorias diversificadas, conforme indicadas em cada um dos problemas:

- ✓ P3: Rita tinha um determinado número de amigos no *facebook*. Depois de postar uma foto ela ganhou 15 amigos e ficou com 532 amigos. Quantos amigos no *facebook* ela tinha antes de postar a foto? (*problema de transformação positiva em busca pelo estado inicial*)
- ✓ P5: Franciele tinha R$ 23,00. Ela ganhou mais uma quantia em dinheiro de sua mãe. Mais tarde, Franciele contou seu dinheiro e percebeu que tinha R$ 64,50. Quantos reais Franciele ganhou de sua mãe? (*problema de transformação positiva em busca pela transformação*)
- ✓ P10: Hérica tem uma mania estranha de contar fios de cabelos da boneca. A sua boneca preferida tinha 9.790 fios. Porém, a irmã mais nova de Hérica arrancou alguns fios de cabelos de sua boneca preferida. Depois do acontecido, Hérica contou novamente e notou que havia 6.360 fios de cabelos na boneca. Quantos fios a irmã dela arrancou? (*problema de transformação negativa em busca pela transformação*)

Quadro 4: síntese das análises das resoluções dos problemas P3, P5 e P6

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Não realizadas	Tipos de erros quanto ao algoritmo
P3	34	1	0	Ao invés de subtrair o estado final da transformação, somou (A20).
P5	32	1	2	Acertou na montagem do algoritmo, porém, o número considerado como estado inicial não corresponde ao enunciado (A2).
P10	32	0	3	-

Fonte: Os autores

No que concerne aos *problemas de comparação*, foram três os propostos, conforme apresentados a seguir:

- ✓ P1: No ano passado, a turma do 1º ano de Matemática iniciou o ano letivo com 11 acadêmicos a menos do que a turma desse ano. Quantos acadêmicos a turma de Matemática do ano passado continha, sendo que a desse ano possui 63 acadêmicos? (*problema de comparação em busca do referido/referente?*)
- ✓ P7: Naty e Rodrigo venderam rifas para a organização da formatura da faculdade. Naty vendeu 57 rifas e Rodrigo 74. Quem vendeu mais rifas? Quantas rifas ele/ela vendeu a mais? (*problema de comparação em busca da relação*)
- ✓ P11: Camila e Pedro tiraram cópias no xerox na faculdade. Pedro tirou 37 cópias a mais que Camila. Sabendo que Pedro tirou 93 cópias, quantas cópias Camila tirou? (*problema de comparação em busca do referido/referente?*)

Quadro 5: síntese das análises das resoluções do problema P1, P7 e P11

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Não realizadas	Tipos de erros quanto ao algoritmo
P1	34	1	0	Ao invés de subtrair 11 do referente, foi realizada a soma (A34).
P7	31	1	3	Acertou na montagem do algoritmo, porém, errou na subtração entre as unidades do referente e referido (A20).
P11	31	1	3	Acertou na montagem do algoritmo, porém, errou na subtração entre as dezenas do referente e referido (A3).

Fonte: Os autores

No que se refere aos *problemas de composição de duas transformações*, dois problemas foram contemplados pelos participantes da Etapa 1:

- ✓ P4: No mês de abril, a cantina da Universidade teve lucro. No mês de maio, a cantina arrecadou R$ 1.437,50, sendo R$ 862,50 de lucro. Sabendo-se que o lucro total dos dois meses foi de R$ 2.885,50, qual foi o lucro do mês de abril? (*problema de composição de duas transformações positivas em busca por uma das transformações - parte*)
- ✓ P8: No início de janeiro, fui ao banco depositar R$150,00 do meu salário daquele mesmo mês na poupança. No final do mês, voltei ao banco para sacar R$85,00 desse valor. No final de janeiro, o saldo de minha poupança aumentou ou diminuiu? De quanto foi o aumento ou redução do saldo? (*problema de composição de transformação, sendo uma positiva e outra negativa, em busca*

pelo todo)

Quadro 6: síntese das análises das resoluções do problema P4 e P8

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Não realizadas	Tipos de erros quanto ao algoritmo
P4	27	4	4	Montou o algoritmo com um dado desnecessário do enunciado (A22 e A11). Montou o algoritmo corretamente, porém, não operou a subtração (A1). Errou na montagem do algoritmo ao copiar dados do enunciado incorretamente, desconsiderando a presença de casas decimais (A19).
P8	1	31	3	Montou o algoritmo corretamente, porém, errou na subtração entre as transformações (A3, A6, A9, A19, A20 e A31). Acertou o algoritmo, porém, errou na escrita da resposta, induzidos (possivelmente) pelo enunciado que permite uma dupla interpretação (A4, A7, A8, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29, A30, A32, A33 e A34).

Fonte: Os autores

Com relação aos p*roblemas de transformação de uma relação*, dois problemas foram propostos, sendo eles:

- ✓ P6: Um acadêmico da faculdade devia R$ 61,30 na cantina. Ele pagou uma parte e ficou devendo R$ 49,00. De quanto foi o pagamento? (*problema de transformação de uma relação em busca da transformação*)
- ✓ P12: Aline devia uma quantia para Rosana. Aline pagou R$ 45,00 para Rosana e ainda deve R$ 18,00. Quanto Aline devia para Rosana? (*problema de transformação de uma relação em busca relação estática inicial)*

Quadro 7: síntese das análises das resoluções dos problemas P6 e P12

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Não realizadas	Tipos de erros quanto ao algoritmo
P6	30	3	2	Montou o algoritmo corretamente, porém, errou na subtração entre as relações (A3, A20 e A25).
P12	31	2	2	Montou o algoritmo corretamente, porém, errou na adição entre as relações (A30). Ao invés de somar as relações, subtraiu (A18).

Fonte: Os autores

Com relação aos p*roblemas de composição de duas relações*, o problema apresentado foi:

- ✓ P9: Ao fazer uma análise financeira de dois bancos, o contador descobriu que o banco A deve ao banco B a quantia de 3,7 milhões de reais. Porém, o banco A possui ações do banco B, e que no final das contas o banco B deve ao banco A uma quantia de 1,4 milhões de reais. Após os dois bancos compensarem suas dívidas, qual dos dois ficará ainda devendo para o outro? De quanto será esta dívida? (*problema de composição de duas relações em busca pela relação estática - todo*)

Quadro 8: síntese das análises das resoluções do problema P9

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Não realizadas	Tipos de erros quanto ao algoritmo
P9	24	6	5	Operou corretamente a montagem e a resolução do algoritmo, porém, errou na escrita da resposta com relação à pergunta do enunciado (A8, A16, A21 e A24). Errou na representação dos números ao montar o algoritmo (A31). Montou corretamente o algoritmo, porém, errou na subtração entre as relações (A30)

Fonte: Os autores

Com a intenção de apresentar maiores detalhes sobre os tipos de erros manifestados nas resoluções dos acadêmicos do Curso de Pedagogia, realizamos uma análise nas resoluções dos sujeitos desta pesquisa buscando identificar e compreender os tipos de erros manifestados. Dentre os principais erros, identificamos: erros nos cálculos numéricos (na contagem e valor posicional); uso da operação inversa (ao invés de operar uma subtração, realizou uma adição ou vice e versa); uso incorreto de elementos matemáticos (com destaque para o uso incorreto de vírgulas e ausência do sinal de soma e adição); erro na resposta com relação à pergunta proposta no enunciado.

Em relação aos *erros nos cálculos numéricos*, foram identificados 16 erros manifestados por 11 sujeitos desta pesquisa (A3, A6, A9, A13, A18, A19, A20, A25, A26, A30, A31), sendo que, para este tipo de erro, os enunciados foram interpretados corretamente pelos acadêmicos para a montagem do algoritmo, havendo, no entanto, equívocos ao efetuá-los em relação à contagem e aos valores posicionais dos números - unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar dos números.

Em relação ao problema 6, cuja resposta correta é: *o pagamento foi de R$12,30*, notamos nos exemplos de resoluções dos alunos A3 e A20 que o algoritmo foi montado corretamente, incluindo o bom uso das vírgulas em relação às partes inteiras e decimais dos números, mas houve equívocos na realização da operação de subtração em relação ao "empréstimo", o que exige a compreensão do valor posicional dos números.

Quadro 9: erro no cálculo numérico relacionado ao valor posicional, alunos A3 e A20

P6: Um acadêmico da faculdade devia R$ 61,30 na cantina. Ele pagou uma parte e ficou devendo R$ 49,00. De quanto foi o pagamento?	
Resolução: $\overset{5\ \ 10}{\cancel{6}\cancel{1}}$,30 -49,00 11,30 aluno A3	Resposta: O acadêmico pagou R$ 11,30
Resolução: $\overset{\ \ 1}{61}$,30 -49,00 51,30 aluno A20	Resposta: Pagou 51,30

Fonte: Os autores

No que se refere à resolução do aluno A3, percebe-se que, ao realizar a subtração entre as partes inteiras dos números decimais 61,30 e 49,00, e ao emprestar uma dezena de 60, ele desconsidera a unidade "1", considerando apenas a dezena, realizando, de modo incorreto, a subtração 10 - 9, no lugar de 11 - 9. Este erro pode ter sido causado por falta de atenção, mas, também, pode ser decorrente de um erro conceitual diante da situação de "empréstimos" ao realizar a operação de subtração.

Já o aluno A20 cometeu dois equívocos ao efetuar os cálculos para este mesmo problema P6, sendo que em um deles o acadêmico emprestou uma dezena do numeral 60 e efetuou incorretamente a subtração 11 – 9. Consideramos que este pode ter sido um erro de contagem, mas também pode ser resultado de incompreensões ao lidar com "empréstimos" e valores posicionais. O outro equívoco na resolução de A20 deve-se ao fato de desconsiderar a dezena 40 do subtraendo, cujos cálculos resultaram em 51,30 ao invés de 12,30.

Incompreensões do valor posicional também foram constatadas na pesquisa realizada por Batista (1995), que envolveu 185 crianças de 2ª, 3ª e 4ª séries. Segundo a pesquisadora, os alunos, no início da 2ª série (atual 3º ano do Ensino Fundamental) apresentam grandes dificuldades com a adição de dois algarismos e o uso do "vai um", e alunos da 3ª série (atual 4º ano do Ensino Fundamental) indicam muitas dificuldades com a operação de subtração “com empréstimo”.

Outros tipos de erro também relacionados aos cálculos numéricos, mas ligados à contagem, estão exemplificados no quadro 10.

Quadro 10: erros no cálculo numérico relacionados à contagem, alunos A3 e A30

<table>
<tr><td colspan="2">P8: No início de janeiro, fui ao banco depositar R$150,00 do meu salário daquele mesmo mês na poupança. No final do mês, voltei ao banco para sacar R$85,00 desse valor. No final de janeiro, o saldo de minha poupança aumentou ou diminuiu? De quanto foi o aumento ou redução do saldo?</td></tr>
<tr><td>Resolução:
14 10
150,00
85,00
55,00
aluno A3</td><td>Resposta:
O saldo de minha poupança diminuiu e a redução foi de R$55,00</td></tr>
<tr><td colspan="2">P9: Ao fazer uma análise financeira de dois bancos, o contador descobriu que o banco A deve ao banco B a quantia de 3,7 milhões de reais. Porém, o banco A possui ações do banco B, e que no final das contas o banco B deve ao banco A uma quantia de 1,4 milhões de reais. Após os dois bancos compensarem suas dívidas, qual dos dois ficará ainda devendo para o outro? De quanto será esta dívida?</td></tr>
<tr><td>Resolução:
A deve 3,7 B
ações 1,4 m
3,7
− 1,4
2,7
aluno A30</td><td>Resposta:
O banco A ainda continuará devendo para o banco B a quantia de 2,7 milhões de reais.</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores

Notamos que os erros manifestados pelos acadêmicos A3 e A30, ao resolverem os problemas P8 e P9, relacionados à operação de subtração, são classificados como erros de contagem, pois, o aluno A3 realizou corretamente os “empréstimos” mas efetuou de modo incorreto 14 – 9 = 5. O mesmo tipo de erro ocorreu com o acadêmico A30, que operou de modo incorreto 7 – 4 = 7. Acreditamos na possibilidade de falta de atenção dos acadêmicos, mas trata-se de um erro que precisa ser evitado, sobretudo por futuros professores dos Anos Iniciais que serão habilitados para ensinarem matemática. Concordamos com Batista (1995) ao afirmar que a solução para as dificuldades dos alunos dos Anos Iniciais com operações numéricas envolve o aprimoramento pedagógico e a preparação dos professores, para que estes possam utilizar estratégias que propiciem a compreensão do valor posicional e o sentido das operações aritméticas, não se restringindo ao ensino de algoritmos padronizados.

Outro tipo de erro manifestado nas resoluções dos acadêmicos está relacionado ao *uso da operação inversa*. Três acadêmicos (A18, A20, A34) manifestaram este tipo de erro, conforme as resoluções dos alunos A34 e A20 exemplificadas a seguir.

Quadro 11: uso da operação inversa, alunos A34 e A20

<table>
<tr><td colspan="2">P1: No ano passado, a turma do 1º ano de Matemática iniciou o ano letivo com 11 acadêmicos a menos do que a turma desse ano. Quantos acadêmicos a turma de Matemática do ano passado continha, sendo que a desse ano possui 63 acadêmicos?</td></tr>
<tr><td>Resolução:
$\begin{array}{r} 11 \\ +\ 63 \\ \hline 74 \end{array}$
aluno A34</td><td>Resposta:
A turma de mate-
mática continha
74 acadêmicos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">P3: Rita tinha um determinado número de amigos no facebook. Depois de postar uma foto ela ganhou 15 amigos e ficou com 532 amigos. Quantos amigos no facebook ela tinha antes de postar a foto?</td></tr>
<tr><td>Resolução:
$\begin{array}{r} 532 \\ +\ 15 \\ \hline 547 \end{array}$
aluno A20</td><td>Resposta:
Ela ficou com
547 amigos</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores

Notamos que, possivelmente, o aluno A20 fez o uso da operação de adição no lugar da subtração devido à palavra “ganhou” presente o enunciado do problema 3, fato que levou A20 a apresentar a resposta incorreta *Ela ficou com 574 amigos*, ao invés de *Rita tinha 517 amigos no facebook antes de postar a foto*.

Em relação a certas palavras como ganhar, receber, adicionar, mais, presentes em enunciados de problemas, Santana (2012) chama a atenção para o fato de que elas podem induzir os alunos a realizarem a operação de adição; sendo que o mesmo ocorre para a associação entre palavras como perder, dar, menos, emprestar com a operação de subtração. Segundo a pesquisadora, para alguns casos a associação entre a “palavra-dica” e a operação pode ser válida, mas está longe de ter validade universal, e pode ser motivo de vários equívocos em resoluções de problemas de transformações como o P3. Neste sentido, destacamos a importância de se trabalhar com problemas que incluem estas palavras para que os alunos e, principalmente, os futuros professores possam aprender com os seus próprios erros e refletir sobre a operação a ser adotada.

Já o aluno A34 utilizou a operação inversa, mas não foi possível explicar o motivo da inversão entre as operações, uma vez que o enunciado contém uma “palavra-dica” (a menos que) que poderia induzir o aluno a utilizar a operação de subtração e não a de adição. Uma possível explicação deve-se à distração do aluno em relação ao enunciado do problema, sendo que ele pode ter dado atenção somente aos números presentes no enunciado e realizado a soma destes números, sem se importar se a operação realizada e a resposta fazem ou não sentido com a pergunta do enunciado.

Em relação ao *uso incorreto de vírgulas,* 14 erros foram percebidos nas resoluções dos sujeitos da pesquisa (A2, A7, A9, A11 A27, A28, A31), conforme exemplos de resoluções apresentados no quadro 12:

Quadro 12: uso incorreto de vírgulas e casas decimais, alunos A31 e A19

<table>
<tr><td colspan="2">P8: No início de janeiro, fui ao banco depositar R$150,00 do meu salário daquele mesmo mês na poupança. No final do mês, voltei ao banco para sacar R$85,00 desse valor. No final de janeiro, o saldo de minha poupança aumentou ou diminuiu? De quanto foi o aumento ou redução do saldo?</td></tr>
<tr><td>Resolução:
150
- 85
065,00
aluno A31</td><td>Resposta:
R: no final do mês de janeiro minha poupança diminuiu
$ 85,00</td></tr>
<tr><td colspan="2">P4: No mês de abril, a cantina da Universidade teve lucro. No mês de maio, a cantina arrecadou R$ 1.437,50, sendo R$ 862,50 de lucro. Sabendo-se que o lucro total dos dois meses foi de R$ 2.885,50, qual foi o lucro do mês de abril?</td></tr>
<tr><td>Resolução:
- 2.885
862 50
766,35
aluno A19</td><td>Resposta:
R$ 766,35</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores

No caso de A31, percebe-se que ele ignora as casas decimais do minuendo e do subtraendo e, após operar com estes números, acrescenta a vírgula e as casas decimais no resultado. Este mesmo aluno ainda apresenta outro equívoco ao responder o problema, pois, ao invés de apresentar como resposta que no final de janeiro o saldo da poupança diminuiu R$ 65,00, ele respondeu de modo incorreto que o saldo da poupança diminuiu $ 85,00. Notamos que, além do erro no valor final, a resposta também não utiliza o símbolo da moeda Reais corretamente, que seria R$, e não apenas $. A montagem do algoritmo pelo acadêmico A19 também indica sua incompreensão conceitual sobre a natureza dos números decimais, já que ele desconsiderou a parte decimal dos números 2.885,50 e 862,50, e realizou a operação apenas com as partes inteiras dos referidos números.

Em relação às diversas dificuldades dos alunos na compreensão dos números decimais, Brousseau (1976) alerta para os obstáculos de origem didática relacionados a esses números e, dentre um dos obstáculos possíveis, o pesquisador menciona o fato de que alguns assumem implicitamente, e de modo incorreto, uma definição para números decimais como sendo um número natural com vírgula. Essa concepção do aluno para número decimal pode gerar diversas dificuldades relativas às operações com estes números, as quais refletem a incompreensão de ideias como as de densidade da reta dos números reais, de conjuntos de números discretos, de ordem, de sucessores etc. (ALMOULOUD, 2007; BROUSSEAU, 1976).

O problema P4 contém um dado desnecessário, inserido propositalmente pelos sujeitos da Etapa 1 com a intenção de investigar o modo como os sujeitos da pesquisa lidariam com esta situação. Dois acadêmicos, A11 e A22, utilizaram-se deste dado para a montagem do algoritmo, fato que ocasionou o erro em suas respostas, conforme ilustra o quadro 13. Nota-se que, de acordo com o enunciado proposto, a resposta correta decorre da subtração entre os valores (lucros) R$ 2.885,50 e R$862,50.

Quadro 13: Uso de dado desnecessário, aluno A22

<table>
<tr><td colspan="2">P4: No mês de abril, a cantina da Universidade teve lucro. No mês de maio, a cantina arrecadou R$ 1.437,50, sendo R$ 862,50 de lucro. Sabendo-se que o lucro total dos dois meses foi de R$ 2.885,50, qual foi o lucro do mês de abril?</td></tr>
<tr><td>Resolução:
Abril = ?
maio: R$ 1.437,50
lucro: R$ 862,50
TOTAL:
1.437,50
+ 862,50
2.300,00
2.023,00
862,50
2885,50
aluno A22</td><td>Resposta:
O lucro do mês de Abril foi 2.023,00.</td></tr>
</table>

Fonte: Os autores

No que se refere aos alunos operarem com dados que não fazem sentido para o problema proposto, Chevallard (1980) relata uma experiência realizada com 97 alunos entre sete e oito anos de idade que solicitava aos mesmos resolverem problemas com dados absurdos e, dentre os problemas, um deles tinha o seguinte enunciado: Em um barco havia 26 carneiros e 10 cabras, qual é a idade do capitão? O pesquisador relata que 76 alunos calcularam a idade do capitão com os dados indicados no enunciado, e analisa que este fato ocorre devido ao contrato didático estabelecido entre professor e aluno que estabelece regras, implícitas ou não, de modo que todo problema, mesmo com dados que não fazem sentido, exige uma resposta e, mais ainda, que todos os dados do enunciado precisam ser contemplados na resolução (CHEVALLARD, 1980; SILVA, 1999), fato este que foi percebido na resolução e resposta do acadêmico A22, o qual utilizou um dado desnecessário para a resolução, acarretando no erro da resposta.

Quatro alunos (A8, A16, A21 e A24) montaram e resolveram corretamente o algoritmo correspondente ao problema P4, contudo, suas *respostas não correspondem à pergunta do enunciado*, conforme exemplificado na resolução e resposta de A8, ao resolver o problema 9 e apresentar como resposta incorreta *O banco B ficou devendo 2,3 milhões*, sendo que a resposta coerente com o enunciado do problema deveria ser: *O banco A ficará devendo 2,3 milhões de reais para o banco B*.

Quadro 14: resposta não corresponde ao problema, aluno A8

P9: Ao fazer uma análise financeira de dois bancos, o contador descobriu que o banco A deve ao banco B a quantia de 3,7 milhões de reais. Porém, o banco A possui ações do banco B, e que no final das contas o banco B deve ao banco A uma quantia de 1,4 milhões de reais. Após os dois bancos compensarem suas dívidas, qual dos dois ficará ainda devendo para o outro? De quanto será esta dívida?	
Resolução: Banco B = 3,7 milhãs Banco A = 1,4 " 2,3 aluno A8	Resposta: O banco B ainda ficou devendo 2,3 milhãs.

Fonte: Os autores

As *ausências de notação matemática*, *de sistema monetário* e de *respostas correspondentes à questão proposta* no problema estão sinalizadas em vários protocolos dos acadêmicos. Em relação à ausência de notação matemática, principalmente às relacionadas a falta dos sinais de + ou de – para indicar a operação que está sendo realizada, foi percebido em 54 respostas dos sujeitos da pesquisa (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A10, A11, A12, A13, !4, A18, A19, A29). Dentre elas, apresentamos como exemplo a resolução de A11, que realiza corretamente a operação de subtração 63 - 11, no entanto, não representa o sinal de menos (-).

Quadro 15: ausência de notação matemática, aluno A11

P1: No ano passado, a turma do 1º ano de Matemática iniciou o ano letivo com 11 acadêmicos a menos do que a turma desse ano. Quantos acadêmicos a turma de Matemática do ano passado continha, sendo que a desse ano possui 63 acadêmicos?	
Resolução: 63 11 52 aluno A11	Resposta: 52. acadimos

Fonte: Os autores

Dentre os 12 problemas propostos aos acadêmicos, cinco referem-se a situações que envolvem dinheiro na moeda real e, portanto, exigem que, para a resposta do problema, seja mencionado o símbolo do sistema monetário R$ ou a palavra real. Contudo, 45 respostas dos alunos não mencionam nem o símbolo e nem a palavra que representa a moeda real.

Todas as fichas com os 12 problemas foram entregues aos alunos contendo para cada problema um espaço em branco indicado para a resolução do problema e outro espaço em branco indicado para os acadêmicos inserirem a resposta do problema. No entanto, constatamos que oito resoluções não foram seguidas das respostas, e, além disso, 61 respostas indicam somente o número resultado do algoritmo, sem se preocupar em responder à pergunta do enunciado do problema no formato de uma frase.

Consideramos como *resoluções em branco* aquelas em que os alunos não apresentaram registros para a resolução do problema, as quais totalizaram 27 nos protocolos dos alunos. Analisamos que, ao deixarem em branco suas resoluções, os acadêmicos sinalizam ausência de conhecimentos necessários para interpretar os problemas e resolverem as operações indicadas. Considerando que estes problemas cujas estruturas estão presentes em livros dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as 27 resoluções em branco sinalizam para a atenção que precisa ser atribuída aos conceitos matemáticos, sobretudo em relação às operações elementares, nos cursos de Pedagogia, os quais visam formar os futuros professores para os Anos Iniciais.

Considerações finais

O objetivo principal com a pesquisa aqui relatada foi o de analisar as estratégias de acadêmicos formandos em Pedagogia, quando deparados com uma proposta de resolução de problemas do campo conceitual aditivo, os quais comportam diferentes estruturas propostas por Gérard Vergnaud. Evidentemente, outros aspectos acabaram sendo investigados, o que se justifica em pesquisas do tipo qualitativa. Neste caso, destacamos, principalmente, a formação inicial de professores de Matemática que irão atuar nos anos iniciais de escolarização.

Quanto às estratégias dos acadêmicos de Pedagogia, notamos que, em geral, não houve dificuldades maiores ou menores com relação às classes de situações propostas por Vergnaud. Por outro lado, pudemos verificar outras incoerências em várias resoluções apresentadas, como: erros relacionados ao valor posicional; erros de contagem; erros relacionados ao uso da operação inversa; erros causados pelo uso incorreto da vírgula em operações com números decimais; respostas incoerentes de acordo com o contexto presente no enunciado dos problemas; ausência de notações matemáticas (sinais de adição, subtração etc.); ausência do símbolo do sistema monetário brasileiro nas respostas, dentre outros.

Diante deste quadro, em que futuros professores que irão ensinar Matemática, tendo já cursado disciplinas que objetivavam discutir este ensino, apresentam erros que refletem uma incompreensões de naturezas diversificadas, somos levados a considerar duas hipóteses: a primeira é de que o curso de Pedagogia não esteja promovendo suficientemente discussões acerca das temáticas matemáticas; a segunda é de que possivelmente estes futuros professores terão problemas ao lidar com os mesmos erros de seus futuros alunos.

Pensando em entender o que os sujeitos da Etapa 2 pensaram acerca das situações apresentadas, bem como se, em sua formação inicial, houve este tipo de abordagem relacionada a discussão de estratégias de resolução de problemas, ao final dos problemas propostos, lançamos quatro questões, das quais gostaríamos de destacar aqui uma delas: *em seu curso de licenciatura em Pedagogia, foram trabalhados problemas destes tipos, acompanhados de discussões acerca das estratégias adotadas?* As respostas a esta pergunta confirmam a primeira das hipóteses, lançada no parágrafo anterior, ou seja, este tipo de abordagem não vem sendo tratada na formação destes futuros professores (sujeitos da presente pesquisa) que irão ensinar Matemática. Das 35 possíveis respostas, 24 disseram que não tiveram este tipo de discussão, 6 não responderam e 5 afirmaram que sim, porém, de outras maneiras. A título de ilustração, trazemos a seguir as três respostas: *Nem de longe, nunca nunca. Durante as aulas de matemática só vimos teoria e nada mais* (aluno A9). *Não, pois meu curso não aborda os conteúdos que trabalhamos para atuar profissionalmente, sendo ele voltado mais para teorias, faltando metodologias* (aluno A10). *Não foram trabalhados em nosso curso a resolução de problemas desse tipo. Seria importante se pudessem rever o PPP do curso e colocar não só como disciplina e sim como metodologias de matemática* (aluno A3).

Com relação à nossa segunda hipótese aqui apresentada, que trata do fato de que estes futuros professores terão dificuldades de lidar com os erros de seus alunos, entendemos que o estudo de teorias como a de Vergnaud são de fundamental importância no sentido de explorar as diferentes estratégias e estruturas de problemas que envolvem as operações de adição e subtração, bem como os conceitos e propriedades pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas. Para Vergnaud (1990), a compreensão de um conceito pelos alunos ocorre ao longo do processo escolar, ao vivenciarem uma diversidade de situações relacionadas ao conceito. Nesse sentido, entendemos que o início do processo de escolarização é fundamental, para que sejam evitados, na medida possível, erros e até mesmo eventuais obstáculos de origem didática (BROUSSEAU, 1976).

Assim, destacamos a importância de que os cursos de formação de professores de Matemática (inicial ou continuada) discutam sobre problemas do campo conceitual aditivo, na perspectiva de Vergnaud (1990), para que os professores possam vivenciar e compreender os conceitos matemáticos envolvidos, e, com isso, possam lidar com as incompreensões dos alunos e selecionar adequadamente os diferentes problemas a serem propostos em sala de aula.

Referências

ALMOULOUD, S,. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba. PR: Editora UFPR, 2007.

BATISTA, C. G. Fracasso Escolar: análise de erros em operações matemáticas. *Zetetikè*. Ano 3, n.4, pp. 61-72, 1995.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *In*: VANHAMME, W; VANHAMME, J. *La problématique et l'enseignement de la mathématique*. XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Louvain-la-Neuve, pp.101-117, 1976.

CHEVALLARD, Y. Quel est l'âge du capitaine? *Bulletin de l'APMEP*. Num. 323. p. 235-243. Paris, 1980. Disponível em: http://publimath.univ-irem.fr/biblio/AAA80016.htm

COSTA, L.P.; SERRAZINA, M.L.; PAVANELLO, R.M. Formação inicial de professores para o ensino de Matemática nas séries iniciais: relato de uma experiência de observação. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v.3, n.4, pp. 48-69, 2014.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. *Repensando a Adição e a Subtração*: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 3ª edição. Editora PROEM, São Paulo, 2008.

MEDEIROS, K.M.; SANTOS, A.J.B. Uma Experiência Didáctica com a Formulação de Problemas Matemáticos. *Zetetiké***,** Unicamp. Campinas, v.15, n.28, jul./dez. 2007.

MOTA, A.P.A.; MEGID, M.A.B.A. As operações aritméticas na formação de professores dos Anos Iniciais do ensino fundamental. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v.3, n.4, pp. 161-180, 2014.

NOGUEIRA, C.M.I.; PAVANELLO, R.M.; OLIVEIRA, L.A. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v.3, n.4, pp. 138-160, 2014.

REZENDE, V. *Conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por alunos brasileiros e franceses*: um estudo com alunos concluintes de três níveis de ensino. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

SANTANA, E. R. dos S. *Adição e Subtração*: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Editora UESC, Ilhéus, BA, 2012.

SILVA, A.M.F.; BORGES, F.A. "Eu", professora de Matemática nos Anos Iniciais: da experiência como estudante da Educação Básica à atuação docente. *Revista Educação e Linguagens.* Campo Mourão, v.5, n.8, pp. 152-170, jan./jun. 2016.

SILVA, B. A. da. Contrato Didático. *In*: MACHADO, S. D. A. *et. al*. *Educação Matemática*: uma introdução. São Paulo: EDUC (PUC-SP), 1999.

VERGNAUD, G. *A Criança, a matemática e a Realidade*. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. *In*: GROSSI, E. P. (Org). *Por que ainda há quem não aprende?* 2ª edição. Petrópolis: Vozes, 2003.

VERGNAUD, G. *Teoria dos Campos Conceituais***.** Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1993, p.1-16.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherche en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.

VERGNAUD, G. Concepts et schème dans une théorie opératoire de la représentation. *Psycho-logie Française*, n. 30, pp. 245 a 252, 1985.

Texto recebido: 17/11/2016
Texto aprovado: 19/03/2017