

# Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística

## Judging under uncertainty: heuristics and biases and teaching of probability and statistics

---

CLAUDIO R. OLIVEIRA<sup>1</sup>

LISBETH KAISERLIAN CORDANI<sup>2</sup>

### Resumo

*Este artigo procurou apresentar as heurísticas e vieses de Representatividade e de Disponibilidade que podem levar a conclusões enganosas, e que estão ligadas ao julgamento e/ou previsão de cenários de incerteza. O ensino de probabilidade e estatística no ensino médio no Brasil tem se voltado à forma matemática da teoria, sem discussões e situações práticas que permitiriam uma visão consistente da teoria, facilitando o aparecimento destes vieses. A análise constou da aplicação de um pré-teste, seguida de discussões e atividades na área de probabilidade e estatística, finalizando com um pós-teste, para analisar o raciocínio de alunos do ensino médio diante de padrões que podem levar a erros de julgamento. A resistência das heurísticas foi verificada de forma mais expressiva em um determinado tipo e moderadamente em outro.*

**Palavras-chave:** *Ensino de Estatística, Heurísticas, Vieses, Falácias, Probabilidade.*

### Abstract

*This paper aimed to present the heuristics and biases of Representativity and Disponibility, which, to a greater or lesser extent, may lead to misleading conclusions, and which are linked to the judgment and/or prediction of uncertainty scenarios. The teaching of probability and statistics in secondary education in Brazil has turned to the mathematical form of theory, without discussions and practical situations that would allow a consistent view of theory, facilitates the appearance of biases. The analysis consisted of the application of a pre-test, followed by discussions and activities in the area of probability and statistics, ending with a post-test, to analyze the reasoning of high school students against standards that can lead to errors of judgment. The heuristic resistance was verified more expressively in one type and moderately in another.*

**Keywords:** *Statistics Teaching, Heuristics, Biases, Fallacies, Probability.*

---

<sup>1</sup> Mestre em Ciências IME USP, especialidade Educação Estatística, Professor de Matemática Ensino Médio, [oliveiraclaudio11@gmail.com](mailto:oliveiraclaudio11@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Educação, orientadora do programa Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME USP, [lisbeth@ime.usp.br](mailto:lisbeth@ime.usp.br)

## Introdução

Ao longo de nossa experiência em sala de aula, nos âmbitos público e privado do ensino básico, bem como do superior, não raro nos deparamos com dificuldades mais acentuadas no ensino de estatística e probabilidade do que dos demais tópicos de matemática. Uma das razões que poderíamos aventar seria a pouca familiaridade que os professores de matemática têm nessa área, já que só recentemente as licenciaturas em matemática apresentam essa disciplina (muitas vezes como optativa) – assim conceitos como incerteza e variabilidade nem sempre são enfatizados e discutidos ao longo do conteúdo correspondente. Os livros didáticos muitas vezes só apresentam uma abordagem instrumental dos conceitos, o que impede uma discussão mais ampla de análise de dados e da importância da probabilidade nas análises estatísticas como, por exemplo, cálculos de margem de erro associada a tomadas de decisão. Essa ligação entre probabilidade e estatística nem sempre é enunciada, colocando-se muito mais a ligação da probabilidade com a análise combinatória (ferramenta para cálculo) do que com a estatística. Sugerimos considerar o tema como o dueto probabilidade & estatística, mesmo que falemos em determinados momentos de uma delas em particular.

É comentário recorrente no ambiente escolar que os alunos apresentam falhas sistemáticas na resolução dos problemas, erros de aplicação e, o mais frequente, de raciocínio, o que pode sugerir que sejam teorias de difícil assimilação, numa primeira abordagem.

Esses erros de raciocínio em probabilidade e estatística vêm sendo estudados há muitas décadas. Batanero et al.(1994), autora conhecida pela extensa obra analisando a educação estatística e probabilística, aponta erros sistemáticos em conceitos estatísticos e por conseguinte em probabilidade. Neste trabalho, a autora enfatiza que os erros se dão em problemas permeados por fenômenos em que a variabilidade é fator determinante nos julgamentos e conclusões, e que não permitem naturalmente respostas exatas.

Daniel Kahneman, prêmio Nobel de Ciências Econômicas em 2002, publicou, juntamente com Amos Tversky em 1974, uma obra discutindo como os seres humanos buscam atalhos heurísticos que nem sempre apresentam relações com os princípios básicos da probabilidade, mostrando padrões mentais que persistem mesmo em pessoas que receberam treinamento com tópicos de probabilidade e estatística em sua formação. Segundo esses autores um aluno, quando tem que decidir diante da incerteza, mesmo de

posse de dados e condições para julgar e estimar a probabilidade de um determinado evento, acaba por julgar de forma sistemática guiado por fenômenos padronizados.

Face a esta realidade, este artigo, baseado em Oliveira (2016), discute alguns resultados de uma pesquisa que tentou investigar e mapear as dificuldades e obstáculos no entendimento de probabilidade que impedem um melhor desempenho escolar nessa disciplina, e explora eventuais caminhos facilitadores, propondo, entre outros meios, atividades para a sala de aula, e comentando os resultados.

## **O Ensino de Probabilidade e Estatística e a Educação Básica**

O estudo de probabilidade e estatística, como tópicos dentro da disciplina de Matemática no ensino básico, tem seu início de forma tímida no Ensino Fundamental II (turmas do 6º ao 9º ano). A abordagem dentro da matemática faz parte do currículo da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (Currículo do Estado de São Paulo, 2011), e esses tópicos são inseridos como temas em alguns bimestres do 6º ao 9º ano com noções de estatística, leitura e construção de gráficos e tabelas, o cálculo da média aritmética e problemas simples de contagem, com o princípio fundamental de contagem da análise combinatória, encerrando já no 9º ano com uma espécie de “introdução à probabilidade” como teoria; temos encontrado questões que têm exclusivamente a preocupação de “acertar” o cálculo, produzindo um número, uma quantidade, sem discussão ou qualquer ideia de significado. Até mesmo nos capítulos reservados à estatística, não há prática de menção a margem de erro, ou o que isso vem a significar no tratamento da informação, tal como idealizada pelo currículo, restringindo-se em sua essência a problemas meramente matemáticos, ou determinísticos, levando o aluno a assimilar este tipo de proposta.

Já no ensino médio, os temas são inseridos em boa parte dos livros didáticos sob abordagem geralmente axiomática, com um embasamento na teoria dos conjuntos para as demonstrações e para resolução de diversos problemas e exercícios que permeiam o capítulo intitulado “Probabilidade”. Estas abordagens podem gerar inúmeras dificuldades que podem se traduzir como obstáculos no aprendizado, que comprometem, no que diz respeito ao conceito de probabilidade, sua aplicação na resolução de problemas pelos alunos, ou mesmo por futuros pesquisadores que venham a utilizar a probabilidade em seus campos de atuação.

Um aspecto importante ao estudar probabilidade e estatística, é que interpretar seus resultados requer um novo olhar sobre a matemática, até então encarada como essencialmente determinística. É necessário propiciar ao aluno um olhar diante da incerteza, pois ainda que se estude e se elabore um modelo teórico para o cálculo de probabilidade, como por exemplo, o resultado do lançamento de uma moeda honesta (probabilidade de Cara =  $\frac{1}{2}$ ), que em si não carrega incerteza enquanto modelo, é importante que o aluno perceba que, antes de realizarmos um lançamento de uma moeda deste tipo, o resultado é incerto. Ou seja, o aluno se depara com um modelo de previsão de um evento futuro que não lhe garante uma resposta exata ou certa como vinha até então trabalhando na matemática.

### **Raciocínio matemático vs Raciocínio estatístico**

Procurando novas formas de abordagens no ensino de probabilidade e estatística, buscamos observar outro aspecto na tentativa de torná-lo ainda mais efetivo, analisando a ligação do conteúdo e a forma como é abordado em sala de aula. A ideia, em suma, é comparar os principais aspectos que diferenciam as abordagens e formas de raciocínios da matemática e da estatística e probabilidade.

No artigo de Batanero et al.(1994), a variabilidade é citada como ingrediente definitivo no pensamento estatístico, além de ser apresentada uma espécie de “tensão” entre a matemática na escola básica e o pensamento estatístico, considerando as formas como os tópicos são abordados. O artigo descreve o processo da visão estatística que se baseia em padrões que distinguem a estatística da matemática, e cita que de acordo com educadores em estatística, estas duas disciplinas diferem em suas características essenciais. Por exemplo, os dados, que em matemática são usados no contexto de “olhar os números” e no estudo das funções, com medidas em escalas padronizadas sem erros, na estatística são olhados como passíveis de erro, carregados de incerteza. Os autores citam que a tendência central ou variabilidade dos dados de uma variável aleatória opõem-se à natureza determinística da matemática, e do seu contexto; em sua análise, na estatística o contexto gera significado. Por fim, ainda Batanero et al. (1994) sugerem que a probabilidade deve ter ênfase apenas na maneira como é utilizada no pensamento estatístico, corroborando com o uso de uma abordagem mais frequentista da probabilidade.

## **Julgando sob Incerteza: O Programa Heurísticas e vieses**

Um amplo estudo, hoje denominado “Programa Heurísticas e Vieses”, se originou em três linhas de pesquisa desenvolvidas por volta dos anos 1950 e 1960 por profissionais da área da psicologia: a comparação de predições clínicas e estatísticas; o estudo da probabilidade subjetiva no paradigma Bayesiano; e a investigação de heurísticas e estratégias de raciocínio. O termo “heurística” é descrito nos dicionários da Língua Portuguesa como um conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas, ou seja, entende-se heurística como um método, para se chegar ao conhecimento. Kahneman e Tversky (1974) descrevem que estas regras não são escolhidas e sim utilizadas de forma automática pelo sistema cognitivo, que é o foco do estudo dos autores. Para este programa convergiram várias linhas de pesquisas, estudando e documentando vieses de pensamento intuitivo em atividades variadas, trazendo demonstrações e fornecendo a pesquisadores de diversas disciplinas – notadamente filósofos e economistas – uma oportunidade incomum de observar possíveis falhas em suas próprias opiniões (KAHNEMAN et al., 1982). Mais recentemente, Kahneman (2012) sugere o uso de heurísticas como uma regra simplificadora, isto é, uma “regra de bolso”, como um princípio geral baseado mais na experiência do que na teoria, de fácil aplicação, mas não necessariamente preciso, para aferir ou calcular algo.

Já a palavra “viés”, no artigo original na língua inglesa *bias*, é utilizada tanto em probabilidade e estatística como também (segundo os autores) na psicologia cognitiva, no sentido de “tendenciosidade, preconceito, tendência, propensão, inclinação”. Assim, o programa “Heurísticas e Vieses” remete aos tipos de regras automáticas que podem (ou não) levar a erros de julgamento e decisão.

Os mesmos autores, Kahneman e Tversky (1974), citam que muito da literatura em julgamento e raciocínio indutivo se concentra em erros, vieses e falácias em uma variedade de padrões mentais. Segundo o trabalho, a ênfase no estudo de erros é característica da pesquisa do julgamento humano. Primeiro, são expostas nossas limitações intelectuais e propostos caminhos para melhorar a qualidade de nosso pensamento. Segundo, erros e vieses frequentemente revelam processos psicológicos e procedimentos heurísticos que dominam o julgamento e inferência. Terceiro, enganos e falácias ajudam a mapear as intuições humanas por indicarem como os princípios de estatística e mais ainda da probabilidade podem ser contra intuitivos ou não-intuitivos.

Esses autores relatam as experiências de uma pesquisa sobre as decisões tomadas pelas pessoas, baseadas em opiniões que contêm apenas ideias aproximadas de eventos incertos, como prévias de uma eleição, ou a culpa de um réu, ou o valor futuro do dólar. Essas opiniões se expressam de forma numérica ou em probabilidade subjetiva. Mas, como as pessoas criam probabilidade de um evento incerto ou uma quantidade incerta? O artigo mostra como as pessoas se apoiam em um número limitado de princípios heurísticos que reduzem o trabalho complexo de fornecer probabilidade e predizer valores por simples julgamentos. Em geral, esta heurística é proveitosa, mas por vezes leva a sérios erros sistemáticos.

Transpondo para o âmbito didático, o aluno, mesmo de posse de dados e condições de julgar e estimar a probabilidade de determinado evento, acaba por julgar diante da incerteza de forma sistemática. A seguir, serão descritas duas das principais heurísticas consideradas pelos autores já citados, que são a Representatividade e a Disponibilidade.

### **Representatividade**

A primeira heurística, “Representatividade”, é definida da seguinte forma:

“Representatividade é uma avaliação do grau de correspondência entre uma amostra e a população, entre um resultado e um modelo. O modelo pode referir-se a uma pessoa, a uma moeda, ou à economia mundial, e os respectivos resultados podem ser o estado civil, a sequência de caras e coroas, ou o preço atual do ouro” (KAHNEMAN, 2012).

Assim, indicam que a maioria das questões de probabilidade é do tipo: “Qual a probabilidade que o objeto A pertença a uma determinada classe B?”; “qual a probabilidade que o evento A se originou do processo B?”; e ainda “qual a probabilidade do processo B ter gerado o evento A?” As pessoas então, ao responder às questões, utilizam a heurística de Representatividade, em que as probabilidades são estimadas pelo grau com que A representa (se assemelha a) B. Por exemplo, sendo A muito representativo de B, a probabilidade que A originou B é julgada como alta. Para ilustrar o julgamento pela Representatividade, o artigo expõe o seguinte caso:

Considere um indivíduo descrito como segue: Steve é muito tímido e retraído, prestativo, porém desinteressado nas pessoas ou no mundo real, e que necessita de ordem e tem paixão por detalhes. Como as pessoas avaliam a probabilidade de que Steve tenha uma ocupação particular de uma lista de possibilidades (por exemplo, fazendeiro, bibliotecário ou médico)? Como as pessoas ordenam essas ocupações da mais provável para a menos provável? (KAHNEMAN, 2012).

O artigo menciona que na heurística da Representatividade, a probabilidade de que Steve seja um bibliotecário, por exemplo, é avaliada segundo o grau em que ele é representativo de, ou similar a, o estereótipo de um bibliotecário. Ainda, a pesquisa realizada no trabalho ou em outros trabalhos do Programa Heurísticas e Vieses com problemas desse tipo mostrou que as pessoas ordenam as ocupações pela probabilidade e pela similaridade exatamente da mesma forma. Essa abordagem do julgamento da probabilidade leva a graves erros, pois a similaridade, ou Representatividade, não é influenciada por diversos fatores que decerto afetarão os julgamentos de probabilidade.

A semelhança da personalidade de Steve com a de um bibliotecário estereotipado vem à mente das pessoas na mesma hora, mas considerações estatísticas igualmente relevantes quase sempre são ignoradas. Ocorre às pessoas que há muito mais vendedores do que bibliotecários? Este fato deveria entrar de qualquer forma na estimação de probabilidade de Steve ser vendedor ou bibliotecário, com prevalência de escolha para o primeiro (vendedor) e geralmente isto é ignorado.

No caso específico dos alunos do ensino básico, qual a resposta que se espera em um problema como este, onde inicialmente, como no caso deste trabalho, não estão disponíveis conhecimentos formais em probabilidade? Acrescente-se ainda, que os alunos são provenientes de uma tradição escolar em matemática com questões fechadas, sem questões discursivas e reflexivas, que privilegia a busca por uma resposta exata. Será que os alunos apresentariam os erros sistemáticos assim como no experimento de Tversky e Kahneman?

Ainda dentro desta heurística de Representatividade, existem algumas categorias descritas no trabalho de Tversky e Kahneman (1974) que procuramos identificar em nosso trabalho.

### ***Insensibilidade à probabilidade a priori de resultados (Falácia da taxa-base)***

Um dos fatores que não exerce qualquer efeito na Representatividade, mas que deve ter um grande efeito na probabilidade, é a probabilidade *a priori*, ou frequência de taxa-base, dos resultados. No caso citado anteriormente de Steve, por exemplo, o fato de que há muito mais vendedores do que bibliotecários na população (esta é a denominada taxa-base da população em referência, ou seja, as frequências das profissões como base para uma estimação) deveria integrar qualquer estimativa da probabilidade de que Steve seja um vendedor (maior probabilidade), ou um bibliotecário (menor probabilidade).

Considerações da frequência de taxa-base, entretanto, não afetam a decisão da semelhança de Steve com os estereótipos de bibliotecários e vendedores. Se as pessoas avaliam a probabilidade por Representatividade, portanto, as probabilidades a priori (taxa-base) serão negligenciadas.

Um ponto importante é o “perfil” ou “tipo” de pessoa que deve se preocupar em fazer julgamentos em probabilidade. Se esta pessoa tem pela frente um julgamento sob incerteza sem qualquer preocupação em sua estimativa, como o caso de um jogador, ou se sua tomada de decisão não afetará a saúde ou mesmo a vida de outras pessoas, então nestes casos, qualquer valor de probabilidade entre 0 e 1 é viável, mesmo sendo longe da realidade, pagando-se o *preço* por esta previsão. No entanto, tomadas de decisões em políticas públicas, na área de diagnóstico médico ou de medicamentos, devem invariavelmente se ancorar nas taxas-base, e no caso do nosso trabalho, o aluno formado como cidadão crítico, ou futuro profissional, deve ser orientado neste aspecto, já que a minimização do erro de previsão é desejável. Kahneman (2012), comenta “Se a probabilidade de chover amanhã é atribuída por você, então esta probabilidade terá seu grau subjetivo de crença, mas para serem úteis, as crenças devem ser restringidas pela lógica de probabilidade”.

### ***Concepções Errôneas das Chances***

As pessoas esperam que uma sequência de eventos gerada por um processo aleatório representa características essenciais desse processo, mesmo quando a sequência é curta. Ao considerar lances de uma moeda (assumidamente honesta) para obter cara (K) ou coroa (C), por exemplo, as pessoas encaram a sequência KCKCCK como mais provável do que a sequência KKKCCC, a qual não “parece” ser aleatória, e também como mais provável do que a sequência KKKKCK, que para elas não representa a imparcialidade da moeda. Desse modo as pessoas esperam que as características essenciais do processo estejam representadas não apenas globalmente na sequência inteira, mas também localmente em cada uma de suas partes.

### ***Insensibilidade à previsibilidade***

As pessoas às vezes são obrigadas a fazer previsões numéricas como o futuro valor de uma ação, o preço do dólar, ou o resultado de uma partida de futebol. Tais previsões são com frequência feitas por Representatividade. Por exemplo, suponha que mostrem a uma

pessoa a descrição de uma empresa e peça a ela para prever seu futuro lucro. Se a descrição da empresa é muito favorável, um lucro muito alto parecerá mais representativo dessa descrição; se a descrição é medíocre, um desempenho medíocre parecerá o mais representativo.

### **Disponibilidade**

A segunda heurística, “Disponibilidade”, de acordo com Tversky e Kahneman (1974), é caracterizada por situações em que se estima a frequência de uma classe ou a probabilidade de um evento pela facilidade com que os casos ou ocorrências podem ser trazidos à mente. Por exemplo, avaliar o risco de ataque cardíaco pela lembrança da ocorrência em um familiar ou pessoa próxima. Da mesma forma se estima a probabilidade de que um dado negócio venha a falir imaginando as várias dificuldades que a empresa irá encontrar. É uma pista útil para estimar a frequência ou probabilidade, pois quando são ocorrências de classes amplas (modais) são geralmente recordadas melhor e mais rapidamente do que ocorrências de classes menos frequentes. Porém, a Disponibilidade é mais afetada por outros fatores além da frequência e da probabilidade. Consequentemente, a confiança na Disponibilidade leva a vieses previsíveis, pois quando o tamanho de uma classe é julgado pela Disponibilidade de suas ocorrências, esta classe sendo mais facilmente recuperável, parecerá assim mais numerosa do que uma classe de igual frequência cujas ocorrências são menos recuperáveis.

### **Uma opinião crítica**

O Programa Heurísticas e Vieses também apresentou reações negativas, como as do psicólogo Gerd Gigerenzer (1994), tido pelos próprios autores citados, Tversky e Kahneman, como o mais contundente crítico ao programa. O foco principal da crítica de Gigerenzer é o fato que, de acordo com Tversky e Kahneman, os seres humanos foram programados para serem sistematicamente, teimosamente irracionais ao fazer decisões sob incerteza – pelo menos, na maior parte do tempo. Esta crítica observa também que a psicologia cognitiva, desde o início do Programa Heurísticas e Vieses tornara-se quase sinônimo da investigação do irracional. A crítica do autor é contundente e por vezes pejorativa, se referindo ao programa que insiste em sugerir que o excesso de confiança dos indivíduos produz desvios sistemáticos da racionalidade.

Ao declarar em um artigo que o Programa Heurísticas e Vieses chega até a sugerir que “somos uma espécie cega para a probabilidade”, Gigerenzer (1994) pergunta: “Nossa mente está equipada ou não com algoritmos estatísticos corretos? Ou somente com algoritmos impróprios baseados nas regras de heurísticas como a da Representatividade?” (tradução livre).

A conclusão de Gigerenzer é que algoritmos precisam de informação, e informação precisa de representação (este é o tema central da crítica ao Programa Heurísticas e Vieses). Assim o problema estaria não nos algoritmos e sim, na forma como a informação do problema é passada. Como exemplo, cita o fato de que, ao colocar em um problema “o que é mais provável”?; este “provável” pode referir-se a típico, protótipo, frequente, credível, para o peso de uma evidência, de acordo com o dicionário, e a maioria destes significados não se referem às leis de probabilidade.

Gigerenzer (1994) em seu trabalho, testa as mesmas questões de Tversky e Kahneman mudando o formato do problema e, ao invés de perguntar sobre a “probabilidade”, pergunta por julgamentos de frequência, numa abordagem estatística, conforme descrito em Oliveira (2016).

Assim, no estudo de Gigerenzer (1994), as violações para o problema citado foram de 20% enquanto que em um teste do mesmo problema do trabalho de Tversky e Kahneman (1983), as violações foram de 85%. Gigerenzer ilustra ainda com mais dois tipos de heurísticas usando a mesma estratégia de mudança na representação da informação, e as violações também diminuem significativamente.

Para finalizar, Gigerenzer se refere às heurísticas como “alegadas ilusões cognitivas estáveis”, e observa que as evidências de seus testes servem para confirmar esta previsão, enquanto que os pesquisadores Kahneman e Tversky responderam que quando iniciaram o programa, questionaram o pressuposto dogmático de que a mente é lógica e racional. Este embate evoluiu desde então, e hoje o Programa Heurísticas e Vieses possui uma visão muito mais ampla do que no início. Entretanto o fato é que, nos dois casos, existem apontamentos para fazer com que os erros de julgamento em probabilidade diminuam.

É importante que o aluno entenda as premissas necessárias à estimação em estatística e em probabilidade, se pensarmos que estamos diante de pessoas que querem minimizar o erro médio de previsão, ou seja, com comportamento conservador. Assim, conhecer e discutir a presença destas heurísticas no ambiente escolar é importante para entender como elas funcionam no raciocínio dos alunos em estatística e probabilidade, o que favorecerá a intervenção do professor.

## **Metodologia e desenvolvimento da pesquisa**

O trabalho com os alunos foi dividido em três momentos, que descrevemos a seguir:

- Primeiro momento: foi realizada uma investigação exploratória aplicando um questionário (pré-teste) com questões que remetiam aos erros de raciocínio sistemáticos citados pelos autores do Programa Heurísticas e Vieses. O pré-teste foi aplicado a todos os alunos de três turmas de 2º ano ensino médio, após 2 aulas preliminares com mais 2 aulas para a aplicação do questionário (1ª semana de aula). Os resultados obtidos foram analisados.
- Segundo momento: após os resultados das análises do pré-teste, foram propostas ações didáticas, onde atividades e formas de abordagem em sala de aula foram aplicadas ao longo cerca de 5 semanas.
- Terceiro momento: ao final do bimestre (nas 7ª e 8ª semanas), foi aplicado um outro questionário, o pós-teste, ou “teste de retenção” (Severino,2007), para verificar a influência das atividades propostas no momento anterior nas heurísticas e vieses no julgamento sob incerteza. Neste artigo apresentamos 3 questões aplicadas no pós-teste selecionadas dentre as aplicadas no pré-teste (questões-chave cujas heurísticas e vieses foram mais fortemente encontrados).

### **O pré-teste: aplicação e resultados**

Este estudo foi iniciado com todos os 88 alunos de três turmas de 2º ano médio de uma escola pública de São Paulo, no ano de 2015.

Após as duas aulas introdutórias, foi aplicado o questionário, composto por várias questões, sendo que em cada questão o aluno foi instado a estimar um valor de probabilidade diante de um cenário (na maioria das vezes incompleto), e em seguida a colocar a sua justificativa para o valor dado. Neste artigo serão analisadas 3 questões e as demais podem ser encontradas em Oliveira (2016).

Os alunos foram informados que as probabilidades teriam que ser estimadas de acordo com suas avaliações (opiniões) individuais de cada situação-problema, sem nenhuma preocupação em “acertar” ou “errar”, mas que seria importante fornecer as justificativas para cada valor estimado. No Quadro 1 encontram-se os enunciados das três questões, as discussões geradas, as heurísticas associadas e algumas estatísticas descritivas apresentadas.

Quadro 1: Aplicação do Questionário (pré-teste) - aspectos do conhecimento e os resultados

Enunciado das questões	A aplicação
<p>1. Carlos é muito tímido e retraído, mas sempre prestativo e atencioso com as pessoas, necessita de organização e ordem pois é muito detalhista. Para cada profissão abaixo dê a chance de 0% a 100% (probabilidade) que, em sua opinião Carlos poderia ter e, em seguida, justifique o valor dado: a) Vendedor; b) Fazendeiro ou agricultor; c) Físico; d) Advogado; e) Engenheiro.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Muitas dúvidas pela maioria dos alunos, pois pensaram que tinham que optar por uma profissão apenas, e ainda, colocar simplesmente a probabilidade sem justificativas.</li> <li>Questionamento sobre como estimar a probabilidade, ou ainda, como justificar uma probabilidade ou chance de Carlos ser vendedor, ou advogado, pois segundo sua principal preocupação era a de que não havia dados para se colocar um valor.</li> <li>Outras profissões geraram dúvidas, como a profissão de físico, que foi logo explicada resumidamente para que dessem prosseguimento às respostas.</li> </ul>
<p>Mediana para físico 0,60 e 0,25 para vendedor; Tendência a julgar como mais provável Físico: viés de Representatividade pelo estereótipo.</p>	
<p>2. Fornecer uma estimativa de probabilidade da moeda ser honesta em cada caso de sequências de resultados [(C,K,C,K,K,C), (C,C,C,K,K,K) e (C,C,C,C,K,C)].</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>O termo “honestidade” gerou muita indecisão, já que a dúvida principal era sobre a impossibilidade de saber sem ter uma moeda para lançar; em que tive que reforçar a leitura do enunciado para que entendessem e dessem prosseguimento.</li> <li>Muitos perguntaram como fornecer uma probabilidade ou, como extrair este valor, tal era a insegurança dos alunos nas respostas.</li> </ul>
<p>Mediana 0,30 para CCCCKC e 0,50 para as demais. Tendência a julgar como mais honesta a sequência CKCKKC e a próxima face de acordo com o formato da sequência – forte viés de Representatividade, com a fé exagerada em pequenas amostras.</p>	
<p>3. Estimar a probabilidade de que uma loja tenha o mesmo resultado no segundo semestre.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dúvidas como: “Qual o tipo de loja”?; ou “Como é o final do ano, sempre vendem mais”? Intervenções para o aluno se ater às condições do problema de forma mais imparcial possível foram necessárias.</li> </ul>
<p>Mediana 0,50 para a loja ter resultado ruim. Tendência a respostas conservadoras – viés de Disponibilidade não detectado no geral, sendo que apenas um percentual dos alunos (cerca de 10% em média por questão) optou por respostas mais radicais levados pelo viés de Disponibilidade, citando exemplos de eventos vividos por pessoas conhecidas ou enxergando determinados perfis diante do cenário incompleto.</p>	

Fonte: dados da pesquisa

## **Ações didáticas e a experiência em sala de aula**

A abordagem e as atividades para o ensino de probabilidade e estatística a seguir foram pensadas de acordo com os resultados do levantamento do pré-teste, bem como pelas pesquisas apontadas pelo referencial descrito na primeira seção.

Todas essas ações contêm um ponto fundamental que se traduz em uma abordagem contextualizada onde se ensina utilizando dados reais, que permitam experiências em sala de aula e que aumentem e ampliem a visão da teoria. Acreditamos que esta abordagem possa ampliar o espectro de raciocínio do aluno para que se sinta mais preparado ao fazer estimativas/previsões em diferentes contextos.

Essas ações estão descritas com mais detalhes em Oliveira (2016) e embasaram todas as atividades realizadas em sala de aula. Seria como uma declaração dos princípios didáticos que nortearam as aulas (semanas de 2 a 6) que podem auxiliar na montagem de sequências didáticas de diferentes naturezas. A seguir será apresentado um resumo das ações, e no Quadro 2, as manifestações encontradas em sala de aula.

### **Formulação das Ações**

**1** - Aproveitar o próprio momento de expor a teoria para coletar os dados, entrevistar os alunos verbalmente e incluir os dados de cada um, para que cada aluno enxergue sua informação individual como um dado real, vivo e atuante no problema. Assim, olhar os dados com uma visão de que não seguem modelos fixos e considerar o fator erro, conforme citado do artigo de Batanero et al. (1994), para que não negligencie os dados nos julgamentos. Aqui seria uma possível forma de diminuir o viés de Representatividade.

**2** - Diminuir o formalismo na exposição da teoria de probabilidade significa no nosso caso utilizar pouco, ou talvez suprimir, a linguagem dos conjuntos, utilizando as tabelas de dupla entrada para os dados, já que a sua visualização realça o conjunto dos dados de forma resumida, com o aluno tendo uma informação que lhe pode ser mais tratável sob a forma de frequências ou proporções. Isto corrobora a ideia de Gigerenzer (1994), para quem a mudança no formato da informação pode reduzir os efeitos dos erros de julgamento.

**3** - Elaborar questões discursivas, pedindo ao aluno para justificar sua decisão, trazendo o aluno à reflexão para que não incorra no erro de julgamento como na heurística das concepções errôneas de possibilidade, sobre a fé exagerada em pequenas amostras. Neste

caso, o aluno terá que refletir que os valores que possui não fazem com que aconteçam, e que ele não pode ter certeza a priori sobre uma extração ou sorteio.

**4** – Encarar a probabilidade com menos formalismo, tentando se aproximar do caráter experimental da busca de um modelo. Dentro da crítica ao formalismo que Batanero et al.(1994) observaram, o fator de se ensinar através de experiências fenomenológicas como a simulação, vai de encontro à forma como se ensina matemática, em que frequentemente se subestima a conjectura estatística da variabilidade e a incerteza diante de um resultado, como o lançamento de moedas ou dados realizados pelos alunos em sala de aula.

**5** – Propiciar situações em sala de aula para que o aluno desenvolva um raciocínio de forma diferenciada ante a incerteza, a fim de compreender a teoria das probabilidades O desafio descrito em Gelman e Glickman (2000) tenta envolver os alunos em uma aprendizagem mais relevante, diante dos dados, principalmente quando os resultados contra-intuitivos aparecem (citam inclusive o trabalho de Tversky e Kahneman para o caso específico desta atividade, o fenômeno da chamada “Lei dos Pequenos Números” dentro do viés de Representatividade), motivando-os a aprender como os métodos em probabilidade e estatística podem ser usados para explicar a variação no mundo real.

Gelman e Glickman chamam seu desafio de “Lançamento de moedas: real x falso”, onde os alunos são desafiados a criar mentalmente uma sequência de jogadas com uma moeda e depois jogar de fato uma sequência, colocando ambos resultados no quadro, que serão identificados pelo professor posteriormente, utilizando a ideia da aleatoriedade das sequências e discutindo assim o perigo da “fé em pequenas amostras”.

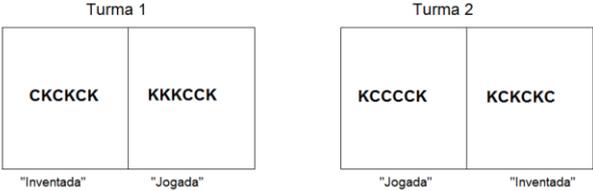
**6** – Ampliar a discussão associada ao tópico anterior começando com a questão: “Qual a probabilidade de germinação de uma semente”?

Nesta questão, característica de uma situação de resultado dicotômico (germinar ou não germinar), estamos buscando um sentido para um valor de probabilidade, que não pode e nem deve simplesmente ser padronizada como sendo 50% de chance diante da incerteza. Neste caso a discussão seria encaminhada para a realização de experimentos para se estimar esta probabilidade, da mesma forma que o experimento aleatório do lançamento de moedas. É interessante a discussão dos experimentos aleatórios realizados em agricultura para produzir os valores de *probabilidade de germinação*.

**7** – Pensar no desenvolvimento de procedimentos estatísticos hipotéticos para a estimação de probabilidade, ressaltando a importância das condições necessárias para que sejam procedimentos aleatórios, repetidos sob as mesmas condições. Reflexões feitas pelos

alunos podem ajudar também a diminuir os problemas das heurísticas de Representatividade e Disponibilidade que levam a erros sistemáticos, já que, ao “criar” uma situação ou procedimento aleatório, o aluno observará que a probabilidade é uma medida de incerteza em que não se pode negligenciar os diversos fatores que a afetam, e a intenção é que o aluno identifique o espaço amostral, tão importante para a estimação. Assim, o Segundo Momento envolveu o desenvolvimento nas semanas de 2 a 6, como já comentado, das ações propostas e os alunos se envolveram com a discussão de vários pontos colocados em sala de aula. O Quadro 2 apresenta algumas das experiências realizadas, baseadas nas ações descritas, com relatos de algumas intervenções dos alunos.

Quadro 2: Resumo das ações e a experiência em sala de aula

Ações	Experiência e Heurísticas
1. Coleta de dados durante a aula.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construção de uma tabela de dupla entrada: “Preferência musical” por “Gêneros” para estimar probabilidades. Participação efetiva dos alunos e maior fluidez à aula;</li> <li>• Outra questão proposta “Qual a probabilidade desta aluna que está entrando nesta sala agora goste de Rock?” Os alunos, ao notarem a aluna toda vestida de preto, respondem que “dada sua roupa, esta probabilidade é alta”. Seu traje tinha o estereótipo do tipo musical: o que mostra a permanência do viés de Representatividade.</li> <li>• Discussão do erro pelo estereótipo.</li> </ul>
2. Abordagem com exemplos contextualizados, mudança no formato da informação com preferência para frequências e uso de tabelas a formalismos.	
3. Questões discursivas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Experiência de simulação com moedas em duas aulas seguidas;</li> </ul>
4. Simulação em sala de aula.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Incômodo dos alunos com sequências de resultados iguais, viés da Lei dos Pequenos Números detectado: orientação para que seguissem com a experiência dando ênfase ao resultado global (considerado intervalo de aceitação de 0,40 e 0,60);</li> </ul>
5. Desafios que testem a “Lei dos Pequenos Números”.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• As turmas mostraram interesse e entusiasmo pelo desafio, e anotaram os valores conforme abaixo:</li> </ul> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  <p style="font-size: small; margin: 0;">Turma 1: "Inventada" CKCKCK, "Jogada" KKKCKK. Turma 2: "Jogada" KCCCCK, "Inventada" KCKCKC.</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequências inventadas mostravam claramente resultados alternados: viés de Representatividade detectado novamente e resistindo. Intervenção com discussão dos resultados encontrados.</li> </ul>
6. Pesquisas que estimulem a reflexão sobre a teoria.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nenhum aluno respondeu que a chance de germinação é de 50%. A maioria apresentou a priori estimativas com valores</li> </ul>

	altos (acima de 0,80). Discussão dos experimentos estatísticos para a estimação.
7. Estimular o pensamento quanto a procedimentos experimentais estatísticos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Respostas satisfatórias quanto aos experimentos estatísticos;</li> <li>• Tendência a considerarem amostras grandes (n=500 ou n=1000), diante de fenômenos tidos por eles como mais complexos;</li> <li>• Intuição da variabilidade (desvio padrão) implícita nos fenômenos.</li> </ul>

Fonte: dados da pesquisa

### **O pós-teste: aplicação, resultados e comparação com o pré-teste**

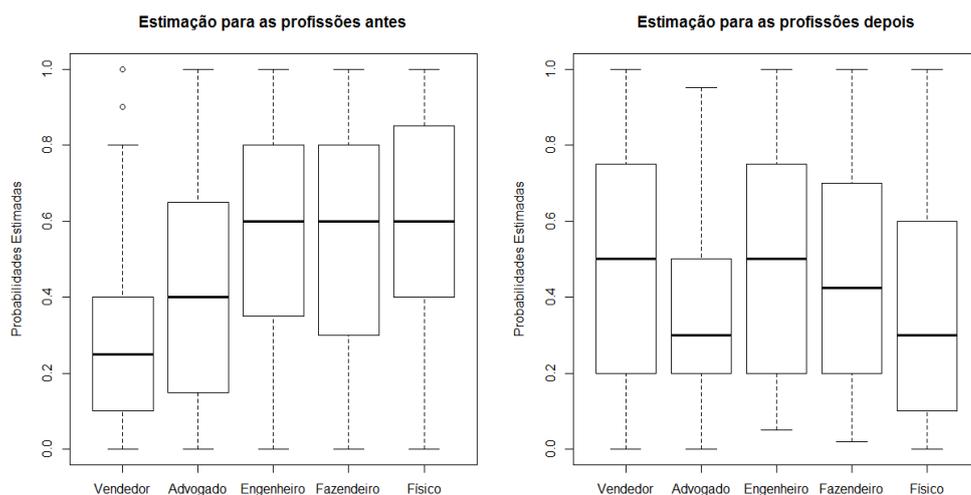
Após o término do bimestre e da aplicação das atividades propostas para a sala de aula descritas nas ações, foi aplicado um teste com as questões apontadas para o mapeamento das heurísticas de Representatividade e Disponibilidade no início da pesquisa, ou seja, antes dos alunos terem treinamento em probabilidade e/ou estatística.

O tempo das aulas e atividades foi de efetivamente 5 semanas entre o pré-teste (sondagem) e o pós-teste (retenção). Para medir a eficácia das ações em sala de aula, selecionamos três questões para mapear as heurísticas, colocadas de acordo com a numeração do questionário do primeiro momento de pesquisa. Os resultados estão descritos a seguir.

#### *Questão 1 - profissões*

A partir da Figura 1 verificamos as diferenças mais sensíveis entre os dois momentos de aplicação nas profissões de vendedor e físico, com a inversão das estimativas de probabilidades. Os alunos presentes no dia da aplicação (74) responderam à questão, e o percentual de respostas sem justificativas se manteve entre 10% a 25%. A profissão que teve mudança mais sensível foi a de vendedor, na qual a mediana passou de 0,25 para 0,50, deixando de concentrar 75% dos alunos abaixo de 0,40 para uma distribuição praticamente uniforme entre 0 e 1. A outra profissão foi a de físico com a mediana que antes estava em 0,60 caindo consideravelmente para 0,30, diminuindo sensivelmente a opção pela profissão, deixando de lado o estereótipo do perfil descrito para Carlos (viés de Representatividade), levando em consideração a taxa base de vendedor na população.

Figura 1: Comparativo geral das profissões, pré-teste e pós-teste.



Fonte: dados da pesquisa

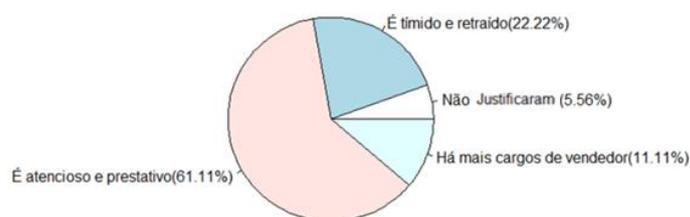
O panorama geral do comparativo das medianas indica uma mudança de inclinação pelas profissões, que antes partiam da menos provável como vendedor até a mais provável de físico. Após o curso, a profissão de vendedor se tornou a mais provável, enquanto que a menos provável ficou a de físico. No entanto, esta mudança não se deu em sua totalidade por considerações das frequências das profissões de acordo com a população considerada pelos alunos. Uma análise das justificativas dos casos mais sensíveis nos deu uma visão mais clara da mudança.

As justificativas da profissão de vendedor, conforme a Figura 3, para os alunos que estimaram probabilidades dentro dos 50% centrais (de 0,20 a 0,75), mantiveram-se de acordo com os estereótipos e do viés de Representatividade, assim como no pré-teste, apesar de a probabilidade de vendedor ter crescido no pós-teste. Somente uma quantidade reduzida (4 alunos), apresentou considerações das frequências das profissões na nossa população em questão nas justificativas: “Há mais cargos de vendedor”! ou “Há mais vendedores no mercado de trabalho!” Ou seja, cresceu a probabilidade de vendedor no pós-teste sem ter sido acompanhada de justificativas adequadas (taxa-base) na mesma proporção.

O efeito das atividades aplicadas durante o bimestre letivo a princípio foi muito reduzido, fazendo com que apenas uma parte muito reduzida dos alunos não negligenciassem as taxas-base para se guiarem pelos estereótipos.

Figura 2: Justificativas das estimativas da profissão de vendedor após as atividades (n=37).

Justificativas dos alunos (50% do total) que atribuíram probabilidades entre 0,20 e 0,75



Fonte: dados da pesquisa

Para as profissões de advogado, fazendeiro e engenheiro, as justificativas se mantiveram com foco nas características apresentadas de Carlos.

Na profissão de físico, que teve a maior mudança dentre todas as profissões, com a mediana caindo de 0,60 para 0,30, tivemos ainda 75% dos alunos julgando como probabilidade de exercer esta profissão no pós-teste abaixo do valor da mediana no pré-teste sendo muito semelhante as justificativas apresentadas às da profissão de vendedor. Outro fator é o aumento da variabilidade, visível no intervalo interquartil conforme a Figura 1, cujo tamanho foi aumentado de 0,30 para 0,55, dando mais evidências, além da nova parcela que considerou as taxas base considerando a população, de alguma inclinação para mudanças no julgamento, isto é, levando em conta outros fatores que não o estereótipo apresentado, que fora tão significativo no pré-teste.

Por fim, para as estimativas acima do terceiro quartil, e atentos às profissões com mudanças mais significativas, como a de vendedor, observamos que as decisões foram menos afetadas pela Representatividade, pois a consideração para o fato de que há mais vendedores na população em questão aumentou de 11% do grupo central, para 45% neste grupo, com frases do tipo: “Há mais vendedores no mercado de trabalho”.

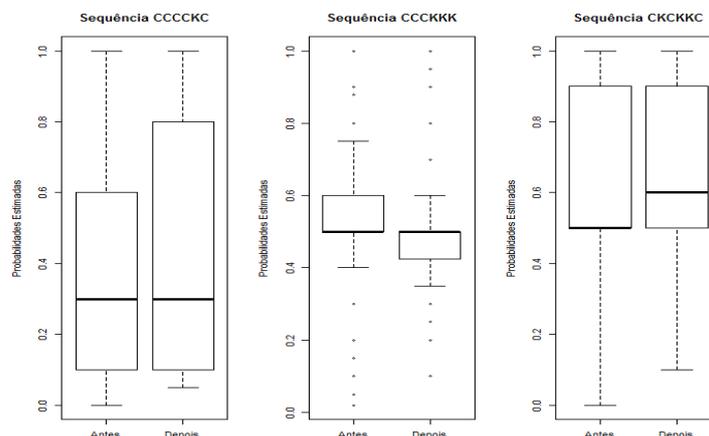
Em suma, as mudanças no panorama geral das estimativas para as profissões foram significativas, mas não eliminaram completamente o viés de Representatividade, mesmo com a preparação anterior – embora tenha, como comentado, diminuído a sua incidência.

### *Questão 2 - sequências de lançamentos de moedas*

Os resultados mostraram na questão 2 que, para os três tipos de sequências de lançamentos, não houve mudanças tão sensíveis quanto as observadas na questão anterior. Nesta questão, o percentual de alunos que deixaram em branco (cerca de 12% já considerando 9 alunos que não fizeram o pré-teste) se manteve próximo ao do apresentado no pré-teste (cerca de 11%), assim como o alto percentual de estimativas sem

justificativas, revelando ainda muitas dúvidas dos alunos com este tipo de questão, a qual verificamos possuir um teor mais abstrato e não contextual, que gerou dificuldades maiores do que as encontradas nas questões contextuais como das profissões, ou do resultado de uma loja, etc. As alterações seguem na Figura 3.

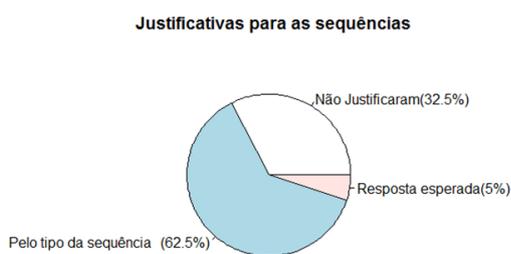
Figura 3: Comparativos das estimativas para as sequências no pré-teste e pós-teste.



Fonte: dados da pesquisa

Os fatores que justificaram estas alterações, ainda que não significativas com relação à questão 1, na preferência dos alunos após as aulas, no entanto, permaneceram atrelados à Representatividade, e como foram semelhantes para as três sequências, agrupamos todas as respostas em um só gráfico, para um total de 88 alunos respondentes, como segue:

Figura 4: Justificativas globais para as estimativas das sequências após as atividades.



Fonte: dados da pesquisa

Para a resposta esperada, isto é, que a chance é a mesma para todas as sequências, ou de forma razoável o aluno poderia apresentar certo tipo de contagem para estimar a probabilidade, tivemos apenas 5% dos alunos. Já os 62,5% justificaram pelo viés de Representatividade, observado nos seus argumentos: -“Porque está equilibrada”; “Pois tem três caras e três coroas”; “Pois está mais balanceada, ou menos balanceada”; “Pois é mais difícil sair cara, ou vice-versa”.

As outras análises do terceiro quartil, bem como das justificativas acima deste, não tiveram mudanças significativas. O novo item (“Como você poderia ter mais certeza sobre a honestidade da moeda?”), apresentou inconsistência nas respostas para grande maioria dos alunos, isto é, respostas que não levaram em consideração o cenário do problema proposto, no sentido das condições apresentadas, mas que também não forneceram a resposta esperada, onde 45% deram respostas do tipo: -“Teria mais certeza se eu jogasse a moeda”; “Faria um cálculo de probabilidade”; “Olharia o gráfico”.

A última justificativa revelou o fato dos alunos terem vaga lembrança da atividade do lançamento de moedas, de onde retiraram a ideia de verificar o gráfico que no caso, seria o da convergência na experiência. Isso mostra a importância da reflexão feita logo após a experiência da planilha dos lançamentos das moedas, conforme havíamos apontado como um item importante nas listas de atividades, no quesito de questão discursiva. Novamente foi observada uma resistência no viés de Representatividade, mas neste caso a resistência foi maior do que na questão anterior.

### *Questão 3 - situação da loja*

Na questão 3, do resultado da loja permanecer ruim, bem como nas similares do questionário do pré-teste, o fenômeno da Disponibilidade foi detectado de forma bem mais moderada do que no caso da Representatividade, havendo uma tendência a probabilidades moderadas (entre 0,40 e 0,60) com uma divisão nos julgamentos, onde os alunos levaram em consideração fatores implícitos às questões retirados de seu conhecimento de mundo.

O fato de os alunos terem levado em conta fatores contrários ao que a descrição indicava, colocando dúvidas como no caso da loja: “Qual o tipo de loja?”; ou “Como é o final do ano, sempre vendem mais?”; fez com que não fossem afetados pelo viés de Disponibilidade pelos exemplos que possivelmente lhes ocorressem, tanto no pré-teste como no pós-teste, ou seja, não julgaram como nas demais questões de acordo com os exemplos ressaltados quase que diariamente pela mídia, mostrando que acreditaram no fator da incerteza para não tomarem decisões apenas pela descrição dada no problema.

Sob a ótica da Representatividade, as questões no pré-teste e no pós-teste, quer sobre as profissões quer sobre o lançamento das moedas mostraram a permanência de uma certa resistência dos alunos. No caso das profissões, mesmo com alguma inversão no pós-teste, ainda assim os alunos não se ativeram à taxa-base. No caso do lançamento das moedas,

os resultados se mantiveram praticamente iguais, mostrando o efeito da Representatividade praticamente inalterado no pós-teste.

Quanto à Disponibilidade, o resultado do pós-teste envolvendo a loja permaneceu dentro do mesmo patamar do pré-teste, com estimativas mais moderadas, demonstrando um menor efeito da Disponibilidade para questões em que o contexto ajudou os alunos a considerarem outros fatores ausentes na descrição, sobre os quais eles teriam algum conhecimento a priori.

Estes resultados parecem corroborar a afirmação de Kahneman (2012) para quem as situações relacionadas à Representatividade são mais difíceis, pela própria natureza do monitoramento das heurísticas, enquanto que as situações relacionadas à Disponibilidade são mais simples pela gama de exemplos da vivência do aluno que são acionadas para oferecer uma solução.

O intuito de trazer à tona esta abordagem é torná-la conhecida dos professores de matemática da escola básica, de forma a motivá-los a fazerem mais pesquisas com seus alunos, utilizando variadas metodologias, para enriquecer a discussão sobre o tema.

## **Considerações finais e o ensino da Estatística**

Este artigo procurou apresentar as heurísticas de Representatividade e de Disponibilidade que, com maior ou menor intensidade, podem levar a conclusões enganosas, e que são objeto do Programa Heurísticas e Vieses (KAHNEMAN e TVERSKY, 1974).

O levantamento das respostas das questões do pré-teste mostrou que a questão, cujo meio favoreceu uma resposta conjuntural, nem sempre apresentou os vieses da Representatividade e Disponibilidade (sucesso ou fracasso da loja). Dentro de nossa realidade, questões desse tipo possuem um contexto em que o aluno possui algum conhecimento, em que o meio lhe é familiar, fazendo, no exemplo considerado, com que o comportamento das estimativas tivessem medianas razoáveis de acordo com a resposta esperada (mediana de 0,50), indicando qualquer resultado possível mediante informações irrelevantes, levando em conta abstrações e informações que não constavam na questão, mas que serviram para lhes fornecer apoio necessário para um julgamento pelo menos não tão precipitado.

Kahneman (2012) sugere uma prática para disciplinar a intuição, já que as crenças e ideias que vêm à mente são praticamente automáticas. A sugestão envolve dois passos:

- (1) Ancore seu julgamento da probabilidade de um resultado numa taxa-base plausível.
- (2) Questione a *diagnosticidade* de sua evidência (o quanto ela faz sentido para você).

O primeiro passo é o mais complicado, pois exige um esforço de atenção constante, em que o próprio Kahneman assume não ser otimista quanto ao controle ou eliminação dos vieses, pois segundo ele é uma ação exaustiva. Já o segundo passo, que em particular tem ligação com as questões contextuais do cotidiano do aluno, é o que as torna tão importantes, pois foi a ação tomada pelos alunos ao questionar o cenário (no caso escasso e em alguns casos não informativos), gerando outros fatores não considerados no problema, que efetivamente ajudaram a julgar as probabilidades de forma mais conservadora, isto é, de 0,50 para qualquer resultado.

Tversky e Kahneman (1983), em um dos seus estudos sobre o efeito da Representatividade na probabilidade, fizeram um levantamento com 64 estudantes de pós-graduação em ciências sociais de universidades norte-americanas, onde todos possuíam créditos em várias disciplinas de estatística. O resultado foi que 36% apenas deles cometeram violações. Assim, a educação estatística no estudo dos autores produziu uma maioria (64%) em conformidade com as regras de probabilidade, mas ainda assim foi considerado alto o índice de violações para um grupo educado estatisticamente. Este resultado indica que mesmo para um grupo que obteve treinamento em estatística e probabilidade, o fenômeno da Representatividade não é erradicado, de onde podemos concluir com base neste estudo, que apesar das atividades e aulas propostas e aplicadas, não se pode erradicar por completo as falácias ou heurísticas no julgamento dos alunos, pois, de acordo com os pesquisadores:

“Pesquisas modernas de categorização de objetos e eventos mostraram que as informações são comumente armazenadas e processadas por modelos mentais, tais como protótipos ou esquemas. É natural que a estimação da probabilidade de um evento seja estimada pelo grau com que o evento seja representativo de um apropriado modelo mental”.(tradução livre) (TVERSKY e KAHNEMAN, 1983)

Com respeito à Disponibilidade, Kahneman et al (1982) acreditam que ela fornece um mecanismo pelo qual ocorrências de extrema utilidade, por exemplo ganhar na loteria, possam parecer mais prováveis do que realmente são.

A crítica de Gigerenzer (1994) ao Programa aponta a importância da representação da informação, pois as pessoas se confundem ao receber a informação sob forma de probabilidades de eventos simples (na forma 0.40 ou 0.15 por exemplo) preferindo a

representação sob a forma de frequências (na forma “uma entre oito”, por exemplo) O mesmo autor considera um absurdo dizer, por exemplo, que o Sr. X, agora com 40 anos de idade por exemplo, tem a probabilidade de 0.011 de morrer no próximo ano, pois esta probabilidade está ligada a uma classe, mas não a uma pessoa em particular, e confunde a percepção do aluno. Em suma, para Gigerenzer, o bom funcionamento de um algoritmo mental depende da maneira como a informação é apresentada, e não aceita a tese do Programa isto é, de que “nossa mente não está preparada para pensar estatisticamente”, pois isto remete ao perigoso caminho de se deduzir a irracionalidade do ser humano.

A propósito das críticas apresentadas acima, Kahneman (2012) comenta que a intenção, desde o início da criação do Programa com Tversky, fora apenas a de contestar a racionalidade como um dogma. A forma como são atualmente encaradas as heurísticas e vieses evoluiu muito desde o início das pesquisas. Hoje, Kahneman descreve a mente provida com dois hipotéticos sistemas cognitivos: um rápido, intuitivo e automático, enquanto que o outro sistema opera lentamente, é analítico e requer esforço e atenção. Esta configuração, para ele, explica o que Gigerenzer criticava como sugestão à irracionalidade, pois as heurísticas e vieses são fruto das ideias e sugestões do sistema automático, mesmo monitorado pelo sistema analítico.

Uma vez que ao longo da vida fazemos muitos julgamentos, convivemos com o conflito entre o conceito intuitivo de probabilidade e a estrutura lógica desse mesmo conceito. De um lado, não é razoável esperar que sejam abandonadas as heurísticas de avaliação de incerteza, pois disso depende a construção de nosso conhecimento de mundo. Por outro lado, não podemos negligenciar as leis probabilísticas, pois elas capturam realidades também deste mundo. O problema (segundo Kahneman et al., 1982) se resume em conservar o que for útil e válido em um julgamento intuitivo, enquanto corrigimos erros e vieses aos quais ele estiver vulnerável.

Como a mente funciona ou quais os mecanismos que levam a um raciocínio eficiente diante da informação? Estas questões ainda estão em aberto e são referência para toda a corrente de pesquisa que é o Programa Heurísticas e Vieses, bem como a pesquisa em psicologia cognitiva de Gerd Gigerenzer, para citar algumas correntes. Criar formas de monitoramento do sistema automático, talvez seja a chave do enigma de eliminação ou diminuição e controle das heurísticas e vieses. Este foi o intuito deste trabalho: utilizar as ferramentas que apontem os mecanismos de abordagem para o ensino de probabilidade e estatística, para tentar a erradicação dos vieses.

É inegável a contribuição no campo de ensino, de saber como as intuições são formadas, como os julgamentos ocorrem, tão necessários diante de disciplinas que utilizam processos lógicos como a estatística e probabilidade; e se a controvérsia levantada por Gigerenzer tem por um lado seus argumentos em defesa do homem racional, o Programa Heurísticas e Vieses procura cada vez mais elucidar as intrincadas veredas de nosso sistema cognitivo, analítico e intuitivo. Ambas as correntes estão em busca da solução de problemas de julgamento.

O ensino de estatística e probabilidade é fundamental na formação do aluno de modo geral, como tomador de decisões, seja no campo profissional ou em sua vida particular. Ao se deparar com cenários de risco, com informações escassas que levam à construção de histórias coerentes, geralmente incorretas, o aluno, de posse de um treinamento, poderá agir de forma mais consistente com a realidade. Para um treinamento efetivo é importante criar o ambiente mais propício possível, a despeito de fatores que podem comprometer os objetivos, como a estrutura da escola, a defasagem com relação ao conteúdo fundamental de matemática e a falta de professores, parte do conjunto de problemas pelos quais passa a educação básica do país.

Kahneman (2012) sugere que os erros de previsão são inevitáveis porque o mundo é imprevisível. No entanto obtivemos evidências de que conhecer os mecanismos ligados ao raciocínio é fundamental para tornar a aula efetiva e essencial em sua busca para um entendimento da disciplina de probabilidade e estatística e erradicação, pelo menos em parte, de vieses.

Uma sugestão prática seria começar já no fundamental II uma discussão de problemas da natureza dos que foram vistos neste trabalho de forma a ir construindo uma referência deste tipo de raciocínio com os alunos. Simulação também é recomendável, o que pode ajudar a diminuir a resistência dos alunos em aceitar alguns argumentos probabilísticos. Fazer com que o ensino básico de estatística e probabilidade não se restrinja aos aspectos algoritmizados da matemática e que tenha um sentido cada vez mais efetivo para o aluno, e fazer com que os conceitos tenham um lugar essencial em suas vidas, para que as decisões sejam conscientes, devem ser os objetivos a serem perseguidos por todos aqueles que querem participar da formação de um cidadão pleno.

## Referências

- Batanero, C; Godino, J.D.; Vallecillos, A; Green, D.R.; Holmes, P. *Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts*. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 25(4), 527-547. 1994
- Currículo do Estado de São Paulo. *Matemática e suas tecnologias*. Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. 2011
- Gelman, A.; Glickman, M. *Some Class-Participations for Introductory Probability and Statistics*. Journal of educational and Behavioral Statistics. V.25(1). 2000
- Gigerenzer, G. *Why the distinction between single-event probabilities and frequencies is important for psychology (and vice versa)*. Wright; Ayton (Eds.). 1994
- Kahneman, D.; Slovic, P.; Tversky, A. *Judgment Under Uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge University Press. Cap.34: On the study of statistical intuitions. 1982
- Kahneman, D. *Rápido e Devagar, duas formas de pensar*; tradução Cássio de Arantes Leite. Objetiva. 2012
- Oliveira, C. *Julgando sob incerteza, heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística*. Dissertação de Mestrado. IME USP. 2016
- Severino, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 23 ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez. 2007
- Tversky, A; Kahneman, D. *Judgment Under Uncertainty, Heuristics and Biases: Biases in judgments reveal some heuristics of thinking under uncertainty*. Science, Vol. 185, September. 1974
- Tversky, A; Kahneman, D. *Extensional Versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment*. Psychological Review, Vol. 90, Number 4. American Psychological Association, Inc. 1983

Recebido em 19/09/2016  
Aceito em 05/11/2016