

## Percepções de professores de Matemática sobre o ensino de funções e sobre o uso de materiais tecnológicos

### Perceptions of mathematics teachers on the functions teaching and the use of technological materials

---

FLORIANO VISEU<sup>1</sup>

HELENA ROCHA<sup>2</sup>

#### Resumo

*Este estudo pretende conhecer as percepções de professores de matemática do final do ensino básico e do ensino secundário relativamente ao ensino de Funções e ao uso de materiais tecnológicos. Para tal, foi adotada uma metodologia mista, tendo sido recolhidas as percepções de 129 professores através de questionário e de quatro professoras através de entrevista. As principais conclusões apontam para semelhanças nas percepções dos professores, mas também para algumas diferenças relativamente aos ciclos de ensino. No ensino de Funções, os manuais são amplamente utilizados, mas de forma diferente entre os professores de cada um dos ciclos em estudo. O mesmo sucede com as representações e com o uso que é feito das tecnologias. O envolvimento dos alunos nas atividades de estudo é outro aspeto considerado importante, mas uma vez mais existem diferenças. Também a avaliação tem semelhanças, mas difere quanto à valorização do trabalho de grupo.*

**Palavras-chave:** *Funções, Professores do 3.º ciclo e do ensino secundário, Materiais tecnológicos.*

#### Abstract

*This study intends to understand the perceptions of mathematics teachers from lower and upper secondary regarding the teaching of Functions and the use of technological materials. For that, a mixed methodology was adopted, and the perceptions of 129 teachers were collected through a questionnaire and four teachers through an interview. The main conclusions point to similarities in teachers' perceptions, but also to some differences related to the teaching level of lower or upper secondary. In the teaching of Functions, textbooks are widely used, but differently depending on the level being taught. The same happens with the representations and with the use that is made of the technologies. Involvement of students in work is another aspect considered important, but again there are differences. The assessment also has similarities, but differs in the valuation ascribed to group work.*

**Keywords:** *Functions, Teachers of the lower and upper secondary, Technological materials.*

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação pela Universidade de Lisboa (UL). Professor Auxiliar no Instituto de Educação, Universidade do Minho (UM), Braga, Portugal. *E-mail:* fviseu@ie.uminho.pt.

<sup>2</sup> Doutora em Educação pela Universidade de Lisboa (UL). Professora Auxiliar na Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa (UNL), Portugal. *E-mail:* hcr@fct.unl.pt.

## Introdução

Da análise da prática letiva ao longo dos tempos, verifica-se que não há muito tempo o material mais utilizado na sala de aula era “o quadro e giz e o manual escolar” (PONTE & SERRAZINA, 1998, p. 7). Atendendo à evolução da tecnologia, atualmente o professor tem à sua disposição uma diversidade de materiais que pode integrar nas suas estratégias de ensino. Essa integração proporciona abordagens de ensino que valorizam a atividade do aluno, em detrimento de práticas individualizadas e de assimilação passiva do conhecimento (FERNANDES, ALVES, VISEU & LACAZ, 2006; VISEU, 2008). Dos materiais que o professor de matemática pode aceder destacam-se os tecnológicos, como, por exemplo, a calculadora gráfica e o computador. A relevância do uso destes materiais na aula de Matemática deve-se à realização de cálculos de um modo eficiente, organização e análise de dados, visualização de conceitos matemáticos e por apoiarem a atividade exploratória dos alunos na realização das suas atividades (VISEU, 2008). Tal não significa que se pretenda substituir a atividade realizada com papel e lápis pela atividade que se realiza com apoio da tecnologia, mas articular essas atividades, sem esquecer o cálculo mental (NCTM, 2007). Porém, a concretização destes pressupostos está fortemente dependente da forma como o professor perspectiva o ensino e a utilização de materiais na sua prática letiva. Se focarmos a nossa atenção no ensino de tópicos de Funções, a utilização de materiais tecnológicos promove a conexão entre as diferentes representações, que valoriza a conceitualização de procedimentos e de factos em estudo. Partindo deste pressuposto, procuramos averiguar as percepções de professores de matemática do 3.º ciclo e do ensino secundário relativamente ao ensino de Funções e ao uso de materiais tecnológicos. Procuramos ainda identificar eventuais diferenças existentes entre os professores destes dois níveis de ensino. Especificamente, pretendemos responder às seguintes questões de investigação:

- Quais as percepções de professores de matemática do 3.º ciclo e do ensino secundário relativamente ao ensino de Funções?
- Quais as percepções de professores de matemática do 3.º ciclo e do ensino secundário relativamente ao uso de materiais tecnológicos no ensino de Funções?
- Quais as diferenças (se existentes) entre as percepções de professores de matemática do 3.º ciclo e do ensino secundário relativamente ao ensino de Funções e ao uso de materiais tecnológicos?

No âmbito desta investigação designamos por percepções as formas de pensar ou imagens expressas pelo professor ao falar da sua prática profissional.

## **Materiais tecnológicos no ensino de matemática**

Atualmente, o professor de matemática tem à sua disposição uma panóplia de materiais tecnológicos, dos quais destacamos a calculadora gráfica e o computador. Em Portugal, a calculadora gráfica tornou-se de uso obrigatório no programa de Matemática do ensino secundário de 1997, o que, a partir daí, faz parte das práticas dos professores. Este material pode ser usado na resolução de problemas, na resolução de equações e inequações e na elaboração e análise de conjecturas (FERNANDES, ALMEIDA, VISEU & RODRIGUES, 1999). Apesar das potencialidades da calculadora, nem sempre se tira dela o partido recomendado pelos programas escolares (PONTE, MATOS & ABRANTES, 1998). Num estudo realizado por Fernandes et al. (1999), alguns professores manifestam indecisão quanto à possibilidade da calculadora gráfica facilitar o desenvolvimento de capacidades de cálculo nos alunos e revelam relutância quanto ao seu uso pelos alunos na resolução de tarefas, com exceção das rotineiras e complexas. Porém, os mesmos professores consideram que quando utilizam a calculadora gráfica os alunos participam mais nas atividades da aula.

Para envolver os alunos nas atividades de sala de aula com a calculadora, Waits e Demana (1994) apontam três formas de a integrar: (1) começar por resolver uma tarefa com papel e lápis e, seguidamente, utilizar a calculadora para verificar a resolução; (2) começar por resolver uma tarefa com a calculadora e, depois, confirmar ou completá-la com papel e lápis; e (3) resolver uma tarefa apenas com a calculadora, pois a sua resolução através de outros meios é impraticável ou mesmo impossível. Assim, a calculadora pode ser usada tanto para confirmar resultados como para fomentar ideias a serem comprovadas por processos analíticos e para efetuar cálculos e representações que de outra forma nem sempre é possível.

As atividades defendidas por Waits e Demana (1994) quanto ao uso da calculadora são estendíveis ao uso de outros materiais tecnológicos, como, por exemplo, o computador. O computador, pelas suas potencialidades, permite o desenvolvimento de atividades de exploração através de uma diversidade de programas (como o GeoGebra ou o Excel). A sua utilização na aula de matemática enfatiza o papel das diferentes representações na aprendizagem de conceitos matemáticos, do desenvolvimento de capacidades de ordem

mais elevada do que a memorização de procedimentos, da realização de atividades mais desafiantes do que a resolução de exercícios para aplicação dos conhecimentos e de abordagens informais e intuitivas (PONTE ET AL., 1998; SANTOS, 2000). Mas, a pressão de cumprir os programas e a falta de preparação para usar o computador condiciona, segundo Ponte et al. (1998), a utilização do computador na sala de aula. Segundo estes autores, alguns professores não se sentem à vontade para integrar o computador nas suas estratégias de ensino, o que tende a fragilizar a concretização das recomendações que apontam para a utilização de materiais tecnológicos em favor de uma pedagogia que valorize a atividade do aluno na aprendizagem de conceitos matemáticos. Como tal, a utilização desses materiais decorre por vezes numa perspectiva de ensino tecnicista e de valorização de produtos, que relega para um plano secundário a compreensão de como os alunos trabalham e pensam (VISEU, 2008).

### **Ensino de funções e suas representações**

A noção de função é das mais importantes da matemática (MESA, 2004). De acordo com os programas portugueses (MEC, 2013), esta começa a ser abordada no 7.º ano (aos 12 anos), naquele que é o primeiro ano do 3.º ciclo do ensino básico<sup>3</sup>, continuando a ser abordada em cada um dos três anos de escolaridade que compõem este ciclo. Segue-se o ensino secundário, igualmente com três anos de escolaridade, onde o tema Funções é mais uma vez retomado em cada um dos anos (MEC, 2014).

No ensino e aprendizagem de Funções, as suas diferentes representações assumem um papel importante por permitirem ao aluno compreender numa outra forma aquilo que não era possível compreender na representação inicial (KAPUT, 1992). Uma das potencialidades da tecnologia é permitir um acesso simples e rápido a múltiplas representações (KAPUT, 1992), o que permite estabelecer ou reforçar ligações de uma forma que de outro modo não seria possível (CAVANAGH & MITCHELMORE, 2003), potenciando o desenvolvimento de uma melhor compreensão das funções, da noção de variável e da capacidade de resolver problemas (BARDINI, PIERCE, & STACEY, 2004; BURRIL, 2008). Como refere Kaput (1989), a conexão entre diferentes representações

---

<sup>3</sup> O sistema de ensino português engloba 12 anos antes da entrada no ensino superior. Desses anos, os primeiros nove correspondem ao ensino básico e os três últimos ao ensino secundário. No ensino básico (formado por três ciclos: o primeiro de quatro anos, e com professor único, o segundo de dois anos, e o terceiro de três anos), o currículo da disciplina de Matemática é igual para todos os alunos. Nos três anos de ensino secundário, os currículos da disciplina de Matemática divergem, de acordo com os cursos de Ciências, Humanísticos, Tecnológicos ou de Artes.

cria uma visão global, que é mais do que a junção do conhecimento relativo a cada uma das representações e a tecnologia propicia uma exploração plena das abordagens numérica e gráfica de uma forma que até então não era possível, favorecendo assim uma abordagem integrada das diferentes representações e conseqüentemente o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda.

As representações mais utilizadas no estudo das funções e disponibilizadas pelas diferentes tecnologias usualmente utilizadas têm, no entanto, características e potencialidades diferentes, como referem Friedlander e Tabach (2001). Segundo estes autores, a representação numérica permite aos alunos o recurso a objetos familiares para demonstrar relações e analisar casos específicos. Trata-se, no entanto, de uma representação que carece de generalidade, ao focar-se apenas nalguns casos particulares. Por seu turno, a representação gráfica caracteriza-se por permitir uma utilização que transcende os conhecimentos algébricos dos alunos, tornando possível encontrar soluções quando não se conhece uma abordagem analítica ou mesmo quando esta não existe. Caracteriza-se ainda por ser uma representação mais intuitiva. Já a representação algébrica é concisa e geral na apresentação de regularidades. O recurso exclusivo a esta representação pode dificultar a compreensão do significado matemático e causar dificuldades nas interpretações dos alunos. E esta é uma das razões apontadas por Quesada e Dunlap (2008) para enfatizar a importância de recorrer a diferentes representações durante o processo de ensino e aprendizagem. Como enfatiza Ford (2008), não se trata de recorrer a elas simplesmente porque a tecnologia facilita o acesso, mas sim de o fazer porque é necessário para a compreensão dos alunos.

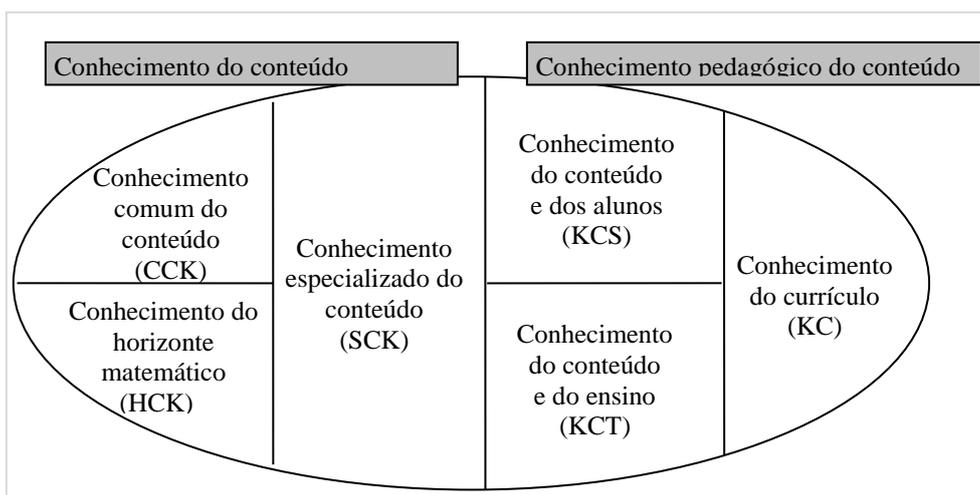
## **O conhecimento matemático para ensinar**

O trabalho de Shulman (1987) é talvez o mais conhecido no âmbito do conhecimento profissional, sendo a maior ênfase, na sequência deste trabalho, dada ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo – PCK (Pedagogical Content Knowledge). Um conhecimento que engloba os aspetos distintivos do conhecimento específico para ensinar e que representa uma junção do conteúdo com a pedagogia, numa compreensão de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados aos diversos interesses e capacidades dos alunos e ensinados.

Ao longo dos anos, diversos investigadores têm dedicado a sua atenção a esta noção de PCK, procurando expandir e refinar a conceptualização deste conhecimento para ensinar

Matemática (PARK & OLIVER, 2008). É o caso do Conhecimento Matemático para Ensinar – MKT (Mathematical Knowledge for Teaching), uma conceptualização do conhecimento desenvolvida por Hill e Ball (2009) (Figura 1). Os autores focam-se, na sequência do trabalho de Shulman (1987), no conhecimento matemático e no conhecimento pedagógico do conteúdo.

Figura 1 - Conhecimento matemático para ensinar



Fonte: HILL & BALL, 2009, p. 70

No âmbito do conhecimento do conteúdo, Hill e Ball (2009) consideram o Conhecimento Comum do Conteúdo, um conhecimento idêntico ao utilizado noutras profissões em que existe conhecimento matemático envolvido; o Conhecimento Especializado do Conteúdo, um conhecimento específico dos professores e necessário para que o professor possa ensinar de forma eficiente; e o Conhecimento do Horizonte Matemático, uma espécie de visão periférica necessária para ensinar.

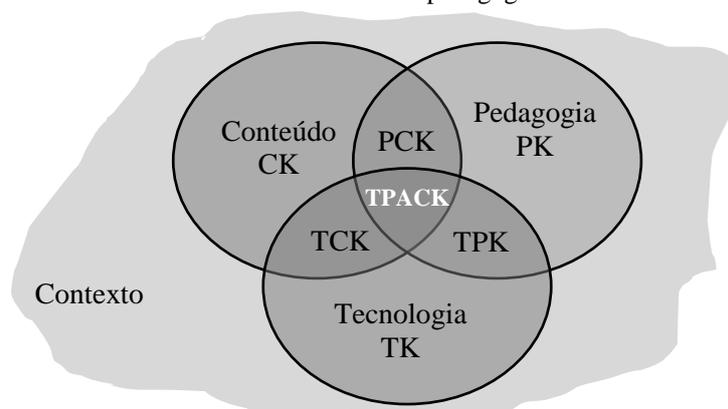
Já no âmbito do conhecimento pedagógico do conteúdo os autores referem o Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos, que combina conhecimento dos alunos e da Matemática; o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, que articula o conhecimento sobre a Matemática e sobre ensinar, incluindo as decisões do professor em sala de aula; e o Conhecimento do Currículo, que inclui conhecimento de como os conteúdos se inter-relacionam uns com os outros.

### **O conhecimento técnico-pedagógico do conteúdo - TPACK**

O reconhecimento da importância do conhecimento da tecnologia levou Mishra e Koehler (2006) a propor um modelo do conhecimento onde esta surge como um elemento importante e alvo de uma atenção específica: o modelo do Conhecimento Técnico-

Pedagógico do Conteúdo – TPACK (Technological Pedagogical and Content Knowledge). Este modelo alicerça-se no conhecimento do conteúdo, no conhecimento pedagógico e no conhecimento tecnológico, mas atende ainda às influências de cada um destes conhecimentos sobre os restantes (Figura 2). Inclui assim o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), o Conhecimento Tecnológico da Pedagogia (TPK) e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK). Estas três áreas de conhecimento são a essência deste modelo e aquilo que verdadeiramente o distingue de outros anteriormente propostos.

Figura 2 - Modelo do conhecimento técnico-pedagógico do conteúdo – TPACK



Fonte: adaptado de MISHRA & KOEHLER, 2006, p. 1025

O conhecimento da tecnologia envolve as capacidades necessárias para operar com determinada tecnologia e consiste essencialmente em saber como esta funciona. O conhecimento tecnológico do conteúdo está diretamente ligado à forma como a tecnologia e o conteúdo se influenciam mutuamente. Trata-se de um conhecimento que, embora apoiando-se no conhecimento do conteúdo, é diferente deste. O conhecimento tecnológico da pedagogia é um conhecimento relativo às potencialidades da tecnologia e à forma como o ensino pode ser alterado em função do recurso a determinada tecnologia. O conhecimento técnico-pedagógico do conteúdo é um conhecimento que decorre das três componentes base do modelo (conhecimento do conteúdo, da pedagogia e da tecnologia), mas que vai para além destas. Trata-se de um conhecimento diferente do detido por um matemático ou por um especialista em tecnologia e igualmente distinto do conhecimento pedagógico geral partilhado pelos professores de diferentes disciplinas e é a base de uma efetiva integração da tecnologia. Um ensino de qualidade requer, segundo Mishra e Koehler (2006), o desenvolvimento de uma compreensão das relações complexas existentes entre os três conhecimentos base do modelo e a capacidade de usar

essa compreensão para desenvolver um conjunto de estratégias apropriado e específico para o contexto em que o professor se encontra.

## **Metodologia**

Atualmente, o professor de matemática tem uma variedade de materiais tecnológicos que pode integrar nas suas estratégias de ensino de Funções. Como tal, pretendemos averiguar as percepções de professores de matemática do 3.º ciclo (3C) e do ensino secundário (ES) relativamente ao ensino de Funções e ao uso de materiais tecnológicos. Tendo em conta a identidade existente na formação de professores para estes dois ciclos de ensino, pretendemos ainda atender a eventuais diferenças existentes entre os professores destes dois níveis de ensino. Para concretizar estes objetivos, recolhemos dados através de dois métodos: questionário e entrevista. Adotamos uma abordagem quantitativa no tratamento da informação resultante das respostas dos professores ao questionário elaborado, com a finalidade de descrever e interpretar essa informação (GALL, GALL & BORG, 2003). Para além dos itens destinados à caracterização dos participantes, o questionário é organizado por itens fechados em torno de duas dimensões: (i) Atividades no ensino de Funções, com vinte e quatro itens; (ii) Utilização de materiais tecnológicos no ensino de Funções, com 19 itens.

A opção por apresentar itens fechados deveu-se a serem questões de resposta fácil e rápida para os professores. Para responder a cada uma das questões da parte do questionário sobre o ensino de Funções, os professores teriam que selecionar uma opção de frequência, segundo a escala: Nunca ou Raramente (NR); Algumas Vezes (AV); Muitas Vezes (MV) e Quase Sempre ou Sempre (QSS). Já às questões sobre a utilização de materiais tecnológicos no ensino de Funções, os professores teriam que selecionar uma opção de concordância, segundo a escala: Discordo Totalmente (DT); Discordo Parcialmente (DP); Nem concordo Nem discordo (NCND); Concordo Parcialmente (CP) e Concordo Totalmente (CT). Assim, procurou-se obter de cada professor uma posição clara sobre cada uma das questões formuladas. A partir das respostas dos professores e depois de codificadas as opções NR, AV, MV, QSS com os valores 1, 2, 3 e 4 e as opções DT, D, NCND, C e CT com os valores 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente, determinou-se a média destes valores em cada item.

Para a seleção da amostra, enviou-se o questionário para escolas do Ensino Básico e do Ensino Secundário, situadas na zona Norte de Portugal. O método de amostragem foi o

de conveniência (HILL & HILL, 2012), uma vez que os questionários foram distribuídos em várias escolas por professores conhecidos dos autores. A amostra ficou constituída pelos 129 professores, 64 do 3.º ciclo e 65 do ensino secundário, que responderam ao questionário.

Dos professores do 3.º ciclo, com uma idade média aproximadamente de 46 anos, que varia entre os 34 e os 60 anos, prevalece o sexo feminino (82,8%). A maior parte destes professores tem como habilitações a Licenciatura (75%), encontra-se vinculado ao Quadro de Escola (70,3%), lecionando há um número de anos que se situa entre os 16 e os 25 anos (57,8%). De referir ainda que um número significativo de professores concluiu o Mestrado (25%). Nas suas funções letivas, os professores lecionam disciplinas de matemática do 7.º ano (17,2%), do 8.º ano (31,2%) e do 9.º ano (51,6%). Quanto à sua formação inicial, no que respeita ao uso de materiais tecnológicos predomina uma formação ‘Pouco adequada’ (46,9%), seguindo-se uma formação ‘Adequada’ (45,3%) e ‘Nada adequada’ (7,8%). A consciencialização de uma formação inicial inapropriada faz com que a maior parte dos docentes procure frequentar ações de formação sobre a utilização de materiais tecnológicos no ensino de tópicos matemáticos (89,1%).

Quanto aos professores do ensino secundário, com uma idade média aproximadamente de 48 anos, compreendida entre os 35 e os 63 anos, impera o sexo feminino (76,9%). A maioria destes professores tem como habilitações académicas a Licenciatura (69,2%), – havendo quem possua o Mestrado (23,1%), o Bacharelato (6,2%) e o Doutoramento (1,5%) –, integra o Quadro de Escola (81,5%) e leciona há mais de 25 anos (52,3%). Os professores lecionam disciplinas de matemática do 10.º ano (30,8%), 11.º ano (18,5%) e do 12.º ano (50,8%). Quanto à sua formação inicial sobre o uso de materiais tecnológicos, há quem considere que foi ‘Adequada’ (43,1%), ou ‘Pouco adequada’ (33,8%) ou ‘Nada adequada’ (23,1%). A inadequação dessa formação ou a necessidade de atualização faz com que a maioria procure frequentar ações de formação sobre materiais tecnológicos no ensino de tópicos matemáticos (81,5%).

Adicionalmente, de modo a esclarecer e aprofundar alguns aspetos das dimensões antes referidas, cruzamos os resultados do questionário com dados das entrevistas semiestruturadas realizadas a quatro professoras, duas do 3.º ciclo e duas do ensino secundário (Cristina, com 18 anos de serviço docente, Ana com 17 anos de serviço docente, Celeste com 36 anos de serviço docente e Isabel com 23 anos de serviço docente), cujo guião se estrutura nas mesmas dimensões de análise do questionário. Em

termos éticos, procuramos salvaguardar o anonimato dos professores que participaram neste estudo e os nomes das professoras que foram entrevistadas são fictícios.

Para compreendermos o uso de materiais tecnológicos no ensino de funções, organizamos, num primeiro momento, a informação proveniente das suas respostas ao questionário segundo as dimensões de análise. Mais especificamente, considerando os dois grupos de professores, 3.º ciclo e ensino secundário, começou-se por determinar as médias dos valores das codificações das respostas desses grupos nas afirmações de cada um dos itens que organizam estas dimensões. Posteriormente, aplicou-se o Teste-T para amostras independentes tendo em vista comparar as médias dos dois grupos de níveis de ensino definidos, enfatizando os itens em que se verificaram diferenças estatisticamente significativas entre os grupos.

A análise estatística foi efetuada através da utilização do Statistical Package for the Social Sciences (SPSS), versão IBM SPSS Statistics 23 do Windows, e na tomada de decisão acerca da existência de diferenças estatisticamente significativas adotou-se o nível de significância de 0,1, considerado adequado para um estudo de natureza exploratória, como o que aqui se relata.

## **Apresentação de resultados**

Neste ponto apresentamos os resultados alcançados, organizados em função das duas dimensões do estudo: o ensino de Funções e a utilização de materiais tecnológicos no ensino de Funções. Por fim analisamos as diferenças, nestas duas dimensões, entre professores do 3.º ciclo e do ensino secundário.

### **O ensino de Funções**

Nos momentos que antecedem a sua prática pedagógica, os professores do 3.º ciclo e do ensino secundário tendem a planificar as suas aulas recorrendo preferencialmente ao manual escolar adotado na sua escola, a outros manuais escolares e, um pouco menos, a sítios da Internet com materiais de apoio à sua prática letiva (Tabela 1).

Tabela 1: Planificação de aulas sobre tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
1. Na planificação das aulas recorro preferencialmente ao manual escolar adotado na escola	3,52	0,617	3,25	0,848
2. Na planificação das aulas consulto outros manuais escolares para além do adotado na escola	3,25	0,735	3,48	0,687
3. Na planificação das aulas consulto sítios da Internet que tenham materiais de apoio	2,92	0,860	2,80	0,870

Fonte: dados da pesquisa

A planificação de aulas é uma atividade que os professores de ambos os níveis de escolaridade realizam muitas vezes. Atendendo a várias circunstâncias profissionais de cada professor, essa atividade é concretizada, sobretudo, individualmente, sendo, por vezes, partilhada com os seus pares, como expressam as professoras Celeste (ES) e Ana (3C):

Planifico sozinha. Costumo partilhar com algumas colegas dúvidas, testes e fichas de trabalho. Para além da sua elaboração conjunta costumamos fazer uma análise informal dos resultados dos alunos, partilhar as dificuldades dos alunos e algumas questões que não estavam bem estruturadas. (Celeste, E, ES) Geralmente sozinha, embora costume tirar dúvidas com os meus colegas sobre as tarefas a selecionar, a sequência da aula. O que costumo partilhar é a dificuldade de trabalhar com alunos que têm fraco desempenho o que me permite averiguar como os meus colegas fazem. A escola não incentiva muito este tipo de trabalho. (Ana, E, 3C)

No momento em que planificam as suas aulas, as professoras inquiridas expressam algumas preocupações, tais como atender aos “conhecimentos prévios dos alunos, (...) fazer uma abordagem da vida real através de problemas” (Celeste, E, ES), determinar “a coerência para os alunos do desenvolvimento dos assuntos de modo a que os compreendam” (Isabel, E, ES), selecionar “as tarefas” (Ana, E, 3C) e, sempre que os conteúdos o permitem, “construir materiais com animações de modo a facilitar a aprendizagem” (Cristina, E, 3C). Percebe-se nas preocupações das professoras a relevância que o aluno tem na forma como dinamizam as suas aulas.

Na definição de estratégias para o ensino de tópicos de Funções, os professores tendem a recorrer às que costumam usar no ensino de outros tópicos matemáticos. Por vezes, exploram exemplos para estabelecer definições ou propriedades, outras vezes expõem os conteúdos teóricos para de seguida os alunos aplicarem o que aprenderam na resolução de tarefas (Tabela 2).

Tabela 2: Estratégias a usar no ensino de tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
12. As mesmas estratégias de ensino a que recorro noutros temas matemáticos	2,92	0,674	2,80	0,642
17. Parto de exemplos para estabelecer as definições/propriedades	3,09	0,583	3,02	0,673
18. Exponho os conteúdos teóricos e de seguida os alunos aplicam-nos na resolução de exercícios/problemas	3,00	0,816	2,91	0,897
22. Envolver os alunos na elaboração das definições/propriedades dos conceitos estudados	3,08	0,741	3,00	0,661

Fonte: dados da pesquisa

O envolvimento dos alunos no trabalho é uma preocupação das professoras, que referem o recurso a problemas, tanto quanto possível com ligação à realidade, como forma privilegiada para introduzir conceitos:

Normalmente introdução de tópicos matemáticos através da resolução de problemas de contexto real pelos alunos. (Isabel, E, ES)

Costumo introduzir conceitos através de problemas e de situações da vida real. Procuo atender aos interesses dos alunos, não tenho por norma introduzir os conceitos matemáticos em termos formais. (Celeste, E, ES)

Para chegar às definições, parto por vezes do que o manual oferece, que interpretação os alunos fazem da definição em estudo. Mas reconheço que às vezes sou eu que dito a definição, devido à natureza do conteúdo. Quando o conteúdo é mais simples permito que sejam eles a chegar à definição. (Ana, E, 3C)

Dependendo dos conteúdos costumo introduzir através de um problema, tentando que a sua resolução seja feita pelos alunos. Tento também envolver os alunos na definição dos conceitos. Mas são poucos os que conseguem. (Cristina, E, 3C)

Na introdução de tópicos de Funções, os professores de ambos os níveis de ensino procuram estabelecer conexões entre as diferentes representações. Valorizam também, em detrimento de usarem somente representações analíticas, situações representadas por gráficos. Já as tabelas são mais valorizadas pelos professores do 3.º ciclo do que pelos do secundário, o que pode estar relacionado com os recursos disponíveis, mas também com o aprofundamento do conhecimento dos alunos no tema de Funções (Tabela 3).

Tabela 3: Formas de introduzir tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
16. Introduzo os conceitos de Funções a partir de tabelas	2,53	0,712	2,18	0,917
19. Introduzo os conceitos de Funções a partir de gráficos	2,67	0,778	2,82	0,659
23. Introduzo os conceitos de Funções ligando mais do que uma representação (algébrica, tabelar, gráfica)	3,45	0,641	3,37	0,627
26. Introduzo os conceitos de Funções a partir de expressões algébricas	2,37	0,882	2,49	0,753
25. Proponho tarefas para que os alunos liguem as várias representações (algébrica, tabelar, gráfica)	3,39	0,581	3,12	0,650

Fonte: dados da pesquisa

A utilização das diferentes representações tem por finalidade potencializar a compreensão pelos alunos do que aprendem em Matemática, como exemplificam as afirmações das professoras Cristina e Celeste:

Finalidade de saberem que há várias representações e que algumas têm mais vantagens em relação a outras. Se os alunos conseguirem saltar de uma representação para a outra ficam com mais compreensão do que aprendem. (Cristina, E, 3C)

As funções caracterizam-se pela diversidade de representações a que podemos recorrer. Eu costumo dizer aos alunos que devem ter na mente o gráfico, é importante fecharem os olhos e verem o gráfico da função com que estão a trabalhar. Ao fazerem uma análise do gráfico que estão a representar fazem um estudo muito mais rapidamente do que através da expressão analítica. Mas isso não significa que não tenham que saber fazer o estudo de uma função através da expressão que a define. A conexão entre as duas enriquece a compreensão dos alunos. (Celeste, E, ES)

A conexão entre diferentes representações, sobretudo a gráfica e a analítica, muito se deve aos materiais tecnológicos que os professores de ambos os níveis de escolaridade podem tirar partido. A utilização da calculadora gráfica é mais frequente no ensino secundário certamente por este material didático ser de uso obrigatório neste nível de ensino (Tabela 4).

Tabela 4: Utilização de materiais didáticos no ensino de tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
13. Utilizo software específico para o ensino de Funções	2,52	0,908	2,71	0,805
14. Utilizo a calculadora gráfica para explorar Funções	2,16	1,057	3,42	0,635
15. Privilegio as atividades de papel e lápis e de quadro e giz	3,08	0,599	2,86	0,808

Fonte: dados da pesquisa

Apesar dos materiais didáticos que podem ser integrados nas atividades da sala de aula, os professores do 3.º ciclo privilegiam mais do que os professores do ensino secundário os materiais convencionais, como, por exemplo, o caderno e o quadro.

Na dinamização das atividades que se realizam na sala de aula, embora os professores de ambos os níveis de escolaridade permitam muitas vezes que os alunos resolvam as tarefas que propõem, os do 3.º ciclo tendem a valorizar um pouco mais a resolução das tarefas pelo professor no quadro do que os professores do ensino secundário, o que remete para uma perspectiva de ensino em que o papel do aluno se resume a passar para o caderno o que o professor faz no quadro. Tal perspectiva tende a traduzir a preocupação que os professores têm na gestão e no cumprimento dos programas curriculares. Essa preocupação não impede que incentivem os alunos a apresentar as suas resoluções das tarefas da aula. Quando nessas resoluções surgem resultados diferentes, os professores indiciam envolver os alunos na adequação da resposta a dar à tarefa proposta (Tabela 5).

Tabela 5: Atividades a realizar no ensino de tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
4. Nas aulas resolvo os exercícios/problemas no quadro para poder concretizar o programa	3,52	0,642	3,29	0,805
20. Resolvo os exercícios/problemas no quadro e os alunos passam para o caderno	2,53	0,959	2,54	0,831
7. Nas aulas são os alunos que resolvem os exercícios/problemas	3,16	0,597	3,02	0,599
21. Incentivo os alunos a apresentar as suas resoluções e resultados	3,45	0,561	3,29	0,655
9. Quando os alunos obtêm resultados diferentes envolvo a turma na validação das respostas	2,84	0,840	2,82	0,900
24. Promovo a discussão sobre as resoluções e resultados dos alunos	3,16	0,739	2,98	0,673

Fonte: dados da pesquisa

Como referem as professoras entrevistadas, na resolução das tarefas propostas importa envolver os alunos na apresentação das suas resoluções à turma:

Procuro envolver os alunos nas atividades das minhas aulas, de modo que não estejam à espera de que seja eu a resolver as tarefas propostas. (Celeste, E, ES)  
 Procuró resolver as tarefas tentando fazer uma ligação com os conteúdos teóricos. (Isabel, E, ES)

Na componente prática trabalho sobretudo com exercícios e problemas. Os exercícios para sistematizar e treinar. Os problemas para desenvolver a capacidade de interpretação e de raciocínio. Deixo-os ler e tento que sejam eles a interpretar os enunciados do problema (...) a maior dificuldade está na relação entre a interpretação do problema e o que se quer fazer. (Ana, E, 3C)  
 Os alunos vão ao quadro registar a sua resolução e por vezes (quando é relevante) dois ou três alunos registam no quadro diferentes resoluções do mesmo problema. (Cristina, E, 3C)

Para além dos momentos que podem servir de avaliação formativa, como é o caso das questões orais que costumam colocar aos seus alunos, os professores de ambos os níveis

de ensino avaliam sobretudo as aprendizagens dos alunos através de testes escritos, em detrimento de outras formas de avaliação como, por exemplo, de trabalhos de grupo (Tabela 6).

Tabela 6: Atividades de avaliação no ensino de tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
5. Nas aulas avalio a aprendizagem dos alunos através de questões orais	3,05	0,722	2,94	0,704
8. Nas aulas avalio a aprendizagem dos alunos no trabalho de grupo	1,92	0,803	2,20	0,887
10. Nas aulas avalio as aprendizagens dos alunos, principalmente, através de testes escritos	3,14	0,732	3,23	0,632

Fonte: dados da pesquisa

A avaliação das aprendizagens dos alunos através de testes escritos é uma prática que tende a ser valorizada pelos professores por, como refere a professora Celeste, se tratar de uma modalidade de avaliação mais próxima da avaliação externa, o que permite

preparar os alunos para um exame, onde vai ser avaliada a capacidade de responderem por escrito a questões concretas; é uma modalidade que tem um maior destaque nos critérios de avaliação definidos pelos departamentos, que valorizam em mais de 80% a ponderação a atribuir aos testes devido aos exames escritos que os alunos têm que realizar. (E, ES)

### Utilização de materiais tecnológicos no ensino de Funções

No ensino de tópicos de Funções, nos tempos atuais o professor de matemática tem uma panóplia de materiais tecnológicos que pode integrar nas suas estratégias de ensino, como, por exemplo, a calculadora gráfica e softwares específicos. Para que isso aconteça, importa ter conhecimento de como explorar tais materiais, como indiciam os professores inquiridos do 3.º ciclo e do ensino secundário. Porém, os professores do ensino secundário sentem-se mais à vontade a trabalhar com a calculadora gráfica e com softwares específicos para o ensino de funções do que os professores do 3.º ciclo (Tabela 7)

Tabela 7: Conhecimento sobre o uso da tecnologia no ensino de tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
27. Sinto-me à vontade a trabalhar com a calculadora gráfica no ensino de Funções.	3,56	1,332	4,55	0,685
32. Sinto-me à vontade a trabalhar com softwares específicos para o ensino de Funções.	3,47	1,154	3,74	0,889

Fonte: dados da pesquisa

No desenvolvimento do conhecimento tecnológico para a prática pedagógica pouco contribuiu a formação inicial, como exemplificam as afirmações de Celeste e de Cristina:

Na altura da minha formação não havia os recursos tecnológicos que existem atualmente. A minha orientadora de estágio usava acetatos e os diaporamas. Fora isso não utilizei outros recursos tecnológicos. (Celeste, E, ES)  
 Na formação inicial não tínhamos disciplinas que incidissem sobre materiais tecnológicos, somente numa disciplina de informática no ensino trabalhamos com o Word, Excel e PowerPoint. (Cristina, E, 3C)

O conhecimento que as professoras adquiriram sobre o uso de alguns materiais tecnológicos foi incrementado através da sua participação em ações de Formação Contínua ou de uma forma autodidata:

Particpei numa ação de formação sobre calculadoras gráficas e sensores. Mas não tenho frequentado muitas, por exemplo, sobre softwares de geometria dinâmica tenho aprendido sozinha, sou uma autodidata. (Cristina, E, 3C)  
 Já frequentei várias ações de formação, sobre o Excel, Moodle e Sketchpad. Encontro-me há dois anos inscrita numa formação sobre GeoGebra, que ainda não aconteceu por não haver número de professores que justifique a abertura da formação. (Ana, E, 3C)  
 Já frequentei uma ação de formação sobre a calculadora gráfica e outra sobre o GeoGebra. (Celeste, E, ES)

Entre a diversidade de materiais tecnológicos, alguns deles são apropriados para o ensino de conteúdos de diferentes temas matemáticos, como, por exemplo, o GeoGebra que tanto pode ser explorado no ensino de Funções, como de Geometria e de Estatística. Esta possibilidade indicia ser a razão que levou os professores de ambos os ciclos de escolaridade a manifestarem uma resposta nem de concordância nem de discordância quanto ao uso exclusivo dos materiais tecnológicos no ensino de conteúdos de Funções, como, por exemplo, para elaborar gráficos de Funções (Tabela 8).

Tabela 8: Uso da tecnologia no ensino de tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
36. Os materiais tecnológicos devem ser usados sobretudo no tema de Funções.	2,78	1,188	2,97	1,172
28. Os materiais tecnológicos ajudam a efetuar as transformações de gráficos de Funções.	4,25	0,943	4,49	0,590
29. Os materiais tecnológicos servem principalmente para elaborar gráficos de Funções.	3,06	1,125	3,29	1,057
31. Os materiais tecnológicos permitem estabelecer relações entre as diferentes representações das Funções (algébrica/gráfica/tabelar).	4,36	0,698	4,28	0,696

Fonte: dados da pesquisa

Quanto à utilização de materiais tecnológicos para o ensino de conteúdos de Funções, os professores de ambos os ciclos de escolaridade manifestam concordância nessa utilização

para efetuar transformações de gráficos de Funções e para estabelecer relações entre as diferentes representações.

O uso de tecnologia tem implicações na forma como se ensina. Quanto a possíveis implicações desse uso no ensino de tópicos de Funções, os professores de ambos os ciclos de escolaridade concordam que a utilização de materiais tecnológicos favorece um ensino de conceitos de Funções menos expositivo e mais participativo por parte dos alunos. Mas já manifestam uma posição mais neutra quanto à possibilidade de os materiais tecnológicos serem usados sobretudo na introdução de conceitos de Funções (Tabela 9).

Tabela 9: Implicações do uso de tecnologia no ensino de tópicos de Funções.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
35. A utilização de materiais tecnológicos favorece um ensino de conceitos de Funções menos expositivo e mais participativo.	4,25	0,667	4,18	0,808
40. Os materiais tecnológicos devem ser usados sobretudo na introdução de conceitos de Funções.	3,25	0,891	3,15	1,049
37. A utilização de materiais tecnológicos faz com que o professor procure exercícios/problemas sobre Funções noutras fontes para além do manual escolar.	3,72	1,031	3,43	1,131
41. A utilização de materiais tecnológicos liberta o professor e os alunos de atividades rotineiras.	3,55	1,022	3,40	1,028

Fonte: dados da pesquisa

Relativamente aos outros dois itens sobre as implicações do uso de tecnologia no ensino de Funções não existe convergência nas médias que traduzem as respostas dos professores de ambos os ciclos de escolaridade. Enquanto os professores do 3.º ciclo tendem a concordar que a utilização de materiais tecnológicos faz com que o professor procure tarefas sobre Funções noutras fontes para além do manual escolar, os professores do ensino secundário assumem uma posição mais neutra. A mesma opção de resposta acontece no item que considera que a utilização de materiais tecnológicos liberta o professor e os alunos de atividades rotineiras.

De um modo geral, o uso de tecnologia tem as suas vantagens e desvantagens no ensino de tópicos de Funções. Como vantagens, Cristina aponta a mediação que este tipo de materiais permite entre o conteúdo matemático e o aluno, Ana e Celeste referem o desenvolvimento da capacidade de visualização e de interpretação de gráficos e Isabel destaca o estudo de funções.

Chegamos melhor ao aluno. Há coisas que não conseguimos fazer analiticamente. Mas devemos ter em atenção que a sua utilização deve ser responsável, ter um determinado objetivo e não forçada. (Cristina, E, 3C)

Facilita para explicação dos conteúdos, desenvolve a capacidade de visualização na criação de conceitos. (Ana, E, 3C)

Como vantagens, a calculadora permite resolver situações que por vezes os alunos não conseguem através de processos analíticos. A calculadora ajuda os alunos a desenvolver a capacidade de interpretação de gráficos, visualização e interpretação do comportamento das funções. (Celeste, E, ES)

Permite ao aluno compreender melhor os gráficos e as características das funções. (Isabel, E, ES)

Para além de tais vantagens, a utilização de materiais tecnológicos na sala de aula também tem as suas desvantagens, como, por exemplo, a “desvalorização do cálculo matemático” (Isabel, E, ES) e “o cumprimento do programa” (Cristina, E, 3C). Para esta última professora, a utilização por parte dos alunos, em contexto de sala de aula, “traz constrangimentos ao cumprimento das planificações. Se utilizasse sempre que acho interessante e concretizasse todas as ideias que me passam pela cabeça não tinha tempo para cumprir a planificação” (Cristina, E, ES).

O modo como se utiliza a tecnologia relaciona-se fortemente com o tipo de tarefa que se propõe ou com a estratégia delineada. Os professores de ambos os ciclos de escolaridade concordam com o uso de materiais tecnológicos na resolução de tarefas sobre conteúdos de Funções quando essa resolução não se torna possível por processos analíticos (Tabela 10).

Tabela 10: Relação entre tecnologia e papel e lápis na resolução de tarefas.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
30 A resolução de exercícios/problemas sobre Funções deve ser efetuada com papel e lápis e confirmada com algum material tecnológico.	3,89	0,799	3,49	1,033
33. A resolução de exercícios/problemas sobre Funções deve ser efetuada com algum material tecnológico e confirmada com papel e lápis.	3,37	1,120	3,54	0,937
34. Na resolução de exercícios/problemas sobre Funções deve-se recorrer a materiais tecnológicos quando a resolução não é possível por processos analíticos.	4,03	1,038	4,25	0,867

Fonte: dados da pesquisa

A mesma tendência de resposta se verifica, mais para os professores do 3.º ciclo, quanto à possibilidade de se confirmar com materiais tecnológicos a resolução de tarefas efetuada com papel e lápis. Quanto ao processo inverso, da confirmação com papel e lápis da resolução efetuada com materiais tecnológicos, os professores do 3.º ciclo tendem a ser relutantes enquanto os do ensino secundário tendem a concordar com essa estratégia.

A utilização de materiais tecnológicos pelos alunos promove, na perspectiva dos professores, o desenvolvimento da capacidade de visualização e desafia os alunos a

pensar, o que já não reúne tanta certeza é o desenvolvimento da capacidade de manipulação simbólica (Tabela 11).

Tabela 11: A tecnologia e o desenvolvimento de capacidades dos alunos.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
43. A utilização de materiais tecnológicos desenvolve a capacidade de visualização.	4,33	0,736	3,97	0,728
44. A utilização de materiais tecnológicos desafia o aluno a pensar.	4,13	0,917	3,74	0,691
45. A utilização de materiais tecnológicos desenvolve a capacidade de manipulação simbólica.	3,44	0,957	3,28	0,976

Fonte: dados da pesquisa

Para além da utilização de materiais tecnológicos nas atividades de sala de aula, os professores de ambos os níveis de escolaridade concordam que deve ser permitida aos alunos o uso desses materiais nos momentos de avaliação de aprendizagens. A possibilidade dessa utilização na realização de testes de avaliação pelos alunos faz com que os professores formulem mais questões de compreensão do que de memorização (Tabela 12).

Tabela 12: O uso da tecnologia na avaliação.

Itens	3C (n=64)		ES (n=65)	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
38. Os alunos devem poder utilizar os materiais tecnológicos que exploram nas aulas nos momentos de avaliação.	3,83	0,952	3,88	0,960
39. A utilização de materiais tecnológicos leva o professor a alterar as formas de avaliação.	3,39	1,107	3,34	1,020
42. A utilização de materiais tecnológicos na avaliação leva o professor a formular mais questões de compreensão e de resolução de problemas do que de memorização.	3,89	0,961	3,77	0,897

Fonte: dados da pesquisa

O mesmo grau de concordância não se obteve quanto à possibilidade de a utilização de materiais tecnológicos alterar as formas de avaliação das aprendizagens dos alunos.

### **Comparação da confiança segundo os ciclos de ensino dos professores**

Uma análise mais aprofundada das médias de frequência e de concordância dos professores aos itens que estruturam as duas dimensões contempladas permitiu

determinar diferenças estatisticamente significativas em oito itens da 1.<sup>a</sup> dimensão e cinco itens da 2.<sup>a</sup> dimensão (Tabela 13).

Tabela 13: Itens com diferenças estatisticamente significativas segundo os níveis de escolaridade.

Dimensão	Itens	valor p
1. Atividades no ensino de Funções	1. Na planificação das aulas recorro preferencialmente ao manual escolar adotado na escola.	0,041**
	2. Na planificação das aulas consulto outros manuais escolares para além do adotado na escola.	0,072*
	16. Introduzo os conceitos de Funções a partir de tabelas.	0,018**
	25. Proponho tarefas para que os alunos liguem as várias representações (algébrica, tabelar, gráfica).	0,015**
	14 Utilizo a calculadora gráfica para explorar Funções.	0,000**
	15 Privilegio as atividades de papel e lápis e de quadro e giz.	0,086*
	4. Nas aulas resolvo os exercícios/problemas no quadro para poder concretizar o programa.	0,084*
	8. Nas aulas avalio a aprendizagem dos alunos no trabalho de grupo.	0,064*
2. Utilização de materiais tecnológicos no ensino de Funções	27 Sinto-me à vontade a trabalhar com a calculadora gráfica no ensino de Funções.	0,000**
	28. Os materiais tecnológicos ajudam a efetuar as transformações de gráficos de Funções.	0,082*
	30. A resolução de exercícios/problemas sobre Funções deve ser efetuada com papel e lápis e confirmada com algum material tecnológico.	0,016**
	43. A utilização de materiais tecnológicos desenvolve a capacidade de visualização.	0,006**
	44. A utilização de materiais tecnológicos desafia o aluno a pensar.	0,008**

Fonte: dados da pesquisa

Nota: \*diferenças estatisticamente significativas para  $p < 0,1$ ; \*\*diferenças estatisticamente significativas para  $p < 0,05$ .

Relativamente aos itens sobre as atividades de ensino que os professores realizam no ensino de Funções, a comparação das médias dos dois grupos definidos, através da aplicação do Teste-T para amostras independentes, determinou diferenças

estatisticamente significativas entre esses grupos nos itens: “Na planificação das aulas recorro preferencialmente ao manual escolar adotado na escola” ( $p=0,041$ ); “Na planificação das aulas consulto outros manuais escolares para além do adotado na escola” ( $p=0,072$ ); “Introduzo os conceitos de Funções a partir de tabelas” ( $p=0,018$ ); “Proponho tarefas para que os alunos liguem as várias representações (algébrica, tabelar, gráfica)” ( $p=0,015$ ); “Utilizo a calculadora gráfica para explorar Funções” ( $p=0,000$ ); “Privilegio as atividades de papel e lápis e de quadro e giz” ( $p=0,086$ ); “Nas aulas resolvo os exercícios/problemas no quadro para poder concretizar o programa” ( $p=0,084$ ); “Nas aulas avalio a aprendizagem dos alunos no trabalho de grupo” ( $p=0,064$ ). Entre os dois grupos, é o dos professores do 3.º ciclo que revela uma maior frequência média no uso do manual escolar na planificação das aulas, em introduzir os conceitos de Funções a partir de tabelas, em propor tarefas que permitam aos alunos conectar diferentes representações, em privilegiar as atividades de papel e lápis e em resolver nas aulas as tarefas no quadro de modo a concretizar o programa. Já os professores do ensino secundário revelam uma maior frequência média na consulta de outros manuais escolares para além do adotado na escola ao planificar as aulas, em utilizar a calculadora gráfica no ensino de tópicos de Funções e na avaliação das aprendizagens dos alunos quando realizam trabalhos de grupo. Quanto aos itens sobre a utilização de materiais tecnológicos no ensino de Funções, a comparação das médias dos dois grupos definiu diferenças estatisticamente significativas entre esses grupos nos itens: “Sinto-me à vontade a trabalhar com a calculadora gráfica no ensino de Funções” ( $p=0,000$ ); “Os materiais tecnológicos ajudam a efetuar as transformações de gráficos de Funções” ( $p=0,082$ ); “A resolução de exercícios/problemas sobre Funções deve ser efetuada com papel e lápis e confirmada com algum material tecnológico” ( $p=0,016$ ); “A utilização de materiais tecnológicos desenvolve a capacidade de visualização” ( $p=0,006$ ); “A utilização de materiais tecnológicos desafia o aluno a pensar” ( $p=0,008$ ). Aos professores do 3.º ciclo corresponde uma maior concordância média na confirmação de resultados através de recursos tecnológicos após a resolução das tarefas com papel e lápis, sobre o efeito da utilização de materiais tecnológicos no desenvolvimento da capacidade de visualização e de pensar. Nos restantes itens, são os professores do ensino secundário que se sentem mais à vontade a trabalhar com a calculadora gráfica no ensino de Funções e que mais valorizam o uso de materiais tecnológicos na transformação de gráficos de funções.

## Conclusão

Os professores planificam as suas aulas individualmente recorrendo preferencialmente ao manual escolar adotado na sua escola, a outros manuais escolares e, um pouco menos, a sítios da internet com materiais de apoio à sua prática letiva. Esta é uma tarefa que realizam tendo em conta os seus alunos e aspectos como o que facilita a aprendizagem, o que os alunos já sabem e o que torna os conteúdos mais coerentes e relevantes para os alunos. Ou seja, são os aspetos relativos ao conhecimento que o professor detém dos seus alunos – KCS segundo o modelo do conhecimento profissional desenvolvido por Hill e Ball (2009) – que mais influenciam as opções do professor na fase de planificação das aulas. Foram, contudo, notadas diferenças estatisticamente significativas relativamente ao uso que é feito dos manuais pelos professores do 3.º ciclo e pelos professores do ensino secundário, sendo o uso do manual adotado mais comum entre os primeiros e o recurso a outros manuais escolares mais comum entre os segundos. Um aspeto que se pode dever à idade dos alunos e à etapa dos estudos em que se encontram. O facto dos alunos no final do ensino secundário terem que realizar um exame, com impacto considerável sobre a sua vida futura, pode levar os professores a procurarem confrontá-los com a maior diversidade de tarefas possível e, como tal, optarem por não se limitar ao manual adotado. No 3.º ciclo esta questão já não se faz sentir e, além disso, um recurso mais intenso ao manual adotado pode ser uma forma de estimular a autonomia dos alunos ensinando-os a usar o manual.

As estratégias de ensino utilizadas pelos professores ao ensinar Funções são consideradas pelos próprios idênticas às utilizadas noutros tópicos. Por vezes, exploram exemplos para estabelecer definições ou propriedades, outras vezes expõem os conteúdos teóricos para de seguida os alunos aplicarem o que aprenderam na resolução de tarefas. Os professores de ambos os níveis de ensino estabelecem conexões entre diferentes representações, sendo a articulação entre as representações algébrica, gráfica e tabular a forma mais referida para introduzir os conceitos. Ainda assim, o recurso a tabelas é significativamente mais valorizado no 3.º ciclo, sendo referido como uma forma adequada de introduzir os conceitos. Parece pois que os professores não reconhecem existir especificidades no seu conhecimento profissional diretamente relacionadas com o tema que estão a ensinar – ou seja, assumem que o seu KCT, segundo o modelo do conhecimento profissional desenvolvido por Hill e Ball (2009), é o mesmo independentemente do que estão a ensinar – contudo reconhecem a relevância da articulação entre diferentes representações

específicas do tema. E o maior uso da representação tabular no 3.º ciclo, por a considerarem adequada para a introdução do tema, sugere a existência efetiva de um KCT específico para o ensino das Funções, podendo ser a razão para a reduzida utilização desta representação ao nível do ensino secundário identificada por Rocha (2016). Parece pois que os professores se estão a referir apenas a estratégias gerais quando afirmam não existir divergências relativamente à forma como ensinam este tema comparativamente com outros.

A tecnologia desempenha um papel importante no desenvolvimento de conexões entre as representações analítica e gráfica. Ainda assim, a calculadora gráfica é significativamente mais usada no ensino secundário, enquanto os professores de 3.º ciclo privilegiam significativamente mais os materiais convencionais (papel e lápis / quadro e giz). Uma situação a que certamente não será estranha a obrigatoriedade de utilização da calculadora gráfica ao nível do ensino secundário. Será pois mais as questões de acessibilidade que determinam a utilização desta tecnologia e não tanto o conhecimento detido pelo professor. Com efeito, o contributo da tecnologia para o desenvolvimento de conexões parece ser reconhecido, o que sugere conhecimento do impacto desta sobre o ensino – ou seja, TPK segundo o modelo TPACK desenvolvido por Mishra e Koehler (2006).

Nas aulas, embora os professores de ambos os níveis de escolaridade permitam muitas vezes que os alunos resolvam as tarefas que propõem, os do 3.º ciclo tendem a valorizar significativamente mais a resolução das tarefas pelo professor no quadro do que os professores do ensino secundário. Um aspecto que poderá estar relacionado com a menor idade dos alunos e uma preocupação em que os registos sejam feitos de forma adequada. A preocupação com o cumprimento do programa é outro dos aspectos referidos pelos professores, ainda assim estes incentivam os alunos a apresentar as suas resoluções e discutem os casos em que surgem resultados diferentes entre os alunos.

Em ambos os níveis de ensino, a avaliação é feita fundamentalmente através de testes, embora as respostas dos alunos a questões orais também seja tida em conta. Existe contudo uma diferença estatisticamente significativa relativamente à avaliação dos alunos através de trabalhos de grupo, que é mais frequente ao nível do ensino secundário. A avaliação parece pois ser encarada como um momento essencialmente distinto dos de aprendizagem, algo que inevitavelmente reflete o conhecimento profissional do professor – e especificamente o seu KCT, segundo o modelo do conhecimento profissional desenvolvido por Hill e Ball (2009). A valorização da realização de trabalhos de grupo reflete a importância atribuída a aspetos ao nível da comunicação matemática e, no seio

desta, da capacidade de argumentação. Não é no entanto clara a razão para a ocorrência desta distinção entre os níveis de escolaridade.

Quanto à tecnologia, embora todos os professores refiram à vontade para trabalhar com a calculadora gráfica e com softwares específicos para o ensino de funções, os professores do ensino secundário sentem-se significativamente mais à vontade para trabalhar com a calculadora gráfica no ensino de funções do que os professores do 3.º ciclo. Um aspecto que naturalmente decorrerá da obrigatoriedade do uso desta tecnologia neste nível de ensino e que terá levado os professores a dedicar-lhe mais atenção.

De acordo com os professores, a sua formação inicial pouco contribuiu para a aquisição de conhecimento sobre a utilização da tecnologia no ensino. Com efeito, os professores consideram que o conhecimento que detêm sobre a tecnologia foi adquirido em ações de formação e de forma autodidata. O conhecimento da tecnologia – TK, segundo o modelo TPACK desenvolvido por Mishra e Koehler (2006) – não parece ser de forma alguma identificado pelos professores como um obstáculo à utilização que fazem da tecnologia, mesmo quando esta não foi alvo de atenção na sua formação inicial, o que parece ser o caso da maioria dos professores envolvidos neste estudo.

Ponderando especificamente o ensino das Funções, os professores não consideram que este seja o tema onde a tecnologia mais deva ser utilizada (existem outros temas), mas entendem que a tecnologia é particularmente adequada para trabalhar as transformações de gráficos de funções e para estabelecer relações entre representações. Uma circunstância que expressa o conhecimento do professor relativamente à forma como a tecnologia permite trazer novas abordagens à matemática – ou seja TCK, segundo o modelo TPACK desenvolvido por Mishra e Koehler (2006) – mas também o contributo que o trabalho com diferentes representações pode trazer à aprendizagem – ou seja TPK, segundo o modelo TPACK desenvolvido por Mishra e Koehler (2006), ou de uma forma global TPACK. E o potencial da tecnologia para o estudo das transformações de funções é significativamente mais valorizado pelos professores do secundário. Um aspecto que, em certa medida, pode ser considerado expectável, se atendermos a que é neste nível de ensino que este tipo de conteúdo mais é trabalhado.

Os professores de ambos os ciclos de escolaridade concordam que a utilização de materiais tecnológicos favorece um ensino de conceitos de Funções menos expositivo e mais participativo por parte dos alunos. O local onde procuram as tarefas para propor aos alunos é contudo um pouco diferente em função do ciclo de escolaridade, com os professores do 3.º ciclo a procurarem tarefas em fontes para além do manual, o que já não

sucede ao nível do secundário. Algo que poderá estar relacionado com a obrigatoriedade de uso da calculadora gráfica no ensino secundário e que poderá originar uma maior presença de tarefas envolvendo esta tecnologia nos manuais.

Em ambos os ciclos, os professores concordam com a utilização da tecnologia quando a resolução analítica não é possível. Nos restantes casos são a favor da sua utilização para confirmar resoluções (sendo significativamente mais forte a tendência em professores do 3.º ciclo). No entanto, os professores de 3.º ciclo já não são muito favoráveis a confirmar com papel e lápis algo feito com recurso à tecnologia.

A utilização de materiais tecnológicos pelos alunos promove, na perspectiva dos professores, o desenvolvimento da capacidade de visualização e desafia os alunos a pensar, sendo esta uma perspectiva significativamente mais forte entre os professores do 3.º ciclo. O que já não reúne tanta certeza entre os professores é o contributo da tecnologia para o desenvolvimento da capacidade de manipulação simbólica.

Relativamente ao recurso à tecnologia em momentos de avaliação, é opinião dos professores que esta deve ser utilizada pelos alunos também nos testes, uma vez que tal permite que os professores coloquem mais questões de compreensão em vez de memorização. Ainda assim os professores consideram que a tecnologia não altera as formas de avaliação.

Este estudo permitiu assim identificar alguns aspetos comuns às percepções dos professores de Matemática do 3.º ciclo e do ensino secundário relativamente ao ensino de Funções, mas permitiu também identificar algumas diferenças. Algumas destas diferenças decorrem de aspetos contextuais ou de índole curricular, como é o caso do à vontade dos professores na utilização da calculadora gráfica, uma vez que a determinação do seu uso definida pelo currículo oficial facilita deste logo as questões de acessibilidade e conseqüentemente a frequência da utilização. Outras diferenças são mais complexas de compreender, como é o caso da articulação entre abordagens com recurso à tecnologia e de abordagens com recurso a papel e lápis. Importa agora aprofundar as razões subjacentes às diferenças identificadas, como forma de melhor compreender os fatores que influenciam a prática dos professores.

### **Agradecimentos**

Este trabalho é financiado pelo CIED - Centro de Investigação em Educação, projetos UID/CED/1661/2013 e UID/CED/1661/2016, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais da FCT/MCTES-PT.

## Referências

- BARDINI, C.; PIERCE, R.; & STACEY, K. Teaching linear functions in context with graphic calculators: students' responses and the impact of the approach on their use of algebraic symbols. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 2, n. 3, p. 353-376, 2004.
- BURRIL, G. The role of handheld technology in teaching and learning secondary school mathematics. In: PROCEEDINGS OF ICME 11. Monterrey, México: ICME, 2008.
- CAVANAGH, M.; & MITCHELMORE, M. Graphics calculators in the learning of mathematics: teacher understandings and classroom practices. *Mathematics Teacher Education and Development*, v. 5, p. 3-18, 2003.
- FERNANDES, J. A.; ALMEIDA, C.; VISEU, F.; & RODRIGUES, A. M. Um estudo exploratório sobre atitudes e práticas de professores de matemática na utilização de calculadoras. In: ALMEIDA, Conceição; FERNANDES, José. A.; RODRIGUES, Ana M.; MOURÃO, Ana P.; VISEU, Floriano; & MARTINHO, Helena (Orgs.), *Calculadoras gráficas no ensino da matemática*. Braga: Departamento de Metodologias da Educação da Universidade do Minho, 1999. p.1-28.
- FERNANDES, J. A.; ALVES, M. P.; VISEU, F.; & LACAZ, T. M. Tecnologias de informação e comunicação no currículo de Matemática do ensino secundário após a reforma curricular de 1986. *Revista de Estudos Curriculares*, v. 4, n. 2, p. 291-329, 2006.
- FORD, S. *The effect of graphing calculators and a three-core representation curriculum on college students' learning of exponential and logarithmic functions*. 2008. 142f. Tese (Doutoramento em Educação), North Carolina State University.
- FRIEDLANDER, A.; & TABACH, M. Promoting multiple representations in algebra. In: CUOCO, Albert A.. & CURCIO, Frances R. (Eds.), *The roles of representation in school mathematics*. Reston: NCTM, 2001. p. 173-185.
- GALL, M.; GALL, P.; & BORG, W. *Educational research: An introduction*. Boston: Allyn and Bacon, 2003.
- HILL, H.; & BALL, D. The curious – and crucial – case of Mathematical Knowledge for Teaching. *Phi Delta Kappan*, v. 91, n. 2, p. 68-71, 2009.
- HILL, M. M.; & HILL, A. *Investigação por Questionário*. Lisboa: Edições Sílabo, 2012.
- KAPUT, J. Linking representations in the symbol systems of algebra. In: WAGNER, Sigrid; & KIERAN, Carolyn (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*. Reston, Va: NCTM, 1989. p. 167-194.
- KAPUT, J. Technology and mathematics education. In: GROUWS, Douglas A. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, 1992. p. 515-556.

- MESA, V. Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: an empirical approach. *Educational Studies in Mathematics*, v. 56, n. 2-3, p. 255-286, 2004.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA – MEC. *Programa de Matemática para o ensino básico*. Lisboa: MEC, 2013.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA – MEC. *Programa de Matemática A - Ensino secundário*. Lisboa: MEC, 2014.
- MISHRA, P.; & KOEHLER, M. Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2007.
- PARK, S.; & OLIVER, S. Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, v. 38, n. 3, p. 261-284, 2008.
- PONTE, J. P.; MATOS, J. M.; & ABRANTES, P. *Investigação em Educação Matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE, 1998.
- PONTE, J. P., & SERRAZINA, L. *As novas tecnologias na formação inicial de professores*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação, 1998.
- QUESADA, A.; & DUNLAP, L. The preparation of secondary pre- and inservice mathematics teachers on the integration of technology in topics foundational to calculus. In: YANG, Wei-Chi; MAJEWSKI, Miroslaw; ALWIS, Tilak; & KHAIRIREE, Krongthong (Eds.), *Proceedings of 13<sup>th</sup> Asian Technology Conference in Mathematics*. Bangkok: ATCM, 2008.
- ROCHA, H. Teacher's representational fluency in a context of technology use. *Teaching Mathematics and its Applications*, v. 35, n. 2, p. 53-64, 2016.
- SANTOS, E. O computador e o professor: um contributo para o conhecimento das culturas profissionais de professores. *Quadrante*, v. 9, n. 2, p. 55-81, 2000.
- SHULMAN, L. Knowledge and teaching foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.
- WISEU, F. *A formação do professor de Matemática, apoiada por um dispositivo de interação virtual no estágio pedagógico*. 2008. 523f. Tese (Doutoramento em Educação), Universidade de Lisboa.
- WAITS, B.; & DEMANA, F. Graphing calculator intensive calculus: A first step in calculus reform for all students. In: SLOW, Anita (Ed.), *Preparing for a new calculus conference proceedings*. Washington: The Mathematical Association of America, 1994, p. 96-102.

Recebido em 14/03/2018

Aceito em 13/06/2018