

## Um estudo comparativo sobre as habilidades geométricas de um grupo de alunos da educação básica

A comparative study on geometric abilities of a group of school children

---

KARLA APARECIDA LOVIS<sup>1</sup>  
MAIARA ELIS LUNKES<sup>2</sup>  
EDER ANTÔNIO TOCHETTO<sup>3</sup>  
VALDENI SOLIANI FRANCO<sup>4</sup>

### Resumo

*O objetivo deste artigo é apresentar uma pesquisa na qual foram identificadas e analisadas as habilidades que um grupo de alunos da Educação Básica apresentam com relação aos conteúdos geométricos. Para concretizar o trabalho foi aplicado um questionário com questões de geometria para alunos dos anos iniciais e finais do ensino fundamental e ensino médio. Após as análises, constatou-se que a maioria dos discentes ainda não construiu habilidades consideradas indispensáveis no que se refere aos conceitos geométricos. Em alguns casos, observou-se que os alunos dos anos iniciais conseguem apresentar habilidades mais desenvolvidas do que os discentes dos demais níveis. Notou-se nos alunos dos anos finais do ensino fundamental e médio, uma defasagem com relação as habilidades de comunicação, aplicação e conhecimento.*

**Palavras-Chave:** Educação Matemática, Conceitos Geométricos, Habilidades.

### Abstract

*A research which identified and analyzed the abilities on geometric abilities of a group of school children is provided. A questionnaire with questions on Geometry was applied to students of the first years of schooling and to high school ones. Most students had not constructed indispensable abilities with regard to geometric concepts. In certain cases, children of the first years of the primary school revealed more developed abilities than students at other school stages. Results show that primary and high school students demonstrate a great lag with regard to communication, application and knowledge abilities.*

**Keywords:** Mathematical education, Geometric concepts, abilities.

---

<sup>1</sup> Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática – karla.lovis@ifc.edu.br

<sup>2</sup> Graduada em Matemática-Licenciatura e Especialista em Ações Interdisciplinares no Processo de Ensino/Aprendizagem em Matemática – maiaralunkes.matematica@gmail.com

<sup>3</sup> Graduando de Matemática Licenciatura do IFC – Campus Concórdia – tochettoeder11@gmail.com

<sup>4</sup> Doutor em Matemática pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo – ICMC/USP – São Carlos – vsfranco@uem.br.

## Introdução

Os resultados deste artigo foram obtidos no decorrer do Projeto de Pesquisa “Habilidades e competências na construção do conhecimento geométrico”, desenvolvido no ano de 2015 e vinculado ao Instituto Federal Catarinense – *Campus* Concórdia. Destaca-se que a problemática da pesquisa surgiu das experiências dos autores com relação ao ensino de Geometria, principalmente, no decorrer das disciplinas de Geometria Plana e Espacial do curso de Matemática – Licenciatura, do referido *Campus*, e do Projeto de Extensão “Formação continuada de Matemática”<sup>5</sup>, bem como com a docência na educação básica. Ao desenvolver essas atividades, constatou-se que muitos alunos, desde os anos iniciais até aqueles que ingressam no ensino superior, não desenvolveram habilidades consideradas importantes relacionados aos conceitos geométricos.

No que se refere à Geometria, Fainguelernt (1999, p. 15) destaca que é uma área do conhecimento considerada uma ferramenta para “compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real”. Para Dienes e Golding (1974, p. 01) a Geometria é a exploração do espaço e as crianças, desde o seu nascimento, exploram o espaço: “primeiramente ela o olha, depois o sonda com os seus braços e pernas visando à descoberta, e enfim se desloca nele”. Os autores destacam que é preciso uma longa preparação para que a criança construa a noção de espaço. São as relações topológicas, projetivas e euclidianas que a criança estabelece que permitem que ela construa a noção de espaço.

Os autores Bressan, Bogisic e Crego (2010) destacam cinco habilidades relacionadas com os conceitos geométricos, a saber: habilidades visuais, de desenho e construção, de comunicação, de pensamento (conhecimento) e as de aplicação, que são consideradas indispensáveis para o entendimento e desenvolvimento dos conceitos geométricos.

Considerando as experiências vivenciadas e a literatura que trata de temas da Geometria, desempenhou-se este trabalho cujo objetivo é identificar e analisar as habilidades que as crianças e adolescentes, que cursam os anos iniciais e finais do ensino fundamental e o ensino médio<sup>6</sup>, mobilizam durante a resolução de situações-problemas relacionadas com a Geometria.

---

<sup>5</sup>O objetivo do projeto de extensão foi estudar conceitos de Geometrias por meio do software GeoGebra e materiais manipuláveis. Participaram deste projeto alunos do curso de Matemática e professores que atuam na educação básica.

<sup>6</sup>No decorrer do artigo serão utilizadas as seguintes terminologias: Anos Iniciais ao tratar do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental; Anos Finais ao tratar do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental; e Ensino Médio

## Fundamentação teórica

Parece consenso entre a comunidade de matemáticos e educadores matemáticos a relevância do ensino de Geometria. No entanto, Fainguelernt (1999) expõe que existe uma divergência de opiniões entre os conteúdos e as metodologias de ensino utilizadas para a aprendizagem dos conteúdos geométricos. Uma das razões diz respeito ao papel das demonstrações, das relações entre intuição, indução e dedução e de rigor. Uma das justificativas apresentadas por Fainguelernt (1999, p. 53) é que:

[...] é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo e para que a visão da Matemática não fique distorcida.

Segundo a autora, a visualização geralmente se refere à habilidade de perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre as informações visuais.

No que se refere à construção do conhecimento geométrico, Schimitz, Ledur e Milani (1994, p. 14) destacam três tipos de relações: topológicas, projetivas e euclidianas. Os autores expõem que as crianças menores de cinco anos localizam objetos no espaço utilizando frequentemente termos como: é vizinho de, está ao lado de, ou entre, ou dentro; ao copiarem figuras, desconhecem retas, ângulos, modificam as formas, mas percebem e representam determinadas relações. Essas relações são chamadas de topológicas. Aos 7-8 anos, aproximadamente, inicia-se a construção do sistema projetivo e euclidiano para localização dos objetos. As relações projetivas são relações que permitem a coordenação dos objetos entre si em um sistema de referência. Uma das noções fundamentais é a noção de que existe uma proporcionalidade entre o tamanho dos objetos e a distância entre o objeto e o sujeito (a referência). As relações euclidianas ou métricas têm como referência a noção de medida que permite comparar os objetos, uns em relação aos outros ou a outro (referência).

Galvez (1996, p. 242) relata que, Piaget e Inhelder, na obra *A representação do espaço na criança*, defendem que,

[...] no domínio da geometria, a ordem genética de aquisição das noções espaciais é inversa à ordem histórica do progresso da ciência. A criança considera primeiro as relações topológicas de uma figura, e só posteriormente as projetivas e euclidianas, que são construídas de maneira simultânea.

Piaget, em suas investigações, comprovou que as primeiras intuições geométricas das crianças são topológicas, ou seja, a criança pode reconhecer e representar graficamente relações de vizinhança, interior e exterior, fronteira, continuidade etc.

Bressan, Bogisic e Crego expõem que, “o ensino de Geometria na Educação Básica serve tanto para o aluno interpretar e analisar o mundo físico e atuar em torno dele como para expressar e interpretar conceitos e imagens próprias da Matemática ou de outras Ciências” (BRESSAN, BOGISIC e CREGO, 2010, p. 87).

Na sequência são apresentadas as cinco habilidades descritas por Bressan, Bogisic e Crego (2010) para em seguida exibir as questões da pesquisa e a análise.

Inicia-se com a *habilidade visual*. Os autores destacam que o processo da visualização requer dois tipos de habilidades: capacidade de representação visual externa (interpretação de informações de figuras) e o processamento de imagens mentais (processo mental). A primeira implica na capacidade de ler, compreender e interpretar as relações visuais e o vocabulário usado nos trabalhos de Geometria. A segunda compreende a possibilidade de manipular e analisar as imagens mentais, transformar conceitos, relações e imagens mentais em outras classes de informações, por meio de representações visuais externas.

A *habilidade de desenho e construção* está relacionada com o uso de representações externas. As representações externas podem ser um desenho, um traço, uma construção com os quais se quer passar a ideia de um conceito. No entanto, os materiais construídos não são os entes geométricos, e sim modelos mais ou menos precisos dos conceitos que eles representam. Esses modelos servem para evidenciar conceitos e imagens visuais internas e também de base para a intuição e para processos indutivos e dedutivos de raciocínio.

As *habilidades de comunicação* estão relacionadas com a competência do aluno para ler, interpretar, e comunicar com sentido, na forma oral ou escrita, informações geométricas, usando o vocabulário e os símbolos da linguagem Matemática de forma adequada. As habilidades de pensamento são capacidades de raciocínio necessárias para desenvolver um argumento lógico. As habilidades lógicas precisam ser desenvolvidas ainda na Educação Básica e são do tipo: abstração de conceitos, generalizar e justificar conjecturas, formular contraexemplos, entre outros.

Por último os autores expõem as *habilidades de aplicação ou transferência* que se referem às habilidades que permitem utilizar a Geometria para explicar fenômenos, conceitos e resolver problemas dentro e fora da Matemática.

Bressan, Bogisic e Crego (2006) também expõem sete justificativas para ensinar Geometria: a Geometria forma parte de nossa linguagem cotidiana; a Geometria tem importantes aplicações em problemas reais; a Geometria é utilizada em todas as áreas da Matemática: ela se comporta como um tema unificante e é um recurso importante de visualização de conceitos aritméticos, algébricos e estatísticos; a Geometria serve de base para compreender conceitos de Matemática avançada e de outras Ciências; a Geometria como um meio de desenvolver a percepção espacial e a visualização; a Geometria como modelo de disciplina organizada logicamente; a Geometria possui valor estético e cultural.

### **Procedimentos metodológicos**

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi realizado um estudo teórico dos temas pertinentes à Geometria, para em seguida elaborar as situações-problemas que compõem os questionários. Foram organizados três questionários<sup>7</sup>, com questões comuns para os três níveis de ensino e questões específicas para os anos finais do ensino fundamental e médio. O questionário dos anos iniciais apresenta 11 questões, para os anos finais 19 e para o ensino médio, 18 questões.

Destaca-se que as perguntas foram construídas e analisadas considerando os apontamentos de Bressan, Bogisic e Crego (2010), tendo como pergunta norteadora: os alunos da educação básica construíram habilidades relacionadas com os conceitos geométricos?

Os participantes da pesquisa são alunos de três escolas públicas do oeste catarinense. A escolha se deu da seguinte forma: os autores foram até as escolas e solicitaram à direção autorização para realizar a pesquisa. Os alunos foram convidados, pela direção, a responder o questionário (no laboratório de informática das escolas). Posteriormente, selecionou-se duas turmas de cada série, totalizando 19 discentes dos anos iniciais (4º e 5º ano), 16 dos anos finais (6º e 9º ano) e 24 do ensino médio (1ª e 3ª série).

---

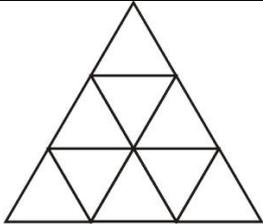
<sup>7</sup> Os questionários foram elaborados no Google Docs e encontram-se no Apêndice.

## Análise das questões

Passaremos a descrever as questões e a análise, que ocorrerá da seguinte maneira: primeiramente questões comuns para os três níveis de ensino; em seguida as comuns para os anos finais do ensino fundamental e médio; por último, questões somente dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio.

Destaca-se que todas as questões presentes no questionário dos anos iniciais também estão no questionário do ensino fundamental – anos finais – e médio. Uma das questões envolvia a contagem de triângulos, como mostra a figura a seguir:

Quadro 1: Questão envolvendo triângulos

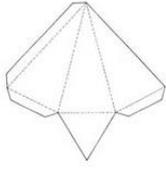
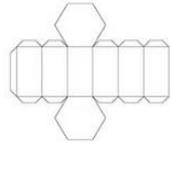
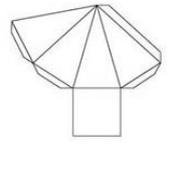
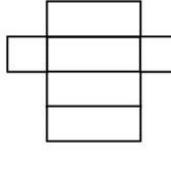
	Total de acertos: Anos Iniciais: 26,30% Anos Finais: 25% Ensino Médio: 33,30%
---	--

Fonte: Autores

A resolução desta questão consiste na conferência do número de triângulos dispostos na figura. Destaca-se que, para resolver esta questão, o aluno carece da habilidade de visualização que consiste na capacidade de identificar figuras em um determinado desenho (BRESSAN, BOGISIC e GREGO, 2006). Observou-se que a maioria dos alunos contou somente os nove triângulos menores e não contou três triângulos médios e um triângulo grande. Com relação aos dados obtidos, chama atenção o fato de o número de acertos dos alunos do ensino médio não ter ultrapassado os 50%. Destaca-se que os discentes tiveram dificuldades em “ler” a figura e extrair informações; observa-se que é preciso trabalhar e desenvolver as habilidades visuais e de pensamento em todos os níveis de ensino, uma vez que tanto nos anos iniciais, anos finais e no ensino médio o número de acertos foi abaixo do esperado.

Outra questão que envolvia a visualização diz respeito à identificação da planificação de uma pirâmide de base quadrada:

Quadro 2: Questão envolvendo planificação de sólidos geométricos

a) 	b) 	c) 	d) 	Total de acertos:  Anos Iniciais: 81% de acertos Anos Finais: 25% Ensino Médio: 62%.
---	---	---	---	--

Fonte: Autores

Nesta questão esperava-se que os discentes respondessem a opção “c”. Nota-se que os alunos dos anos iniciais obtiveram um número maior de acertos em comparação com os alunos dos anos finais e ensino médio. Acredita-se que este fato tenha ocorrido porque nos anos iniciais a Geometria Espacial é trabalhada com mais frequência e é apresentado aos pequenos as formas e relações com objetos do meio em que vivem. A próxima questão envolvia a identificação de um objeto – bola –, o qual tem o formato de uma esfera:

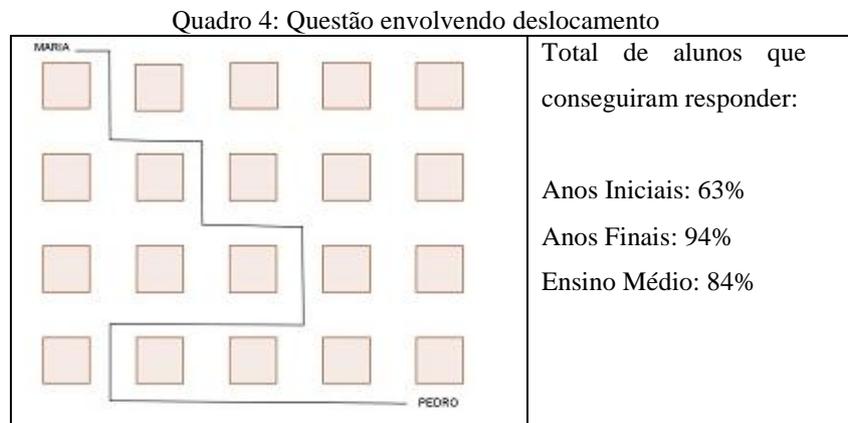
Quadro 3: Questão envolvendo sólidos geométricos

	Total de acertos: Anos Iniciais: 53% Anos Finais: 94% Ensino Médio: 21%
---	--

Fonte: <http://blog.cruzeirodosul.edu.br/?tag=futebol>

Como resposta, esperava-se que os discentes respondessem que a bola tem o formato de uma esfera. No entanto, obtiveram-se respostas como: “círculo”; “bola”; “redondo”; “pentágono”; “circunferência”; “esfera”. Tudo indica que os discentes tiveram dificuldades em perceber que o objeto representado se tratava de um objeto tridimensional. Chama a atenção o fato dos alunos identificarem o desenho do pentágono na bola e mencionarem se tratar de um círculo. Porém, não conseguiram interpretar e observar o objeto em si. Com esta questão buscou-se analisar as habilidades de conhecimento e de visualização. Bressan, Bosigic e Crego (2010) destacam que todos os indivíduos necessitam de habilidades para visualizar objetos no espaço e apreender suas relações, tais como a capacidade de entender representações bidimensionais de objetos tridimensionais.

Para observar a habilidade de comunicação, solicitou-se que os alunos respondessem uma questão que envolveu localização e deslocamento. O objetivo consiste em descrever o trajeto que Maria deveria percorrer para encontrar Pedro:



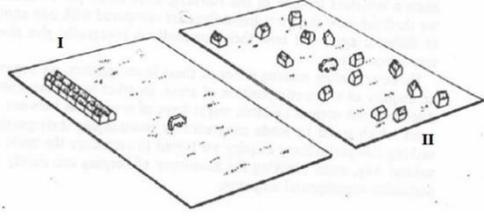
Fonte: Autores

A maioria dos alunos conseguiu responder esta questão. Segue algumas respostas: “direita, direita, norte, esquerda, direita”; “direita, sul, direita, sul, direita, sul, esquerda, sul e direita”; “um pouco para direita, sul, direita de novo, sul, direita, sul, bastante para esquerda, sul e direita novamente”, entre outras. Com essa questão, observou-se a habilidade de comunicação, que consiste na competência do aluno ler, interpretar e comunicar, de forma oral ou escrita, informações usando de vocabulário e símbolos matemáticos de forma adequada.

Bressan, Bogisic e Crego (2010) destacam que a habilidade de visualização é a percepção para coordenar o movimento do corpo. Se um aluno possui dificuldades em visualizar algo que envolve seu próprio movimento, ele apresentará problemas para realizar tarefas.

Para ressaltar a habilidade de pensamento (conhecimento) desenvolvemos quatro questões. Uma delas envolvia o conceito de área: dados dois terrenos de mesmo tamanho, ambos com 14 casas e uma vaca, os discentes teriam que determinar em qual terreno a vaca teria mais grama para se alimentar.

Quadro 5: Questão envolvendo área

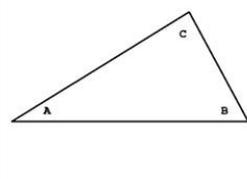
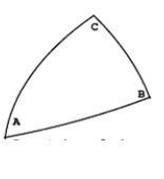
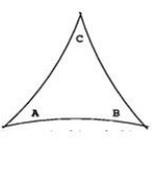
	<p>Total de acertos:</p> <p>Anos Iniciais: 42%</p> <p>Anos Finais: 31%</p> <p>Ensino Médio: 71%</p>
---	---

Fonte: Autores

Nesta questão esperava-se que os alunos respondessem que a quantidade de grama seria a mesma nos dois terrenos. Observa-se a dificuldade em responder a questão de forma correta, principalmente nos alunos dos anos finais do ensino fundamental. Para conseguir responder de forma correta, o aluno precisa imaginar um mesmo objeto de diferentes posições e ainda visualizá-lo em diferentes posições e compreender o espaço no qual a imagem está inserida.

Outra questão envolvia a identificação de triângulos. Para isto, foi disponibilizado um triângulo euclidiano, um esférico e um hiperbólico e questionou-se qual(is) figura(s) representa(m) um triângulo. Segue a descrição no quadro a seguir:

Quadro 6: Questão envolvendo identificação de triângulos

<p>Figura 1</p> 	<p>Figura 2</p> 	<p>Figura 3</p> 	<p>Total de acertos:</p> <p>Anos iniciais: 0%</p> <p>Anos Finais: 0%</p> <p>Ensino Médio: 12%</p>
---	---	---	---

Fonte: Autores

Nesta questão esperava-se que os alunos respondessem que as três figuras representam um triângulo. A maioria dos alunos dos anos iniciais disseram que apenas a figura 3 se tratava de um triângulo. Nota-se que, mesmo que nos anos iniciais seja trabalhada apenas a Geometria Euclidiana, correspondente a figura de número 1, os discentes associaram a figura de número 3 a um triângulo. Nos anos finais nenhum aluno acertou a questão, porém as repostas variaram: alguns responderam se tratar da figura 1, outros da figura 3. Somente 2 alunos do ensino médio responderam que os três exemplos eram triângulos. Dos 59 alunos apenas 2 responderam de forma totalmente correta, ou seja apenas 3.38%. Acredita-se que este fato ocorra porque os discentes não estudaram conceitos da Geometria Hiperbólica e Esférica.

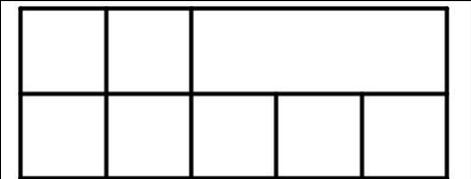
A última questão comum aos três níveis de ensino questionava as diferenças entre um retângulo e um quadrado. Segue algumas respostas: “um é mais largo que o outro”; “um quadrado é curto, já o retângulo é comprido”; “que o retângulo e o quadrado são quase iguais, mas o retângulo é mais longo”; “o quadrado tem quatro lados iguais e o retângulo tem quatro lados, mas não iguais”; “quadrado possui o comprimento e largura igual, sendo que no retângulo as medidas são diferentes”. Percebeu-se que o nível de acertos foi muito baixo, desta forma nota-se que tanto as crianças quanto os adolescentes possuem pouco conhecimento a respeito de retângulos e quadrados, e mesmo os alunos do ensino médio, que passaram um período maior na escola, ainda não construíram tais conhecimentos.

Três questões foram aplicadas tanto nos anos iniciais quanto finais do ensino fundamental. Passaremos a descrevê-las.

Uma delas estava relacionada à identificação de uma lata de refrigerante com um sólido geométrico. Esperava-se que os discentes respondessem que se tratava de um cilindro. Nos anos iniciais 84% acertaram, e nos anos finais 62%. Obtiveram-se respostas como: “cubo”, “circunferência” e “cone”. Tratando-se de um objeto tridimensional, geralmente estudado em Geometria Espacial, os alunos dos anos iniciais obtiveram um maior nível de acerto, comparados aos discentes dos anos finais do ensino fundamental.

Outra questão comum abordava o conceito de área. Os alunos responderam a seguinte questão: “o piso de uma sala está sendo coberto por cerâmica quadrada. Já foram colocadas sete cerâmicas. Quantas cerâmicas faltam para cobrir o piso?”.

Quadro 7: Questão envolvendo área

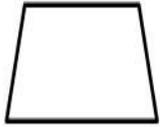
	<p>Total de acertos:</p> <p>Anos Iniciais: 87 %</p> <p>Anos Finais: 100%</p>
---	--

Fonte: Autores

Esperava-se como resposta o número três. Com esta questão buscava-se analisar o conhecimento e as habilidades de visualização. Destaca-se que as respostas foram satisfatórias, uma vez que a maioria dos discentes acertou a questão.

Na última questão comum para os dois níveis de ensino, os alunos deveriam identificar um polígono que tem dois lados paralelos e dois lados não paralelos:

Quadro 8: Questão envolvendo identificação de figuras planas

Retângulo 	Trapézio 	Triângulo 	Pentágono 	Total de acertos:  Anos Iniciais: 52% Anos Finais: 46%
--	---	--	--	---

Fonte: Autores

Para responder corretamente essa questão primeiramente os discentes precisam saber o conceito de retas paralelas e as definições de cada um dos polígonos apresentados, para em seguida observar que o trapézio apresenta as características descritas na questão. Aproximadamente 50% dos alunos do ensino fundamental (anos iniciais e finais) responderam que se tratava do triângulo, do pentágono ou do retângulo. Percebe-se que, mesmo citando na questão que a figura possuía dois lados paralelos e dois não, os discentes responderam triângulo ou pentágono (figuras que não apresentam lados paralelos). Acredita-se que muitos alunos não possuem a habilidade de pensamento, ou seja, desconhecem o conceito de lados de um polígono.

Considerando as respostas dos alunos do ensino fundamental, tanto dos anos iniciais, quanto dos finais, observa-se que muitos discentes ainda não construíram certas habilidades. Notou-se que falta nos alunos a habilidade de ler, compreender e interpretar as relações visuais. Neste contexto, Bressan, Bogisic e Crego (2010, p. 27) expõem que o processo de aprendizagem da Geometria requer a capacidade de distinguir as relações essenciais de uma configuração particular, que aparece em um desenho concreto ou mentalmente.

Passaremos a descrever as questões comuns para os anos finais do ensino fundamental e médio. Destaca-se que a maioria das questões está relacionada com a habilidade de pensamento, que são aquelas necessárias para desenvolver, entre outros aspectos, um argumento lógico.

Questionou-se os discentes sobre o que é um ângulo reto. No ensino fundamental obteve-se 62% de acertos e no médio 59%. Como resposta, esperava-se que os alunos respondessem que se trata de um ângulo que tem como medida  $90^\circ$ . Segue “algumas das respostas: “retângulo”, dois pontos que se ligam”, “uma linha reta”, “algo que tenha lados retos”, “quando duas linhas se encontram”, “são duas retas concorrentes”, “é uma linha sem curvas”, entre outras. Ao analisar as respostas, percebe-se que muitos alunos não têm conhecimento do que é um ângulo reto.

Outra questão interrogava os alunos sobre o conceito de perímetro e para isto disponibilizou-se as seguintes opções: é preciso saber o volume para poder calcular o perímetro; é a medida de uma superfície; é a altura de um polígono; é a medida do comprimento de um contorno (resposta correta). Nas séries finais do ensino fundamental 51% dos alunos acertaram a questão, e no ensino médio 59%.

Nota-se após analisadas as respostas que cerca de metade dos alunos não conseguiram, no decorrer dos anos escolares, desenvolver a habilidade de pensamento ou conhecimento. Não podemos precisar se eles estudaram ou não este conceito, porém, se estudaram, não construíram a habilidade. Nas respostas consideradas erradas os discentes escolheram as alternativas: É preciso saber o volume para poder calcular o perímetro; ou que é a medida de uma superfície, o que demonstra total falta de conhecimento sobre o assunto.

No que se refere aos triângulos, interrogou-se qual é o nome dado a um triângulo que tem todos os lados congruentes. Nos anos finais todos os discentes erraram a questão e no ensino médio 71% acertaram. Seguem algumas respostas: “quadrado”, “escaleno”, “pirâmide”, “isósceles”, “triângulo retângulo”, “triângulo perfeito”, entre outras.

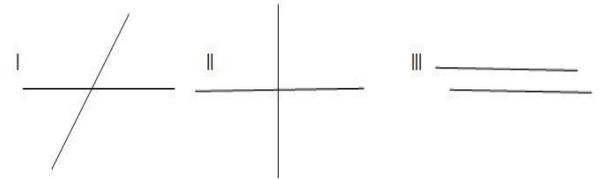
Nesta questão conclui-se de forma unânime que os alunos dos anos finais do ensino fundamental não conseguiram desenvolver, no decorrer do processo de aprendizagem a habilidade de conhecimento, uma vez que nenhum deles conseguiu acertar a questão.

A questão que envolvia o conceito de reta solicitava que os discentes respondessem a seguinte pergunta “uma reta é constituída por”. Foram disponibilizadas as seguintes opções: infinitos pontos alinhados (resposta correta); um retângulo; apenas dois pontos; um ponto. Nos anos finais obteve-se 38% de acertos e no ensino médio 29%.

Com base na porcentagem de acertos, percebe-se que mesmo no ensino médio, no qual os discentes já passaram por um longo período de estudo, eles não desenvolveram o conhecimento específico sobre retas. Para a maioria deles, uma reta é constituída apenas por dois pontos. Acredita-se que os alunos confundiram a condição de existência de uma reta, ou seja, para determinar uma reta basta dois pontos. O mais provável é que os alunos não conheçam o sentido da palavra “constituída”. Observa-se novamente a falta da habilidade de conhecimento.

Para a identificação de retas paralelas, mostramos a representação de retas concorrentes, perpendiculares e paralelas, como mostra o quadro a seguir:

Quadro 9: Questão envolvendo identificação de retas

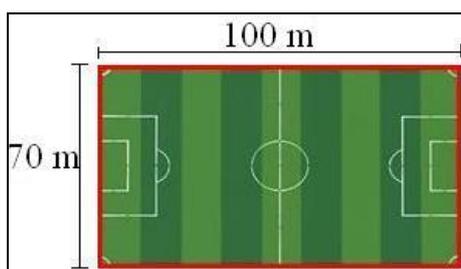
	<p>Total de acertos:</p> <p>Anos Finais: 31%</p> <p>Ensino Médio: 84%</p>
---	---

Fonte: Autores

Observou-se que a maioria dos alunos do ensino médio considerou como retas paralelas a figura III, enquanto nos anos finais do ensino fundamental o nível de acertos chegou nos 30%.

Por fim, apresentam-se as questões que foram aplicadas somente para os alunos dos anos finais do ensino fundamental. Os alunos responderam a seguinte questão: “na figura abaixo se encontra um campo de futebol. Sabendo que um campo de futebol se caracteriza pela figura de um retângulo, determine a sua área e o seu perímetro”.

Figura 1: Campo de futebol com medidas



Fonte: [http://marleneaquinoaquino.blogspot.com.br/p/blog-page\\_5.html](http://marleneaquinoaquino.blogspot.com.br/p/blog-page_5.html)

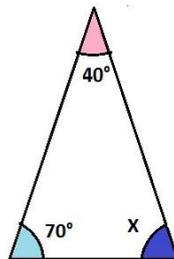
Esperava-se que os discentes respondessem que a área é de  $700 \text{ m}^2$  e o perímetro 340 metros. Do total de alunos, somente três não conseguiram responder, ou responderam de maneira incorreta.

Por fim, solicitou-se que os alunos do ensino médio respondessem questões que envolviam o conceito de volume, a saber: “dado um cubo cuja aresta mede 2 metros, calcule seu volume”. Esperava-se que os alunos respondessem que o volume era igual a  $8 \text{ m}^3$ , pois se tratando de um cubo, todas as suas arestas medem 2 m, logo  $2^3 = 8 \text{ m}^3$ . Segue algumas respostas: “tem que ter comprimento e largura também para calcular”; “não estudei”; “não sei”. Somente 34% dos alunos conseguiram responder esta questão. Nota-se que com as respostas dadas para essa questão, os discentes provavelmente não conhecem a definição de cubo para responder à questão, mesmo observando que alguns sabem a fórmula do volume de um prisma.

Também pedimos que os alunos do ensino médio descrevessem qual a diferença entre calcular a área de uma figura e calcular o seu volume. A maioria descreveu que não sabia justificar qual é a diferença entre calcular uma área e calcular um volume, porém algumas respostas foram satisfatórias, com alguns problemas conceituais: “a área é calculada com base apenas em duas dimensões e em figuras planas somente, já o volume além de ser calculado em figuras espaciais possui três dimensões”; área você só precisa do tamanho dos lados, já no volume você precisa além do tamanho dos lados a sua altura”; “Área é a medida da superfície e o volume é o espaço que a figura ocupa. Não se pode calcular em qualquer figura, pois o volume só pode em figuras espaciais”; “o volume calcula peso e área o perímetro”.

Observa-se que os alunos não têm domínio dos conceitos de área e volume, mas sabem calculá-los e dizer que um dá-se em metros cúbicos e o outro em metros quadrados, o que não está errado, mas esperávamos que os discentes respondessem que a principal diferença era que para calcular a área precisa-se de duas dimensões, ou seja, calcula-se a área de figuras planas e superfícies; e o volume é calculado em objetos tridimensionais. Na última questão os alunos deveriam encontrar a medida de um ângulo interno de um triângulo, conforme mostra a figura a seguir:

Figura 2: Triângulo isósceles



Fonte: Autores

Nesta questão esperava-se que os discentes respondessem que o ângulo x mede 70°. Somente dois alunos não conseguiram responder esta questão: um descreveu que o ângulo mede 65° e o outro respondeu que mede 40°. Primeiramente, para conseguir obter a resposta correta o aluno precisava saber que em todo triângulo euclidiano a soma da medida dos seus ângulos internos é 180°. Observou-se que a maioria dos discentes conhecia esse conceito e assim conseguiram responder corretamente a questão.

Diante das habilidades apresentadas, questiona-se se os discentes participantes da pesquisa conseguiram perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar,

documentar e refletir sobre as informações, como descrevem os autores Fainguelernt (1999) e Dienes e Golding (1974). Ainda, as relações topológicas, projetivas e euclidianas são fundamentais para que o ser humano possa interpretar e analisar o mundo físico e atuar em torno dele.

## **Considerações finais**

Com o desenvolvimento do Projeto de Pesquisa “Habilidades e competências na construção do conhecimento geométrico”, observou-se que a maior parte dos discentes investigados ainda não construíram, no decorrer da sua escolarização, habilidades geométricas, principalmente as descritas por Bressan, Bogisic e Grego (2010).

Ao aprender Geometria, o aluno deve desenvolver habilidades de desenho e construção, relacionadas com a representação de figuras, a representação por meio de modelos dados, construção de forma oral, escrita ou gráfica. Ao comparar as respostas apresentadas para os três níveis de ensino, observa-se que os alunos dos anos iniciais conseguiram responder de forma satisfatória as questões, enquanto os demais níveis tiveram mais dificuldades em respondê-las. Os discentes do ensino médio apresentaram dificuldades em responder as questões que envolviam, principalmente, as habilidades de pensamento, cujo objetivo é justificar conjecturas, construir argumentos lógicos, entre outros.

Considerando as respostas dos alunos do ensino fundamental, tanto dos anos iniciais, quanto dos finais, observa-se que muitos alunos ainda não construíram certas habilidades relacionadas com os conceitos geométricos. No que se refere as habilidades de comunicação, aplicação e conhecimento, averiguou-se uma maior defasagem nos alunos dos anos finais do ensino fundamental e médio.

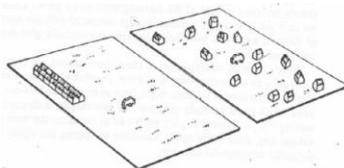
Salienta-se, portanto, a preocupação com relação ao ensino dos conteúdos de Geometria nas escolas, justamente pela sua importância mencionada logo na introdução do artigo, bem como no decorrer do mesmo. Sendo assim, após as análises, permanece um questionamento: como tem sido realizado o ensino de Geometria em nossas escolas?

## **REFERÊNCIAS**

BRESSAN, A. M; BOGISIC, B.; GREGO, K. *Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar...* Novidades Educativas. Buenos Aires. 2010.



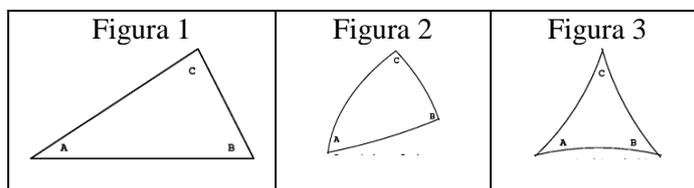
Na figura a seguir temos dois campos de mesmo tamanho, ambos com 14 casas e uma vaca. Em qual dos campos há mais grama para a vaca comer?



Qual forma geométrica associa-se ao formato da bola?



Qual das figuras abaixo representa um triângulo

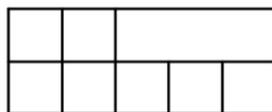


**Questões aplicadas para os alunos dos Anos Iniciais e Anos Finais (Ensino Fundamental)**

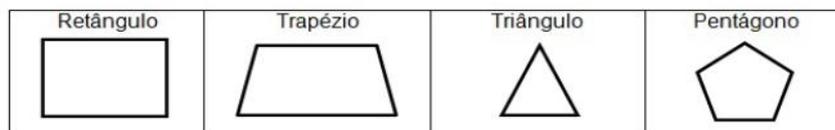
Uma latinha de refrigerante assemelha-se a qual forma geométrica?

- a) Cubo b) Cilindro c) Esfera d) Cone

O piso de uma sala está sendo coberto por cerâmica quadrada. Já foram colocadas sete cerâmicas, como mostra a figura abaixo. Quantas cerâmicas faltam para cobrir o restante do piso?



Nas figuras a seguir estão representados quatro polígonos diferentes. Qual polígono possui dois lados paralelos e dois lados não paralelos?



**Questões aplicadas para os alunos dos Anos Finais (Ensino Fundamental) e Ensino Médio**

O que é um ângulo reto?

Para o conceito de perímetro é correto afirmar que:

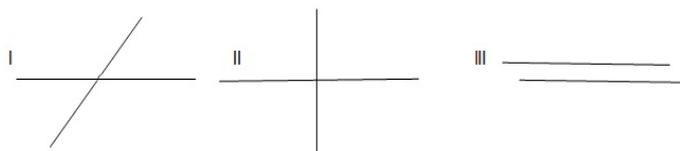
- a) É preciso saber o volume para poder calcular o perímetro  
 b) É a medida de uma superfície  
 c) É a altura de um polígono  
 d) É a medida do comprimento de um contorno

Qual é o nome dado a um triângulo que tem todos os lados congruentes?

Uma reta é constituída por:

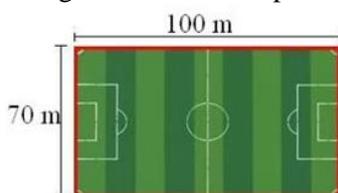
- a) Infinitos pontos alinhados b) Um retângulo c) Apenas dois pontos d) Um ponto

Qual das figuras abaixo representam retas paralelas



### Questão aplicada para alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental

Na figura abaixo se encontra um campo de futebol que tem o formato de um retângulo. Observando as medidas expostas na figura, determine o perímetro e a área do campo de futebol.



### Questões aplicadas para alunos do Ensino Médio

Sabendo que um cubo possui 2 metros de aresta, descreva o volume deste cubo e como você faria para encontrá-lo.

Qual a diferença entre calcular a área de uma figura ou calcular o seu volume? Podem-se calcular ambos em qualquer figura?

Na figura abaixo se observa um triângulo contendo três medidas de seus ângulos:  $40^\circ$ ,  $70^\circ$  e  $x$ . Qual é a medida do ângulo  $x$ ?

