

Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática

Analysis of cognitively challenging tasks in a process of mathematics teacher education

CRISTINA CIRINO DE JESUS¹

MÁRCIA CRISTINA DE COSTA TRINDADE CYRINO²

HÉLIA MARGARIDA DE OLIVEIRA³

Resumo:

Neste estudo investigamos que aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados por professoras de Matemática, participantes de uma comunidade de prática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa com características de pesquisa intervenção. Os resultados evidenciaram que as professoras consideraram três aspectos associados à natureza deste tipo de tarefa: permite ao aluno construir suas próprias estratégias, mobiliza o aluno para que explique suas estratégias e justifique seu pensamento e não explicita um modo de resolução. As reflexões compartilhadas no processo de formação possibilitaram às professoras compreender as potencialidades de uma tarefa cognitivamente desafiadora e a relevância do papel do professor para promover processos de ensino e de aprendizagem centrados no entendimento dos alunos.

Palavras-chave: *Formação de professores de matemática, Tarefas cognitivamente desafiadoras, Perspectiva do Ensino Exploratório.*

Abstract:

In this study we investigated the aspects of the nature of cognitively challenging tasks that are considered by mathematics teachers, as participants of a community of practice. The study is a qualitative research with characteristics of intervention research. The results show that teachers considered three aspects associated with the nature of a cognitively challenging task, such as: allowing the student to construct their own strategies, mobilizing the student to explain his/her strategies and justify his /her thinking and does not specify a way of solving. The shared reflections in education process allowed the teachers to understand the characteristics and potentialities of a cognitively challenging task, as well as the important role of the teacher in promoting teaching and learning processes centered on students' understanding.

Key-words: *Mathematics teacher education, Cognitively challenging tasks, Exploratory teaching approach.*

¹Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora da rede estadual de ensino do Paraná. criscirino@gmail.com

²Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (USP). Professora do departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). marciacyrino@uel.br

³Doutora em Educação (especialidade de Didática da Matemática) pela Universidade de Lisboa. Professora do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. hmoliveira@ie.ul.pt

Introdução

Vários estudos, nos quais as tarefas⁴ foram o foco de investigação, indicam que existe uma relação entre a natureza das tarefas propostas e o tipo de pensamento dos alunos (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986; DOYLE, 1983; SMITH; STEIN, 1998; STEIN; LANE, 1996; STEIN et al., 2009; SULLIVAN et al., 2011). Pensar sobre o papel da tarefa e sua relevância para os processos de ensino e de aprendizagem auxilia o professor a compreender como a escolha da tarefa pode influenciar as aprendizagens dos alunos. Segundo Steele (2001, p.42), “nenhuma outra decisão que o professor toma tem um impacto tão grande nas oportunidades de os alunos aprenderem e na sua percepção do que é Matemática, como a seleção ou elaboração de tarefas”. Para Walls (2005) essas ações estão estreitamente relacionadas com as formas de ensinar do professor.

As abordagens de ensino fundamentadas no *inquiry-based learning*⁵, em especial a perspectiva do Ensino Exploratório⁶ (OLIVEIRA; CYRINO, 2013; CYRINO, 2016), dependem da escolha de tarefas cognitivamente desafiadoras, pois é a partir do trabalho com essas tarefas que uma aula nesta perspectiva é implementada, possibilitando ao aluno “desenvolver sua capacidade de pensar, raciocinar e resolver problemas” (STEIN et al., 2009, p.5). A perspectiva do Ensino Exploratório pode ser desenvolvida em quatro fases: proposição e apresentação da tarefa; desenvolvimento da tarefa; discussão coletiva; e sistematização (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012). Trabalhar desse modo exige que os professores apoiem o trabalho autônomo dos alunos, promovam o diálogo, a partilha de ideias matemáticas, mobilizando-os a justificar seu pensamento presente em suas estratégias de resolução.

Neste estudo, investigamos que aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras são considerados pelas professoras de Matemática, participantes da “Comunidade de Prática de Professores de Matemática: Analisando e Refletindo o Ensino de Matemática” - CoP-ProfMARE, durante o empreendimento Resolução e Análise de tarefas, que envolveu a resolução de tarefas propostas pelos formadores e pelas professoras em formação e a exploração de um caso multimídia. Para tanto, discutimos a relevância de

⁴ Utilizamos o termo tarefas para nos referirmos às tarefas matemáticas.

⁵ *Inquiry-based learning* se refere às formas de ensino sustentadas pela inquirição e centradas no aluno, nas quais ele pode elaborar questões, explorar situações e desenvolver as suas próprias estratégias para solucioná-las, assim, nessa perspectiva “os alunos constroem significados; a aprendizagem significativa ocorre em meio social, apoiada por contextos significativos e é um processo dialógico” (ENGELN; MANFRED; MASS, 2013, p.824).

⁶ É uma perspectiva alternativa de ensino que é desenvolvida a partir do trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, isto é, que têm o potencial de engajar o aluno em formas complexas de pensamento, mobilizando o seu trabalho autônomo.

tarefas cognitivamente desafiadoras para o desenvolvimento de um ensino centrado na compreensão, apresentamos o contexto da investigação, o encaminhamento metodológico, uma discussão a respeito dos aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras mobilizados pelas professoras da CoP-ProfMARE, e as conclusões.

A relevância das tarefas cognitivamente desafiadoras

As tarefas são utilizadas pelos professores para atingir diferentes propósitos e podem aparecer no início, no meio ou no final das aulas, em forma, por exemplo, de exercícios, problemas, investigações (PONTE, 2005). Neste estudo, assumimos tarefa como uma “proposição feita pelo professor em sala de aula, cujo objetivo é concentrar a atenção dos alunos em uma determinada ideia matemática” (STEIN et al., 2009, p.19).

Segundo Smith e Stein (1998), as tarefas podem influenciar e estruturar a maneira como os professores gerenciam suas aulas e o modo como os alunos aprendem a pensar matematicamente. Assim, diferentes tipos de tarefas constituem diferentes oportunidades de aprendizagem para o aluno, uma vez que algumas têm o potencial de mobilizá-lo às formas complexas de pensamento e outras não. Essas autoras apresentam uma categorização para tarefas baseada no nível de demanda cognitiva exigido dos alunos para a sua resolução. Para elas as tarefas diferenciam-se em quatro níveis de demanda cognitiva: memorização, procedimentos sem conexões com os significados, procedimentos com conexões com os significados e fazer matemática. Os dois primeiros correspondem a tarefas de baixo nível e os dois últimos correspondem às tarefas de alto nível de demanda cognitiva. As tarefas que se enquadram nos níveis procedimentos com conexão com os significados⁷ e fazer matemática⁸, categorizadas em elevado nível de demanda cognitiva, que neste estudo chamamos de tarefas cognitivamente desafiadoras (SMITH; STEIN, 2013).

As tarefas que têm como objetivo desenvolver procedimentos com conexões com os significados potencializam a atenção dos alunos na aprendizagem de processos e modos de representação e ampliam a compreensão de ideias e conceitos matemáticos. Incluem, normalmente, diferentes representações (diagramas visuais, materiais manipuláveis, tabelas e outros) que promovem o desenvolvimento de significados. Nessas tarefas, apesar de os procedimentos serem utilizados para resolvê-las, eles “não podem ser usados

⁷Neste nível de demanda cognitiva se encontram os problemas e as tarefas de exploração.

⁸Neste nível de demanda cognitiva se encontram as investigações matemáticas e as tarefas envolvidas na modelagem matemática.

sem compreensão do aluno que precisa se envolver com as ideias conceituais subjacentes aos procedimentos a fim de completar a tarefa com sucesso e desenvolver compreensão” (STEIN et al., 2009, p.6). Por sua vez, as tarefas que estão no nível fazer matemática são aquelas que não sugerem qualquer caminho, instruções ou exemplificações, sendo assim demandam um pensamento mais complexo à medida que exigem a compreensão e a exploração da natureza dos conceitos matemáticos, dos processos ou de relações (STEIN; SMITH, 1998).

Neste estudo, nosso foco são as tarefas cognitivamente desafiadoras, pois é a partir do trabalho com esse tipo de tarefa que os alunos são incentivados a realizar atividades matemáticas que desenvolverão o seu raciocínio, sua capacidade para resolver problemas, ao serem capazes de atribuir sentido às ideias ou aos conceitos matemáticos que podem emergir da resolução da tarefa e, posteriormente, da discussão coletiva (STEIN et al., 2008). Este tipo de tarefa é essencial para as perspectivas alternativas de ensino⁹, em especial para a perspectiva do Ensino Exploratório.

Diversos estudos sugerem que as aprendizagens mais significativas acontecem em salas de aula, nas quais os alunos têm oportunidades de se engajarem na realização de tarefas cognitivamente desafiadoras (BOSTON; SMITH, 2009; HENNINGSEN; STEIN; 1997; HIEBERT; WEARNE, 1993; SMITH; STEIN, 2013; STEIN; LANE, 1996; STEIN; SMITH, 1998). Segundo Stein, Grover e Henningsen (1996), os alunos se beneficiam ao se envolverem na resolução deste tipo de tarefa, uma vez que “não estão conscientes das ferramentas processuais para resolver os problemas, mas são solicitados a desenvolver estratégias para resolvê-las” (BRÄDSTROM, 2005, p.25). Estas tarefas aumentam a capacidade do aluno de interpretar, comunicar suas ideias, negociar significados, tomar decisões sobre o que fazer e como fazer, desenvolvendo um trabalho autônomo (STEIN et al., 2009).

Applebaum e Leikin (2014) argumentam que as tarefas cognitivamente desafiadoras podem desenvolver a curiosidade e o interesse dos alunos sobre os conteúdos matemáticos e que esse tipo de tarefa tem o potencial de mobilizá-lo a explorar vários caminhos para resolvê-la, de explicar suas estratégias e de justificar seu pensamento de forma escrita e/ou oral. Para Sullivan et al. (2011) estas tarefas exigem que o aluno planeje sua abordagem de resolução; organize várias partes da informação contida na tarefa, com a expectativa de

⁹Entendemos como perspectiva alternativa de ensino aquela que é contrária a uma perspectiva tradicional de ensino (ensino diretivo). Por exemplo, Resolução de Problemas, Investigação Matemática, perspectiva do Ensino Exploratório, Modelagem Matemática, etc.

fazer uma relação entre elas e olhe os conceitos de novas maneiras; engaje-se com importantes ideias matemáticas e principalmente, justifique seu pensamento para o professor e para os colegas e assim ampliando o seu conhecimento.

Smith e Stein (2013) argumentam que, mesmo que as tarefas ganhem “vida própria”, ao serem propostas em sala de aula e sofram influências de diversos fatores e possam declinar no seu nível demanda cognitiva (HENNINGSEN; STEIN, 1997) é relevante que o professor priorize em seu ensino tarefas cognitivamente desafiadoras, pois “os alunos têm maiores ganhos de aprendizagem em aulas nas quais as tarefas de ensino incentivam o pensamento e o raciocínio de alto nível e poucos ganhos em aulas em que as tarefas são de natureza procedimental” (STEIN et al., 2009, p.5). Na visão de Sullivan e Mornane (2013), é fundamental que os professores implementem tarefas cognitivamente desafiadoras e assim ofereçam aos alunos um ensino centrado na compreensão. No entanto, admitem que a maioria dos alunos, e também alguns professores, resiste à ideia de desenvolver um trabalho sustentado nesse tipo de tarefa.

Ao privilegiar tarefas cognitivamente desafiadoras em sua prática, o professor promove uma cultura de sala de aula na qual os alunos podem debater e explicar os seus raciocínios (APPLEBAUM; LEIKIN, 2014), além de “potencializar as oportunidades para os alunos aprenderem” (WARFIELD, 2001, p.194). Quando os alunos aprendem com compreensão, a partir do trabalho com tarefas de alto nível de demanda cognitiva, têm a chance de “aplicar o conhecimento que adquiriram para aprender novos tópicos e resolver problemas novos ou pouco familiares” (CARPENTER, LEHER, 2009, p.19). Quando eles não compreendem, apenas percebem cada parte como uma habilidade isolada e não ampliam seu conhecimento para novos assuntos.

Segundo Henningsen e Stein (1997, p. 524), para desenvolver a “capacidade dos alunos para fazer matemática, as salas de aulas devem tornar-se ambientes nos quais os alunos sejam capazes de envolver-se ativamente em atividade rica e que valha a pena”, e a escolha da tarefa é o primeiro passo para que isso aconteça (CHRISTIANSEN; WALTER, 1986). Sullivan e Mornane (2013, p. 195) argumentam que há, pelo menos, três aspectos do conhecimento do professor que influenciam na escolha e na utilização de tarefas cognitivamente desafiadoras

se ele sabe Matemática suficientemente bem que lhe permita ser flexível; se ele conhece abordagens pedagógicas que podem facilitar a aprendizagem baseada no trabalho dos alunos com tarefas desafiadoras; e se ele tem consciência dos recursos curriculares e fontes de sugestões de tarefas.

Selecionar tarefas cognitivamente desafiadoras para propor aos alunos implica ao professor conhecer profundamente a tarefa e os conteúdos matemáticos envolvidos em suas diferentes formas de resolução. Por isso, a análise de tarefas "deve ir além das características superficiais¹⁰ para se concentrar nas características e nos tipos de pensamento em que os alunos devem se envolver para completar a tarefa" (STEIN; SMITH, 1998, p. 345). Também é essencial que o professor conheça os alunos a quem a tarefa se destina, isto é, que preste atenção à idade deles, aos níveis de aprendizagem em que se encontram, aos conhecimentos que possuem e às suas experiências anteriores (STEIN et al., 2009), para que atentem as abordagens pedagógicas e os recursos que viabilizem a aprendizagem.

Discutir aspectos das tarefas cognitivamente desafiadoras ajuda os professores a ampliarem o seu conhecimento com relação aos processos de ensino e de aprendizagem e, em especial, com a escolha daquelas que configuram as perspectivas alternativas de ensino (YEO, 2007); a refletir como as tarefas podem ser usadas na sala de aula e reconhecer o seu potencial para promover a aprendizagem dos alunos, pois as tarefas abrangem muito daquilo que os alunos podem aprender e é reconhecido que estas, pelas suas características próprias, suscitam diferentes oportunidades para a aprendizagem deles (BOSTON; SMITH, 2009; CYRINO; JESUS, 2014).

Contexto da investigação e encaminhamento metodológico

Este estudo foi desenvolvido no contexto de uma Comunidade de Prática (WENGER, 1998; CYRINO; BALDINI, 2017), CoP-ProfMARE constituída por três professoras de Matemática que trabalhavam nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, na rede pública de ensino do Paraná, e por dois formadores¹¹, os quais também atuavam como professores de Matemática na rede estadual de ensino. Para a constituição da CoP foram realizados 45 encontros presenciais, com uma hora de duração cada, que aconteceram no período de maio de 2015 a julho de 2016. A dinâmica estabelecida na CoP permitiu às professoras compartilhar seus repertórios (ideias, opiniões e

¹⁰De acordo com Stein et al. (2009), as características superficiais de uma tarefa estão relacionadas a aspectos da tarefa que aparecem somente com fins ilustrativos. Por exemplo, uma tarefa pode trazer desenhos, tabelas, diagramas, ter um contexto do mundo real, porém esses aspectos podem ser irrelevantes para a compreensão e realização da tarefa, não fazem diferença para a sua resolução.

¹¹A primeira autora deste artigo e Julio César Rodrigues de Oliveira, que na época era mestrando em Ensino de Ciências e Educação Matemática na Universidade Estadual de Londrina. A CoP-ProfMARE também foi fonte de coleta de dados da dissertação dele.

experiências), influenciar as compreensões umas das outras e, conjuntamente, desenvolver uma prática de formação que ultrapassou a reprodução de informações.

Para suscitar as discussões na CoP-ProfMARE utilizamos tarefas de vários níveis de demanda cognitiva e um recurso multimídia¹², em especial o caso multimídia “Plano de Telefonia”. Este caso foi desenvolvido a partir de uma aula¹³, realizada na perspectiva do Ensino Exploratório com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Envolveu o conteúdo de Função Afim e a utilização do software GeoGebra.

Na plataforma *online*, este caso está estruturado em seis seções, as quais abrangem diferentes mídias e estão assim constituídas: (1) *Introdução do caso multimídia*, em que aparecem informações a respeito do contexto (escola, turma) no qual foi desenvolvida a aula, da professora protagonista do caso e das indicações sobre o uso do caso; (2) *Antes da aula*, constituída pela tarefa “Plano de Telefonia”, o plano de aula da professora, os excertos do áudio da entrevista com a professora antes da aula e as questões problematizadoras; (3) *A aula*, na qual aparecem os excertos dos vídeos (episódios)¹⁴ com as ações da professora e dos alunos em sala de aula, as questões problematizadoras relacionadas aos episódios e a perspectiva do Ensino Exploratório, as produções escritas dos alunos (resoluções das tarefas) e o quadro-síntese (para registro das ações da professora protagonista do caso); (4) *Reflexão após a aula*, que apresenta os excertos do áudio da entrevista da professora após a aula, questões problematizadoras com relação a entrevista e o *framework*¹⁵, (5) *O GeoGebra*, constituído pelos excertos de vídeos relacionados aos itens da tarefa desenvolvidos com o uso deste *software*, questões problematizadoras relacionadas a esses episódios e ao uso do GeoGebra como recurso para a realização da tarefa e excertos do áudio da entrevista da professora após a aula e

¹²O recurso multimídia utilizado faz parte do projeto “Rede de cooperação Universidade Estadual de Londrina/Universidade de Lisboa na elaboração e utilização de recursos multimídia na formação de professores de matemática” financiado pelo CNPq. Esse recurso é constituído por quatro casos multimídia (Os Colares, Plano de Telefonia, Brigadeiros e Explorando perímetro e área) que retratam aulas desenvolvidas na perspectiva do Ensino Exploratório, realizadas em diferentes níveis de ensino (Fundamental e Médio) da rede pública de ensino do Paraná, contemplando respectivamente os conteúdos estruturantes: números e álgebra, funções, tratamento da informação e geometria e medidas. Pode ser acessado eletronicamente em uma plataforma *online* por meio de *login* e senha. Disponível em: <http://www.rmfp.uel.br>

¹³O relato mais aprofundado deste caso encontra-se em BALDINI (2016).

¹⁴Esses episódios estão relacionados com as fases da perspectiva do Ensino Exploratório, sendo um para a fase proposição e apresentação da tarefa; cinco para a fase de desenvolvimento da aula; quatro para a fase de discussão coletiva, e dois para a fase de sistematização.

¹⁵O *framework* foi elaborado a partir das discussões do grupo Gepefopem com base em Stein et al. (2008) e Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) e contempla as ações de um professor nas diferentes etapas de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

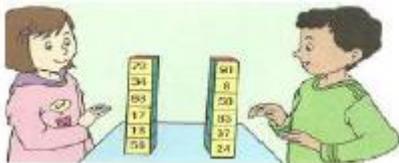
(6) *Colocar em prática*, que aparece como um convite aos participantes da formação a planejar e implementar uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório.

Neste estudo nossa investigação está focada nas ações que foram desenvolvidas no empreendimento¹⁶ Resolução de Análise de tarefas, desenvolvido em 12 encontros semanais (presenciais)¹⁷ com uma hora de duração cada, nos quais foram realizadas as seguintes ações: (i) resolução e análise de tarefas propostas pelos formadores e pelas professoras em formação (Figura 1); (ii) resolução e análise da tarefa Plano de Telefonia (Figura 2) proposta na seção *Antes da aula* (subseção a tarefa) do caso multimídia e (iii) resolução e análise de tarefas selecionadas pelas professoras na seção *Colocar em Prática* do caso multimídia.

Figura 1- Algumas tarefas que foram discutidas no empreendimento Resolução de Análise de Tarefas

Quantos telefonemas?
Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descubra quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para felicitarem todos entre si.
E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?
E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?
Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?
Fonte: CANAVARRO (2009)

Andréia e Renato construíram cada um uma pilha de cubos numerados. Eles organizaram os cubos dessas pilhas, colocando-os um a um.



a) Qual o primeiro cubo que Andréia colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?
b) Qual é o último número que Renato colocou na pilha que construiu? Esse número é par ou ímpar?
c) Na pilha que Andréia construiu há mais cubos com números pares ou ímpares?
Fonte: RIBEIRO(2009)

Observe a sequência da figura e responda:



a) Desenhe a próxima figura da sequência.
b) Desenhe a 7ª figura da sequência. Quantas bolinhas têm a figura?
c) Sem desenhar, descubra quantas bolinhas têm a figura que ocupa a posição 14 da sequência?
d) Escreva a sequência relativa ao número de bolinhas que tem cada uma das figuras até a posição 7.
e) Que posição corresponde a figura que tem 59 bolinhas? Explique o seu raciocínio.
f) Descreva como é construída qualquer figura desta sequência.

¹⁶Ao longo dos encontros da CoP-ProfMARE foram negociados pelas participantes dois empreendimentos: (i) Resolução e Análise de tarefas e (ii) Análise, discussão e reflexão do caso multimídia Plano de Telefonia.

¹⁷Destes 12 encontros, oito foram realizados no ano de 2015 e quatro em 2016. Todos os encontros foram presenciais.

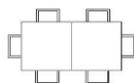
g) Escreva uma regra que represente o número de bolinhas que tem uma figura em qualquer posição.
Fonte: Adaptada de BRANCO (2008).

Organizando as mesas

Amanda trabalha em um restaurante. Seu chefe pediu para que ela organizasse as mesas para um jantar com quatorze pessoas. Ela começou a colocar as mesas quadradas e reparou que numa mesa poderiam estar sentadas quatro pessoas.



Enquanto que em duas mesas juntas poderiam sentar seis pessoas.



- Quantas mesas Amanda usou para acomodar quatorze pessoas? Justifique sua resposta.
- Juntando doze mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas? Explique como você pensou.
- E em vinte mesas, quantas pessoas podem se sentar? Explique como você pensou.
- Se chegarem vinte e oito pessoas no restaurante, quantas mesas precisaremos juntar para acomodá-las? Explique como pensou.
- O patrão de Amanda disse que estavam sentadas nas 15 mesas juntas 33 pessoas no salão do restaurante, mas Amanda discordou imediatamente. Explique por que Amanda discordou.
- Quantas mesas precisariam ser juntadas para acomodar 33 pessoas? Justifique sua resposta.
- Descreva uma regra que lhe permita determinar o número de mesas no restaurante para qualquer número de pessoas.

Fonte: Adaptada de MESTRE (2014).

Tarefa – Os colares (caso multimídia)

Inês fez três colares, com bolinhas pretas e brancas conforme as figuras 1, 2 e 3.



Fig.1



Fig. 2



Fig. 3



- Indique acima o número total de bolinhas de cada figura.
- Continuando esta sequência de colares, quantas bolinhas teria, no total o colar correspondente à figura seguinte?
- E quantas bolinhas teria o colar correspondente a figura 8?
- Descubra quantas bolinhas teria no total, o colar correspondente a figura 19, sem desenhar.
- Existe alguma colar na sequência que tenha 55 bolinhas? Explique, detalhadamente o seu raciocínio.
- Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de bolinhas de qualquer figura da sequência.

Fonte: Adaptada de PEDRO (2013)

Fonte: As autoras

Figura 2 – Tarefa “Plano de Telefonia” e questões problematizadoras

CASOS MULTIMÍDIA TAREFAS GEPEFOPEM PECEM CONTATO LOGOUT

Caso Multimídia 2: "Plano de Telefonia"

Introdução Antes da aula A aula Reflexão após a aula O Geogebra Colocar em prática

A tarefa

Planejamento da aula
Quadro síntese

A tarefa

Tarefa - O plano de telefonia

Júlia quer contratar um plano de telefonia, e fazendo uma pesquisa, ela encontrou duas empresas que oferecem os seguintes planos:

Empresa 1: R\$ 0,30 por minuto falado, sem nenhuma taxa fixa.
Empresa 2: R\$ 0,15 por minuto falado mais uma taxa de manutenção mensal de R\$ 12,00.

a) Se Júlia fala em média 110 minutos por mês, qual das empresas oferece menor preço? Justifique sua resposta.

b) Lívia também quer contratar um plano de telefonia. Sabendo que ela costuma falar 60 minutos em média por mês, qual das empresas oferece menor preço para ela? Justifique sua resposta.

c) Para cada empresa, indique uma expressão matemática que represente o preço (y) cobrado de acordo com os minutos falados (x).

d) Represente graficamente, num mesmo plano cartesiano, os planos de cada empresa.

e) Comparando os planos das empresas 1 e 2, existe alguma quantidade de minutos falados que tornará indiferente a escolha entre elas? Justifique sua resposta.

f) Qual plano você contrataria? Por quê?

1. Resolva a tarefa
2. Que ideias matemáticas foram mobilizadas ao resolver essa tarefa?
3. Que estratégias e representações podem ser utilizadas pelos alunos na resolução dessa tarefa?
4. Que dificuldades os alunos poderão manifestar ao resolver essa tarefa?
5. Quais as potencialidades dessa tarefa para a aprendizagem matemática dos alunos?
6. Que dinâmicas de aula poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento dessa tarefa?

Fonte: <http://www.rmfp.uel.br>

A organização do trabalho desenvolvido na CoP-ProfMARE aconteceu da seguinte forma: inicialmente as professoras resolveram e analisaram as tarefas individualmente, em seguida compartilharam e discutiram as estratégias de resolução com o grupo explorando aspectos, tais como, as diferenças e as semelhanças entre as estratégias, as características da tarefa; grau de complexidade (STEIN; SMITH, 1998); a escrita do enunciado; para quem se destina; quais os conteúdos que poderiam ser explorados; selecionaram e adaptaram tarefas que seriam aplicadas em sala de aula utilizando a perspectiva do Ensino Exploratório. No trabalho com a tarefa do caso “Plano de Telefonia” (Figura 2), as professoras também tiveram que responder às questões problematizadoras¹⁸ presentes na seção *Antes da Aula* (subseção a Tarefa).

¹⁸As questões problematizadoras não foram respondidas na plataforma, pois as professoras preferiram escrever as respostas¹⁸ presentes na seção *Antes da Aula* (subseção a Tarefa).

Nosso estudo constituiu-se em uma pesquisa de natureza qualitativa, assumindo características de pesquisa intervenção (BESSET et al., 2008; KRAINER, 2003). No desenvolvimento da CoP-ProfMARE atuamos ao mesmo tempo como membros (formadores), de modo a apoiar as professoras no seu processo de formação, e como pesquisadores, na medida em que investigamos como elas compreendiam às tarefas cognitivamente desafiadoras e seu uso em uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório. Segundo Besset et al. (2008, p. 12), “a partir do momento em que o pesquisador entra no contexto onde se dá a pesquisa, suas perguntas e propostas já constituem uma intervenção”.

As fontes de coleta de informações foram: as transcrições dos encontros da CoP (TE); as produções escritas elaboradas pelas professoras¹⁹ (PE) e as anotações do diário de campo da pesquisadora (DC). As discussões mobilizadas na CoP-ProfMARE foram gravadas em áudio e transcritas, de modo que as “falas” das participantes pudessem ser aproveitadas em sua totalidade, preservando a integridade dos diálogos. Nessa transcrição, com consentimento das professoras, corrigimos erros gramaticais, de concordância verbal, preposições, vícios de linguagem, tendo, todavia, o cuidado para não mudar o significado do que havia sido declarado. Quando a correção afetaria a compreensão ou modificaria o sentido da declaração ou diálogo, mantivemos a fala original. Para a análise, em um primeiro momento, agrupamos as informações por encontro, por participante e por instrumento de coleta. Em seguida, separamos as informações de modo que pudessem ser comparadas, a fim de encontrar indícios de aspectos relacionados à natureza das tarefas cognitivamente desafiadoras, considerados pelas professoras.

Na próxima seção, apresentamos a análise das informações de acordo com os aspectos relacionados à natureza das tarefas cognitivamente desafiadoras, como aquelas que: (i) permitem ao aluno construir suas próprias estratégias, (ii) permitem que o aluno explique suas estratégias e justifique seu pensamento e (iii) não explicitam um modo de como resolvê-las. Para identificar a informação descrita na análise, utilizamos o nome fictício²⁰ de quem forneceu a informação, seguido de um código que identifica o instrumento (TE, PE ou DC), e da data em que ela foi obtida.

¹⁹As produções escritas envolveram as respostas elaboradas pelas professoras às questões problematizadoras; os registros no caderno, no qual elas fizeram anotações após os encontros com suas reflexões, dúvidas e comentários gerais sobre as discussões na comunidade, e as resoluções das tarefas.

²⁰A investigação foi aprovada pelo Comitê de Ética da UEL e todos as participantes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido no qual se assumia o compromisso de manter o anonimato das participantes.

Aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras considerados pelas professoras da CoP-ProfMARE

A seguir, apresentamos os aspectos da natureza de tarefas cognitivamente desafiadoras, considerados pelas professoras ao longo dos encontros da CoP-ProfMARE, tendo como parâmetros suas características e potencialidades, bem como o papel dos professores.

Tarefas cognitivamente desafiadoras permitem ao aluno construir suas próprias estratégias

As ações do empreendimento Resolução e análise de tarefas permitiram às professoras reconhecer que as tarefas cognitivamente desafiadoras possibilitam aos alunos construir suas próprias estratégias para resolvê-las (APPEBLAUM; LEIKIN, 2014).

- Ana: *O que mais me chamou a atenção nestas tarefas que estamos discutindo é que podemos resolvê-las de diferentes formas. O aluno não precisa fazer do mesmo jeito que o professor pensou. Ele faz do jeito dele. Igual aconteceu conosco, cada uma fez da sua maneira, do jeito que entendeu a tarefa. O que nos leva a perceber que uma tarefa pode ter uma variedade de formas de resolver. É claro que as estratégias têm que ser coerentes com o que a tarefa está pedindo.*
- Luísa: *Cada uma resolveu da maneira que achou mais fácil. Então na sala de aula essas tarefas vão permitir que o aluno resolva como ele quer, usando o “seu” conhecimento, o “seu” procedimento, a “sua” estratégia. Isso é bom porque vai ajudar o aluno a ganhar autoconfiança e perceber que ele pode lidar com problemas mais complexos.*
- Ana: *É, e o professor tem que aceitar a estratégia de resolução do aluno. Porque nós conhecemos professores que não aceitam que o aluno faça diferente dele. Aqui na escola tem isso.*
- Formadora: *São todas as tarefas que permitem a utilização de mais de uma estratégia de resolução?*
- Luísa: *Não. Por exemplo, na tarefa da pilha de cubos, para identificar os números pares e ímpares, isso não é possível.*
- Formadora: *Por quê?*
- Ana: *Porque a única coisa que exige ali é que você saiba o que são números ímpares e números pares. Não é uma tarefa exigente.*
- Mariana: *Só precisa que você lembre o que são números pares e ímpares e mais nada. As outras tarefas não, nos levam a explorar as diferentes estratégias [...]. Essas tarefas são completamente diferentes das que estamos acostumadas. Infelizmente os livros didáticos não trazem muitas tarefas deste tipo.*

(TE, 02/06/2015)

As tarefas cognitivamente desafiadoras têm como características: permitir diferentes resoluções e possibilitar que os alunos se utilizem de seus conhecimentos prévios na elaboração de suas estratégias. Esse tipo de tarefa tem o potencial de desenvolver a autoconfiança dos alunos, ao permitir que eles construam “suas” próprias estratégias de resolução, “seus” próprios caminhos. Eles elaboram uma estratégia de acordo com o que entenderam, com a sua interpretação (STEIN et al., 2009). Ana declarou que, assim como aconteceu com elas no processo de formação, o aluno irá resolver tendo em conta o que entendeu, entretanto, essa estratégia deve ser plausível com o que está envolvido na tarefa. É importante que os professores aceitem/valorizem as diferentes estratégias apresentadas pelos alunos e reconheçam/aceitem que eles são capazes de lidar com problemas complexos. Ao se engajarem no trabalho com as tarefas cognitivamente desafiadoras, as professoras perceberam que o foco dessas tarefas são as ideias elaboradas pelos alunos e não apenas as respostas corretas, embora elas também devam ser consideradas, entretanto, não como prioridade.

O que é importante valorizar nestas tarefas que resolvemos no grupo são as ideias, como os alunos fizeram. O que eles pensaram, como resolveram a tarefa.[...] O professor precisa olhar e compreender o que os alunos fizeram. [...] Não dá para ficar exigindo que o aluno faça do jeito que você fez. Penso que se o aluno fez errado você tem que corrigir, mas, se ele fez de outra forma que não a sua e é coerente com o que é pedido na tarefa, o professor precisa respeitar.

(Ana, PE, 04/06/15)

Ao monitorar o trabalho de sala de aula, o professor desenvolve diversas ações, entre elas a de observar e interpretar o pensamento matemático dos alunos e suas estratégias de resolução de modo a compreender como se deu todo processo aí envolvido e verificar se as resoluções apresentadas são coerentes com o que se espera da tarefa. De acordo com Sullivan et al. (2011), quando a tarefa permite ser resolvida de diferentes formas, tem o potencial de engajar o aluno em uma atividade intelectual que desenvolve sua autonomia e autoconfiança. Desse modo ele não teme expor suas ideias diante do professor e de seus pares, pois sente que haverá respeito e valorização do seu pensamento (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996).

Segundo Smith e Stein (2013, p.2), “os alunos aprendem quando são encorajados a serem autores de suas próprias ideias e quando são responsabilizados pelo raciocínio e compreensão das ideias chaves”. Muitas vezes, os alunos estão acostumados a esperar a “correção” do professor, a “maneira certa” para resolver a tarefa, pois não confiam em suas estratégias (SCHOENFELD, 1992). Em outras situações, basta uma palavra ou um

gesto do professor para que eles apaguem suas resoluções sem considerar o que realizaram (NATHAN; KNUTH, 2003). Na sala de aula, tanto o professor quanto os alunos precisam valorizar as diferentes estratégias de resolução para uma tarefa, assim eles estarão ampliando suas oportunidades de aprendizagem (SMITH; STEIN, 2013). Percebemos que a falta de confiança no trabalho com essas tarefas não é uma prerrogativa somente dos alunos, mas também de alguns professores. As professoras da CoP-ProfMARE manifestaram ter receio de propor esse tipo de tarefa, como podemos observar na afirmação de Luísa quanto ao trabalho com tarefas que possibilitam que o aluno construa sua estratégia de resolução.

[...] Percebo que propor aos alunos tarefas que podem ser resolvidas de várias maneiras é importante, porém, tenho receio de utilizar essas tarefas porque tenho medo de aparecer uma estratégia com que eu não saiba lidar, que eu não consiga ver se ela é coerente para resolver a tarefa.

(Luísa, PE, 06/06/15)

Portanto o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras pode constituir-se em um obstáculo ao professor, porque exigem habilidades que não lhe são familiares em aulas tradicionais, nas quais são propostas tarefas que predominantemente recorrem à memorização ou à realização de procedimentos sem conexão com significados que são de baixo nível de demanda cognitiva (SULLIVAN et al., 2015). Porém, envolver-se na resolução da tarefa, explorando a Matemática existente nela e as diversas formas de resolvê-la, permite ao professor adquirir a confiança necessária para uma implementação adequada desta tarefa com os alunos (CANAVARRO, 2011).

Inferimos que tarefas cognitivamente desafiadoras provocam professores e alunos a saírem de sua zona de conforto, pois, conforme relata Mariana, embora elas sejam “completamente diferentes” das que estão acostumados, ajudam a construir e aprofundar seus conhecimentos. De acordo com Boston (2006, p. 27), ao resolver as tarefas cognitivamente desafiadoras, os professores têm a oportunidade de “aprofundar seus conhecimentos matemáticos, ganhar experiência como ‘aprendizes’ com este tipo de tarefa, apreciar o potencial dessas tarefas e refletir sobre como implementá-las na sala de aula”.

Mesmo tendo consciência da importância de privilegiar este tipo de tarefa, alguns professores e alunos as rejeitam, pois têm receio de correr riscos (STEIN; GROVEN; HENNINGSEN, 1996). Sullivan, Clarke e Clarke (2013) enfatizam que as tarefas cognitivamente desafiadoras são “difíceis” de implementar, pois as dificuldades e a resistência em desenvolver este tipo de tarefas estão relacionadas com os objetivos do professor para a tarefa, com seus conhecimentos matemáticos, com suas crenças sobre os

processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, com as abordagens pedagógicas que podem facilitar a aprendizagem dos alunos e com os recursos curriculares (SULLIVAN; MORNANE, 2013).

Tarefas cognitivamente desafiadoras permitem que o aluno explique suas estratégias e justifique seu pensamento

A exigência de explicar como pensou é um aspecto essencial apontado pelas professoras acerca das tarefas cognitivamente desafiadoras. Segundo Nathan e Knuth (2003), o aluno ao explicar como resolveu a tarefa tem que refletir sobre a sua resolução, e isso o ajudará, posteriormente, a comunicar oralmente suas ideias e a desenvolver seu raciocínio (FUNG, 2010; SULLIVAN; DAVIDSON, 2014). Ao solicitar uma justificativa para a estratégia utilizada pelo aluno, o professor pode apoiar o pensamento matemático dos alunos, e colaborar para que eles se (re)estruturem cognitivamente. Essa característica foi um dos destaques da tarefa Plano de Telefonia, que constitui o caso multimídia, apresentados pelas professoras da CoP-ProfMARE.

Ana: A tarefa Plano de Telefonia, por exemplo, em três dos seus itens a, b, e, é solicitado ao aluno para justificar sua resposta. E o item f, pergunta “por que”. Isso é importante na tarefa, pois o aluno tem que explicar como resolveu e isso o ajudará a compreender o que está fazendo.

Luísa: Para mim isso é fundamental para a construção nesta tarefa do conceito de função. Quando os alunos explicarem os itens a e b, isso os ajudará a responderem o item d, que é escrever a função que representa o preço cobrado (y) de acordo com os minutos falados (x).

Ana: Concordo que esses dois itens apoiam o terceiro. Isso ajuda o aluno a fazer uma relação para escrever a regra da função.

Mariana: Em várias tarefas que nós resolvemos tinha para explicar como pensou. Algo que a maioria das nossas tarefas não contempla. Penso que isso pode ser considerado uma característica dessas tarefas.

Formadora: Por que vocês acham que a maioria das tarefas que vocês trabalham não pede para explicar como pensou?

Luísa: Talvez porque as tarefas que trabalhamos não tenham como foco a compreensão, mas apenas a resolução usando procedimentos.

(TE, 30/06/2015)

As professoras entendem que justificar suas estratégias auxilia o aluno a compreender como resolveu a tarefa. Smith e Stein (2013, p. 42) argumentam que as tarefas que pedem

aos alunos para explicar suas estratégias de resolução “permitem que aspectos do pensamento matemático do aluno sejam explorados e compreendidos”. De acordo com Sullivan e Davidson (2014), uma grande vantagem de trabalhar com tarefas de alto nível, em que as estratégias utilizadas devam ser explicitadas, é desenvolver a capacidade argumentativa dos alunos.

Essas tarefas que pediram para explicar como pensou, são importantes para o trabalho em sala de aula, pois quando os alunos explicam como pensaram eles trazem as ideias matemáticas que estão envolvidas na tarefa. [...] quando eles explicam como fizeram a tarefa, eles assumem aquela resolução como sua. [...] ao explicar seu pensamento e estratégias de resolução é um incentivo aos alunos para envolverem-se ativamente com a tarefa.

(Mariana, PE, 08/06/15)

Na declaração das professoras, percebemos que foi considerado que as tarefas que solicitam aos alunos uma justificativa das estratégias utilizadas para resolução permitem ao aluno pensar como ele realizou a tarefa, ajudam a trazer à tona as ideias que estão imersas na tarefa e podem ser um “incentivo” para o trabalho com a tarefa. Para Yackel, Cobb e Wood (1993, p.35), “as oportunidades de aprendizagem aumentam a partir do momento que os alunos verbalizam seus pensamentos e dão sentido a essas verbalizações”. Ana também ressalta esse aspecto em sua produção escrita, relacionando-a, assim como Luísa, com a aprendizagem do aluno, e com elementos da perspectiva do Ensino Exploratório.

[...] as tarefas que pedem para explicar como pensou, exigem que os alunos pensem como realizaram a tarefa. Estas tarefas os estimulam a aprender, ficam mais motivados. Além de permitir que o aluno desenvolva sua comunicação, sua capacidade de interpretar, sua autonomia. [...] quando o aluno explica sua estratégia de resolução ele está aprendendo e também está fazendo com que o professor compreenda o que ele pensou, que talvez não tenha ficado tão óbvio na resolução da tarefa.

(Ana, PE, 26/07/15)

É esperado que os professores encorajem seus alunos a partilhar suas ideias e as utilizem como sustentação para a discussão, desenvolvendo assim sua comunicação. Ao expressar verbalmente como fez a tarefa, o aluno organiza seu pensamento e reflete sobre o seu trabalho, permitindo ao professor e aos colegas entenderem como ele desenvolveu suas ideias (YACKEL, COBB; WOOD, 1993). A comunicação é elemento essencial em aulas implementadas na perspectiva do Ensino Exploratório, pois é, por meio dela, que os alunos interagem, dialogam, trocam experiências entre si e com o professor. Mobilizar o

aluno a falar sobre suas ideias matemáticas, conceitos, procedimentos, estratégias de resolução também podem fazer com que ele exponha as suas dificuldades para obter a compreensão (CHAPIN; O'CONNOR; ANDERSON, 2003). Quando o aluno é mobilizado a socializar suas ideias, justificá-las, argumentar, negociar significados, ele tem a oportunidade de construir conhecimentos ou ampliar os já existentes (CENGIZ; KLINE; GRANT, 2011). Em uma das discussões mobilizadas pela CoP, Mariana declarou que é muito “difícil” fazer com que os alunos do Ensino Médio expliquem como pensaram para resolver as tarefas.

Quando pedi para alguém falar como resolveu a tarefa, ninguém se prontificou (está se referindo à sua turma de 1º ano do Ensino Médio). Então, é muito difícil. Pedi, insisti, mas nada. Mesmo ali na carteira, só eu e o aluno. No final das contas, eu fiz a pergunta e eu mesmo respondi. Fui fazendo a correção, eu falava e eu mesmo respondia. Ninguém quis falar, ou ir a frente explicar. Agora no sétimo ano já foi diferente, todos queriam falar, tive que selecionar. Eu já tinha selecionado alguns, mas tive que deixar a maioria falar. Embora muitos acabaram falando a mesma coisa, pois não percebiam que tinham usado o mesmo pensamento do colega.

(Mariana, TE, 07/07/15)

Essa declaração de Mariana apresenta uma dificuldade enfrentada por muitos professores, principalmente nas séries mais avançadas, pois na maioria das salas de aula, como os alunos não respondem às perguntas com frequência (GRAESSER; PERSON, 1994), a fala do professor acaba dominando o discurso (CAZDEN, 2001). Chappin, O'Connor e Anderson (2003, p. 7) argumentam que este impasse pode acontecer porque “alguns desses alunos nunca se envolveram neste tipo de discussão antes e podem achar estressante ou constrangedor falar na frente dos colegas”. Por isso, construir a confiança dos alunos sobre a sua própria capacidade de se envolver com tarefas cognitivamente desafiadoras e de engajar-se em uma discussão intelectual constitui-se um desafio para os professores.

A declaração de Mariana, mencionada anteriormente, contrapõe a ideia de Ana de que no trabalho com as tarefas cognitivamente desafiadoras os alunos ficam “mais motivados”. De acordo com Smith e Stein (2013), os alunos resistem em envolverem-se no trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, porque não estão habituados a este tipo de tarefa, entretanto, os alunos mais novos são mais receptivos ao trabalho com estas tarefas. Essas autoras argumentam que, como as tarefas de alto nível de demanda cognitiva têm o potencial de mobilizar o aluno a elaborar formas complexas de pensamento, é

fundamental que o professor as implemente, utilizando práticas de ensino que permitam ao aluno explorá-las adequadamente, monitorando o trabalho do aluno por meio de questionamentos, incentivando-o a trabalhar ativamente na tarefa.

Segundo Smith e Stein (2013), mobilizar os alunos a explicar seu pensamento é uma característica das tarefas cognitivamente desafiadoras. Pensar como resolveu a tarefa, elaborar uma justificativa escrita ou oral podem ajudar o aluno a desenvolver confiança para, posteriormente, engajar-se em discussões matemáticas produtivas (CHAPPIN; O'CONNOR; ANDERSON, 2003). Privilegiar este tipo de tarefas no trabalho de sala de aula pode ampliar a capacidade do aluno de interpretação e comunicação, de negociação de significados, de tomada de decisões sobre o que fazer e como fazer (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996).

Tarefas cognitivamente desafiadoras não explicitam um modo de como resolvê-las

Outro aspecto, evidenciado pelas professoras ao longo do desenvolvimento do empreendimento Resolução e análise de tarefas, foi que as tarefas cognitivamente desafiadoras não trazem explícito em seu enunciado um modo de resolvê-las. Para Luísa, uma tarefa cognitivamente desafiadora “é aquela que *não dá um caminho, que não está explícito como você deve proceder, que precisa de interpretação*” (Luísa, TE, 19/04/16).

De acordo com Stein e Smith (1998, p. 348), as tarefas cognitivamente desafiadoras que não sugerem qualquer caminho, instruções ou exemplificações, estão no nível fazer matemática. “São tarefas que requerem um pensamento mais complexo na medida em que exigem a compreensão e a exploração da natureza dos conceitos matemáticos, dos processos ou de relações”. Por outro lado, tarefas que focam a atenção dos alunos sobre o uso de procedimentos com os níveis de compreensão de conceitos e de ideias matemáticas são procedimentos que estabelecem conexão com os significados. Isto é, os alunos precisam se envolver com as ideias conceituais que estão subentendidas no procedimento seguido, para desenvolver a compreensão e resolver a tarefa com êxito. Nesta categoria, encontra-se a maioria das tarefas trabalhadas na CoP-ProfMARE. Em uma de nossas conversas informais, Ana deixou evidente essa característica.

[...] uma tarefa que não traz no enunciado um modo de resolvê-la, um caminho, um modo de começar a tarefa, estimula o aluno a usar o conhecimento que tem para procurar uma forma de resolver a tarefa. Então, a tarefa tem que ser selecionada levando em consideração os conhecimentos dos alunos. Isso também é importante, porque se a tarefa for muito difícil para o aluno, ele não consegue

esboçar qualquer estratégia de resolução para a tarefa, ele pode ficar desestimulado, e acabar deixando a tarefa de lado.

(Ana, DC, 04/08/15)

Ao escolher uma tarefa, o professor precisa considerar os conhecimentos prévios dos alunos de modo que eles tenham capacidade para resolvê-la e não sigam apenas os procedimentos ensinados. Assim, a tarefa tem que estar de acordo com o nível de escolaridade, a idade e os conhecimentos dos alunos. Enfim, o professor, quando escolhe uma tarefa, precisa levar em conta o nível de seus alunos, o grau de complexidade apropriado, de modo que trabalhem sobre ela sem reduzir o seu nível de demanda cognitiva (STEIN; SMITH, 1998), sem perderem o interesse ou sentirem-se incapazes de resolvê-la.

Luísa evidencia, em uma de suas produções escritas, que a tarefa que não explicita em seu enunciado um modo de resolvê-la exige do aluno um esforço maior para interpretar e compreender o que está sendo pedido para realizá-la. A declaração dela vem ao encontro da afirmação de Stein et al. (2009) de que uma tarefa cognitivamente desafiadora requer do aluno esforço cognitivo significativo, e isso pode gerar uma insegurança no aluno, pois não tem uma lista antecipada de processos exigidos para a sua resolução.

Durante a resolução e análise das tarefas escolhidas pelas professoras Luísa e Máisa para implementar em sala de aula (Colocar em prática), a professora Máisa²¹ destacou o formato da tarefa “Plano de Telefonia”, argumentando que “*esta tarefa começa com questões simples, e depois envolve outras questões que vai ajudando o aluno a construir um raciocínio*” (Máisa, PE, 05/05/16). Por isso ela procurou escolher uma tarefa que tivesse o mesmo padrão para colocar em prática. Para Sullivan e Mornane (2013), a estrutura de uma tarefa pode variar de simples sentenças a sentenças complexas que incluem uma divisão de perguntas de uma forma organizada, ou uma relação de questões estruturadas sequencialmente a fim de promover a compreensão dos alunos de uma importante ideia ou tópico matemático.

Luísa também declarou que, para elaborar a sua tarefa na seção *Colocar em Prática*, do recurso multimídia, se baseou nas tarefas trabalhadas durante os encontros, principalmente nas do caso Plano de Telefonia (Figura 2) e do caso Os Colares (Figura 1).

²¹A professora Máisa não participou da exploração do caso multimídia, porém, teve acesso a tarefa Plano de Telefonia. Essa professora começou a fazer parte da comunidade somente em 05/04/16.

Escolhi esta tarefa porque ela tem quase a mesma estrutura das tarefas Plano de Telefonia e dos Colares. Ela começa com um item e vai evoluindo aos poucos. Então o que o aluno faz em um item vai ajudá-lo a resolver o outro, até chegar a uma generalização. Além do que posso explorar os diferentes tipos de estratégias que poderão aparecer durante a discussão coletiva.

(Luísa, TE, 07/06/16)

Além do formato da tarefa, o que deve ser relevante para a sua escolha são os tipos de raciocínio envolvidos na compreensão de importantes ideias matemáticas envolvidas nas tarefas cognitivamente desafiadoras. Desse modo, é fundamental que os professores apoiem os seus alunos a compartilhar suas ideias e realizem discussões matemáticas produtivas.

A CoP-ProfMARE no trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras

A CoP-ProfMARE se constituiu em um contexto de formação continuada no qual as professoras puderam propor, negociar, compartilhar ideias, experiências, dúvidas, enfim, foi estabelecido ali um espaço para a constituição de aprendizagens de professores de Matemática. Resolver as tarefas propostas pelos formadores, explorar as seções *A aula* e *Colocar em Prática* do caso multimídia, mobilizou as professoras a olhar para as tarefas além do conteúdo matemático a ser abordado, a valorizar o seu grau de complexidade e a ignorar elementos superficiais que, muitas vezes, podem aparecer em algumas tarefas somente com o intuito de dar a impressão que são de alto nível, porém, na verdade, não influenciam na compreensão dos alunos. Por exemplo, algumas tarefas apresentam desenhos, esquemas que nada, ou quase nada acrescentam, têm exclusivamente a função de ilustrá-las.

Temos que prestar bastante atenção nas tarefas que escolhemos, porque às vezes uma tarefa parece bonitinha, traz diagrama, gráfico, esquema, mas no fundo não ajuda o aluno em nada. Não serve para nada. Só tem a aparência de que é desafiadora.

(Mariana, DC, 02/12/15)

Nas discussões das resoluções das tarefas de alto nível de demanda cognitiva propostas pelos formadores, em um primeiro momento, as professoras argumentaram, que, se levassem aquelas tarefas para sala de aula, seus alunos não conseguiriam resolvê-las sozinhos, pois eles não estavam acostumados com este tipo de tarefa, não gostavam de

pensar, ler e tinham dificuldades de interpretação. No entanto, no decorrer do empreendimento, os questionamentos provocativos dos formadores desafiaram as professoras, e algumas se sentiram motivadas a implementar esse tipo de tarefas nas suas salas de aula.

Mariana: Quando resolvemos aquela tarefa dos telefonemas, e vocês (formadores) sugeriram que eu aplicasse aos alunos do sétimo ano, pensei: “a Cristina e o Julio estão fora da realidade. Nunca que os alunos vão conseguir fazer”. Mas, eu fiquei curiosa para ver o que ia dar. Eu tinha certeza que não ia dar em nada. Mas os alunos fizeram e me surpreenderam. Usaram desenhos para representar os amigos e fizeram as ligações.

Formadora: Por que você achava que eles não conseguiriam?

Mariana: Por que... Porque é uma tarefa que envolve a ideia de análise combinatória. Eu não achei que eles resolveriam por meio de desenhos. Não pensei nessa possibilidade. Penso que estou muito “bitolada” nos conteúdos e quando vejo a tarefa já penso no conteúdo e esqueço as outras possibilidades. Era uma tarefa que não daria para alunos do Ensino Fundamental. Quando discutimos, eu falei que ela não era exigente, mas pensei nos alunos do ensino médio. Agora para os alunos do sétimo, com certeza é exigente.

(TE, 26/05/2015)

Percebemos, pela declaração de Mariana, que ela subestimou os seus alunos, acreditando que não seriam capazes de resolver a tarefa. A ideia de pensar a tarefa somente para trabalhar os conteúdos está muito presente na prática pedagógica dos professores. Para Stein e Smith (1998), as tarefas não determinam apenas o conteúdo envolvido, mas definem como os alunos pensam sobre, de que maneira desenvolvem, usam e dão sentido à Matemática. Assim, as tarefas devem ser encaradas como “[...] um processo que pode potencialmente melhorar a compreensão matemática, em vez de simplesmente atuar como um veículo para o conteúdo” (PEPIN; HAGART, 2010, p.13).

No decorrer dos relatos das aulas, observamos que elas foram reconhecendo e admitindo que o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras era possível e que poderia fomentar aprendizagens matemáticas. Isso ficou mais evidente após a reflexão feita da aula que elas realizaram com seus alunos, na perspectiva do Ensino Exploratório, desencadeada pela seção *Colocar em Prática* do caso multimídia.

O trabalho com essa tarefa de alto nível foi muito gratificante. No início fiquei um pouco apreensiva, com medo de não conseguir ajudar os alunos nos grupos. Mas deu certo e os alunos se envolveram muito. Aprenderam.
(Maísa, TE, 21/06/2016)

Ao resolver as tarefas as professoras puderam se colocar no “lugar” dos alunos, discutir as dificuldades que eles poderiam apresentar e quais raciocínios desenvolver. Isso colaborou para ampliar o conhecimento das professoras acerca das características e do potencial das tarefas de alto nível (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986; NATHAN, KNUTH, 2003; STEIN et al., 2009). Do mesmo modo, o empreendimento as fez perceber que o trabalho com esse tipo de tarefa tem o potencial de promover a aprendizagem dos alunos.

Considerações

Durante o empreendimento, foi possível identificar três aspectos considerados pelas professoras a respeito da natureza de uma tarefa cognitivamente desafiadora, como aquela que: (i) permite ao aluno construir suas próprias estratégias, (ii) mobiliza o aluno para que explique suas estratégias e justifique seu pensamento e (iii) não explicita um modo de resolução.

As ações de resolver e discutir tarefas cognitivamente desafiadoras fomentaram reflexões compartilhadas com relação à natureza deste tipo de tarefa, em especial sobre suas características e suas potencialidades, bem como a respeito do papel do professor para o processo de ensino centrado na perspectiva do Ensino Exploratório. As professoras consideraram como características de uma tarefa cognitivamente desafiadora: permitir diferentes tipos de resolução; possibilitar que os alunos utilizem de seus conhecimentos para a elaboração de estratégias de resolução; solicitar que os alunos justifiquem como pensaram para resolvê-la; ter como foco a compreensão dos alunos; não explicitar em seu enunciado um caminho para a resolução; começar com questões simples para, em seguida, propor outras mais elaboradas de modo a encorajar o aluno e promover a compreensão da ideia ou do tópico matemático; e envolver diferentes tipos de raciocínio matemático.

Inferimos que o empreendimento propiciou às professoras reconhecer também as potencialidades de uma tarefa cognitivamente desafiadora, quais sejam a possibilidade de o aluno: desenvolver a sua autoconfiança, sair da zona de conforto, ampliar suas

oportunidades de aprendizagem, utilizar seus conhecimentos para explicar como pensou para resolver a tarefa, compreender o que fizeram, desenvolver a capacidade argumentativa e a comunicação matemática, organizar suas formas de pensamento.

O papel do professor também foi um aspecto que chamou a atenção das professoras, pois, no enfoque do trabalho com tarefas desafiadoras, cabe a ele: aceitar/valorizar e compreender as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos; aceitar/reconhecer que o aluno pode lidar com tarefas de elevada demanda cognitiva; valorizar o processo e não somente as respostas corretas; solicitar e incentivar que os alunos apresentem justificativas para suas resoluções e partilhem suas ideias; apoiar o pensamento matemático do aluno; utilizar as ideias dos alunos para sustentar as discussões e o processo de sistematização das ideias matemáticas; construir relação de confiança na capacidade de os alunos se envolverem nesse tipo de tarefa; considerar o nível de escolaridade, a idade e os conhecimentos prévios dos alunos na escolha da tarefa, e trabalhar com as inseguranças dos alunos. Assim, o professor precisa prestar atenção na escolha das tarefas para não priorizar somente aquelas que possuem “aparência” de desafiadoras, mas não o são.

Para que tudo isso se realize, o professor precisa abandonar a visão tradicionalista de ensino. E, assim, propiciar processos de ensino e de aprendizagem centrados na compreensão dos alunos. Embora ao longo dos encontros as professoras tenham reconhecido o quão significativo e enriquecedor é o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, elas ainda manifestaram receio de implementá-las em sala de aula. Talvez porque o trabalho com este tipo de tarefa demande do professor desempenhar outros papéis, diferentes daqueles que está acostumado a assumir no ensino diretivo, como monitorar o trabalho em sala de aula, ou talvez porque lidar com esse tipo de tarefa não seja usual no seu cotidiano, uma vez que muitos dos livros didáticos não as contemplam. Assim, a implementação de tarefas cognitivamente desafiadoras pode se constituir em um ‘desafio’ para essas professoras.

Agradecimentos

Agradecemos a parceria dos professores que fizeram parte dessa investigação e o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Fundação Araucária.

Referências

- APPLEBAUM, M.; LEIKIN, R. Challenge in the Eyes of the Beholder: Mathematics Teachers' Views. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, p.1-16, 2014.
- BALDINI, L. A. F. Uma aula de Funções na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática: O Plano de Telefonia. In: CYRINO, M.C.C.T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, p. 143-172, 2016.
- BESSET, V. L.; COUTINHO, L. G.; COHEN, R. H. P. Pesquisa-intervenção com adolescentes: contribuições da psicanálise. In: CASTRO, L. R de; BESSET, V. L. (Org.). *Pesquisa-intervenção na infância e juventude*. NAU: Rio de Janeiro, 2008.
- BOSTON, M. D. Developing secondary mathematics teachers' knowledge of and capacity to implement instructional tasks with high level cognitive demands. 2006. 255f. Dissertation (Educational Doctorate in Mathematics Education). School of Education – Department of Instruction and Learning, University of Pittsburg, 2006.
- BOSTON, M.; SMITH, M. Transforming secondary mathematics teaching: increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 40, n.2, p.40-11, 2009.
- BRÄNDSTRÖM, A. *Differentiated Tasks in Mathematics Textbooks: An analysis of the levels of difficulty*. 2005. 117 f. Tese (Doctorate) - Department of Mathematics, University of Technology, Luleå, Sweden, 2005.
- BRANCO, N. C. V. O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2008. 251 fls. Dissertação. (Mestrado em Educação – Didática da Matemática). Universidade de Lisboa. Lisboa, 2008.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2009.
- CANAVARRO, A. P. Ensino Exploratório da Matemática: práticas e desafios. *Educação e Matemática*, nov/dez, p.11-17, 2011.
- CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: SANTOS, L. (Ed.), *Investigação em Educação Matemática. Práticas de ensino da Matemática*. SPIEM, Portalegre, p.255-266, 2012.
- CARPENTER, T. P.; LEHRER, R. Teaching and learning Mathematics with understanding. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. A. (Eds), *Mathematics classroom that promote understanding*. New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, 2009.
- CAZDEN, C. *Classroom discourse: The language of teaching and learning*. Portsmouth, N.H: Heinemann, 2001.

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n.14, p. 355-374, 2011.

CHAPIN, S. H.; O'CONNOR, C.; ANDERSON, N. C. *Classroom discussions: using math talk to help students learn*. Math Solutions Publications. Sausalito, CA, 2003.

CHRISTIANSEN, B.; WHALTER, G. Task and Activity. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G.; OTTE, M. (Ed.). *Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Reidel, p. 243-307, 1986.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. *Ciência & Educação*, v. 20, p. 751-764, 2014.

CYRINO, M.C.C.T. *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas*. Eduel, Londrina, 2016.

CYRINO, M.C.C.T.; BALDINI, L. A. F. Ações da formadora e a dinâmica de uma comunidade de prática na constituição/mobilização de TPACK. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 19, p. 25-48, 2017.

DOYLE, W. Academic work. *Review of Educational Research Summer*, v. 53, n. 2, p.159-199, 1983.

ENGELN; K.; EULER, M.; MASS, K. Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM – Mathematics Education*, 45, p.823-836, 2013.

FUNG, M. G. Writing in a mathematics class? A quick report on classroom practices at the collegiate level. *Currents in Teaching and Learning*, v. 2, n.2, p.22-34, 2010.

GRAESSER, A.C.; PERSON, N. K. Question asking during tutoring. *American Education Research Journal*, v.31, p.104-137, 1994.

HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 28, n. 5, p. 524-549, 1997.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal*, v. 30, n. 2, p393-425, 1993.

KRAINER, K. Teams, Communities & Networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 6, n. 2, p. 93-105, 2003.

MESTRE, C. *O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino*. 2014. 379 f. (Doutoramento - Didática de Matemática). Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. Lisboa, 2014.

- NATHAN, M.; KNUTH, E. Study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction*, v. 21, n.2, p.175-207, 2003.
- OLIVEIRA, H. M.; CYRINO, M.C.C.T. Developing Knowledge of Inquiry-Based Teaching by Analysing a Multimedia Case: One Study with Prospective Mathematics Teachers. *Sisyphus - Journal of Education*, v. 1, p. 214-245, 2013.
- PEDRO, I. J. C. R. *Das sequências à proporcionalidade direta: uma experiência de ensino no 6.º ano de escolaridade*. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.
- PEPIN, B.; HAGGARTY, L. Making connections and seeking understanding: mathematical tasks in English, French and German textbooks. 2010. Disponível em: http://www.maths-d.org.uk/mkit/MKiT5_Pepin&Haggarty.pdf Acesso em: 20 jul. 2010.
- PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, p.11-34, 2005.
- RIBEIRO, J. *Projeto Radix: Matemática 6º ano*. Editora Scipione, v.1, São Paulo, 2009.
- SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: GROWS, D. A. (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, p.334-370, 1992.
- SMITH, M. S.; STEIN, M. K. *Five practices for orchestrating productive mathematics discussion*. Virginia: NCTM, 2013.
- STEELE, D. F. Vozes entusiastas de jovens matemáticos. *Educação e Matemática*, n. 62, p. 39-42, 2001.
- STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p 313-340, 2008.
- STEIN, M. K.; GROVER, B. W.; HENNINGSEN, M. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *America Educational Research Journal*, v. 33, n. 2, p. 455-488, 1996.
- STEIN, M. K.; LANE, S. Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, v. 2, p.50-80, 1996.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, p.268-275, 1998.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S.; HENNINGSEN, M. A.; SILVER, E. A. *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. New York: Teachers College Press, 2009.

SULLIVAN, P.; ASKEW, M.; CHEESEMAN, J.; CLARK, D.; MORNANE, A.; ROCHE, A.; WALKER, N. Supporting teachers in structuring mathematics lessons involving challenging tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 18, p.123 -140, 2015.

SULLIVAN, P.; CHEESEMAN, J.; MICHELS, D.; MORNANE, A.; CLARK, D.; ROCHE, A.; MIDDLETON, J. Challenging mathematics tasks: What they are and how to use them. In: BRAGG, L. (Ed.), *Math is multidimensional*. Melbourne: Mathematical Association of Victoria, p.33-46, 2011.

SULLIVAN, P.; CIARKE, D.; CLARKE, B. *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. New York: Springer, 2013.

SULLIVAN, P.; DAVIDSON, A. The role of challenging mathematical tasks in creating opportunities for student reasoning. In: ANDERSON, J.; CAVANGH, M.; PRESCOTT, A. (Eds). *Curriculum in focus: Research guided practice - Proceeding of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Sydney: MERGA, p. 605-612, 2014.

SULLIVAN, P.; MORNANE, A. Exploring teachers' use of, and students' reactions to, challenging mathematics tasks. *Mathematics Education Research group of Australasia*. Springer, 2013.

WALLS, F. Challenging task-driven pedagogies of mathematics. In: CLARKSON, P. et al. (Eds), *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Melbourne, Sydney: MERGA, p.751-758, 2005.

WARFIELD, J. Where Mathematics content knowledge e matters: Learning about building on children's mathematical thinking. In: WOOD, T; NELSON, B. WARFIELD, J. (Eds). *Beyond classical pedagogy*. Teaching elementary school. London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, p.135 – 155, 2001.

WENGER, E. *Communities of practice: learning, meaning and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998.

YACKEL, E.; COBB, PAUL; WOOD, T. Developing a basis for mathematical communication within small groups. In: WOOD, T.; COBB, P.; YACKEL, E. (Eds) *Rethinking elementary schools mathematics: Insights and issues*. Journal for Research in mathematics education. Monograph, n.6. Virginia: NCTM, p.33-44, 1993.

YEO, J. B. W. Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. *Mathematics and Mathematics Education*, p. 1-26, 2007.

Texto recebido: 17/02/2018
Texto aprovado: 20/05/2018