EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i3p182-208

Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de Matemática

Rational numbers and algebraic structure of field: problematizing the curriculum of mathematics teacher education

---

HENRIQUE RIZEK ELIAS [1]

ANGELA MARTA PEREIRA DAS DORES SAVIOLI [2]

ALESSANDRO JACQUES RIBEIRO [3]

Resumo

O objetivo do presente artigo é problematizar o espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica corpo em currículos de cursos de Licenciatura em Matemática e propor uma alterativa para repensar o lugar dessa estrutura algébrica na formação inicial de professores. Com base na metodologia da análise documental, investigamos as ementas de disciplinas obrigatórias de 14 cursos de diferentes regiões do Brasil e pudemos depreender que a maioria das ementas traz a estrutura algébrica corpo dentre os conteúdos a serem contemplados em seus cursos. No entanto, por outro lado, há uma certa negligência com os números racionais em alguns desses cursos. Como um dos resultados de nossa pesquisa, propomos uma sequência de tarefas que sugere a reorganização dos papeis dos números racionais e da estrutura algébrica corpo na formação inicial de professores.

Palavras-chave: *Educação Matemática, Currículos da Licenciatura em Matemática, Números racionais, Estrutura algébrica corpo.*

Abstract

The aim of this paper is problematizing the space given to rational numbers and the algebraic structure of field in curriculum of prospective mathematics teacher education courses and propose an alterative to rethink the place of this algebraic structure in the mathematics teacher education program. Based on the methodology of documentary analysis, we investigated the syllabus of the compulsory subjects of 14 courses from different regions of Brazil and we could deduce that most of the syllabus bring the algebraic structure of field among the contents to be contemplated in their courses. However, on the other hand, there is some negligence with rational numbers in some of these courses. As one of the results of our research, we propose a sequence of tasks that

[1] Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Professor do Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Londrina – henriqueelias@utfpr.edu.br

[2] Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) – angelamarta@uel.br

[3] Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professor do Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC) – alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

suggests the reorganization of the roles of rational numbers and the algebraic structure of field in the prospective mathematics teacher education.

Keywords: *Mathematics Education, Curriculum of prospective mathematics teacher education, Rational numbers, Algebraic structure of field.*

Introdução

Felix Klein, no início do século XX, já alertava para o que chamou de "dupla descontinuidade", um problema evidenciado nos cursos de formação de professores de sua época. Havia, segundo Klein (2009), uma ruptura entre a Matemática escolar e a Matemática superior, uma vez que a maneira como os cursos estavam organizados fazia com que os graduandos se ocupassem exclusivamente com esta, sem se preocupar em estabelecer conexões com aquela. A "dupla descontinuidade" fica explícita quando Klein afirma:

> Os jovens estudantes universitários são confrontados com problemas que nada têm a ver com as coisas que estudaram na escola e, naturalmente, esquecem-nas rapidamente. Quando, depois de completarem o curso, se tornam professores, são confrontados com a necessidade de ensinar a matemática elementar na forma adequada ao grau de ensino, primário ou secundário, a que se dedicam, e, como não conseguem estabelecer praticamente nenhuma conexão entre esta tarefa e a matemática que aprenderam na universidade, facilmente aceitam o ensino tradicional, ficando seus estudos universitários como uma memória mais ou menos agradável que não tem influência na sua forma de ensinar. (KLEIN, 2009, p. 1).

A primeira descontinuidade se configura na formação do professor, pois a Matemática lá trabalhada não se desenvolveu a partir daquela conhecida pelos graduandos na escola básica. A segunda descontinuidade se dá na prática docente, quando o professor, já formado, retorna à escola e percebe que a Matemática da universidade parece não ter conexões com aquela que está ensinando.

Essa percepção da "dupla descontinuidade" permanece nos dias atuais e está evidenciada em pesquisas da área de Educação Matemática. Rangel, Giraldo e Maculan Filho (2015) perceberam, por meio de entrevistas com professores da Educação Básica, que, muitas vezes, as referências de conhecimento matemático em que os participantes sustentavam sua prática pareciam estar mais voltadas ao que haviam aprendido quando eram estudantes da Educação Básica do que no curso de graduação, como se a Licenciatura não tivesse desempenhado papel algum em sua formação matemática.

Moreira, Cury e Vianna (2005) apontam que, segundo pesquisas, o conhecimento matemático em sua sistematização lógico-formal-dedutiva e suas formulações conceituais com base nas "estruturas", como é o caso da Álgebra na formação do professor, "[...] está longe de ser suficiente para dar conta das questões que se colocam para o professor em sua prática pedagógica" (p. 38).

No mesmo sentido, a pesquisa de Damico (2007) chama a atenção para a necessidade de se refletir sobre os "conteúdos de Matemática Pura e Aplicada de nível superior versus conteúdos da Matemática 'elementar' ensinada na Educação Básica" (DAMICO, 2007, p. 260). Em sua conclusão, o autor considera que o modelo atual de formação mostrou-se ineficaz aos participantes da sua pesquisa, uma vez que reiteradas vezes ficou explícito o despreparo dos futuros professores para o ensino de conteúdos relacionados aos números racionais (seu tema de pesquisa) que terão que ensinar.

Moreira e David (2004), por sua vez, apresentam uma análise do conhecimento matemático veiculado no processo de formação inicial do professor, confrontando-o com as questões que se colocam na prática docente na escola básica. Os autores afirmam que o conjunto dos números racionais é visto, ao longo de toda a formação matemática na Licenciatura, como um objeto extremamente simples, enquanto as pesquisas mostram que, em termos da prática docente, a sua construção pode ser considerada uma das mais complexas operações da matemática escolar.

Ao analisar disciplinas[4] ofertadas no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais e livros[5] usados como referência nessas disciplinas, Moreira e David (2004) detalham aspectos fundamentais que distinguem as construções formais de $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$ – a partir de $\mathbb{N}, \mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, respectivamente – das sucessivas extensões dos conjuntos numéricos que se desenvolvem no processo de escolarização básica. Para eles, as construções da matemática acadêmica visam a produzir uma "abstração que expresse formalmente as características 'essenciais' de um objeto que, a menos da construção formal, já é, de certo modo, conhecido" (p. 6), enquanto que, na escola, as extensões numéricas têm natureza totalmente diferente, já que o conjunto numérico e a estrutura que resultam do processo de extensão são um universo genuinamente novo para o estudante, exigindo um tratamento didático-pedagógico específico das várias etapas desse processo (MOREIRA e DAVID, 2004).

Essas pesquisas (RANGEL, GIRALDO e MACULAN FILHO, 2015; MOREIRA, CURY e VIANNA, 2005; DAMICO, 2007; MOREIRA e DAVID, 2004) são exemplos que tornam evidente a atualidade da "dupla descontinuidade" percebida e denunciada por Klein há tempos. Diante disso, o presente artigo visa contribuir para essa discussão acerca da formação matemática do professor de Matemática, na tentativa de, cada vez

[4] Fundamentos de Análise e Iniciação à Matemática.

[5] *Análise Real, V.1*, de Elon Lages de Lima; *Análise I*, de Djairo G. Figueiredo; *Números: Racionais e Irracionais*, autor Ivan Niven.

mais, reduzir o distanciamento entre a formação inicial e a prática do professor na Educação Básica. Para tanto, tecemos uma discussão acerca dos currículos de cursos de Licenciatura em Matemática, enfocando a estrutura algébrica corpo – um conteúdo muitas vezes trabalhado na formação de professores, mas que, da forma como tem sido abordado, tem se mostrado pouco útil ao conhecimento matemático do futuro professor – e os números racionais – um conteúdo essencial para a prática docente na Educação Básica. Dito isso, explicitamos nosso objetivo neste artigo: *problematizar o espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica corpo em currículos de cursos de Licenciatura em Matemática e propor uma alterativa para repensar o papel dessa estrutura algébrica na formação de professores*.

Iniciamos o artigo apresentando os aspectos teóricos que embasam nossa concepção de Matemática e de currículo, tecendo, na mesma seção, algumas considerações sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Licenciatura em Matemática. Na sequência, realizamos as análises dos currículos de 14 cursos de formação inicial de professores, levantando algumas discussões sobre o espaço dado[6] aos números racionais e à estrutura algébrica corpo nesses documentos. Na seção seguinte, propomos uma possibilidade para o ensino da estrutura algébrica corpo, por meio de uma sequência de tarefas, com vistas a favorecer o desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais pelos futuros professores. Finalizamos o artigo vislumbrando uma formação matemática que, de fato, tenha implicações para a prática docente.

Aspectos teóricos

Compartilhamos da diferenciação feita por Moreira e David (2010) entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar. Para esses autores, a Matemática Acadêmica é tida como “um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais” (p. 20). Já, por outro lado, a Matemática Escolar é entendida nem como uma Matemática Acadêmica didatizada, nem como uma construção autônoma da escola, mas sim como um conjunto de saberes associados ao exercício da profissão docente (MOREIRA e DAVID, 2010). Nesse sentido, a Matemática Escolar refere-se ao conjunto de saberes

[6] Estamos entendendo *“espaço dado”* como sendo tudo aquilo que é proposto em um currículo de certo curso em termos de conteúdos, procedimentos e atitudes, o que, sem dúvida, não garante, mas pode balizar, que esse conteúdo seja considerado durante o desenvolvimento do curso.

> (...) "validados", associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática. Com essa formulação, a Matemática Escolar inclui tanto saberes produzidos e mobilizados pelos professores de Matemática em sua ação pedagógica na sala de aula da escola, quanto resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos, etc. (MOREIRA e DAVID, 2010, p. 20-21).

Estabelecer essa diferenciação favorece o debate, na medida em que explicita os conflitos entre a Matemática necessária ao professor para lidar com as demandas da prática e a Matemática que se distancia dessa prática, mas que está presente nos currículos dos cursos de Licenciatura. Essa presença, normalmente, se justifica pela necessidade de que o professor precisa *saber mais* do que vai ensinar, porém, sem explicitar o que esse *saber mais* significa. Nesse sentido, concordamos com Viola dos Santos e Lins (2016) quando afirmam que "é crucial que haja uma discussão mais conceitual e menos política/corporativista envolvendo educadores matemáticos e matemáticos, discutindo em conjunto as disciplinas da Licenciatura e construindo outras possibilidades" (p. 369-370).

Para além das posições políticas que se instauram nas escolhas curriculares dos cursos de formação inicial de professores, é necessário desenvolver pesquisas que nos permitam tirar conclusões sobre a pertinência, ou não, de se olhar para aspectos de um conceito específico da Matemática trabalhada na escola do ponto de vista da Matemática Acadêmica da licenciatura.

Acreditando que os currículos dos cursos de formação inicial de professores têm influência direta sobre a "dupla descontinuidade" que ainda hoje é constatada, nos debruçamos sobre Projetos Políticos de cursos de licenciatura em Matemática a fim de problematizar o espaço dado aos números racionais e à estrutura algébrica corpo. Levantamos considerações sobre a formação matemática do professor e indicamos uma possibilidade de alteração nesses currículos, já que estamos tomando currículo como um objeto não estático e, portanto, passível de mudanças, já que esse é uma construção social. Sendo uma construção social, sua constituição é feita de escolhas e estas são, sempre, intencionais. Como afirma Apple (2001),

> O currículo nunca é apenas um conjunto neutro de conhecimentos, que de algum modo aparece nos textos e nas salas de aula de uma nação. Ele é sempre parte de uma *tradição seletiva*, resultado da seleção de alguém, da visão de algum grupo acerca do que seja conhecimento legítimo. É produto das tensões, conflitos e concessões culturais, políticas e econômicas que organizam e desorganizam um povo (APPLE, 2001, p. 59, destaque do autor).

Nesse sentido, pensamos que um currículo de formação inicial de professores que valoriza a Matemática Acadêmica em detrimento da Matemática Escolar seja consequência de uma cultura que supõe que, para o professor ensinar, basta saber Matemática (leia, Matemática Acadêmica) e o "resto" é aprendido na prática de sala de aula. De acordo com tal concepção, a Matemática Escolar está sob uma "vigilância epistemológica" (MOREIRA e DAVID, 2010) da Matemática Acadêmica e, por isso, ensinar a Matemática Acadêmica nos cursos de licenciatura parece natural, pois, ao conhecer a Matemática Acadêmica, transpô-la para a Educação Básica parece imediato.

Entretanto, nós discordamos dessa visão e pensamos que a Matemática Escolar – enquanto aquela que envolve o conhecimento profissional docente necessário para a tarefa de ensinar Matemática – deva estar no centro das atenções de um currículo de formação inicial de professores, discutindo conteúdos matemáticos pertinentes à Educação Básica, mas não apenas isso, discutindo diferentes aspectos que envolvem o ensino e a aprendizagem desse conteúdo, inclusive de um ponto de vista avançado/superior (KLEIN, 2009).

Uma etapa importante para se compreender a formação matemática do professor é entender como as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, tomam a Matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática. No parecer CNE/CP 1.302/2001 (BRASIL, 2002), são explicitadas as diferentes finalidades dos cursos de Licenciatura e de Bacharelado em Matemática:

> Os cursos de Bacharelado em Matemática existem para preparar profissionais para a carreira de ensino superior e pesquisa, enquanto os cursos de Licenciatura em Matemática têm como objetivo principal a formação de professores para a educação básica" (BRASIL, 2002, p. 3).

Quando descreve tais diferenças, as Diretrizes mostram "a complexidade da generalização evidente na constituição profissional do licenciado" (JUNQUEIRA e MANRIQUE, 2013, p. 632), uma vez que caracterizar a especificidade do curso de Licenciatura em Matemática parece ser menos evidente que a do Bacharelado. Enquanto para os bacharéis espera-se que o curso propicie (i) uma sólida formação de conteúdos de Matemática e (ii) uma formação que lhes prepare para enfrentar os desafios das rápidas transformações da sociedade, do mercado de trabalho e das condições de exercício profissional; para o curso de Licenciatura é desejado que seus egressos tenham (i) uma visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos, (ii) uma visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania e (iii) uma visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina (BRASIL, 2002).

Ao discutir os conteúdos, as Diretrizes consideram os seguintes conteúdos comuns a todas as Licenciaturas em Matemática: Cálculo Diferencial e Integral; Álgebra Linear; Fundamentos de Análise; Fundamentos de Álgebra; Fundamentos de Geometria; Geometria Analítica. Na sequência, complementa afirmando que essa parte comum deve incluir, entre outros, os "conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise" (BRASIL, 2002, p. 6). Diferente do que acontece com o Bacharelado, no qual é sugerida a disciplina de Álgebra, para a Licenciatura as Diretrizes indicam a disciplina de Fundamentos de Álgebra. O mesmo acontece com a disciplina Análise Matemática, que na Licenciatura se torna Fundamentos de Análise. Entretanto, apesar de os nomes das disciplinas indicarem diferenças entre a Álgebra para o Bacharelado e os Fundamentos de Álgebra para a Licenciatura, as Diretrizes não explicitam quais são essas diferenças, deixando para os cursos estabelecê-las. Como veremos em nossas análises, a disciplina de Fundamentos de Álgebra acaba sendo compreendida de diferentes maneiras pelas instituições, pois há cursos que entendem as estruturas algébricas como parte desses fundamentos, há cursos que não.

Apesar de aparecer no documento a necessidade de se incluir conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise, pensamos que esta menção seja muito tímida e pouco clara para os propósitos de um curso de formação inicial de professores. Concordamos com Junqueira e Manrique (2013) quando afirmam "que os conteúdos, da forma como são apresentados nos cursos de Licenciatura em Matemática, não sugerem a construção de uma visão global de maneira significativa para o aluno, estão fragmentados, desvinculados de significados" (p. 633). E, nesse sentido, as Diretrizes parecem não condizer com o que fora proposto pelo documento para o perfil do licenciado, chegando a ser *contraditório*, termo utilizado por Junqueira e Manrique (2013). Apesar das críticas, consideramos que as Diretrizes têm a qualidade de destacar as diferenças entre os cursos (Bacharelado e Licenciatura) e que, talvez, as dificuldades em caracterizar a especificidade da Licenciatura seja um indicador da necessidade de novas pesquisas que busquem tornar mais clara a relação entre as disciplinas de conteúdo matemático (como as relativas aos Fundamentos de

Álgebra) e a prática docente do professor na Educação Básica. Esse é um dos desafios atuais da Educação Matemática, o qual assumimos problematizar em nossa investigação.

Uma análise de documentos curriculares oficiais

Tomando-se o método da análise documental para desenvolver as análises, nossa discussão é feita a partir de documentos de 14 cursos presenciais de instituições brasileiras, a saber: Universidade Federal do Amazonas – *câmpus* Manaus (UFAM), Universidade Federal do Tocantins – *câmpus* Araguaína (UFT), Instituto Federal da Bahia – *câmpus* Salvador (IFBA), Universidade Federal do Piauí – *câmpus* Teresina (UFPI), Instituto Federal de Goiás – *câmpus* Goiânia (IFG), Universidade Federal do Mato Grosso – *câmpus* Rondonópolis (UFMT), Universidade Federal do ABC – *câmpus* Santo André (UFABC), Universidade Federal de Ouro Preto – *câmpus* Ouro Preto (UFOP), Universidade Federal do Rio de Janeiro – *câmpus* Cidade Universitária (UFRJ), Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – *câmpus* Rio Claro (Unesp), Universidade Federal do Rio Grande – *câmpus* Carreiros (FURG), Universidade Estadual de Londrina (UEL), Universidade Tecnológica Federal do Paraná – *câmpus* Cornélio Procópio (UTFPR), Universidade Federal do Paraná – câmpus Curitiba (UFPR).

Seria inviável investigar todos os cursos de Licenciatura em Matemática do país[7], por isso, selecionamos alguns destes para analisarmos. O primeiro critério para a escolha dos 14 cursos investigados foi garantir que todas as regiões do Brasil (Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul) tivessem pelo menos duas instituições incluídas no estudo. Outro critério para a escolha foi a disponibilidade do Projeto Pedagógico do Curso (PPC) ou da Matriz Curricular e das Ementas (MCE) das disciplinas em seus sítios na internet. Sem considerar outro critério mais específico para a escolha, buscamos, de maneira arbitrária, instituições de ensino das diferentes regiões na lista disponibilizada no e-Mec, as quais estão dispostas no Quadro 1:

Quadro 1: Cursos investigados em nosso estudo, por região do Brasil

Região do País	**Cursos investigados**

[7] No Cadastro e-MEC de Instituições e Cursos de Educação Superior do Ministério da Educação (MEC) constam 830 cursos de Licenciatura em Matemática.

Norte	UFAM (Manaus); UFT (Araguaína)
Nordeste	IFBA (Salvador); UFPI (Teresina)
Centro-Oeste	IFG (Goiânia); UFMT (Rondonópolis)
Sudeste	UFABC (Santo André); UFOP (Ouro Preto); UFRJ (Rio de Janeiro); Unesp (Rio Claro)
Sul	FURG (Rio Grande); UEL (Londrina), UTFPR (Cornélio Procópio); UFPR (Curitiba)
Total	**14**

Fonte: Elaborado pelos autores

Sabemos que os PPC, de um modo geral, ou as ementas, de um modo particular, não definem o tratamento que é dado a cada disciplina em um curso. O fato da ementa de uma dada disciplina não explicitar o conteúdo "números racionais" não significa, necessariamente, que um professor não tratará dos números racionais ao longo do semestre/ano. Do mesmo modo, constar o tema "números racionais" não garante que este será abordado ao longo da disciplina. Esse descompasso entre o que está apresentado nas ementas e o que o professor efetivamente faz se aproxima do que Oliveira (2013) chama de currículo prescrito e currículo implementado. O primeiro refere-se àquele presente em documentos oficiais e o segundo àquele desenvolvido pelos professores durante o curso. Sem nos aprofundarmos nessa discussão sobre currículos prescrito e implementando, mas reconhecendo tal distinção, vamos nos concentrar no currículo prescrito, pois julgamos que eles sejam constituintes relevantes do processo de formação inicial de professores, além de representarem uma visão de formação vislumbrada por aqueles que os desenvolveram.

Com os PPC ou somente as MCE em mãos, realizamos nossa análise seguindo, pela ordem, os procedimentos: 1) busca pela disciplina de Fundamentos de Álgebra (não havendo esse nome, buscamos por Álgebra, Álgebra Abstrata ou Estruturas Algébricas) na Matriz Curricular do curso; 2) recorte da ementa dessa(s) disciplina(s); 3) busca pelas palavras *corpo*, *anel* e *grupo* em todas as disciplinas obrigatórias; 4) busca, nas disciplinas obrigatórias, pelas palavras *racionais* e *racional*, identificando o contexto (disciplina) em que apareciam; 5) nos casos das instituições que disponibilizavam o PPC, buscamos os objetivos do ensino da Álgebra (ou Estruturas Algébricas) na formação inicial do professor[8]; 6) por fim, fizemos uma leitura geral sobre as demais

[8] Buscamos em todos os PPC disponíveis, mas nem todos explicitam objetivos para o ensino da Álgebra (Estruturas Algébricas) na formação inicial do professor. Alguns cursos apresentam em seu PPC os objetivos das chamadas disciplinas avançadas de Matemática de um modo geral, por exemplo, "Os conteúdos destas disciplinas formam o patrimônio intelectual do profissional, permitindo a segurança do professor de matemática em sala de aula. Capacitando-o a um entendimento correto das diversas atividades, materiais e textos que surgem no ambiente escolar" (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ, 2006, p.12). Outros apresentam o objetivo da disciplina apenas, mas não destaca seu papel na

disciplinas de conteúdo matemático, visando perceber contextos em que os números racionais pudessem estar presentes, mas que não estivesse explicitado por meio dos termos *racionais* ou *racional*.

Um primeiro resultado de nossas análises está sintetizado no Quadro 2:

Quadro 2: A presença da estrutura algébrica corpo e dos números racionais nas ementas das disciplinas dos 14 cursos de Licenciatura em Matemática investigados

Instituição e o documento (junto com o ano, quando disponibilizado) utilizado na investigação.	**Aborda estruturas algébricas (grupo, anel ou corpo) nas disciplinas obrigatórias?**	**Aborda a estrutura algébrica corpo explicitada em disciplinas obrigatórias?**	**Os termos "racionais" ou "racional" aparecem em alguma ementa de disciplina obrigatória? Se sim, em quais contextos?**
UFAM (MCE – 2011)	Sim, nas disciplinas *Introdução à Álgebra* e *Estruturas Algébricas*.	Sim, na disciplina de *Estruturas Algébricas*.	Sim, na disciplina de *Introdução à Álgebra*, no tema "Números Inteiros e Racionais".
UFT (PPC – 2012)	Sim, na disciplina *Álgebra Moderna I*.	Não.	Sim, na disciplina de *Análise Real 1*, no tema "Números reais: conjunto dos números naturais, números racionais".
IFBA – Salvador (PPC – 2015)	Sim, nas disciplinas de *Álgebra I* e de *Álgebra II*.	Sim, na disciplina de *Álgebra II*.	Sim, na disciplina de *Fundamentos de Matemática I*, no tema "Construção dos conjuntos numéricos valorizando a abordagem histórica: Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais, Reais e Complexos".
UFPI – Teresina (PPC – 2006)	Sim, nas disciplinas *Álgebra Superior I* e *Fundamentos de Matemática Elementar*.	Sim, na disciplina de *Fundamentos de Matemática Elementar*.	Sim, na disciplina de *Fundamentos de Matemática Elementar*, no tema "Corpo dos números racionais"; na disciplina Álgebra Superior I, no tema "Extensão Algébrica dos Racionais" e na disciplina de Teoria dos Números, no tema "Expansão Decimal de Números Racionais".
IFG – Goiânia (PPC – 2009)	Sim, na disciplina de *Álgebra II*.	Sim, na disciplina de *Álgebra II*.	Não.
UFMT – Rondonópolis (PPC – 2008)	Sim, nas disciplinas de *Álgebra Linear I*, *Estruturas Algébricas I* e	Sim, nas disciplinas de *Álgebra Linear I* e *Estruturas Algébricas II*.	Sim, na disciplina *Estruturas Algébricas II*, no tema "polinômios sobre o corpo racional".

formação inicial de professores, por exemplo, "Estudar conceitos relacionados a números inteiros e Teoria de Grupos com rigor teórico" (UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS, 2012, p.78). Como veremos mais adiante, o PPC da Unesp é um caso que apresenta, de modo mais específico, as estruturas algébricas como constituinte do pensamento algébrico enquanto um aspecto relevante para a formação do licenciado.

	Estruturas Algébricas II.		
UFABC – Santo André (PPC – 2010)	Sim, na disciplina *Fundamentos de Álgebra*.	Não.	Sim, na disciplina *Teoria Aritmética dos Números*, no tema "Construção do Conjunto dos Números Racionais" e na disciplina *Fundamentos de Análise*, no tema "Construções dos Racionais a partir dos Inteiros".
UFOP (MCE – 2016)	Não.	Não.	Não.
UFRJ (MCE)	Sim, na disciplina *Teoria de Anéis e Grupos*.	Não.	Sim, na disciplina *Números Inteiros*, no tema "Os números racionais: construção dos racionais a partir de $\mathbb{Z}$, operações com números racionais"; na disciplina *Fundamentos de Aritmética e Álgebra*, no tema "O conjunto dos racionais: Construção"; e na disciplina *Fundamentos de Funções e Conjuntos*, no tema "A cardinalidade dos conjuntos numéricos N, Q e R".
Unesp – Rio Claro (PPC – 2015)	Sim, nas disciplinas de *Estruturas Algébricas I* e *Estruturas Algébricas II*.	Sim, na disciplina de *Estruturas Algébricas II*.	Não.
FURG (PPC – 2014)	Sim, na disciplina *Álgebra Abstrata*.	Sim, na disciplina *Álgebra Abstrata*.	Sim, na disciplina de *Álgebra Abstrata,* no tema "corpo dos racionais" e na disciplina Introdução ao Cálculo, no tema "Funções racionais".
UEL (PPC – 2013)	Sim, na disciplina de *Estruturas Algébricas*.	Sim, na disciplina de *Estruturas Algébricas*.	Sim, na disciplina *Estruturas Algébricas*, no tema "Extensões de corpos sobre os racionais".
UTFRP-Cornélio Procópio (PPC – 2014)	Sim, na disciplina de *Álgebra*.	Sim, na disciplina de *Álgebra*.	Sim, na disciplina de *Fundamentos de Matemática I*, no tema "construção dos números racionais; operações com números racionais".
UFPR – Curitiba (MCE)	Sim, nas disciplinas de *Teoria de Grupos* e *Teoria de Anéis*.	Sim, na disciplina de *Teoria de Anéis*.	Sim, na disciplina de *Fundamentos de Análise*, no tema "racionais e reais" e na disciplina de Funções, no tema "Funções racionais".

Fonte: Elaborado pelos autores

Com base no Quadro 2, percebemos que apenas um curso investigado, o da UFOP, não contempla estruturas algébricas em suas disciplinas obrigatórias. Como já dissemos, as Diretrizes deixam a cargo dos cursos a interpretação para Fundamentos de Álgebra (que, segundo as Diretrizes, deve ser comum a todas as Licenciaturas em Matemática) e a intepretação assumida pela UFOP destoa dos demais cursos investigados, na medida em que não considera as estruturas algébricas como sendo parte desses fundamentos.

Por exemplo, a Unesp – Rio Claro, em seu PPC de Licenciatura em Matemática, faz uma correspondência entre disciplinas do currículo mínimo (de acordo com as Diretrizes) e as disciplinas em que se desdobram no curso. A disciplina de Fundamentos de Álgebra, exigida pelas Diretrizes (CNE/CES 1.302/2001), é contemplada, pela Unesp, por meio de cinco disciplinas (totalizando 20 créditos, sendo 4 créditos para cada disciplina): Matemática Elementar, Funções Elementares, Estruturas Algébricas I, Estruturas Algébricas II e Teoria dos Números. Nesse caso, a estrutura de corpo é tratada na disciplina de Estruturas Algébricas II. Diferentemente da UFOP, na Unesp as estruturas algébricas compreendem um papel central no entendimento sobre os fundamentos de Álgebra necessários à formação inicial do professor. Dos 20 créditos disponibilizados a este conteúdo matemático comum, 8 são destinados às estruturas algébricas.

Outro aspecto a ser observado a partir do Quadro 2 refere-se à terceira coluna, que trata dos cursos que apresentam (ou não) explicitamente a estrutura de corpo em alguma de suas ementas. Excluindo a UFOP, que não aborda nenhuma das estruturas, há cursos (UFT, UFABC, UFRJ) que não possuem a palavra *corpo* (no sentido de estrutura algébrica) em seu ementário de disciplinas obrigatórias. A UFT, em sua disciplina Álgebra Moderna I[9], se restringe à estrutura de grupo. Na UFABC, a disciplina de Fundamentos de Álgebra[10] contempla tanto a estrutura de grupo como a de anel. Na UFRJ, há uma disciplina chamada Teoria de Anéis e Grupos[11]. Em ambos os casos (UFABC e UFRJ), a estrutura de corpo pode estar implícita no estudo de anéis, mas a palavra *corpo* (no sentido de estrutura algébrica) não aparece no ementário.

Nas outras dez instituições, o termo *corpo* aparece, seja vinculado ao tratamento de polinômios (Anel de Polinômios sobre um Corpo – UFAM), seja relacionado aos racionais (Corpo dos números racionais – UFPI) ou desconectado de outro assunto (Corpos – UTFPR).

[9] Ementa: Números inteiros. Congruência módulo n e relações de equivalência. Teoria de grupos.

[10] Ementa: Conjuntos e Operações Binárias. Definição de Grupos e exemplos. Subgrupos. Homomorfismos. Classes Laterais. Grupos Quocientes. Definição de Anéis e exemplos. Subanéis. Homomorfismo de Anéis. Ideais e Anéis Quocientes. Anéis Euclidianos. Anéis de Polinômios. Aritmética dos Anéis de Polinômios.

[11] Ementa: Polinômios: polinômios com coeficientes em $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. Algoritmo de divisão, máximo divisor comum, polinômios irredutíveis, teorema de fatoração única. Critério de Eisenstein, funções racionais, decomposição em frações parciais. Raízes de Polinômios: determinação das raízes racionais de um polinômio em Z/[X], teorema fundamental da álgebra.

Não são todos os cursos investigados que abordam as estruturas algébricas na formação inicial do professor, entretanto, podemos dizer que a maioria dos 14 cursos aborda sim e, em nossa interpretação, as consideram importantes a ponto de constá-las em alguma disciplina. Tomando novamente o PPC da Licenciatura em Matemática da Unesp – Rio Claro como exemplo, as disciplinas de conteúdo matemático (de um modo geral) são debatidas em termos de seu papel na formação do licenciado e do bacharel em Matemática. As estruturas algébricas aparecem como constituinte do pensamento algébrico, tanto do bacharel como do licenciado:

> O pensamento algébrico constrói-se a partir da Geometria Analítica, prossegue com a Álgebra Linear, depois com outras estruturas algébricas (grupos, anéis e corpos) e tem um acabamento natural nas construções com régua e compasso, justificadas pela Teoria de Galois (neste último caso, para o bacharelado)" (UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO", 2015, p. 10).

Com a formação de conteúdos mais avançados[12], segundo o PPC, o licenciando pode se voltar para os conteúdos que são ensinados na Educação Básica, por meio de disciplinas que tematizem a matemática elementar, como parece ser o caso da disciplina Matemática Elementar do Ponto de Vista Avançado[13] (UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO", 2015). Essa nos parece ser a concepção do curso sobre o papel da Matemática Acadêmica na formação inicial do professor.

Com relação à última coluna do Quadro 2, levantamos um aspecto que merece destaque. Fizemos uma busca pelos termos *racionais* e *racional*, pois gostaríamos de entender qual o espaço ou a relevância que os cursos de formação estão dando aos números racionais. Buscávamos compreender ainda se, principalmente, dá-se ênfase nas relações desse conceito com a Educação Básica (ensino, aprendizagem, diferentes significados e representações, operações) ou, por outro lado, se os cursos estão utilizando os números racionais para exemplificar a estrutura algébrica corpo ou qualquer outro conteúdo avançado.

De forma surpreendente, esses termos (*racionais* e *racional*) não apareceram no ementário de três cursos investigados (IFG, UFOP, Unesp). Isso não significa,

[12] Segundo o PPC, as disciplinas de conteúdo matemático para a Licenciatura devem promover, paralelamente, a construção do pensamento diferencial e do pensamento algébrico. O pensamento diferencial se dá com disciplinas como Cálculo (I, II e III), Equações Diferenciais e Análise; o pensamento algébrico se dá com disciplinas como Geometria Analítica, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas. A disciplina de Funções de Variável Complexa I é a confluência desses dois pensamentos. São todas essas disciplinas que o PPC da Licenciatura da Unesp - Rio Claro entende por formação de conteúdos mais avançados.

[13] Ementa: Construção de conjuntos numéricos. Geometria Euclidiana do ponto de vista axiomático. Geometrias não euclidianas.

entretanto, que esses cursos não tratem dos números racionais. Por exemplo, a já citada disciplina Matemática Elementar do Ponto de Vista Avançado, e as disciplinas Matemática Elementar[14] e Matemática da Educação Básica[15] do curso da Unesp – Rio Claro aparentam abarcar esse conceito de alguma maneira, mesmo não explicitando o termo de nossa busca. Mas, levando em consideração o apontamento de Damico (2007), quando afirma que cursos de Licenciatura em Matemática não têm oferecido aos futuros professores uma preparação sobre os números racionais com a abrangência e o cuidado que esse assunto requer, acreditamos que a pouca relevância atribuída a esse tema fica evidente já no momento em que o termo *racionais* (ou *racional*) não consta em nenhuma ementa de um curso.

Por outro lado, o fato de o termo *racionais* (*racional*) aparecer em 11 dos 14 cursos investigados também não significa, necessariamente, que os números racionais têm tido espaço dentro dos currículos. Vejamos o caso da UEL. Nos documentos oficiais para a Licenciatura em Matemática da UEL, na deliberação 013/2013 que altera a matriz curricular do 1º ano e ementas do 1º e do 2º anos do curso de Licenciatura em Matemática da UEL, consta a disciplina Pré-Cálculo no 1º ano. O primeiro tópico da ementa é: números reais e suas propriedades. Na disciplina Matemática Elementar, ainda para o 1º ano, consta "Operações elementares. Regras de potenciação e radiciação. Logaritmo e exponencial. Trigonometria. Números complexos" (UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, 2013, p. 6). Na disciplina Estruturas Algébricas para o 2º ano, a ementa é:

> Teoria elementar dos números. Grupos: subgrupos, subgrupos normais, grupos quocientes. Homomorfismo de grupo. Grupos de permutação. Anéis: subanéis, ideais, anéis quocientes, homomorfismo de anéis. Anéis de polinômios. Extensões de corpos sobre os racionais. Construção com régua e compasso. Aspectos históricos e epistemológicos dos conteúdos trabalhados. (UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, 2013, p. 6-7).

Ou seja, na primeira disciplina, Pré-Cálculo, os números reais são prioridade. Tais números ganham um novo *status* na disciplina Análise Real, no 3º ano. Na disciplina Matemática Elementar, é a vez dos números complexos. Entretanto, os números racionais, seus diferentes significados e representações e os conhecimentos matemáticos para seu ensino, não são foco de estudo nas disciplinas do primeiro ano (e também não serão nos demais anos, pelo menos se tomarmos as ementas como referência). O único

[14] Ementa: Noções de lógica. Álgebra dos conjuntos. Conjuntos numéricos. Indução Finita. Desigualdades e valor absoluto. Significado de Argumentação e prova matemática.

[15] Ementa: Sistemas de numeração. Números Naturais. Frações. Razão e Proporção. Análise combinatória. Pensamento Algébrico. Funções.

momento em que o termo *racionais* aparece é na disciplina de Estruturas Algébricas, no tema "Extensões de corpos sobre os racionais", ou seja, os números racionais são tomados como um exemplo da estrutura de corpo, não como foco de estudo.

O mesmo acontece nos cursos da FURG e da UFMT, em que o termo *racionais* aparece no contexto de "corpo dos racionais" e de "polinômios sobre o corpo racional", respectivamente. Sem contar a UFPR e a UFT, em que o termo só aparece na disciplina de Análise Real, cujo foco, geralmente, está nos números reais.

Essa análise do PPC ou das MCE nos permitiu, em certa medida, levantar três pontos importante de serem considerados: i) a maioria dos cursos de formação inicial de professores investigados (13 em 14) abordam as estruturas algébricas em suas disciplinas, o que justifica a necessidade de se realizar pesquisas sobre o papel dessas estruturas na formação inicial de professores; ii) os números racionais são, em muitos casos, tomados como sabidos pelos estudantes, uma vez que seu tratamento não é priorizado ao longo do curso; iii) em diversos casos, quando tratados, os números racionais são tomados como exemplos de estruturas e não como o foco de estudo.

Essas três constatações, se observadas e problematizadas com mais profundidade, nos sugerem uma necessidade de mudança nos currículos da formação inicial de professores, passando a dar prioridade aos números racionais como objeto de estudo dessa formação, explorando seus diferentes significados (parte-todo, operador, razão, medida, quociente etc), suas diferentes representações (fracionária, decimal, porcentagem), suas operações etc., fazendo emergir desses estudos a noção de corpo dos números racionais. Neste caso, a estrutura algébrica corpo e os valores da Matemática Acadêmica teriam o papel de contribuir para o desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais dos futuros professores, deixando de tratar o ensino da estrutura algébrica corpo com o único objetivo de ... ensinar a estrutura algébrica corpo. Como afirma Kluth (2007),

> [...] não dá mais para colocar-se numa situação de construção do conhecimento tão vazia e sem chão, como o é quando as estruturas são tomadas como hipóteses, perdendo suas relações ôntico/ontológicas. Isto é levado a tal ponto no ensino, que a única pergunta que resta ao aprendiz é: *para que a Álgebra Abstrata? Onde eu uso isto?* E nós, professores de Matemática, sempre prontos a tornar nossa disciplina mais aceitável, recorremos à resposta direta: a aplicabilidade das estruturas. (p. 110, grifos da autora).

Concluímos, nesse caso, que devemos deixar de ver os números racionais como coadjuvantes e que investir em sua importância para a formação inicial dos professores significa contemplar o conteúdo específico em uma "perspectiva multirrelacional, epistemológica e histórico-cultural" (FIORENTINI e OLIVEIRA, 2013, p. 935).

Propondo novos caminhos

Diante das discussões produzidas a partir das análises acerca dos currículos dos 14 cursos de Licenciatura em Matemática, propomos uma alternativa para o ensino da estrutura algébrica corpo com vistas a favorecer o desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais. Apresentamos nossa proposta como sendo uma alternativa por entender que haja, de fato, necessidade de uma revisão mais ampla e profunda no currículo. Nesse sentido, entendemos nossa proposta como um *start* para pensarmos outros modos de tratar a Matemática Acadêmica na formação inicial do professor. Isso, certamente, irá nos tirar de uma zona de conforto de simplesmente apontar *como não deve ser*, para adentrarmos no campo propositivo, do *como pensamos que pode ser* e, portanto, passível de críticas. Ainda assim, preferimos adotar a posição de propor alternativas àquele modo que tem se mostrado ineficaz à formação inicial do professor.

O que temos visto frequentemente, e isso ficou evidente nas discussões sobre os PPC dos cursos investigados, é que o movimento pensado para a formação matemática tem sido: primeiramente é abordada a Matemática Acadêmica nos cursos de formação inicial de professores, para depois se buscar articulações com a Matemática Escolar. Entretanto, sabe-se que esse exercício (de buscar articulações) é, quase sempre, deixado a cargo dos licenciandos para quando ingressarem na profissão. Na alternativa que aqui propomos, nós buscamos o inverso, partir da Matemática Escolar para discutir aspectos da Matemática Acadêmica que possam favorecer o conhecimento matemático do professor. Levamos em conta os dizeres de Viola dos Santos e Lins (2014) quando afirmam que

> [...] estruturar disciplinas de formação matemática na Licenciatura fazendo relações com temáticas da matemática escolar se faz necessário, visto que a partir dessas tematizações, o futuro professor poderá vivenciar em seu curso de formação inicial discussões que poderá realizar em sua prática profissional. (VIOLA DOS SANTOS e LINS, 2014, p. 347).

Nessa direção, sugerimos um ensino por meio de uma sequência de tarefas, cujos princípio se assentam em: (i) partir do conhecimento que os licenciandos já têm dos números racionais (Tarefa 1), debatendo diferentes significados desses números que são característicos do contexto da Educação Básica; (ii) levar os licenciandos a extrapolar os modos de significar os números racionais para além daqueles já conhecidos, característicos da Matemática Acadêmica (Tarefa 2); (iii) buscar problematizar essa Matemática Acadêmica com vistas a contribuições para que o futuro professor desenvolva seu conhecimento matemático para o ensino dos números racionais (Tarefa 3). Nossa compreensão sobre tarefa está fundamentada no trabalho de Ponte *et al.* (2015), quando eles afirmam que no "ensino da Matemática que valoriza o papel ativo dos alunos, este conceito é essencial, uma vez que neste caso as tarefas são reconhecidas como elemento organizador da atividade dos alunos" (p. 111).

Tarefa 1: *Explorando diferentes significados dos números racionais.*

A *Tarefa 1* tem como objetivo conhecer e explorar os significados dos números racionais que já foram internalizados pelos licenciandos enquanto estudantes da Educação Básica e sujeitos de uma determinada cultura, bem como discutir situações em que outros significados, além daqueles já conhecidos, possam surgir.

A. Suponha que você seja professor de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental. Nesse contexto, seus estudantes já tiveram experiências com alguns casos envolvendo frações e números decimais. Como você faria, nessa turma de 7º ano, para introduzir o conceito de número racional?

B. Suponha, agora, que você esteja em uma classe de Ensino Médio e um estudante, quando solicitado, afirme que "número racional é um número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$". O que se pode comentar a respeito dessa compreensão de número racional?

C. O que você pode dizer sobre $\frac{5}{6}$? Comente com seus colegas o que esse número pode indicar ou representar[16].

D. Discuta com seus colegas formas de resolver as seguintes situações[17]:

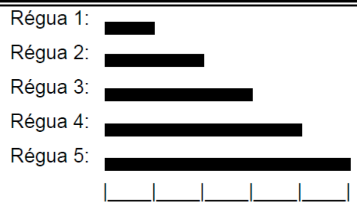
i) Um carro A percorre a distância de 4 km em 9 $minutos$. Um carro B percorre a distância de 3 km em 8 $minutos$. Qual dos carros é mais veloz?

ii) Quantos alunos correspondem a $2/3$ de uma classe com 36 alunos?

iii) Observe as réguas abaixo e responda às perguntas.

[16] Item foi adaptado de Onuchic e Allevato (2008).

[17] O subitem i foi retirado de Damico (2007); o subitem ii foi retirado de Silva (2009); o subitem iii foi retirado de Damico (2007); o subitem iv foi adaptado de Ponte *et al.* (2015); e o subitem v foi retirado de Cyrino *et al.* (2014).



a) Quanto mede a régua 2 tomando-se a régua 1como unidade?

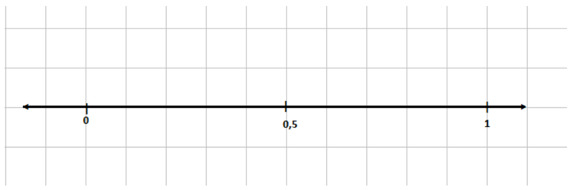
b) Quanto mede a régua 1 tomando-se a régua 4 como unidade?

c) Quanto mede a régua 3 tomando-se a régua 5 como unidade?

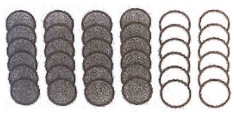
d) Quanto mede a régua 4 tomando-se a régua 3 como unidade?

iv) Podemos representar números racionais na reta numérica, assim como fazemos com os números inteiros. Represente, na mesma reta, os números dados:

$$0{,}25 \qquad \frac{3}{4} \qquad 0{,}6 \qquad \frac{4}{10}$$



v) Minha mãe assou uma forma de biscoitos de dois sabores diferentes, chocolate e aveia, como representado na figura (respectivamente por cinza e branco).



a) Que parte da forma de biscoitos é de sabor chocolate?

b) Que parte é de sabor aveia?

c) É possível representar essas quantidades de outras maneiras?

d) Se a minha mãe faz pacotinhos com 3 biscoitos de tal forma que existem sempre 2 biscoitos de chocolate em cada pacote, quantos pacotes poderão ser feitos com essa quantidade de biscoitos representados na figura anterior?

E. As cinco situações apresentadas no item D permitem o uso dos números racionais. Você acredita que essas situações demandam a mesma forma de pensar os números racionais?

F. Ainda sobre as situações do item D e com base em sua resposta no item E, discuta com o restante da turma o contexto em que essas situações são mais adequadas ao longo da Educação Básica.

Tarefa 2: *Apresentando os números racionais na Matemática Acadêmica.*

A *Tarefa 2* tem como objetivo apresentar a construção lógico-formal dos números racionais enquanto classes de equivalência de pares ordenados de números inteiros, além de explorar a coletividade dos axiomas (WASSERMAN, 2014), fazendo emergir a estrutura algébrica corpo.

A. Em momentos anteriores, em seu curso de Licenciatura em Matemática, você construiu os números inteiros a partir dos números naturais, por meio do conceito de classe de equivalência. Usualmente, essa construção é chamada de *construção lógico-formal dos números inteiros*. Naquele caso, o conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros ficou definido como: $\mathbb{Z} = \mathbb{N}\times\mathbb{N}/\sim\ = \{\overline{(a,b)}\ |(a,b) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}\}$, em que $\overline{(a,b)} = \{(x,y) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}\ |\ (x,y)\sim(a,b)\} = \{(x,y) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}\ |\ x + b = y + a\}$. Por exemplo, $\overline{(1,0)} = \{(1,0),(2,1),(3,2),(4,3),\dots\}$ e $\overline{(0,1)} = \{(0,1),(1,2),(2,3),(3,4),\dots\}$. Assim, um número inteiro, tal como você já conhecia enquanto estudante da Educação Básica, é uma classe de equivalência, como:

$$+1 = \overline{(1,0)} = \{(1,0),(2,1),(3,2),(4,3),\dots\}$$
$$0 = \overline{(0,0)} = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),\dots\}$$
$$-1 = \overline{(0,1)} = \{(0,1),(1,2),(2,3),(3,4),\dots\}$$

Dessa maneira, o conjunto dos números inteiros fica assim escrito:

$$\mathbb{Z} = \{\dots,-2,-1,0,+1,+2,\dots\}$$

Essa mesma linha de pensamento conduz à construção dos números racionais a partir dos números inteiros, também por meio do conceito de classe de equivalência. Essa construção, chamada de *construção lógico-formal dos números racionais*, é o que nos interessa nesse momento. Junto com alguns colegas de sua turma, discuta:

i) No caso da construção de $\mathbb{Z}$ a partir de $\mathbb{N}$, incluímos, em $\mathbb{Z}$, os inversos aditivos dos elementos de $\mathbb{N}$. No caso da construção de $\mathbb{Q}$ a partir de $\mathbb{Z}$, que elementos serão incluídos?

ii) Que relação de equivalência $\sim$ precisamos definir sobre o conjunto $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}^*$ para obtermos os elementos a serem incluídos e discutidos no item i?

iii) Descreva, com suas palavras, o que são os números racionais nessa construção lógico-formal.

B. Feita a construção dos números racionais como classes de equivalência de pares ordenados de números inteiros, são definidas as operações de adição e de multiplicação sobre esse conjunto $\mathbb{Q}$. Sejam $a = \frac{m}{n}$ e $b = \frac{r}{s}$ elementos de $\mathbb{Q}$.

- Chama-se *soma* de a com b e indica-se por $a + b$ o elemento de $\mathbb{Q}$ definido da seguinte maneira:

$$a + b = \frac{m}{n} + \frac{r}{s} = \frac{ms + nr}{ns}$$

A correspondência $(a,b) \to a + b$ é uma aplicação, uma operação sobre $\mathbb{Q}$ que chamamos de *adição* em $\mathbb{Q}$.

- Chama-se *produto* de a por b e indica-se por $a.b$ o elemento de $\mathbb{Q}$ definido da seguinte maneira:

$$ab = a.b = \frac{mr}{ns}$$

A correspondência $(a,b) \to a.b$ é uma aplicação, uma operação sobre $\mathbb{Q}$ que chamamos de *multiplicação* em $\mathbb{Q}$.

i) Use a definição dada para demonstrar que o conjunto $\mathbb{Q}$ dos números racionais munido da operação de adição goza das propriedades: associativa, comutativa, existência de elemento neutro da adição, todo elemento $a \in \mathbb{Q}$ possui simétrico aditivo (oposto).

ii) Use a definição dada para demonstrar que o conjunto $\mathbb{Q}$ dos números racionais munido da operação de multiplicação goza das propriedades: associativa, comutativa, existência de elemento neutro da multiplicação, todo elemento $a \in \mathbb{Q}$ $(a \neq 0)$ possui simétrico multiplicativo (inverso).

iii) Existe uma propriedade que estabelece uma relação entre as operações de adição e multiplicação em $\mathbb{Q}$, que é a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Com isso, mostre que

$$a(b+c) = ab + bc, \forall\, a,b,c \in \mathbb{Q}$$

iv) Quando se compara o conjunto dos números racionais com o conjunto dos números inteiros com as operações de adição e multiplicação, que propriedade(s) não é (são) satisfeitas por $\mathbb{Z}$, mas é (são) por $\mathbb{Q}$? Comente.

C. Considere a equação $4x + 5 = 6$.

i) Encontre a solução dessa equação e comente que número é esse.

ii) Explique, detalhadamente, cada passo utilizado para chegar à solução.

iii) Suponha que o enunciado fosse: “Resolva a equação $4x + 5 = 6$ em $\mathbb{Z}$”, qual seria sua resposta? Comente com seus colegas.

iv) É possível estabelecer alguma relação entre esses passos realizados para resolver a equação do primeiro grau de uma incógnita dada e as propriedades das operações de adição e multiplicação em $\mathbb{Q}$?

v) Se, por exemplo, não existissem as propriedades associativa para a adição e a associativa para a multiplicação em $\mathbb{Q}$, seria possível resolver a equação dada?

vi) São as propriedades das operações de adição e multiplicação em $\mathbb{Q}$ que permitem resolver uma equação polinomial de primeiro grau de uma incógnita do tipo $ax + b = c$ $(b, c \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{Z}^*)$. Juntas, essas propriedades possibilitam o passo a passo que conduz ao número racional que é solução daquela equação. Se alguma dessas propriedades não fosse válida, a resolução da equação não caminharia. Isso significa que, no caso da resolução de equações como essa que está sendo mencionada, a coletividade das propriedades deve ser valorizada. Essa coletividade está associada ao que chamamos de estrutura algébrica. Uma estrutura algébrica é um conjunto (numérico ou não) munido de uma ou duas operações (que podem ser as conhecidas adição e multiplicação, mas podem ser outras) e que goza de algumas propriedades (ou axiomas). Os números racionais, munidos das operações de adição e multiplicação, gozam das propriedades apresentadas no item B- i, ii e iii, constituindo uma estrutura algébrica chamada *corpo*. Em uma notação matemática, dizemos que $(\mathbb{Q}, +, .)$ é o corpo dos números racionais. Investigue, em diferentes livros de Álgebra, como *corpo* é definido e responda as questões abaixo.

a) Há diferenças nessas definições da estrutura algébrica corpo apresentadas nos livros consultados?

b) Discuta com os demais colegas o que você compreendeu sobre o objeto "estrutura algébrica corpo".

Tarefa 3: *Problematizando os números racionais na Matemática Acadêmica a partir dos números racionais na Matemática Escolar*.

A *Tarefa 3* tem como objetivo problematizar a Matemática Acadêmica com vistas ao conhecimento matemático para o ensino dos números racionais, buscando explicitar a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar como diferentes práticas sociais situadas em contextos distintos, mas que se complementam.

A. Com base no que fora discutido no item A da Tarefa 2, novos questionamentos podem ser feitos e debatidos entre vocês:

i) O que significa uma *construção lógico-formal* dentro dessa matemática que você está aprendendo? Além das construções dos conjuntos numéricos, você teve contato com outra construção dessa natureza até o momento em seu curso?

ii) Uma construção desse tipo é feita na Educação Básica para ensinar os números inteiros ou os racionais? Discuta com os demais colegas sobre a diferença de abordagens sobre/para os números racionais que vocês estão vendo agora e a forma tratada na Educação Básica.

iii) Nesse contexto da construção formal dos números racionais, um número racional é uma classe de equivalência e, como vocês já viram, uma classe de equivalência é um conjunto. Para vocês, faz sentido um número racional ser um conjunto, por exemplo, $\frac{1}{2} = \{(1,2), (-1,-2), (2,4), (-2,-4), \ldots\}$? Na Tarefa 1, item D-i, vimos uma forma de significar os números racionais: número racional é uma variação de uma grandeza em relação a outra. Ou seja, em D-i, um número é uma relação entre grandezas. Afinal, o que é um número racional?

B. Na Tarefa 2, item B, as operações de adição e multiplicação em $\mathbb{Q}$ foram formalmente definidas. Essas definições condizem com as operações realizadas ao longo de toda a Educação Básica, afinal, a regra é a mesma.

i) Com seus colegas, discuta: o que veio primeiro, a definição formal ou o uso mais intuitivo das operações, como geralmente é apresentado na Educação Básica?

ii) No contexto de uma prática matemática específica, chamada de Matemática Acadêmica, qual o sentido de se estabelecer uma definição formal da maneira como fora feita?

iii) Por que as definições formais das operações foram aquelas e não outras? Se fossem outras, será que a matemática construída e conhecida até então perderia sentido?

iv) Na Tarefa 2, item A-ii, você, juntamente com os demais colegas, determinou uma relação de equivalência que fosse adequada para a *construção lógico-formal* dos números racionais a partir dos números inteiros. Será que não houve alguma intencionalidade na escolha da relação de equivalência?

C. Na Tarefa 2 item C, foi apresentada a você a estrutura algébrica corpo e, junto a ela, o corpo dos números racionais.

i) Considerando que você já conhece a construção lógico-formal dos inteiros, o que se pode dizer sobre a afirmação "$(\mathbb{Z}, +, .)$ não é um corpo"? Discuta com o restante da sala e justifique sua resposta.

ii) Levando em conta a ideia de estrutura algébrica (tomando as operações usuais de adição e multiplicação), quando passamos de $\mathbb{Z}$ para $\mathbb{Q}$, que propriedades são mantidas e que propriedades são incluídas?

iii) Note que, na extensão de $\mathbb{Z}$ para $\mathbb{Q}$ não basta acrescentar somente os inversos multiplicativos dos inteiros, é preciso acrescentar vários outros elementos, como $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$ etc. A inserção desses outros elementos é necessária para manter a consistência da estrutura de corpo, a partir dessa ampliação dos inteiros. Discuta com os demais colegas que consistência é essa que se busca, ao acrescentar esses elementos que não são inversos de números inteiros, na passagem de $\mathbb{Z}$ para $\mathbb{Q}$.

iv) Na passagem de $\mathbb{Z}$ para $\mathbb{Q}$, acrescentar os inversos multiplicativos dos números inteiros, bem como outras frações do tipo $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$), implica em outras diferenças entre esses dois conjuntos.

a) O que se pode dizer sobre a ideia de antecessor e de sucessor no conjunto dos números inteiros e no conjunto dos números racionais? Compare essas ideias entre os conjuntos.

b) Com base na discussão do item a, o que se pode dizer sobre a afirmação "Entre dois números racionais quaisquer (mesmo muito próximos) sempre existe outro número racional". Essa afirmação também é válida quando tratamos de números inteiros?

v) Existe algum outro conjunto munido de duas operações que constituem o que estamos chamando de corpo? Qual a vantagem em se estabelecer uma estrutura algébrica sobre um conjunto que já é conhecido, como é o caso do corpo dos números racionais?

vi) Discuta com seus colegas essa forma de fazer matemática, que é característica da Matemática Acadêmica, e compare-a com a forma de fazer matemática da Matemática Escolar.

A sequência de tarefas aqui produzida não encerra o tema números racionais na formação inicial do professor; essa sequência deve ser encarada como parte integrante de uma disciplina que busca abordar o ensino desses números em sua completude. Contudo, essa sequência de tarefas ilustra um modo de organizar o currículo na formação inicial de professores, um modo que coloca a Matemática Escolar como aquilo a ser tratado, o objeto de estudo, e que propõe se utilizar da Matemática Acadêmica para problematizar essa Matemática Escolar, tomando-as (as matemáticas) como práticas sociais situadas em contextos e com objetivos distintos, mas que, uma vez estabelecidas suas diferenças, podem favorecer o conhecimento matemático para o ensino.

Considerações finais

Nesse artigo, problematizamos o espaço que tem sido dado aos números racionais e à estrutura algébrica corpo em currículos de 14 cursos de Licenciatura em Matemática. Como alternativa à situação identificada, propomos uma sequência de tarefas que ilustra nossa compreensão para o ensino dos números racionais e da estrutura algébrica corpo na formação inicial de professores: tomar os números racionais na Matemática Escolar como ponto de partida, explorando situações de sala de aula em diferentes contextos (desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio), procurando que os licenciandos tenham uma compreensão longitudinal desse conceito ao longo da Educação Básica. Além disso, busca-se ampliar essa compreensão para além da

Matemática Escolar, sugerindo o trabalho com aspectos dos números racionais que são mais característicos da Matemática Acadêmica (o corpo dos números racionais), de modo que os números racionais na Matemática Acadêmica possam ser problematizados em termos de sua relação (ou falta de relação) com os números racionais na Matemática Escolar.

Dessa forma, esperamos possibilitar ao licenciando novas reflexões enquanto futuro professor e não mais como ex-estudante da Educação Básica, alterando qualitativamente seu conhecimento sobre a Matemática Escolar. Notemos, que não se trata de uma alteração quantitativa, de "saber mais matemática" sem conexão com aquela a ser tratada na Educação Básica; pelo contrário, trata-se de passar por processos de questionamento, reflexão e aprofundamento sobre aqueles saberes associados ao exercício da profissão docente. Nesse contexto, a Matemática Acadêmica poderia fazer parte desses processos, na medida em que se coloca em discussão as tensões entre ela e a Matemática Escolar, questionando até que ponto seus valores e seus métodos contribuem para o desenvolvimento do conhecimento profissional docente, ampliando, assim, a visão de Matemática enquanto campo de conhecimento do estudante/futuro professor, como sugerido por Fiorentini e Oliveira (2013).

Referências

APPLE, M. W. A política do conhecimento oficial: faz sentido a idéia de um currículo nacional?. In: MOREIRA, A. F.; SILVA, T. T. da (Orgs.). *Currículo, Cultura e Sociedade*. Tradução de Maria Aparecida Baptista. 2ª ed. revista. São Paulo: Cortez Editora, 2001.

BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. *Diário Oficial da União*, Brasília, 5 mar. 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 16 fevereiro 2017.

CYRINO, M. C. C. T. et al. *Formação de professores em Comunidades de Prática*: frações e raciocínio proporcional. Londrina: UEL, 2014.

DAMICO, A. *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental*. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e práticas formativas? *Bolema*, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917- 938, 2013.

JUNQUEIRA, S. M. da S.; MANRIQUE, A. L. Reformas curriculares em cursos de licenciatura de Matemática: intenções necessárias e insuficientes. *Ciência e Educação*, Bauru, v. 21, n. 3, p. 623-635, 2015.

KLEIN, F. *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*. Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2009.

KLUTH, V. S. O Movimento da Construção das Estruturas da Álgebra: uma visada fenomenológica. *Bolema*, Rio Claro (SP), Ano 20, n. 28, p. 95-113, 2007.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Números Racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica. *Bolema*, Rio Claro, SP, v. 21, p. 1-19, 2004.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. *A formação matemática do professor*: Licenciatura e prática docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. (Tendências em Educação Matemática, 11).

MOREIRA, P.C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? *Zetetiké*, Campinas, v.13, n. 23, p.11-39, 2005.

OLIVEIRA, E. C. *Impactos da Educação Matemática nos Currículos Prescritos e Praticados*: estudo comparativo entre Brasil e Argentina. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

PONTE, J. P. et al. Exercícios, problemas e explorações: Perspetivas de professoras num estudo de aula. *Quadrante*, v. 24, n. 2, 2015.

RANGEL, L.; GIRALDO, V.; FILHO, N. M. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, São Paulo, v.8, n. 2, 2015.

SILVA, M. J. F. *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série*. São Paulo: Blücher Acadêmico, 2009.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA. Deliberação – Câmara de Graduação 013/2013 de 16 de julho de 2013. *Altera a matriz curricular do 1º ano e as ementas do 1º e 2º ano do curso de Matemática – Habilitação: Licenciatura, a ser implantado a partir do ano letivo de 2014*. Londrina, 2013. Disponível em: <http://www.uel.br/prograd/docs_prograd/deliberacoes/deliberacao_13_13.pdf>. Acesso em: out. 2016.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO". *Reestruturação do Curso de Graduação em Matemática*. Rio Claro, 2015. Disponível em: < http://igce.rc.unesp.br/#!/graduacao/matematica/sobre-o-curso/projeto-pedagico-a-partir-de-2015/ >. Acesso em 16 de fevereiro de 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ. *Projeto pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática*. Teresina, 2006. Disponível em:

<http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/cc/arquivos/files/Matem%C3%A1tica%20Picos%202006.pdf>. Acesso em 24 de novembro de 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS. *Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática do campus universitário de Araguaína*. Araguaína, 2012. Disponível em: <http://docs.uft.edu.br/share/proxy/alfresco-noauth/api/internal/shared/node/qbjbJJhSQBG8O9hRRH1I5Q/content/22-2012%20-%20Altera%C3%A7%C3%A3o%20no%20PPC%20de%20Licenciatura%20em%20Matem%C3%A1tica,%20C%C3%A2mpus%20de%20Aragua%C3%ADna.pdf>. Acesso em 24 de novembro de 2017.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; LINS, R. C. Uma Discussão a Respeito da(s) Matemática(s) na Formação Inicial de Professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 351-372, 2016.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; LINS, R. C. Para uma outra formação matemática na Licenciatura em Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 7, n. 14, 2014.

WASSERMAN, N. H. Introducing Algebraic Structures through Solving Equations: Vertical Content Knowledge for K-12 Mathematics Teachers, *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, Filadelfia, v. 24, n. 3, p. 191-214, 2014.

Texto recebido: 31/05/2017

Texto aprovado: 01/11/2017